

## آنالیز فرکتالی شاخص بورس اوراق بهادار تهران به روش RS

فریدون رهنمای رودپشتی

استاد و عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات  
rahnama.roodposhti@gmail.com

پرهام پدرام

دانشجوی دکتری مالی مرکز آموزشهای بین المللی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قشم  
parham.pedram@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۱/۲/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۱/۶/۱۵

### چکیده

در ادبیات علمی فرض‌های مختلفی در خصوص بازار مطرح شده است از جمله، از یک طرف افرادی وجود دارند که بازار را کاملاً تصادفی تصور می‌کنند و از طرف دیگر افرادی که بازار را کاملاً قطعی فرض مینمایند و خواهیم دید که هر دو گروه تا حد مشخصی درست می‌گویند ولی نتایجی که از همپوشانی هر دو تفکر ناشی می‌شود متفاوت از انتظارات هر دو گروه است. همچنین، همانطور که می‌دانیم بازار سرمایه به خوبی توسط توزیع نرمال و گشت تصادفی تشریح نمی‌شود و فرضیه بازار کارا به عنوان فرضیه‌ای غالب برای عملکرد بازار است. در این پژوهش با مروری کوتاه بر فرضیه بازار کارا و بیان ناکارآمدی آن، فرضیه بازار فرکتال به عنوان جایگزینی برای این فرضیه مطرح می‌شود. بر اساس فرضیه بازار فرکتال خواهیم دید که چرا ساختار آماری این بازار با بازار کارا شباهتی وجود دارد. همچنین با به کارگیری روش R/S و آزمون این روش، فرضیات بازار فرکتال و کارآمدی آن قابل اثبات است. نتایج مطالعه نشان می‌دهد فرضیات بازار فرکتال را می‌توان به عنوان جایگزینی برای فرضیه بازار کارا در نظر گرفت. همچنین در مدل قیمت‌گذاری دارائی‌های سرمایه‌ای (CAPM) که براساس فرضیه بازار کارا شکل گرفته است، تجدیدنظر کرد.

واژه‌های کلیدی: بازار کارا، بازار ناکارا، بازار فرکتال، آنالیز فرکتالی، آنالیز بازده با مقیاس مجدد (R/S)

## ۱- مقدمه

به طور سنتی وقایع به صورت تصادفی یا قطعی می‌باشند. از منظر قطعیت تمامی اتفاقات از زمان پیدایش به صورت ثابت فرض می‌شوند. این عقیده از دیدگاه اعتقادی و تایید علمی تئوری Big Bang نامیده می‌شود از طرف دیگر پوچ گرایان تمامی اتفاقات را تصادفی قلمداد می‌کنند که از هیچ قاعده ای پیروی نمی‌نماید. در ساختار فرکتالی تصادفات و قطعیت، آشوب و نظم، با هم و در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند در این شرایط خواهیم دید که این مفاهیم متضاد چگونه با یکدیگر عمل می‌کنند. به طور مثال درخت کاج یک ساختار کلی و شناخته شده دارد که به صورت محلی تصادفی است در حالت کلی شکل درخت کاج را می‌شناسیم و می‌توانیم شکل عمودی آن را با دقت بالا پیش بینی کنیم. هر شاخه به طور انفرادی متفاوت است طول یا قطر هر شاخه را نمی‌دانیم یعنی هر شاخه به طور محلی تصادفی است ولی به طور کلی مشخص و قطعی است.

در دنیای واقعی اتفاقات ناگهانی را مشاهده می‌کنیم مانند فجایع طبیعی که محیط ما را از بین می‌برند و یا فجایع اقتصادی که تمامی دستاوردهای مالی را نابود می‌کنند و ما ریشه وقوع این اتفاقات را نمی‌شناسیم که تصادفی است یا شانسی. اتفاقات هم به صورت تصادفی و غیر قابل پیش بینی و هم به صورت قطعی و کاملاً قابل پیش بینی قابل مشاهده است. تا آغاز قرن حاضر، این موضوع که جهان مانند ساعت حرکت می‌کند کاملاً پذیرفته شده بود اما، ناگهان دانشمندان معادله ای کشف کردند که بر اساس آن می‌توان اتفاقات ناگهانی را پیش بینی کرد دیگر زمان از مکانیک نیوتونی پیروی نمی‌کند، بنابراین از لحاظ تئوری، زمان می‌تواند معکوس حرکت کند. این اولین تغییر نگرش در مورد حرکت منظم عالم رخ داد و دومین حرکت در ظهور مکانیک کوانتومی که در آن ساختار مولکولی جهان بوسیله سطوح احتمالی مشخص می‌شود ولی باز هم ابهامات باقی ماند که جهان قطعی است یا تصادفی. به آرامی این موضوع آشکار شد که سیستمهای طبیعی دارای حالت تصادفی محلی و قطعیت جهانی می‌باشند. حالت قطعیت قوانین طبیعی را بیان می‌کند و حالت تصادفی نوآوری و تمایزات را روشن می‌سازد علاوه بر آن، یک سیستم سالم نه تنها از شوک‌های ناگهانی در امان و ایمن می‌ماند بلکه با جذب این شوکها فوراً ارتقاء می‌یابد.

با تعمیم این حقیقت به بازار سهام به نتایج جالبی دست می‌یابیم. بازار سهام از یک سری سرمایه گذاران با افق سرمایه گذاری کوتاه مدت و بلند مدت تشکیل شده است. در بازار پایدار تمامی شرکت کنندگان می‌توانند با یکدیگر معامله کنند هر یک با یک سطح معینی از ریسک مواجه اند که افراد این سطح مشخص از ریسک را با مقیاس زمانی یا افق سرمایه گذاری خود تطبیق می‌دهند. از طرفی توزیع فراوانی بازده برای معامله گران روزانه، هفتگی، سه ماهه یکی خواهد بود. این بدین معنی است که

معامله گر ۵ دقیقه ای با ریسکی مواجه است که یک معامله گر هفتگی مواجه است. در صورتی که معامله گر روزانه در مقیاس زمانی اش سقوط ناگهانی کند و مابقی معامله گران دارای افق سرمایه گذاری متفاوت باشند بازار به صورت پایدار باقی خواهد ماند. در حالتی که افق سرمایه گذاری تمامی سرمایه گذاران بازار کوچک شود و هر نفر یک معامله گر یک دقیقه ای شود در این حالت بازار ناپایدار و غیر قابل پیش بینی خواهد شد بنابراین بازار در حالتی شوک ها را جذب می کند که دارای خاصیت فرکتالی باشد.

پیدایش نوآوری ها مانند الگوی CAPM توسط شارپ (۱۹۶۴ و ۱۹۷۰) لینتر (۱۹۶۵) و موسون (۱۹۶۶) و الگوهای توسعه یافته آن نظیر I-CAPM توسط مرتن (۱۹۷۳)، A-CAPM توسط پدرسون و آچارریا (۲۰۰۵)، D-CAPM توسط استرادا (۲۰۰۲) و R-CAPM توسط رهنمای رودپشتی (۲۰۰۹) به صورت مستقل و اتفاقی بود و احتمال اینکه افراد اینگونه نوآوری ها را خلق کنند تصادفی است و برای هر سیستمی که در حال رشد و توسعه است خلق اینگونه نوآوری ها مورد انتظار است. اما، در جهان هستی تصادفات معادل با نوآوری و قطعیت است و توضیح می دهد که سیستم چگونه نوآوری ها را کشف می کند. در بازار نوآوری ها همان اطلاعات و قطعیت ارزش گذاری اطلاعات توسط بازار می باشد. روش های مختلفی جهت تحلیل سری های زمانی با نظریه فرکتالی وجود دارد از جمله روش R/S و روش DFA که ما در این تحقیق از روش R/S استفاده می نماییم تا بتوان تحلیل منطقی تری از شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از فرضیه بازار فرکتال در مقایسه با فرضیه بازار کارا انجام داد.

## ۲- مبانی علمی پژوهش و مروری بر پیشینه

### ۲-۱- نظریات کارایی و فرضیه بازار کارا

از اوایل قرن بیستم، اعتقاد گروهی از دست اندرکاران بازارهای اوراق بهادار، بر این بود که مطالعه تاریخی قیمتها، حاوی اطلاعات مفیدی برای پیش بینی قیمتها در آینده است؛ لذا با بدست آوردن روند قیمتها، الگوی تغییرات، شناخته می شود و این الگو به ما می گوید که هر چند وقت یک بار، روند خاصی رخ می دهد. معتقدین به این طرز تفکر را به دلیل اینکه بر نمودارها تمرکز داشتند چارتریست<sup>۱</sup> نامیدند. از دهه ۱۹۳۰ مطالعات دیگری که در نقطه مقابل این دیدگاه قرار داشت، آغاز شد. تمرکز اصلی این تحقیقات روی تصادفی بودن رفتار قیمتها بود و اینکه قیمتها از روند خاصی پیروی نمی کنند. نتایج این مطالعات به صورت یک جریان فکری و نظری قوی وارد مباحث اقتصاد و سرمایه گذاری گردید و نظریه رفتار تصادفی قیمتها شکل گرفت (سینایی، ۱۳۷۲، ص ۵۰)

پس از دهه ۱۹۶۰ تحقیقات از شکل آماری مطالعه رفتار قیمت‌ها، به مسئله ویژگیهای اقتصادی بازار سهام، که موجب تغییرات تصادفی می‌شد، سوق پیدا کرد. این مسئله، موجب پیدایش بازار کارا شد (سینایی، ۱۳۷۲، ص ۵۰). بنیادگرایان<sup>۲</sup> باور دارند که با تجزیه و تحلیل متغیرهای مالی و اقتصادی کلیدی، می‌توان ارزش واقعی سهم را برآورد نمود (Fisher & Jordan; 1991; p 635). براساس این نظریه، هیچکس نمی‌تواند در بلندمدت به طور سیستماتیک بیشتر از میزان ریسکی که متحمل شده است، بازده کسب کند. در چنین بازاری، قیمت سهام انعکاسی از اطلاعات مربوط به آنهاست و تغییرات قیمت‌ها دارای الگوی خاص و قابل پیش‌بینی نیست (فدایی‌نژاد، ۱۳۷۵، ص ۷).

### ۱-۲- نظریه بازار کارای سرمایه

کارا بودن بازار از اهمیت زیادی برخوردار است، چرا که در صورت کارا بودن بازار سرمایه، هم قیمت اوراق بهادار به درستی و عادلانه تعیین می‌شود و هم تخصیص سرمایه، که مهمترین عامل تولید و توسعه اقتصادی است، به صورت مطلوب و بهینه انجام می‌شود (جهانخانی و عبده تبریزی، ۱۳۷۲، ص ۷). در دنیای مالی، سه نوع کارایی در بازار سرمایه<sup>۳</sup> وجود دارد (راعی و تلنگی، ۱۳۸۳، ص ۴۸۱):

- ۱) کارایی اطلاعاتی<sup>۴</sup>
- ۲) کارایی تخصیصی<sup>۵</sup>
- ۳) کارایی عملیاتی<sup>۶</sup>

### کارایی اطلاعاتی

وجود اطلاعات کافی در بازار و انعکاس به موقع و سریع آن بر قیمت اوراق بهادار، ارتباط تنگاتنگی با کارایی بازار دارد. در بازار کار، اطلاعاتی که در بازار پخش می‌شود به سرعت بر قیمت تأثیر می‌گذارد. در چنین بازاری قیمت اوراق بهادار به ارزش ذاتی آن نزدیک است. کارایی اطلاعاتی به نوبه خود به سه شکل ضعیف<sup>۷</sup>، نیمه قوی<sup>۸</sup> و قوی<sup>۹</sup> تقسیم می‌شود و ذیلاً مطرح می‌شود (سینایی، ۱۳۷۲، ص ۴۸):

• **شکل ضعیف:** انعکاس اطلاعات بر قیمت سهام می‌تواند در سطح نازل و به اصطلاح در شکل ضعیف آن مطرح باشد. در این سطح از کارایی، قیمت‌های اوراق بهادار، فقط اطلاعاتی که در گذشته قیمت‌ها نهفته است و از توالی تاریخی قیمت‌ها حاصل می‌شود را منعکس می‌کنند، که این اطلاعات بلافاصله در قیمت‌های جاری منعکس می‌شوند. در این حالت فرض می‌شود قیمت اوراق بهادار، فقط منعکس کننده اطلاعات تاریخی می‌باشد؛ بدین معنی که قیمت سهام روند خاصی نداشته و بازار سهام حافظه‌ای ندارد؛

یعنی قیمت سهام در بازار کارا به شکل تصادفی تغییر می‌کند. این همان نظریه گشت تصادفی یا گردش تصادفی است.

• **شکل نیمه قوی:** این سطح از نظریه می‌گوید که قیمت سهام، منعکس کننده‌ی همه اطلاعات عام و منتشر شده است. در اینجا، اطلاعات عام، محدود به قیمت گذشته نیست بلکه در برگیرنده هر اطلاعاتی درباره عملکرد شرکت و مشخصات صنعتی است که شرکت در آن فعالیت می‌کند.

• **شکل قوی:** در این حالت فرض آن است که تمام اطلاعات مربوط و موجود، اعم از اطلاعات محرمانه و اطلاعات در دسترس عموم، در قیمت اوراق بهادار انعکاس دارد.

### کارایی تخصیصی

یکی از عمده‌ترین پیامدهای کارایی بازار این است که از منابع موجود به بهترین حالت و به شکل بهینه و مطلوب، بهره‌برداری شود. یکی از وظایف مهم بازار سرمایه، تأمین مالی شرکتها و نهادها است. بازار سرمایه باید این ویژگی را داشته باشد که شرکتهای نیازمند بتوانند سرمایه لازم خود را تأمین کنند و شرکتهایی که پروژه‌های آنها توازی معقولی از بازده و ریسک ندارد، از دستیابی به منابع جدید در بازار محروم شوند (جهانخانی و عبده تبریزی، ۱۳۷۲، ص ۱۱). در این مفهوم، بازارهایی دارای کارایی تخصیصی می‌باشند، که در آن پروژه‌های سرمایه‌گذاری با بهره‌وری نهایی سرمایه، تأمین مالی می‌شوند. تخصیص هنگامی بهینه است که بیشترین بخش سرمایه متوجه سودآورترین فعالیت شود. پس تخصیص سرمایه هنگامی درست انجام می‌شود که شرکتهایی که فرصتهای سرمایه‌گذاری بهتری دارند، سرمایه مورد نیاز خود را تأمین کنند و آن بخشهای اقتصاد که بازدهی کمتری دارند (با محدودیت بیشتر روبرو هستند) از سرمایه محروم شوند (راعی و تلنگی، ۱۳۸۳، ص ۴۸۲).

### کارایی عملیاتی

کارایی عملیاتی، اشاره به تسهیل و سرعت مبادلات در بازار دارد، که از طریق آن بازارهای سرمایه امکان ملاقات خریداران و فروشندگان را ممکن می‌سازند. این نوع کارایی، منجر به افزایش سرعت نقدشوندگی داراییها می‌شود. بازاری از نظر عملیاتی، کارا محسوب می‌شود که هزینه انجام مبادلات در حداقل سطح ممکن باشد. سه مشخص کارایی عملیاتی بازار را می‌توان به صورت زیر بیان نمود (راعی و تلنگی، ۱۳۸۳، ص ۴۸۲):

۱) چنانچه کارگزاران و معامله‌گران، سودهای عادی و معقولی را (با توجه به سطح ریسک فعالیتشان) به دست آورند، بازار از لحاظ عملیاتی کاراست؛

- ۲) کارایی عملیاتی بستگی به درجه رقابت بین کارگزاران و معامله گران (سهولت در ورود و خروج) دارد؛
- ۳) کارایی تخصیصی، مستقیماً به سطح کارایی عملیاتی در هر بازاری مرتبط است.

### گونه‌های سه گانه کارایی اطلاعاتی بازار سرمایه

کارایی اطلاعاتی بازار در سه سطح، از نظر مفروضات و پیامدهای آن مطرح است که مفهوم فرضیه بازارکارا<sup>۱۱</sup> است پیش فرض این شکل از دسته‌بندی را می‌توان به نقل از هاگن، چنین بیان کرد: «فرضیه بازار کارا (EMH)<sup>۱۱</sup>، یک مفهوم سیاه و سفید نیست؛ یعنی بازار نه کاملاً کاراست و نه کاملاً غیرکارا» (راعی و تلنگی، ۱۳۸۳، ص ۴۸۴):

لذا، شاید در دسته‌بندی‌های زیر به ظاهر، هم انباشتگی مطالب مشاهده شود در دیدگاه دوم، در کل بازار کارا ۴ رفتار یا ویژگی زیر را از خود نمایش می‌دهد، که آزمونها به بررسی هر یک از ویژگیهای مذکور می‌پردازند: (راعی و تلنگی، ۱۳۸۳، ص ۴۸۵-۴۸۶).

- ۱) قیمت سهام، سریعاً و به درستی به اطلاعات جدید پاسخ می‌دهد؛
- ۲) تغییرات در بازده مورد انتظار سهام، از دوره‌ای به دوره بعد، تنها به تغییرات در سطح نرخ بدون ریسک و تغییرات در سطح صرف ریسک سهام، مرتبط است. بازده مربوط به سایر عوامل به غیر از موارد فوق، غیرقابل پیش‌بینی (تصادفی) است؛
- ۳) با بررسی ویژگیهای سرمایه‌گذاریهای فعلی، غیرممکن است که بین سرمایه‌گذاریهای سودآور و غیرسودآور در آینده تمایز قائل شد. به بیانی، قواعد معامله برای کسب بازده بیشتر شکست می‌خورند؛
- ۴) سرمایه‌گذاران حرفه‌ای در ایجاد بازده بیشتر به صورت فردی یا گروهی، شکست می‌خورند.

### ۲-۱-۲- آزمونهای کارایی بازار سرمایه

با بررسی متون مربوط به آزمونهای کارایی بازار، ملاحظه می‌گردد که محققان، آزمونهای انجام یافته پیرامون کارایی بازار سرمایه را به دو شیوه بررسی نموده‌اند. دسته اول، آزمونها را مطابق با شکلهای مختلف کارایی بازار (ضعیف، نیمه قوی، قوی) تفکیک نموده‌اند. دسته دیگری از محققان، آزمونهای کارایی بازار را به صورت موضوعی تقسیم‌بندی نموده‌اند.

همچنان که ملاحظه می‌گردد در این رویکرد، آزمونها به تأیید یا رد فرضیه بازار کارا (و نه در سطحهای مختلف آن) می‌پردازند. باید توجه نمود که ماهیت برخی از آزمونها به شکلی است که در

صورت کسب نتایج خاص، به طور مثال بازار در شکل نیمه قوی، کارا خواهد بود و با مشاهده نتایجی دیگر، بازار در سطح قوی کارا خواهد بود.

## ۲-۲- فرضیه بازار فرکتال

Hurst (۱۹۷۸-۱۹۰۰) در پروژه ساخت سدی بر روی رود نیل همکاری می کرد. به همین خاطر او در این باره تحقیقات وسیعی را آغاز نمود که به او نام پدر نیل را اعطا کردند. رودخانه نیل برای Hurst به عنوان متخصص آب شناسی یک موضوع جالب بود. در طراحی سد، آب شناسان علاقه مند بودند که با توجه به ورود آب که ناشی از پارامترهای مختلف طبیعی بود از جمله ریزش باران، طغیان رودخانه و ... ظرفیت سد را تخمین بزنند. همچنین می بایست مقدار مشخصی از آب برای کشاورزی نیز آزاد شود. از آنجاکه ظرفیت مخزن سد بر اساس ورودی و خروجی آب است. بسیاری از آب شناسان با این فرض که ورودی آب فرایندی تصادفی است تحقیقات خود را آغاز کردند. Hurst با توجه به آمار موجود در مورد رکورد های ثبت شده از سال ۶۲۲ تا ۱۴۶۹ به این نتیجه رسید که این آمار ها تصادفی نیست. طغیان های بزرگتر از میانگین توسط طغیان های مشابه دنبال می شود و طغیان های کوچکتر از میانگین توسط طغیان های مشابه (کوچکتر از میانگین) دنبال می شود. به طور خلاصه به نظر می رسد که طغیانها دوره ای است ولی طول دورهها، غیردوره ای (پریودیک) است تحلیل استاندارد مشخص می نماید که همبستگی معنی دار آماری میان مشاهدات وجود ندارد در همین راستا Hurst متدولوژی خود را تدوین و ارائه کرد، در مقابل فرضیات بازار کارا می توان فرضیات بازار فرکتال را که توسط پیترز (۲۰۰۵) مطرح شده است نیز ارائه نمود:

- (۱) وقتی بازار از سرمایه گذاران با افق های مختلف سرمایه گذاری تشکیل شده باشد بازار پایدار خواهد بود. و این موضوع به ما اطمینان می دهد که مقدار نقدینگی لازم جهت معامله در بازار وجود دارد.
- (۲) مجموعه اطلاعات در کوتاه مدت بیشتر به فاکتور های تکنیکی و حساسیت بازار بستگی دارد تا در بلند مدت.
- (۳) اگر اتفاقی رخ دهد که اعتبار اطلاعات بنیادی زیر سوال برود آنگاه سرمایه گذاران بلند مدت فعالیت خود را متوقف کرده یا بر اساس افق کوتاه مدت عمل می کنند. وقتی افق سرمایه گذاری تمامی فعالان بازار به یک سطح یکنواخت برسد بازار ناپایدار می شود آنگاه سرمایه گذاران بلند مدت که وظیفه آنها پایدار کردن بازار از طریق توزیع نقدینگی به سرمایه گذاران کوتاه مدت است دیگر در بازار حضور نخواهند داشت.

۴) قیمت‌ها منعکس‌کننده ترکیب معاملات تکنیکی کوتاه مدت و ارزش‌های بنیادی بلند مدت است. بنابراین تغییر قیمت‌های کوتاه مدت نوسانی‌تر یا نویزی‌تر از معاملات بلند مدت است. روند‌های بنیادی بازار نشان‌دهنده تغییر در درآمدهای مورد انتظار است که ناشی از رفتار گله‌ای است. لزومی ندارد که انتظار داشته باشیم که طول روندهای کوتاه مدت به روند‌های اقتصادی بستگی داشته باشد.

۵) اگر سهام وابستگی به سیکل‌های اقتصادی نداشته باشد. بنابراین روند‌های بلند مدت وجود نخواهند داشت. بنابراین معامله‌گری نقدی و اطلاعات کوتاه مدت بر بازار مساط خواهد شد.

### ۱-۲-۲- تحلیل فرکتالی (روش R/S)

آنالیز آماری استاندارد با فرض اینکه سیستم تحت بررسی تصادفی است آغاز می‌شود. به همین خاطر فرایند علی که سری زمانی را می‌سازد بخش‌های مختلفی دارد مانند درجات آزادی که تقابل این بخش‌های متفاوت بسیار پیچیده است و توضیح قطعی آنها نیز بسیار بفرنج است. تنها احتمالات می‌تواند به ما در درک آن کمک کند بر اساس این فلسفه حالت تصادفی و قطعی نمی‌تواند با هم رخ دهند. برای تحلیل آماری این سیستم و برای ایجاد یک ساختار عمومی، نیازمند تئوری احتمالی که غیر پارامتریک باشد هستیم به همین خاطر به آماری نیاز است که هیچ پیش فرضی درباره شکل تابع توزیع احتمال وجود نداشته باشد.

آمار گوسی استاندارد تحت فرضیات قطعی بهتر عمل می‌کند از جمله تئوری حد مرکزی بیان می‌دارد که هرچه بیشتر دنباله داشته باشیم توزیع یک توزیع نرمال با منحنی به شکل زنگوله (نرمال) خواهد بود. بطوریکه اتفاقات به صورت توزیع یکنواخت و مستقل اندازه‌گیری می‌شود یعنی وقایع نباید بریکدیگر اثر بگذارند و احتمال وقوع آنها یکسان است برای مدت زیادی فرض بر این بود که سیستم‌های پیچیده و بزرگ به این صورت مدل می‌شوند. حال اگر یک سیستم تحت بررسی دارای توزیع یکنواخت و مستقل نباشد ما نیازمند یک روش غیر پارامتریک هستیم که این روش غیر پارامتریک توسط Hurst شناسایی شد که در مقاله‌ای تحت عنوان "ظرفیت مخازن در بلند مدت" در سال ۱۹۵۱ ارائه گردید. البته او این روش را به سیستم‌های طبیعی مختلفی توسعه داد. برای ما یک روش نوین آماری جهت شناسایی و تمایز سیستم‌های تصادفی و غیر تصادفی ایجاد کرد که دارای روند‌های متحد و سیکل‌های زمانی هستند. به طور خلاصه او روشی تحت عنوان "آنالیز بازه با مقیاس مجدد" یا تحلیل R/S جهت تمایز سری‌های زمانی تصادفی از سری‌های زمانی فرکتالی ارائه نمود.



Hurst از کارهای انشتین (۱۹۰۸) در مورد حرکت‌های براونی آگاه بود. حرکت های براونی به عنوان یک مدل اولیه گشت تصادفی محسوب می‌شود. بر اساس یافته های انشتین فاصله هایی که اجزاء تصادفی پوشش می دهند با ریشه دوم زمان افزایش می یابد به عبارتی:

$$R = T^{0.5} \quad (1)$$

فاصله پوشش یافته: R

شاخص زمانی: T

از رابطه فوق در اقتصاد مالی برای سنجش نوسانات سالیانه با کاربست انحراف استاندارد بازده های ماهیانه و ضرب آنها و گرفتن ریشه دوم استفاده می شود. فرض ما بر این است که بخش بازده ها با ریشه دوم زمان افزایش می‌یابد. Hurst با استفاده از این مشخصه، تصادفی بودن طغیان رودخانه نیل را به کمک روابط ریاضی زیر آزمون کرد:

$$X_m = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n \quad (2)$$

$$S_n = \sum_{r=1}^m \sqrt{(x_r - x_m)^2} \quad (3)$$

$$Z_r = (x_r - x_m) \quad (4)$$

$$Y_1 = (z_1 + z_r) \quad (5)$$

$$R_n = \max(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) - \min(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \quad (6)$$

اندیس n برای  $R_n$  بیان می دارد که این محدوده اصلاح شده برای  $x_1, x_2, \dots, x_n$  است چون y به میانگین صفر اصلاح شده است ماکزیمم y بزرگتر یا مساوی صفر است و مینیمم آن کوچکتر یا مساوی صفر است و  $R_n$  همیشه غیر منفی است. حال اگر به جای n، T قراردهیم به معادله  $R = T^{0.5}$  میرسیم که سری زمانی مستقل است. این روش برای افزایش ارزش n به صورت معادله بالا صرفاً برای سری های زمانی که حرکت براونی دارد، کاربرد پیدا می‌کند. چون آنها میانگین صفر و واریانس ۱ دارند برای استفاده از این مفهوم در سری های زمانی که حرکت براونی ندارند باید معادله را عام تر کرد و سیستمی را در نظر بگیریم که مستقل نیستند و Hurst معادله زیر را عام تر از معادله بالا در نظر گرفت:

$$(R / S)_n = cn^H \quad (7)$$

که در  $(R/S)_n$  به منظور ارزش R/S برای  $x_1, x_2, \dots, x_n$  و  $C=a$  ثابت است. ارزش R/S در معادله بالا به بازه تجدید نظر شده باز می‌گردد چون دارای میانگین صفر است. در حالت عمومی ارزش مقیاس R/S وقتی زمان زیاد می‌شود n با توان H که H به عنوان نمای مدل Hurst است. این اولین ارتباط پدیده مدل Hurst و هندسه فرکتالی است تمامی مقیاس های فرکتالی بر اساس قانون توان می‌باشد و یکی از خصوصیات فرکتالی می‌باشد.

مقیاس مجدد بازه اصلاح شده با تقسیم بر انحراف استاندارد یک شاهکار بزرگ بود. Hurst این عمل را شخصاً برای اولین بار انجام داد. از این طریق توانست پدیده های متفاوتی را برای اولین بار با هم مقایسه کند. همان طور که خواهیم دید مقیاس مجدد این امکان را می‌دهد که بازه های زمانی متفاوت را با یکدیگر مقایسه کنیم. برای مقایسه داده های بازه سهام در ۱۹۲۰ و ۱۹۸۰ وجود تورم یک معضل بود که مقیاس مجدد یعنی روش R/S این معضل را حداقل رسانی.

با مقیاس مجدد داده ها با میانگین صفر و انحراف استاندارد یک امکان مقایسه پدیده های متفاوت با بازه های زمانی مختلف وجود دارد. Hurst حتی استاندارد سازی مجدد در تئوری گروه در فیزیک را پیش بینی کرد. تحلیل بازه ها با مقیاس مجدد می‌تواند سری های زمانی که مشخصات مقیاسی ندارند را تشریح کند که این یکی دیگر از خصوصیات فرکتالی است.

نمای Hurst می‌تواند توسط شیب خطی که از پلات  $\text{LOG}(R/S)$  در مقابل  $\text{LOG}(n)$  ایجاد می‌شود حساب کرد. اگر سیستم به صورت مستقل توزیع شده باشد آنگاه  $H=0.5$  خواهد بود. بر اساس اطلاعات رودخانه نیل «Hurst» به  $H=0.9$  رسید. این بدین مفهوم است که بازه با مقیاس مجدد با نرخ سریعت نسبت به ریشه مربعات زمان افزایش می‌یابد و سیستم مسافت بیشتری از فرایند تصادفی را پوشش می‌دهد و برای پوشش مسافت بیشتر، تغییرات سالیانه طغیان رودخانه بوسیله یکدیگر اثر می‌کنند که آنها می‌بایست همبسته باشند.

وقتی Hurst تصمیم گرفت روده های دیگر را بررسی کند پیشینه اطلاعات رود های دیگر مانند رود نیل گسترده نبود. لذا تصمیم گرفت این روش را در مورد پدیده های دیگر مانند آفتاب گرفتگی، سیل، مه گرفتگی و یا هر چیزی که دارای سری زمانی طولانی مدت است به کار گیرد. نتایج تحقیق او در جدول شماره (۱) زیر چاپ شده است.

جدول (۱): نتایج تحقیق «Hurst» در خصوص پدیده‌های مختلف

Phenomenon	Range of N Years	Properties of K from Natural Phenomena		K			Coeff. of Autocorrelation
		Phenomena	Sets	Mean	Std. Devn.	Range	
River discharges	10-100	39	94	0.72	0.091	0.50-0.94	0.025 ± 0.26 n = 15
Roda Gauge	80-1,080	1	66	0.77	0.055	0.58-0.86	
River and lake levels	44-176	4	13	0.71	0.082	0.59-0.85	
Rainfall	24-211	39	173	0.70	0.088	0.46-0.91	0.07 ± 0.08* n = 65
Varves							
Lake Saki	50-2,000	1	114	0.69	0.064	0.56-0.87	-0.07 ± 0.11 n = 39
Moen and Tamiskaming	50-1,200	2	90	0.77	0.094	0.50-0.95	
Corintos and Haileybury	50-650	2	54	0.77	0.098	0.51-0.91	
Temperatures	29-60	18	120	0.68	0.087	0.46-0.92	
Pressures	29-96	8	28	0.63	0.070	0.51-0.76	
Sunspot numbers	38-190	1	15	0.75	0.056	0.65-0.85	
Tree-rings and spruce index	50-900	5	105	0.79	0.076	0.56-0.94	
Totals and means of sections							
Water statistics		83	346	0.72	0.08	0.46-0.94	
Varves		5	258	0.74	0.09	0.50-0.95	
Meteorology and trees		32	268	0.72	0.08	0.46-0.94	
Grand totals and means	10-2,000	120	872	0.726	0.082	0.46-0.95	

\*Includes also river discharges.

From H. E. Hurst, "The Long-Term Storage Capacity of Reservoirs," *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116 (1951), Reproduced with permission.

### ۲-۲-۲- تفسیر نمای رابطه Hurst

بر اساس تئوری اصلی  $H=0.5$  به عنوان یک فرآیند مستقل محسوب می شود. تحلیل R/S غیر پارامتریک است و به همین دلیل، نیازی به شکل تابع توزیع ندارد و  $0.5 \leq H \leq 1.00$  مربوط به سری زمانی پایدار می باشد این سری زمانی پایدار بوسیله اثر حافظه بلند مدت مشخص می شود. به صورت نظری یعنی هر اتفاقی که امروز می افتد برای همیشه در آینده تاثیر می گذارد مطرح شده است. با توجه به اینکه بر اساس دینامیک آشوب، بین رویدادهای آتی با شرایط اولیه یک وابستگی وجود دارد، این حافظه بلند مدت توجه به مقیاس زمانی اتفاق می افتد. در حقیقت تمامی تغییرات روزانه با تغییرات روزهای آتی همبستگی دارد و به این ترتیب، تمامی تغییرات هفتگی با

تغییرات هفته‌های آتی همبستگی دارد و در هیچ مشخصات، مقیاس زمانی وجود ندارد. این مشخصه اصلی یا کلیدی یک سری زمانی فرکتالی است.

$0 \leq H \leq 0.5$  نشان دهنده ناپایداری است. یک سیستم غیر پایدار فاصله‌ای کمتر از یک حالت تصادفی را پوشش می‌دهد.

### ۳- فرضیه‌های پژوهش

- بررسی همبستگی بین شاخص بازار از طریق خواص فرکتالی امکان‌پذیر است.
- نوسانات شاخص بازار به صورت کاملاً رندوم می‌باشد.
- نوسانات شاخص در مقیاس کوچک (ثانیه و دقیقه) با مقیاس بزرگ (ماه یا سال) همخوانی دارد.

### ۴- روش شناسی پژوهش

روش پژوهش، توصیفی و جامعه آماری، شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۸۰ می‌باشند. چارک پرمعامله شرکتهای فوق به عنوان نمونه این تحقیق انتخاب خواهد شد، که نمونه‌گیری از نوع تصادفی بوده و تعمیم‌پذیری آن بصورت زمانی و مکانی خواهد بود.

### ۵- مدل پژوهش: الگوریتم روش R/S (راهنمای مرحله به مرحله جهت آزمون)

۱- با یک سری زمانی با طول  $M$  شروع می‌کنیم و بعد این سری را با یک سری با طول  $N=M-1$  با نرخ لگاریتمی تبدیل می‌کنیم:

$$N_i = \log \frac{M_{i+1}}{M_i} \quad i=1,2,\dots,(M-1) \quad (8)$$

۲- سپس بازه زمانی را به  $A$  تا زیر بازه با طول  $n$  تقسیم می‌کنیم که  $A*n=N$  و هر زیر بازه را،  $I_a$  می‌نامیم که  $a=1,2,\dots,A$  و هر عضو  $I_a$  به صورت  $N_{k,a}$  که  $k=1,2,\dots,n$  شناخته می‌شود و هر  $I_a$  با طول  $n$  میانگین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_a = \left(\frac{1}{n}\right) + \sum_{k=1}^n N_{k,a} \quad (9)$$

که  $e_a$  میانگین هر یک از  $N_i$  هاست که شامل زیر بازه‌های  $I_a$  با طول  $n$  می‌باشد.

۳- سری زمانی انحرافات تجمعی  $(X_{k,a})$  از میانگین هر زیر بازه  $I_a$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(X_{k,a}) = \sum_{i=1}^k (N_{i,a} - e_a) \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

۴- بازه به صورت ماکزیمم منهای مینیمم  $(X_{k,a})$  هر زیر بازه  $I_a$  تعریف می شود:

$$R_{I_a} = \max(x_{k,a}) - \min(x_{k,a}) \quad 1 \leq k \leq n \quad (11)$$

۵- انحراف استاندارد نمونه برای هر زیر بازه  $I_a$  به صورت زیر محاسبه می شود

$$S_{I_a} = \left( \left( \frac{1}{n} \right) \sum_{k=1}^n (N_{k,a} - e_a)^2 \right)^{1/2} \quad (12)$$

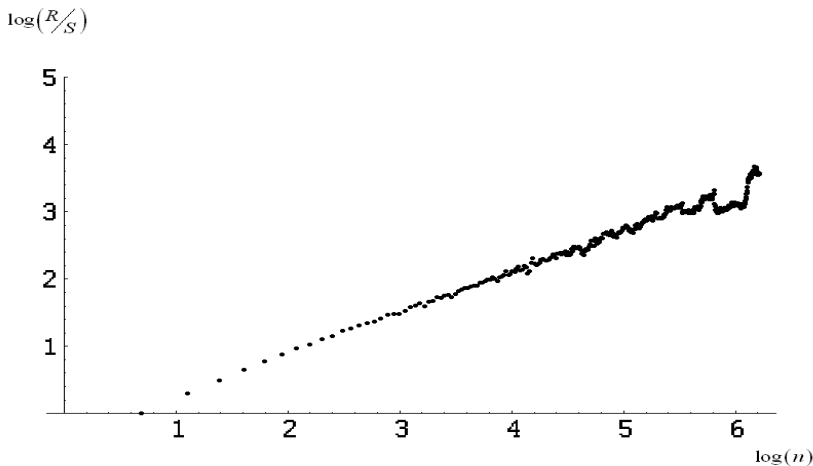
۶- هر بازه  $R_{I_a}$  استاندارد شده که بوسیله  $S_{I_a}$  تقسیم شده است بنابراین بازه با مقیاس مجدد برای هر زیر بازه معادل است با  $R_{I_a} / S_{I_a}$  بنابراین میانگین R/S برای طول n به صورت زیر تعریف می شود:

$$(R / S)_n = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A \frac{R_{I_a}}{S_{I_a}} \quad (13)$$

۷- ما از ارزش n استفاده می کنیم که شامل ابتدا و انتهای نقاط سری زمانی است. و قدم های ۱ الی ۶ تکرار می شود تا  $n=(M-1)/2$  حال می توانیم با ایجاد رگرسیون حداقل مربعات که در آن  $\log(n)$  متغیر مستقل و  $\log(R/S)$  متغیر وابسته است. محل تقاطع برای تخمین عدد ثابت  $\log(c)$  استفاده می شود و شیب معادله به عنوان نمای الگوی Hurst تخمین زده می شود.

### ۶- نتایج آزمون عملی الگوریتم روش R/S

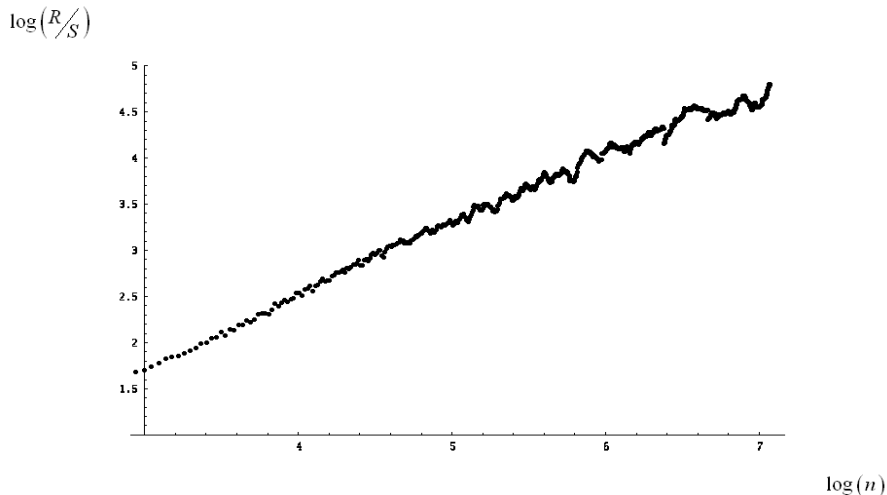
در این بخش الگوریتم روش R/S که در بخش های قبلی مطرح شد، ابتدا در مورد یک سری زمانی تصادفی آزمون می شود. ب در شکل زیر نمای Hurst برای داده های تصادفی می تواند توسط شیب خطی که از پلات  $\log(R/S)$  در مقابل  $\log(n)$  ایجاد می شود، حساب کرد. بر اساس محاسبه، H (شیب خط) در این حالت می بایست ۰/۵ باشد که همانطور که در شکل مشاهده می شود شیب خط برابر ۰/۵ می باشد.



در ادامه جهت آزمون یک سری زمانی واقعی، از داده های شاخص کل بورس در طول ۱۰ سال گذشته در بازه های زمانی روزانه و هفتگی استفاده شده است. همچنین وقتی فاصله های زمانی را تغییر می دهیم می توانیم موارد زیر را انتظار داشته باشیم:

- ۱) نمای Hurst وقتی فاصله های زمانی افزایش می یابد، زیاد می شود. در فاصله های زمانی کوتاهتر و یا با تواتر زمانی بیشتر احتمال وجود نوسان در داده ها بیشتر است. نمونه گیری با تواتر کمتر می تواند تاثیر نوسان را کمتر یا حتی حذف کند.
- ۲) هر سیکل که در بازه های طولانی تر وجود دارد در بازه های کوتاه تر هم باقی می ماند. مثلاً اگر دوره ای در ۱۰۰۰ داده با تواتر یک روزه وجود داشته باشد همان دوره در ۱۰۰ داده با تواتر ده روزه نیز وجود خواهد داشت.
- ۳) دو نکته اول زمانی صدق می کند که فرآیند گشت تصادفی، گوسی نباشد.

در شکل زیر نمای Hurst برای داده های روزانه می تواند توسط شیب خطی که از پلات  $\log(R/S)$  در مقابل  $\log(n)$  ایجاد می شود، حساب کرد. بر اساس محاسبه،  $H$  (شیب خط) برابر است با  $H=0.715827$ . اگر با توجه به نکته اول که در بالا اشاره شد تواتر زمانی را از حالت روزانه به هفتگی افزایش دهیم آنگاه مقدار  $H$  افزایش خواهد یافت و به عدد  $H=0.716377$  خواهد رسید که موید نکته بالا خواهد بود.



نتایج فوق را می توان در جدول ذیل به طور خلاصه ارائه نمود:

H	نمای هرست نوع داده
0.500001	داده های تصادفی
0.715827	شاخص کل(روزانه) از سال ۸۰ الی ۸۹
0.716377	شاخص کل(هفتگی) از سال ۸۰ الی ۸۹

#### ۷- نتیجه گیری و بحث

بازار و تحلیل آن از مؤلفه های مهم تصمیم گیری سرمایه گذاری در اوراق بهادار نظیر سهام عادی است. در مبانی علمی مرتبط با موضوع فرضیات مختلفی ارائه شده است که از جمله مهم ترین آنها فرضیه بازار فرکتال و فرضیه بازار کارا است. فرضیه های قطعی و تصادفی بودن در کارکرد بازار نیز از دیگر موضوعات با اهمیت بازار سرمایه است. مطالعه حاضر، ضمن بررسی تئوریک فرضیات مذکور، به آزمون مفروضات الگوی پیشنهادی Hurst به روش  $R/S$  پرداخته است.

بر اساس این الگو، وقتی  $H=0.5$  باشد به معنی این است که داده ها از یک فرآیند گوسی مستقل تبعیت می کنند. ولی همانطور که از نتایج مطالعه مشاهده می شود مقدار  $H$  از عدد 0.5 متفاوت است. وقتی مقدار  $H$  در بازه  $0.5 < H < 1.00$  قرار می گیرد بدین معنی که اتفاقات گذشته، در اتفاقات روزهای

آتی تاثیر گذار است. به بیان کاملتر تغییرات روزانه با تغییرات روزهای آتی و تغییرات هفتگی با تغییرات هفته‌های آینده همبستگی دارد. در این حالت سری زمانی خاصیت فرکتالی دارد. با توجه به اینکه نتایج حاصل از مطالعه، که فرضیات بازار کارا بر پایه روش‌های آماری سنتی شکل گرفته است و برای مدل کردن در این بازار فرض بر اینست که بازار بازی با شانس است و هر خروجی از خروجی ما قبل مستقل است و سرمایه‌گذاری روی سهام مانند قمار است کاملاً رد می‌شود. بنابراین نتایج مطالعه حاضر نشان داده و تأیید نمود که می‌بایست فرضیات بازار فرکتال را به عنوان جایگزینی برای فرضیه بازار کارا در نظر گرفت و همچنین در مدل قیمت‌گذاری دارائی‌های سرمایه‌ای (CAPM) و همچنین دیگر الگوهای CAPM توسعه یافته که بر اساس فرضیه بازار کارا شکل گرفته است، تجدیدنظر کرد. با توجه به نتایج مطالعه به سرمایه‌گذاران و فعالان بازار سرمایه پیشنهاد می‌گردد که از نتایج آن مطالعه در تحلیل کارکرد بازار جهت تصمیم‌گیری در خرید سهام استفاده کنند. به محققان آتی پیشنهاد می‌شود که این مطالعه را با توجه به داده‌های دیگر شاخص‌ها نظیر شاخص صنعت، شاخص ۵۰ شرکت برتر و ... براساس الگوی R/S و DFA نیز آزمون کنند

#### فهرست منابع

- ۱) سینایی، حسنعلی، (۱۳۷۳)، «سنجش کارایی در بورس اوراق بهادار تهران»، تحقیقات مالی، سال اول شماره ۲.
- ۲) فدایی‌نژاد، اسماعیل، (۱۳۷۳)، «آزمون شکل ضعیف نظریه بازار کارای سرمایه در بورس اوراق بهادار تهران»، تحقیقات مالی، سال دوم شماره ۵ و ۶.
- ۳) جهانخانی، علی و حسین عبده تبریزی، (۱۳۷۲)، «نظریه بازار کارای سرمایه»، تحقیقات مالی، سال اول شماره ۱.
- ۴) راعی، رضا و احمد تلنگی، (۱۳۸۳)، مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته، انتشارات سمت.
- ۵) رهنمای رودپشتی، فریدون و پرهام پدram، (۱۳۹۰)، شناسایی دروه‌های تناوبی و غیر تناوبی شاخص بورس اوراق بهادار تهران با روش اصلاح شده R/S، مطالعات مالی، سال سوم شماره ۱.
- 6) Anis, A. A., and Lloyd, E. H. (1976), "The Expected Value of the Adjusted Rescajed Hurst Range of Independent Normal Summands" *Biometrika* 63.
- 7) Black, F., Jensen, M. C., and Scholes, M. (1972), "The Capital Asset Pricing Model: Some Em- pirical Tests," in M. C. Jensen, ed., *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger.
- 8) Brock, W. A. (1986), "Distinguishing Random and Deterministic Systems," *Journal of Economic Theory* 40.



- 9) Einstein, A. (1908), "Uber die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen," *Annals of Physics* 322.
- 10) Fama, E. F. (1970), "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance* 25.
- 11) Fischer, Donald E & Ronald J, (1991), *Security Analysis and Portfolio Management*, 5d, ed, Prentice-hall.
- 12) Hurst, H. E. (1951), "The Long-Term Storage Capacity of Reservoirs," *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116.
- 13) Mandelbrot, B. (1982), *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman.
- 14) Mandelbrot, B. (1960), "The Pareto—Levy Law and the Distribution of Income," *International Economic Review* 1.
- 15) Mandelbrot, B. (1963), "The Stable Paretian Income Distribution when the Apparent Exponent is Near Two," *International Economic Review* 4.
- 16) Mandelbrot, B. (1961), "Stable Paretian Random Functions and the Multiplicative Variation of Income," *Econometrica* 29.
- 17) Mandelbrot, B. (1972), "Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis," *Annals of Economic and Social Measurement* I.
- 18) Mossin, J. (1966), "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Economerrica Murray, J. D. Mathematical* 34.
- 19) Reilly, Frank K. and Keith C. Brown, (2000), *Investment Analysis and Portfolio Management*, 6d. ed., the Dryden Press.
- 20) Sharpe, W. F. (1964), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," *Journal of Finance* 19.
- 21) Sharpe, W. F. (1963), *Portfolio Theory and Capital Markets*. New York: McGraw-Hill, 1970. Sharpe, W. F. "A Simplified Model of Portfolio Analysis," *Management Science* 9.

#### یادداشت‌ها

1. Chartiste
2. Fundamentalist
3. Capital Market Efficiency
4. Informational Efficiency
5. Allocational Efficiency
6. Operational Efficiency
7. Weak Form
8. Semi-Strong Form
9. Strong Form
10. Efficient Market Hypothesis (EHM)
11. Strong Form