فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال سوم/ شماره نهم/ بهار ۱۳۹۳

برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از نظریه ارزش فرین در بورس اوراق بهادار تهران

رسول سجاد
عضو هیات علمی دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه علم و فرهنگ

شهره هدایتی
دانشجوی دوره کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه علم و فرهنگ
Hedayati_shohreh@yahoo.com

شراره هدایتی
دانشجوی دوره کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه علم و فرهنگ

تاریخ دریافت: ۹۲/۲/۱۵ تاریخ پذیرش: ۹۲/۷/۱۹

چکیده

ماهیت فعالیت‌های تجاری و سرمایه‌گذاری به گونه‌ای است که کسب بازده، مستلزم تحمل ریسک است. یکی از روش‌های شناخته شده برای اندازه گیری پیش بینی و مدیریت ریسک،ارزش در معرض خطر است. علاوه براین مدیریت ریسک مشکلات زیادی در مواجه با رویدادهای فرین دارد. در این مقاله مقدار ارزش در معرض خطر با استفاده از هفت روش مختلف از جمله نظریه ارزش فرین و برای سه سطح اطمینان،برای بازده لگاریتمی شاخص کل بورس تهران، نرخ برابری دلار و یورو به صورت روزانه محاسبه شده است. همچنین به منظور پیش‌بینی نوسانات بازده از مدل GARCH استفاده شده است. برای بررسی کفایت دقت مدل‌های بکار گرفته شده، آزمون‌های نسبت شکست‌های کوپیک، کریستوفرسن و تابع زیان لوپز را به کار برده‌ایم. نتایج حاصل نشان می‌دهد که محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از روش‌های سنتی لزوماً به نتایج مناسبی نمی‌انجامد و در برخی از موارد استفاده از نظریه ارزش فرین و در نظر گرفتن نوسانات شرطی برای داده‌ها موجب نتایج بهتری می‌شود این نتایج بیشتر در سطح اطمینان های بالاتر قابل مشهود تر است.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر، نظریه ارزش فرین، شبیه‌سازی تاریخی، شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده، توزیع تعمیم یافته پرتو، پس‌آزمایی.

۱- مقدمه

با توجه به وجود همزمان ریسک و بازده در فعالیت‌های تجاری و سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران به طور همزمان ریسک و بازده حاصل از گزینه‌های مختلف را مد نظر قرار می‌دهند. بنابراین ریسک جز جدانشدنی بازده است و نمی‌توان در مورد سرمایه‌گذاری بدون توجه به ریسک مترتب آن بحث نمود. تلاش‌ها برای طراحی ابزار اندازه‌گیری ریسک از نیمه اول قرن بیستم آغاز شد، مکالی (۱۹۳۸) ، دیرش[۱]را به عنوان سنجه ریسک معرفی کرد که ابزاری ساده و در عین حال کارآمد برای سنجش ریسک اوراق بهادار با در آمد ثابت است. ادامه بررسی‌های مکالی به شناسایی رابطه غیرخطی ارزش اوراق بهادار با در آمد ثابت و نرخ بهره بازار منتهی شد و معیار تحدب[۲] به عنوان شاخصی مکمل برای محاسبه ریسک این اوراق معرفی گردید(کورنت ۱۹۹۹). در ادامه هری مارکویتز (۱۹۵۲)- برنده جایزه نوبل- با ارائه مدلی کمی جهت انتخاب سبد دارایی‌ها، برای اولین بار مقوله ریسک را در کنار بازده مدنظر قرار داد. وی انحراف معیار را به عنوان سنجه ریسک در نظر گرفت. به دلیل آن‌که کار محاسبه داده‌ها در آن پیچیده و وقت‌گیر بود، مدل وی، در عمل مورد استفاده قرار نگرفت. شاگرد او ویلیام شارپ با همکاری دیگران توانست تئوری پورتفو را به عنوان معیار استاندارد و کاربردی در محاسبه ریسک مالی، در دنیای واقعی مطرح سازد. او شاخص بتا را برای اندازه‌گیری تغییرات نسبی ارزش هر سهم در قبال تغییرات نسبی ارزش بازار با معرفی خط مشخصات[۳] ارائه کرد. وی با طراحی مدل قیمت گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای، مدیریت علمی سبد دارایی را پایه‌گذاری نمود (آلن ۲۰۰۲). یکی از روش‌های شناخته شده برای اندازه‌گیری، پیش‌بینی و مدیریت ریسک، ارزش در معرض خطر[۴]بوده که در سال‌های اخیر مورد توجه و استقبال گسترده نهادهای مالی قرار گرفته است. تمرکز ما بر ارزش در معرض خطر به دلیل توجه غیر قابل انکار محققان، تحلیل‌گران، سرمایه‌گذاران، مؤسسات مالی نهادهای نظارتی و دیگر فعالان موجود در بازار به این معیار می‌باشد. علاوه براین مدیریت ریسک مشکلات زیادی در مواجه با رویدادهای فرین دارد. این رویدادها غیر محتمل است ولی در صورت وقوع ممکن است بسیار پرهزینه باشد. به عبارت دیگر احتمال رخداد این حوادث پایین است ولی اثرات بزرگی به همراه دارد. با توجه به اهمیت این حوادث، ارائه برآوردهایی از سنجه‌های ریسک فرین یکی از کلیدی‌ترین مسائل مربوط به مدیریت ریسک است. برای بررسی مقادیر فرین استفاده از نظریه ارزش فرین[۵]راهکاری مناسب است زیرا، اولاًبا توجه به اینکه ارزش‌های فرین نادر است و مشاهدات کمی در دنباله‌ها وجود دارد استفاده از توزیع‌های آماری شناخته شده را جهت تعیین رفتار دنباله‌ها دچار مشکل می‌نماید. دوم اینکه براساس مطالعات انجام گرفته، وجود دنباله‌های متراکم و مخصوصاً غیر نرمال در سری بازده‌های مالی مشهود است. سوم اینکه همیشه این احتمال وجود دارد که تحرکات فرین[۶] در

قیمت دارایی‌ها توسط سازوکارهایی ایجاد شوند که به لحاظ ساختاری از عملکرد معمول بازار متفاوت باشد.

مدل ارزش در معرض ریسک توسط موسسه جی. پی. مورگان (۱۹۹۳) را معرفی گردید. این معیار که تمامی انواع ریسک را در یک عدد خلاصه می‌کرد، برای استفاده‌کنندگان بسیار جذاب به نظر آمد و هر روز به کاربردهای آن افزوده شد. با توجه به آنچه در هر دوره به وقوع پیوسته است، می‌توان یک گروه‌بندی از سنجه‌های ریسک ارائه کرد که بر نحوه اندازه‌گیری ریسک استوار است. امروزه از ارزش در معرض خطر به عنوان دانش جدید مدیریت ریسک یاد می‌شود تا آجا که در سال‌های اخیر معیار سنجش ریسک بازار با عبارت ارزش در معرض خطر مترادف گشته است. (عبده تبریزی ۱۳۸۸).داوینسون و اسمیت (۱۹۹۰) مدل‌های دیگری را با استفاده از تعدیل مقادیر فرین پیشنهاد کردند که در آن از یک حد آستانه u استفاده می‌شد. که این مدل GPD نام داشت. امبرچتز و همکارانش(۱۹۹۷) از مدل‌های مقادیر فرین و ارزش در معرض خطر برای بزرگترین ادعای خسارت در مباحث بیمه استفاده کردند. لان‌جین (۲۰۰۰) در مقاله خود به ارائه یک برنامه کاربردی از نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض خطر در موقعیت‌های بازار پرداخت. نظریه ارزش فرین برخی نتایج جالب در مورد توزیع بازده دارایی‌ها را می‌دهد. به طور خاص، حد توزیع بازده‌های فرین مشاهده شده، در دراز مدت از توزیع بازده خودشان مستقل است. در بازارهای مالی، حرکات قیمت‌های فرین متناظر با سقوط سهام بازار، اوراق قرضه و یا سقوط بازار ارز خارجی و بحران است. بنابراین روشی برای محاسبه VaR بر اساس ارزش های فریناین شرایط را پوشش می‌دهد . فری و مک‌نیل (۲۰۰۰) در مقاله خود روشی برای محاسبه VaR که با دنباله توزیع شرطی یک سری دارایی مالی که دارای ناهمسانی واریانس هستند مطرح کردند. در این مقاله از روش حداکثر درستنمایی برای برازش مدل GARCH برای برآورد نوسانات اخیر و از EVT برای برآورد دنباله توزیع جدید مدل GARCH استفاده کردند. از روشی برای برآورد VaR شرطی و ES شرطی استفاده کردند. که شامل دو مرحله بود.آن‌ها نتیجه گرفتند که استفاده از روش‌هایی که شرایط نوسانی را در دارایی‌های مالی بکار می‌گیرد نتایج بهتری ایجاد می‌کند. پولاسک و پوجارلیو(۲۰۰۰) ارزش در معرض خطر را برای بازده‌های NASDAQ 100 محاسبه کردند و نشان دادند که انتخاب مدل واریانس شرطی می‌تواند دقت دقت تخمین ارزش در معرض خطر را به میزان قابل توجهی افزایش دهد. در این تحقیق مدل GARCH عملکرد بهتری را نسبت به مدل‌های ریسک متریک TGARCH، AGARCH، EGARCH و ... نشان داد. گنسی و سلکوک(۲۰۰۴) عملکرد نسبی مدل‌های ارزش در معرض خطر را در مورد بازده‌های روزانه سهام بازارهای نوظهور در کشورهای آرژانتین، برزیل، هنگ کنگ، اندونزی، کره، مکزیک، فلیپین، تایوان، سنگاپور و ترکیه مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در مورد هر کشور مقادیر صدک ۰,۹۹۹ ام را برای

دنباله‌های راست و چپ و با در نظر گرفتن سطح اطمینـان ۹۵٪ بـر اسـاس روش حـداکثر درسـتنمایی بدست آوردند. سپس علاوه بر روش‌های واریانس کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی، از نظریـه ارزش‌هـای فرین، در حالت کلی و عمومی و به طور خاص محاسبه ارزش در معرض خطـر بـرای بازارهـای نوظهـور استفاده نمودند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که توزیع پارتو عمومی، دنباله‌های توزیع‌هـای بـازده در این بازارها را به خوبی توجیه می‌کند. همچنین این نتیجه‌گیری را عنوان نمودند که توزیع پارتو عمومی و نظریه ارزش‌های فرین در حالت کلی و عمومی و به طور خاص برای محاسبه ارزش در معـرض خطـر برای بازارهای نوظهور از اجزای اساسی مدیریت ریسک به شمار می‌روند. رمضـان جنسـای و همکـارش (۲۰۰۴) در این مقاله ارتباط بین مدل‌های ارزش در معرض ریسک و بازده سهام ۹ بازار مختلـف مـورد بررسی قرار گرفت. و روش‌های معروفی مثل واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی بکارگرفته شـده است. برای برآورد VaR از EVT استفاده کردند و دنباله‌های توزیع بازده‌های روزانه را پیش‌بینی کردند. نتایج نشان داد که استفاده از EVT در صدک‌های بالا صحیح‌تر است. به‌علاوه پارامترهای بـرآورد شـده GPD در برخی از کشورها همخوانی ندارد. بنابراین در بعضی از اقتصادها ریسک و بازده شـبیه بـه هـم نیستند. بایستروم (۲۰۰۵) با استفاده از نظریه ارش فرین، دنباله‌هـای توزیـع تغییـرات قیمـت را مـورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که نظریه ارش فرین نتـایج مـوثری در مـدیریت ریسـک و مـدیریت پرتفولیو در زمانی که نوسانات بازار زیاد است، دارد. در این کار از GPD و مدل AR-GARCH اسـتفاده شده است. چان و همکارانش(۲۰۰۷): ارتباط بین مـدل‌هـای فـرین و ارزش در معـرض خطـر را نشـان دادند. در این روش در مرحله اول از نوعی از مدل‌های GARCH بـرای در نظـر گـرفتن عـدم اسـتقلال بازده‌ها استفاده می‌کنند و در مرحله دوم با استفاده از GPD یـک سـری بـاقی مانـده مسـتقل بدسـت می‌آورند. مشکل آن این است که، گاهی تخمـین‌هـای نـامطمئنی بدسـت مـی‌آیـد. فـان و همکـارانش (۲۰۰۸): عنوان کردند که برآورد خودرا با استفاده از انواع مدل های GARCH، بـر اسـاس توزیـع خطـا عمومی (GED) ، برای در ارزش در معرض خطرات (VAR) برای بازده نفت خام در بازارهای نفت انجام داند. نتایج این مطالعه تجربی نشان می‌دهد که روش GARCH - GED مبتنی بر VAR بـه نظـر مـی-رسد موثرتر از روشHSAF (یعنی شبیه سازی تاریخی را با پیش بینی های ARMA) اسـت.بر اسـاس مطالب گفته شد در این مقاله به محاسبه مقدار ارزش در معرض خطر ازروش های مختلف پرداخته ایم تا ضمن به کار گیری هر یک از آنها بتوانیم بهترین روش محاسبه را برای داده های مربوط بـه شـاخص بورس تهران و نرخ برابری دلار و یورو بیابیم.

ارزش در معرض خطر

طبق تعریف هال، جان، (۱۹۴۹) ارزش در معرض ریسک، حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد دارایی برای دوره معینی در آینده ، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیشتر نمی‌شود. به عبارت دیگر ارزش در معرض ریسک بدترین زیان مورد انتظار را تحت شرایط عادی بازار و طی یک دوره زمانی مشخص و در سطح اطمینان معین اندازه می‌گیرد. به عبارت دیگر, ما p درصد اطمینان داریم که طی N روزآتی، قطعاً بیشتر از مبلغ VaR متحمل زیان نخواهیم شد. در این تعریف ارزش در معرض خطر در بردارندهٔ دو پارامتر N یعنی افق زمانی و p یعنی سطح اطمینان است.

تاکنون روش‌های مختلفی برای محاسبه ارزش در معرض خطر ابلاغ شده است، مساله‌ای که در این مورد وجود دارد، این است که، عملکرد این روش‌ها از جنبه‌های مختلفی حائز اهمیت است، که این جنبه‌ها گاهی با هم منافات دارند و روشی که عملکرد آن از یک جنبه بهتر است، ممکن است از نظر دیگر ضعیف‌تر باشد. به همین دلیل نمی‌توان گفت که عملکرد یک روش قطعاً از روش‌های دیگر بهتر است. بنابراین ارزیابی و مقایسه عملکرد روش‌های مختلف محاسبه ارزش در معرض خطر در انتخاب یک مدل مطمئناً برای به دست آوردن منظور استفاده‌کننده از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

ارزش در معرض خطر نرمال

با توجه به قضیه حد مرکزی[۷]، در نظر گرفتن فرض نرمال برای توزیع بازده دارایی ها بسیار رایج و معقول است. این توزیع همچنین به دلیل داشتن دو پارامتر مورد توجه قرار می‌گیرد. محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از فرض نرمال برای بازده دارایی‌ها رابطه ساده‌ای به صورت زیر دارد:

$$\mathrm{VaR}_p(X) = z_\alpha \hat{\sigma}_t + \mu \qquad (۱)$$

به‌طوریکه z_α معرف صدک α ام دنباله سمت چپ توزیع نرمال استاندارد می‌باشد. (محمدی ۱۳۸۷)

روش شبیه‌سازی تاریخی

روش شبیه سازی تاریخی[۸] روشی ناپارامتریک است که براساس اطلاعات گذشته استوار استو مبنای مبنای آن به این صورت است که آینده نزدیک تا اندازه زیادی شبیه گذشته نزدیک است. بنابراین می‌توان از اطلاعات مربوط به گذشته برای پیش‌بینی ریسک آینده استفاده کرد. بدیهی است که این فرض با توجه به شرایط ممکن است معتبر و یا نامعتبر باشد. در این روش مستقیماً از داده‌های شبیه‌سازی تاریخی برای برآورد ریسک استفاده می‌شود و هیچ تعدیلی روی این داده‌ها انجام نمی‌شود. برای برآورد ارزش در معرض خطر کافی است که صدک آلفای توزیع بازده را استخراج کنیم. برای این

کار ابتدا سری بازده را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و جایگاه صدک مورد نظر را مشخص می‌کنیم.

روش شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده: (FHS)

شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده[9] روش نویدبخش دیگری است. این روش ترکیبی مزایای شبیه‌سازی تاریخی با قدرت و انعطاف‌پذیری مدل‌های تلاطم شرطی مانند GARCH می‌باشد. این روش شامل برازش یک مدل GARCH به بازده‌ها و استفاده از شبیه‌سازی تاریخی برای استنباط کردن توزیع باقی‌مانده‌ها می‌باشد. با استفاده از کوانتایل توزیع استاندارد شده باقی‌مانده‌ها، انحراف استاندارد و میانگین شرطی پیش‌بینی شده ارزش در معرض خطر محاسبه می‌شود.(ماری موتو۲۰۰۹)

$$\mathrm{VaR}_{t+1,p} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}\mathrm{Quantile}\{X_t\}_{t=1}^{n} \qquad (۲)$$

مدل GARCH فرض را براین می‌گیرد که بازده دارایی مالی از فرآیند زیر تبعیت می‌کند.

$$X_t = \varepsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 \qquad (۳)$$

ارزش فرین[10]:

تلاش برای حل مسائل ارزش فرین در نهایت به ارائه نظریه ارزش فرین منجر گردید. نظریه ارزش فرین شاخه‌ای از آمار کاربردی است که برای حل چنین مسائلی توسعه یافته است. این نظریه بر تمایز ارزش‌های فرین و نیز نظریه‌هایی تمرکز دارد که باید در راستای آن ارائه گردد. جای تعجب نیست که نظریه ارزش فرین متفاوت از مفاهیم آشنای آماری‌ای است که تا کنون با آن سروکار داشته‌ایم. دلیل اصلی این است که مفاهیم آماری اغلب بر مبنای قضیه حد مرکزی[11] است، تا جایی که به این قسمت از آمار، آمار گرایش مرکزی[12] گویند. در حالی که ارزش‌های فرین بر اساس قضیه‌های ارزش فرین[13] شکل می‌گیرد. نظریه ارزش فرین از این قضایا برای تشریح توزیع‌هایی استفاده می‌کنند که برازنده داده‌های فرین است. این نظریه همچنین به ما در جهت چگونگی برآورد پارامترهای مربوطه یاری می‌رساند(عبده تبریزی۱۳۸۸)

نظریه ارزش فرین مزایایی دارد که از میان آنها می توان به موارد زیر اشاره کرد، اول اینکه توزیع داده‌ها را تنها می‌توان در جایی نزدیک به مرکز توزیع به خوبی برآورد کرد، چرا که مشاهدات زیادی در این ناحیه قرار می‌گیرد. از سوی دیگر ارزش‌های فرین نادر است و مشاهدات کمی در دنباله‌ها وجود دارد. که این امر استفاده از توزیع‌های آماری شناخته شده را جهت تعیین رفتار دنباله‌ها دچار مشکل می‌نماید.دوم اینکه بر اساس مطالعات انجام گرفته وجود دنباله‌های متراکم و مخصوصاً غیر نرمال در

سری بازده‌های مالی مشهود است. تحت چنین شرایطی استفاده از رویکرد ناپارامتریک برای تخمین دنباله‌های آماری معقول‌تر به نظر می‌رسد. بدیهی است که در این شرایط تحمیل یک توزیع شناخته شده آماری به مشاهدات‌مان چندان قابلیت توجه ندارد. این دقیقاً جایی است که نظریه ارزش فرین جهت برآورد دنباله‌ها به دادمان می‌رسد.سوم اینکه همیشه این احتمال وجود دارد که تحرکات فرین[14] در قیمت دارایی‌ها توسط سازوکارهایی ایجاد شوند که به لحاظ ساختاری از عملکرد معمول بازار متفاوت باشد؛ مثلاً یک مشاهده فرین ممکن است در اثر یک نکول بزرگ یا حباب سفته بازی ایجاد گردد. طی این دوره‌ها ممکن است مشخصات توزیعی مربوط به داده‌ها تغییرکند. این تغییرات ساختاری مستلزم جداسازی برآورد دنباله از باقی‌مانده توزیع است. این امر خصوصاً زمانی که مابقی توزیع چگالی نیازی نیست، مثلاً در محاسبات ارزش در معرض ریسک بسیار مفید است.

نظریه تعمیم یافته ارزش فرین[15]

ارزش‌های فرین به عنوان حداکثر (حداقل) های n متغیر تصادفی تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} X_{max} &= \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ X_{min} &= \min(X_1, X_2, \dots, X_n) \end{aligned} \quad (۴)$$

بر اساس قضیه فیشر و تیپت (۱۹۲۸) با بزرگ شدن n، توزیع ارزش‌های فرین به توزیع تعمیم یافته ارزش فرین نزدیک می‌شود:

$$H_{\xi,\mu,n}(x) = \begin{cases} \text{if } \xi_{max} \neq 0 \quad \exp\left\{-\left[1 + \xi_{max}\left(\frac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right)^{-1/\xi_{max}}\right]\right\} \\ \text{if } \xi_{max} = 0 \quad \exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right)\right]\right\} \end{cases} \quad (۵)$$

بدیهی است حد رابطه اول زمانی که شاخص دنباله به سمت صفر میل می‌کند برابر است با رابطه دوم. براین اساس، جیکسون پیشنهاد کرد که توزیع تعمیم یافته ارزش فرین تنها با رابطه زیر نمایش داده شود:

$$H_{\xi,\mu,n}(x_{max}) = \exp\left\{-\left[1 + \xi_{max}\left(\frac{x_{max} - \mu_{max}}{\sigma_{max}}\right)^{-1/\xi_{max}}\right]\right\} \quad (۶)$$

که در آن: $H_{\xi,\mu,n}$ تابع توزیع تجمعی متغیر حداکثر است. این توزیع سه پارامتر دارد. پارامتر μ_{max} موقعیت توزیع است و سنجه گرایش مرکزی X_{max} می‌باشد. σ_{max} پارامتر معیار توزیع است و سنجه پراکندگی X_{max} است. پارامتر سوم ξ_{max} است که شاخص دنباله بوده و بر شکل یا تراکم دنباله توزیع دلالت دارد.

رویکرد توزیع تعمیم یافته پارتو[۱۶] (فراتر از آستانه) بر اساس قضیه تعمیم یافته ارزش فرین شکل گرفته است. این توزیع به ازای مقادیر مختلف شاخص دنباله سه حالت دارد: اگر $0 < \xi_{max}$ توزیع تعمیم یافته پارتو دارای دنباله‌ای نسبتاً متراکم خواهد بود. در این حالت توزیع‌هایی مانند t در دامنه جذب آن قرار می‌گیرد. اگر $\xi_{max} = 0$ توزیع تعمیم یافته پارتو دارای دنباله‌ای با تراکم متوسط خواهد بود. در این حالت توزیع‌هایی مانند توزیع نرمال در دامنه جذب آن قرار می‌گیرد. اگر $0 > \xi_{max}$ توزیع تعمیم یافته پارتو دارای نسبتاً کم متراکم خواهد بود. در این حالت توزیع‌هایی مانند توزیع بتا در دامنه جذب آن قرار می‌گیرد.

همان‌گونه که نظریه ارزش فرین راه‌حلی بدیهی برای مدل‌سازی حداکثرها و حداقل‌ها است. رویکرد فراتر از آستانه نیز روشی بدیهی برای مدل‌سازی تخطی‌ها از یک آستانه بزرگ است. اگر نمونه مشاهدات را با $X_1, X_2, \dots, X_n$ و تابع توزیع آن را با $F(x)$ و مقدار سطح آستانه را با u نشان دهیم $F(u)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(u) = \Pr\{X_i \leq u\} \tag{۷}$$

تخطی زمانی اتفاق می‌افتد که $X_i > u$ باشد. براین اساس، مقدار اضافی فراتر از سطح آستانه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$y_i = X_i - u \tag{۸}$$

به این ترتیب، برای توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u خواهیم داشت:

$$F_u(y) = \Pr\{X_i - u \leq y_i | X_i > u\} = \tag{۹}$$

که $F_u(y)$ نمایان‌گر احتمال تخطی X حداکثر به اندازه y از سطح آستانه u است، البته مشروط بر این که از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F_u(y) = \frac{\Pr\{X_i - u \leq y_i , \Pr\{X_i > u\}\}}{\Pr\{X_i > u\}} \tag{۱۰}$$

که در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)} \tag{۱۱}$$

از آن‌جایی که$F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است, y_iتنها برای مقادیر بزرگ‌تر از صفر تعریف می‌شود و بدین ترتیب هر زمان که y_i مقدار می‌گیرد، تخطی روی داده است. می‌دانیم که برای هر$X > u$ داریم: $X = y - u$ بنابراین توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F(X) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \qquad (۱۲)$$

بالکما و دی‌هان و نیز پیکاندس (۱۹۷۵) طی قضیه‌ای نشان دادند که برای u هایی که به اندازه کافی بزرگ است، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم یافته پرتو تقریب زد, چراکه با بزرگ شدن آستانه، توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه یعنی $F_u(y)$ به توزیع تعمیم یافته پرتو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم یافته پرتو را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:
با توجه به قضیه بالکما و دی‌هان و نیز پیکاندس خواهیم داشت:

$$F(X) = [1 - F(u)]G_{\xi,\mu,n}(y) + F(u) \qquad (۱۳)$$

و تابع F را می‌توان با استفاده از برآورد ناپارامتریک، توزیع تجربی زیر محاسبه کرد:

$$\hat{F}(X) = \frac{n - N_u}{n} \qquad (۱۴)$$

که در آن N_u بر تعداد مواردی که مقادیرشان از سطح آستانه در نظر گرفته شده بیشتر است دلالت دارد. و u سطح آستانه وn تعداد نمونه می‌باشد. برای محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از این روش از رابطه زیر استفاده می‌نماییم.

$$VaR_p = \hat{u} + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left[\left(\frac{n}{N_u}(1 - p)\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right] \qquad (۱۵)$$

نمودار هیل یکی از ابزارهایی که جهت تعیین آستانه مورد استفاده قرار می گیرد، نمودار هیل است. هیل برآورد کننده زیر را برای شاخص دنباله پیشنهاد می‌کند: (هیل۱۹۷۵)

$$\hat{\xi} = \frac{1}{k - 1}\sum_{i=1}^{k-1} \ln X_{i,n} - \ln X_{k,n} \quad \text{for } k \geq 2 \qquad (۱۶)$$

که k شماره بالاترین آماره ترتیبی است و یا به عبارت دیگر تعداد تخطی‌ها می‌باشد و n،اندازه نمونه است. برای تعیین آستانه نمودار هیل را رسم می‌کنیم به‌گونه‌ای که شاخص دنباله تخمینی از تعداد k بالاترین آماره ترتیبی باشد. آستانه را در جایی انتخاب می‌کنیم که شاخص دنباله نسبتاً ثابت باشد.

ارزش در معرض خطر نرمال شرطی

ارزش در معرض خطری که با استفاده از مدل GARCH و استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید به ارزش در معرض خطر نرمال شرطی معروف است.

$$\mathrm{VaR}_{t+1,p} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}\phi^{-1}(p) \qquad (۱۷)$$

که در آن $\Phi^{-1}(p)$ کوانتایل توزیع نرمال استاندارد، μ_{t+1} و σ_{t+1} پیش‌بینی‌هایی از میانگین و انحراف استاندارد در زمان t+1 هستند که از اطلاعات تا زمان t قابل محاسبه می‌باشد. (ماری موتو۲۰۰۹)

ارزش در معرض خطر t- استیودنت شرطی

برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از توزیع t و با استفاده از مدل‌های GARCH به ارزش در معرض خطر t شرطی معروف است. که رابطه آن به صورت زیر می‌باشد: (ماری موتو۲۰۰۹)که در آن $F^{-1}(p)$ کوانتایل توزیع t، با درجه آزادی v برای $v > 2$ است.

$$\mathrm{VaR}_{t+1,p} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}\sqrt{\frac{v-2}{v}}F^{-1}(p) \qquad (۱۸)$$

ارزش فرین شرطی[۱۷]:

استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی یا پویا برای زمانی که با دوره‌های زمانی کوتاه مدت سروکار داریم مفید خواهد بود در این حالت باید X را دارای ساختاری پویا و قابل مدل‌سازی در نظر بگیریم، برای مثال یک فرآیند GARCH.بر اساس پیشنهاد دو مرحله‌ای مک نیل و فری(۲۰۰۰) ، از یک مدل GARCH جهت پیش بینی تلاطم‌های بازده استفاده می‌کنیم و پس از تخمین پارامترهای مدل، خطاها را استخراج می‌کنیم. بدیهی است که این خطاها با کم کردن بازده مورد انتظار از بازده واقعی حاصل می‌شود و بازده مورد انتظار نیز از طریق مدل شکل‌گیری بازده قیمت‌ها حاصل می‌شود. انتظار بر این است که این خطاها دارای توزیع‌های یکسان و مستقل از هم باشند. در انتهای این مرحله از تلاطم و بازده مورد انتظار آتی یعنی σ_{t+1} و μ_{t+1} تخمین‌هایی در دست داریم.نظریه ارزش فرین را برای خطاهای استاندارد شده به کار می‌گیریم و بدین ترتیب با احتساب ساختاری پویا (یعنی GARCH) و نیز با کاربرد EVT برای باقیمانده‌ها تخمین‌هایی ازارزش در معرض خطر بدست می‌آوریم.که در آن $\mathrm{VaR}_t(z)$ ارزش در معرض خطری است که از رابطه (۱۵) محاسبه شده است.

$$\mathrm{VaR}_{t+1,p} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}\mathrm{VaR}_t(z) \qquad (۱۹)$$

۳- پس آزمایی ارزش در معرض خطر

بعد از توسعه مدل و قبل از اینکه مورد استفاده قرار گیرد، اعتبار آن باید به دقت بررسی شود. یکی از مولفه‌های کلیدی اعتبارسنجی مدل، پس آزمایی[۱۸] آن است که شامل کاربرد روش‌های کمی جهت تعیین مطابقت پیش‌بینی‌های مدل با مفروضاتی است که مدل بر اساس آن بنا شده است. پس‌آزمایی هم چنین شامل رتبه‌بندی مدل‌های مختلف نیز می‌باشد به لحاظ نظری مفهوم پس‌آزمایی بسیار نوپاست، چرا که خود ارزش در معرض ریسک به طور رسمی در سال ۱۹۹۳ معرفی شد. دوتن از پیشگامان پس‌آزمایی به نام‌های کریستوفرسن(۱۹۹۸) و پلتیراذعان نمودند که تاکنون تعداد نسبتاً کمی روش مناسب جهت پس‌آزمایی ارزش در معرض خطر توسعه یافته است.

آزمون کوپیک

اولین راه منطقی برای ارزیابی توانایی پیش‌بینی پیش‌بینی مدل‌های VaR شمارش تعداد دفعاتی است که مقدار زیان واقعی از مقدار زیان پیش‌بینی شده توسط VaR بزرگ‌تر بوده است.چنانچه مقدار زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط مدل بیشتر باشد. آنگاه این رخداد به عنوان یک شکست (تخطی) محسوب می‌شود و اگر زیان واقعی کوچکتر از زیان برآورد شده باشد به عنوان یک موفقیت (عدم تخطی) ثبت می‌شود. چنانچه VaR های هر دوره مستقل فرض شود، آنگاه مقایسه نتایج سود و زیان تحقق یافته با ارزش در معرض خطر محاسبه شده به یک توزیع دوجمله‌ای می‌انجامد. عبارت فوق گویای این است که مجموع تعداد تخطی‌ها از مقدار VaR (تعداد شکست‌ها) دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامترهایT وα است. یک معیار مهم برای این فرضیه توجه به نسبت تخطی[۱۹] یا نسبت شکست[۲۰] است که از طریق تعداد تخطی‌ها بر کل تعداد پیش‌بینی به دست می‌آید.به عبارت دیگربرای آزمون فرضیه فوقمی‌توان فرضیه برابری نسبت شکست و سطح پوشش را مورد آزمون قرار داد.کوپیک(۱۹۹۵) به منظور بررسی فرضیه اخیر، آزمون نسبت احتمال شکست را پیشنهاد کرد. این نسبت دارای توزیع کای دو با یک درجه آزادی است و آماره آن به صورت زیر است(رابطه۲۰) که در آن:LR_{PF} نسبت احتمال شکست، T_1تعداد شکست‌ها، Tتعداد کل پیش‌بینی‌ها، α سطح پوشش، $\hat{\alpha}$ نسبت شکست.درصورتی که نسبت احتمال شکست بزرگتر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی و سطح خطای α باشد. فرضیه صفر رد می‌شود و نمی‌توان پذیرفت که مدل ارزش در معرض خطر، ریسک را به درستی برآورد می‌کند.

$$LR_{PF} = 2\mathrm{Ln}\left[\frac{\hat{\alpha}^{T_1}(1-\hat{\alpha})^{T-T_1}}{\alpha^{T_1}(1-\alpha)^{T-T_1}}\right] \qquad (۲۰)$$

آزمون کریستوفرسن

با توجه به وجود خوشه‌های تلاطم در سری بازده مالی انتظار می‌رود که مدل‌های ارزش در معرض خطر با مدل‌سازی پویایی‌های تلاطم و شناسایی خوشه‌ها، در صورت ایجاد تخطی از مقدار ارزش در معرض خطر از تخطی‌های متوالی، بعدی جلوگیری کند. به همین دلیل آزمون مدل از حیث دقت مشروط بر استقلال تخطی‌های متوالی حائز اهمیت است.در این راستا نسبت احتمال پوشش شرطی[۳۴](LR_{CC})از جانب کریستوفرسن به عنوان آزمونی برای سطح پوشش شرطی[۲۱] پیشنهاد شد.دلیل اصلی معرفی چنین آزمونی این بود که نسبت احتمال شکست[۲۲](LR_{PF})وجود وابستگی‌های زمانی را نادیده می‌گرفت. آزمون نسبت احتمال پوشش شرطی، ترکیبی از آزمون پوشش غیر شرطی و استقلال زنجیره‌ای[۲۳] است. آزمون این فرضیه دارای دو قسمت می‌باشد یک قسمت یه آزمون پوشش غیر شرطی مربوط می‌شود که مطابقت تخطی‌های مشاهده شده را با توزیع برنولی می‌سنجد و قسمت بعدی استقلال این توزیع‌ها را مورد آزمون قرار می‌دهد.

$$LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{ind} \qquad (۲۱)$$

برای آزمون پوشش غیر شرطی فرضیه صفر را به این صورت بیان می‌کنیم که نسبت تعداد تخطی‌های مشاهده شده به که تخطی‌ها $\hat{\alpha}$ برابر با نسبت پیش‌بینی شده توسط مدل α یعنی سطح پوشش است. ارزش احتمال[۲۴] تحت فرضیه صفر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L(\alpha) = \prod_{t=1}^{T}(1-\alpha)^{1-I_t}\alpha^{I_t} = (1-\alpha)^{T_0}\alpha^{T_1} \qquad (۲۲)$$

که در آن،T:تعداد کل پیش‌بینی‌ها، T_1:تعداد تخطی‌ها، T_0:تعداد موارد تخطی نشده است. ارزش احتمال مشاهده شده[۲۵] از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$L(\hat{\alpha}) = (1-\hat{\alpha})^{T_0}\hat{\alpha}^{T_1} \qquad (۲۳)$$

بدین ترتیب پوشش غیر شرطی از طریق آماره نسبت احتمال زیر آزمون می‌گردد:

$$LR_{UC} = 2\mathrm{Ln}\left[\frac{L(\hat{\alpha})}{L(\alpha)}\right] \sim \chi^2(1) \qquad (۲۴)$$

اگر عدد حاصل از این نسبت احتمال بزرگتر از مقدار توزیع کای دو با درجه آزادی یک باشد، فرضیه صفر رد می‌شود. در این آزمون به طور ضمنی فرض استقلال تخطی‌ها در نظر گرفته می‌شود، در حالیکه صحت این فرض زیر سؤال است.

آزمون استقلال:

کریستوفرسن نسبت آزمون استقلال را از طریق زنجیره مرتبه اول مارکوف[26] ارائه کرد. برای انجام آزمون استقلال I_t ها یک ماتریس گذار[27] احتمال برای زنجیره مرتبه اول مارکوف تشکیل می‌دهد.که $\widehat{\pi}_{ij}$ به صورت احتمال رخداد j مشروط بر رخداد حالت i تعریف می‌شود. π_{ij} مشاهده شده را با استفاده از روابط زیر محاسبه کرده و در ماتریس گذار قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \widehat{\pi}_{01} &= \frac{T_{01}}{T_{01}+T_{00}} \\ \widehat{\pi}_{00} &= 1-\widehat{\pi}_{01} \\ \widehat{\pi}_{11} &= \frac{T_{11}}{T_{10}+T_{11}} \\ \widehat{\pi}_{10} &= 1-\widehat{\pi}_{11} \end{aligned} \quad (۲۵)$$

که T_{ij}در آن نشانگر تعداد دفعاتی است که حالت j بعد از حالتi روی داده است.

زمانی I_t متوالی مستقل از هم هستند که ماتریس گذار مشاهده شده $(\widehat{\Pi})$ به لحاظ آماری تفاوت معنی‌داری با ماتریسی که بر اساس استقلال مشاهدات تشکیل شده $(\Pi_{\widehat{\alpha}})$ نداشته باشد. بنابراین فرضیه صفر را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$H_0 = \widehat{\Pi} = \Pi_{\widehat{\alpha}} \quad (۲۶)$$

برای ایجاد $\Pi_{\widehat{\alpha}}$ کافی است که در ماتریس گذار به جای π_{ij} احتمالات غیر شرطی جایگزین گردد. که π_j برابر با احتمال رخداد حالت j می‌باشد. ارزش احتمال تحت فرضیه صفر از رابطه زیر بدست می‌اید:

$$L(\Pi_{\widehat{\alpha}}) = (1-\widehat{\alpha})^{T_0}\widehat{\alpha}^{T_1} \quad (۲۷)$$

ارزش احتمال مشاهدات نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$L(\widehat{\Pi}) = (1-\widehat{\pi}_{01})^{T_{00}}\widehat{\pi}_{01}{}^{T_{01}}(1-\widehat{\pi}_{11})^{T_{10}}\widehat{\pi}_{11}{}^{T_{11}} \quad (۲۸)$$

بدین تریتب آماره آزمون استقلال از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$LR_{ind} = 2Ln\left[\frac{L(\widehat{\Pi})}{L(\Pi_{\widehat{\alpha}})}\right] \sim \chi^2(1) \quad (۲۹)$$

آماره آزمون استقلال همانند پوشش غیرشرطی از نوع نسبت احتمال می‌باشد و فرضیه صفر استقلال زنجیره‌ای را در برابر فرضیه وابستگی مرتبه اول مارکوف آزمون می‌کند.

آزمون پوشش شرطی:

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، آزمون پوشش شرطی شامل دو فرضیه پوشش غیرشرطی و استقلال می‌باشد. آماره این دو آزمون را می‌توان برای دستیابی به آماره آزمون پوشش شرطی ترکیب کرد. برای آزمون این فرضیه، کریستوفرسن فرض کرد که تخطی‌های هر دوره یعنی I_t با یک زنجیره مارکوف مدل‌سازی می‌شود. ارزش احتمال تحت فرضیه صفر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L(\widehat{\Pi}) = (1-\widehat{\pi}_{01})^{T_{00}}\widehat{\pi}_{01}{}^{T_{01}}(1-\widehat{\pi}_{11})^{T_{10}}\widehat{\pi}_{11}{}^{T_{11}} \qquad (۳۰)$$

بدین ترتیب آماره آزمون پوشش شرطی را می‌توان با رابطه زیر محاسبه نمود:

$$LR_{cc} = 2\mathrm{Ln}\left[\frac{L(\widehat{\Pi})}{L(\Pi_\alpha)}\right] \sim \chi^2(1) \qquad (۳۱)$$

آزمون پوشش شرطی نسبت به آزمون پوشش غیر شرطی و استقلال قوی‌تر است چراکه شامل هر دو می‌شود همچنین آزمون پوشش شرطی نسبت به کاربرد هر دو آزمون پوشش غیر شرطی و استقلال نیز ارجحیت دارد چراکه با ادغام هر دو آزمون سطح خطای آماری را کاهش می‌دهد.

آزمون لوپز مبتنی بر یک تابع زیان:

مدل‌های پس‌آزمایی مبتنی بر تعداد استثنائات دو مشکل اسای دارند، اولین مشکل در ارتباط با قابلیت آماری پایین آن‌ها می‌باشد و دومین مشکل این است که بطورکلی در این مدل‌ها ابعاد زیان در نظر گرفته نمی‌شود. بر این اساس لوپز(۱۹۹۹) آزمون‌های آماری دیگری را به منظور ارزیابی مدل‌های VaR ارائه نمود، که مبتنی بر حداقل ساختن یک تابع زیان به نحوی می‌باشد که خواسته‌ها و اهداف مدیر ریسک یا مقام نظارتی مربوطه تامین گردد. وی سه تابع زیان را معرفی کرد: یک تابع صفر و یک که در صورت وقوع استثنا مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر را اختیار می‌کند. یک تابع زیان حوزه‌ای و منطقه‌ای که الگوی پس‌آزمایی ارائه شده از سوی کمیته بال را منعکس می‌کند و یک تابع زیان که با خطا (تفاوت میان زیان مشاهده شده با ارزش در معرض خطر) افزایش می‌یابد.

باید توجه داشت که در صورت محاسبه زیان‌های تجمعی چند دوره متوالی، مجموع زیان بدست آمده در عمل برابر با تعداد استثنائات خواهد بود، که با منطق آزمون‌های LR که پیش از این در مورد آن‌ها بحث شد، نزدیک است. با این وجود لوپز استفاده دیگری را از آن به عمل آورد. او با صرف نظر کردن از ابزارهای استنتاج آماری، به یک معیار عملکرد مرتبط دست یافت، که می‌توان از آن در مقایسه دوره‌های زمانی متفاوت موسسات متفاوت و یا برای مقایسه آن با یک مقدار ویژه محاسبه شده به عنوان مرجع استفاده کرد. از این لحاظ می‌توان گفت اگرچه الگوهای تئوریک کوپیک و کریستوفرسن با

صراحت بیشتری در رابطه با مساله قرار می‌گیرند و به هیچ عنصری برای مقایسه نیاز ندارند، اما در عوض، فهم تابع زیان لوپز آسان‌تر و کاربرد آن ساده‌تر می‌باشد، به ویژه هنگامی‌که از سومین شکل تابع عنوان شده در فوق یعنی تابعی که با افزایش خطا، یک زیان فزاینده را برای هر استثنا در نظر می‌گیرد، استفاده می‌شود؛ استفاده از این مدل جذابیت بیشتری پیدا می‌کند. تابع زیان ارائه شده توسط لوپز در این مورد به صورت زیر می‌باشد:

$$C_{t+1} = \begin{cases} 1 + (\varepsilon_{t+1} - \mathrm{VaR}_t)^2 & \text{if violation occurs} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (۳۲)$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد، این تابع مراتب بالاتر را به استثنائات بزرگتر اختصاص می‌دهد. عبارت مجذور خطاها، حساسیت تابع زیان را بطور ویژه نسبت به انحرافات بزرگ‌تر افزایش می‌دهد. آزمون لوپز از این لحاظ قابل تحسین می‌باشد که نه تنها به شمارش تعداد استثنائات می‌پردازد، بلکه ابعادآن‌ها را نیز مورد بررسی قرار می‌دهد.

۴- نتایج پژوهش

در این قسمت به بیان نتایج می‌پردازیم. روش‌های ذکر شده برای محاسبه ارزش در معرض خطر و آزمون های پس آزمایی بر روی مجموعه‌ای از داده‌های مربوط به بازده شاخص سهام بورس تهران، همچنین نرخ برابری ارز دلار و نرخ برابری ارز یورو به کار گرفته شده است.تعداد داده‌های مورد استفاده به ترتیب۳۲۴۵، ۳۰۲۴، ۳۰۲۵ و می‌باشند. از ۱۰۰۰ داده برای آزمون های پس آزمایی استفاده شده است. مقادیر آماره‌های خلاصه برای داده‌ها در جدول (۱) آمده است.لازم به ذکر است که برای تجزیه و تحلیلداده‌ها از نرم افزار MATLAB بهره برده ایم.

جدول۱- توصیف آماری داده های شاخص بورس، نرخ برابری دلار و یورو

	یورو	دلار	شاخص بورس
تعداد	3025	3024	3245
میانگین	3.5E-04	6.74E-05	8.41E-04
خطای استاندارد	5.05E-03	1.89E-03	5.18E-03
مینیمم	-0.0716	-0.0252	-0.0454
ماکزیمم	0.0704	0.0233	0.0526

در مورد داده‌های مربوط به شاخص بورس تهران، انتظار داریم که از مجموع ۳۲۴۵ داده، در سطح اطمینان ۰,۹۵،تعداد ۱۱۳ تخطی از ارزش در معرض خطر مشاهده نماییم در حالیکه محاسبات این مقادیر را برای روش‌های مختلف به ترتیب۱۰۴-۱۵۷-۱۵۷-۲۱۰-۱۱۲-۱۲۵و ۲۴۵ نشان می دهد. (ستون violation در جدول۱).

ارزیابی و مقایسه روش‌ها

با توجه به جدول ۲که مربوط به شاخص سهام بورس تهران است و دقت در مقادیر p-value نیز در می یابیم که مقادیر p-value متناظر با آماره آزمون کوپیک(UC) و متناظر با تخطی های ۱۱۴ ، ۱۱۲و ۱۲۵ به ترتیب ۰,۴۱۸۸, ۰,۹۸۰۷، ۰,۲۲۴۹است به این معنی که در سطح ۰,۹۵ و در طرف چپ دنباله، برای محاسبه ارزش در معرض خطر می‌توانیم از این سه روش (روش نرمال-روش نرمال شرطی و t استیودنت شرطی) استفاده نماییم. با توجه به یافته های حاصل از در نظرگرفتن روند استقلال در داده‌ها و استفاده از آزمون کاملتری مانند کریستوفرسن برای این سه روش، مقدار p-value متناظر با آماره آزمون کریستوفرسن(CC) برابر صفر ، ۰,۰۰۱۸و ۰,۰۰۱۱ شده است. و این آمارهرد می‌شود وآزمون کریستوفرسن این روش ها را برای محاسبه ارزش در معرض خطر برای دادهای مربوط به سطح ۰,۹۵ و طرف چپ دنباله داده‌های شاخص بورس روش مناسبی نمی‌داند. دلیل مغایرت این دو نتیجه در نظر گرفتن استقلال و عدم استقلال داده‌ها است. با توجه به آنچه گفته شد در می‌یابیم که نتایج آزمون کریستوفرسن به دلیل در نظر گرفتن استقلال و عدم استقلال داده‌ها نتایج بهتری را ارائه می‌نماید و قابل اعتمادتر است.

در این جا استفاده از تابع زیان لوپز نتیجه‌گیری را برای ما ساده تر می‌کند. با توجه به مقادیر این تابع، روش نرمال روشی مناسب است. زیر مقداری کمتر از سایرین دارد. به این معنی که در این روش علاوه بر تعداد تخطی‌ها مقدار تخطی‌ها نیز از سایر روش‌ها کمتر بوده است. در مورد داده‌های مربوط به شاخص بورس تهران دیده شده که روش C-GPD و C-t برای سطوح بالا بر سایر روش‌ها ارجحیت دارند(جدول ۳ و ۴). برای نمونه با نگاه به جدول (۴) خواهیم دید که در سطح ۰,۹۹۹ آماره آزمون کریستوفرسن روش‌های شبیه سازی تاریخی فیلتر شده،توزیع تعمیم یافته پارتو، tاستیودنت شرطی و توزیع تعمیم یافته پارتو شرطی را برای محاسبه ارزش در معرض خطر مناسب می داند. در این جا با بکارگیری آماره تابع زیان لوپز و استفاده از این معیار خواهیم دید که در سطوح ۰,۹۹۹ بر اساس تابع زیان لوپز در در هر دو طرف دنباله روش C-GPD به عنوان بهترین روش برگزیده شده است(جدول شماره ۴). لازم به ذکر است که در هر قسمت از آزمون که نسبت تخطی‌های محاسبه شده برابر صفر

شود، مقدار آماره کریستوفرسن قابل محاسبه نیست و برای نشان دادن چنین حالتی از علامت NaN استفاده شده است. (جدول شماره ۷)با توجه به جدول (۷) نتایج مربوط به نرخ برابری یورو نیز حاکی از این است که در سطح اطمینان ۰,۹۹۹ از نقطه نظر آزمون لوپز روش C_GPD برای سمت چپ دنباله مناسب بوده است و روش GPD با اختلاف کمی نسبت به روش C_GPD برای طرف راست ارجحیت داشته اند.همچنین برای نرخ برابر ی دلار با توجه به یافته های جدول (۶) روش های شبیه سازی تاریخی فیلتر شده و t استیودنت شرطی که هر دو در بین روشهای شرطی جای می‌گیرند مناسب بوده است.

۵- نتیجه گیری و بحث

همانگونه که به تفصیل بیان شد، در این مقاله مقدار ارزش در معرض خطر با استفاده از روش‌های مختلف(نرمال، نرمال شرطی، روش شبیه سازی تاریخی، شبیه سازی تاریخی فیلتر شده, توزیع تعمیم یافته پارتوف t استیودنت شرطی و توزیع تعمیم یافته پارتو شرطی) درسه سطح اطمینان،برای بازدهلگاریتمیشاخص کل بورس تهران،نرخ برابری دلار ونرخ برابری یورو به صورت روزانه محاسبه شده است. همچنین به منظور پیش‌بینی نوسانات بازده از مدل GARCH استفاده شده است. برای بررسی کفایت دقت مدل‌های بکار گرفته شده، آزمون‌های نسبت شکست‌های کوپیک، کریستوفرسن و تابع زیان لوپز را به کار برده‌ایم.واضح است که روش‌هایی که در آن فاصله بین مقدار مشاهده شده و مقادر مورد انتظار کمتر است روش مناسب تری است.

و نیز در می‌یابیم که به‌کارگیری مجموعه‌ای ار روش‌های ارزیابی برای مقایسه بهترین روش محاسبه ارزش درمعرض خطر برای داده‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. و در صورت عدم استفاده از چند معیار مختلف ممکن است در همان ابتدای کار تصمیمی اتخاذ شود که نتایج اشتباهی را برای مدیریت ریسک به همراه داشته باشد. اما اکنون با توجه به این به کارگیری چندین روش و چندین ارزیابی مختلف، با اطمینان بالایی در خصوص بهترین روش برای محاسبه ارزش در معرض خطر برای داده‌ها (به طور نمونه داده‌های شاخص بورس تهران) تصمیم‌گیری می‌نماییم. با توجه به نتایج برای شاخص بورس تهران، در سطح ۰,۹۵ بر اساس تابع زیان لوپز در طرف راست روش نرمال و در طرف چپ روش نرمال شرطی (جدول۲)، برای نرخ برابری دلار روش FHS برای سمت راست دنباله و روش نرمال شرطی برای طرف چپ(جدول ۷) و همچنین برای نرخ برابری یورو با توجه به یافته های جدول (۵) روش های شبیه سازی تاریخی فیلتر شده و نرمال شرطی مناسب بوده است. با توجه به نتایج برای شاخص بورس تهران، در سطح ۰,۹۹ در طرف راست روش tشرطی و در طرف چپ روش شبیه سازی

تاریخی (جدول۳)، برای نرخ برابری دلار روش شبیه سازی تاریخی برای سمت راست دنباله و روش t شرطی برای طرف چپ (جدول ۷) و همچنین برای نرخ برابر ی یورو با توجه به یافته های جدول (۸) روش های شبیه سازی تاریخی فیلتر شده و مناسب بوده است. همچنین در سطح ۰,۹۹۹ برای شاخص بورس تهران، در هر دو طرف دنباله روش C-GPD به عنوان بهترین روش برگزیده شده است.(جدول ۴) ، برای نرخ برابری یورو روش C_GPD برای سمت چپ دنباله مناسب بوده است و روش GPD با اختلاف کمی نسبت به روش C_GPD برای طرف راست ارجحیت داشته اند. همچنین برای نرخ برابر ی دلار با توجه به یافته های جدول (۶) روش های شبیه سازی تاریخی فیلتر شده و t استیودنت شرطی که هر دو در بین روشهای شرطی جای می‌گیرند مناسب بوده است.

همچنین نتایج نشان می‌دهد روش منحصر به فردی که در تمام سطوح اطمینان قابل استفاده باشد وجود ندارد و باید با توجه به استفاده ای که از این معیار می شود روش مناسب را از میان روش‌هایی که آزمون های کوپیک و کریستوفرسون معتبر می‌دانند انتخاب نماییم. در حالتی که چندین روش از نظر آزمون‌های فوق معتبر جلوه نمایند با استفاده ازآماره تابع زیان لوپز قادر خواهیم بود بهترین روش را برگزینیم. نتایج حاصل نشان می‌دهد که محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از روش‌های سنتی لزوماً به نتایج مناسبی نمی‌انجامد و در بیشتر موارد خصوصا در سطوح اطمینان بالاتر استفاده از نظریه ارزش فرین و در نظر گرفتن نوسانات شرطی برای داده‌ها موجب نتایج بهتری می‌شود.

باتوجه به یافته‌های پژوهش، به محققان آینده پیشنهادات زیر ارائه می گردد:

- ✓ استفاده از ابزارهای پس آزمایی دیگر همچون آزمون انگل و منگالی، رویکرد پیش‌بینی چگالی، آزمون‌های مبتنی بر تبدیل روزن بلات، آزمون‌های مبتنی بر تبدیل کویتز و ...
- ✓ استفاده از سایر روش‌های ارزش در معرض خطر برای محاسبه معیار ریسک.
- ✓ استفاده از مدل‌های تلاطم تصادفی برای محاسبه نوسان داده‌ها در مدل‌های شرطی.

فهرست منابع

* عبده تبریزی، حسین، رادپور، میثم (۱۳۸۸) "اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار" انتشارات آگاه و انتشارات پیشرو.
* محمدی شاپور، (۱۳۸۷) محاسبه ارزش در معرض خطر پارامتریک با استفاده از مدلهای ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات مالی،۱۰-۲۵-۱۰۹-۱۲۴.
* هال، جان، (۱۹۴۹)" مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک"، ترجمه سجاد سیاح و علی صالح‌آبادی -گروه رایانه‌پرداز (۱۳۸۴)

* Allen, L., Boudoukh, J and Saunders, A.,(2002), Understanding Market, Credit, and Operational Risk: The Value at Risk Approach, Blackwell, 1-2.
* Byström, H., (2005). Extreme value theory and extremely large electricity price changes. International Review of Economics and Finance 14, 41–55.
* Chih Ho, L., Burridge, P., Cadle, J., Theobald, M., (2000). Value-at-risk: Applying the extreme value approach to Asian markets in the recent financial turmoil. Pacific-Basin Finance Journal 8, 249–275.
* Christoffersen, P. F., 1998, "Evaluating Interval Forecasts", International Economic Review, Vol. 39, No. 4, PP. 841-862.
* Chan, N. H., S. Deng, L. Peng, and Z. Xia (2007). Interval estimation of Value-at-Risk based on GARCH models with heavy–tailed innovations. Journal of Econometrics 137, 556–576.
* Davison, A. C. and R. L. Smith (1990). Models for exceedence over high thresholds (with discussion). Journal of the Royal Statistical Society 52, 393–442.
* Embrechts, P., C. Kl¨uppelberg, and T. Mikosch (1997). Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Springer–Verlag.
* Fan, Y., Zhang, Y.J., Tsai, H.T.,Wei, Y.M., (2008). Estimating 'Value at Risk' of crude oil price and its spillover effect using the GED-GARCH approach. Energy Economics 30, 3156–3171.
* Fisher, R., Tippett, L., (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 24, 180–190.
* Gencay, R. and Selcuk, F., (2004), Extreme Value Theory and Value at Risk: Relative Performance in Emerging Market, International of Forecasting,20, 287-303.
* Hill,B,M. (1975)," A simple general approach to inference about the tail of a distribution" The Annals of Statistics, Vol,3,pp1163-1174.
* Kupiec, P., "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models", Journal of Derivatives, November 1995, PP. 73-84.
* Longin, F.M., (2000). From value at risk to stress testing: the extreme value approach. Journal of Banking and Finance 24, 1097–1130.
* Lopez, J.,(1999), "Methods for Evaluating Value-at-Risk estimates, Federal Reserve Bank of San Francisco", Economic Review, Vol. 2, PP. 3-17.
* Marimoutou V, Raggad, B , Trabelsi, A., (2009). Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to oil market. Energy Economics 31 . 519–530.
* McNeil, A.J., Frey, R., (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. Journal of Empirical Finance 7, 271–300.
* Pickands, J., (1975). Statistical inference using extreme order statistics. Annals of Statistics 3, 119–131.
* Polasek,W and Pojarliev,M (2000),VaR Estimations Based on Volatility forecasts of GARCH Models, Form: http://www.gloriamundi.org.

پیوست‌ها

جدول۲ نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های شاخص بورس تهران در سطح ۰,۹۵

Length of test	TEPIX (3245)							
	violation	Left (0.95)			violation	Right (0.95)		
Expected	113	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	113	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	104	0.4188	0	104.0082	145	0.0024	0	145.0116
HS	157	0.0000	0	157.0103	206	0.0000	0	206.0135
FHS	157	0.0000	0.0000	157.0097	187	0.0000	0.0000	187.0086
GPD	210	0	0	210.0119	254	0	0	254.0145
C-N	112	0.9807	0.0018	112.0079	133	0.0506	0.0479	133.069
C-t	125	0.2249	0.0011	125.0085	150	0.0005	0.0009	150.0073
C-GPD	245	0	0	245.0112	240	0	0	240.0101

جدول۳ نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های شاخص بورس تهران در سطح ۰,۹۹

Length of test	TEPIX (3245)							
	violation	Left (0.99)			violation	Right (0.99)		
Expected	23	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	23	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	48	0.0000	0.0000	48.0052	68	0.0000	0	68.0080
HS	33	0.0365	0.0000	33.0037	55	0.0000	0	55.0068
FHS	39	0.0015	0.0006	39.0036	41	0.0004	0.0009	41.0035
GPD	40	0.0008	0.0000	40.0042	57	0.0000	0	57.0073
C-N	54	0.0000	0.0000	54.0052	54	0.0000	0.0000	54.0041
C-t	39	0.0015	0.0026	39.0028	30	0.1277	0.0078	30.0028
C-GPD	47	0.0000	0.0000	47.0033	40	0.0008	0.0004	40.0037

جدول۴ نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های شاخص بورس تهران در سطح ۰,۹۹۹

Length of test	TEPIX (3245)							
	violation	Left (0.999)			violation	Right (0.999)		
Expected	3	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	3	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	27	0	0	27.0033	36	0	0	36.0057
HS	4	0.2916	0.5684	4.0012	14	0.0000	0.0000	14.0029
FHS	3	0.6318	0.8867	3.0008	8	0.0030	0.0117	8.0010
GPD	3	0.6318	0.8867	3.0004	4	0.2916	0.5684	4.0018
C-N	28	0	0	28.0033	25	0	0	25.0025
C-t	6	0.0383	0.1147	6.0011	5	0.1138	0.2826	5.0005
C-GPD	1	0.3500	0.6456	1.0001	3	0.6318	0.8867	3.0003

جدول۵ نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های نرخ برابری دلار، در سطح ۰٫۹۵

Length of test	USD (3024)							
	violation	Left (0.95)			violation	Right (0.95)		
Expected	101	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	101	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	60	0.0000	0.0000	60.0040	90	0.2447	0.0000	90.0030
HS	157	0.0000	0.0000	157.0077	157	0.0000	0.0000	157.0059
FHS	137	0.0005	0.0000	137.0059	148	0.0000	0.0000	148.040
GPD	208	0	0	176.0081	229	0	0	185.0067
C-N	78	0.0138	0.0000	78.0048	112	0.2785	0.0002	112.0038
C-t	104	0.7762	0.0010	104.0054	165	0.0000	0.0000	165.0045
C-GPD	250	0	0	250.0058	184	0	0	184.0047

جدول۶نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های نرخ برابری دلار، در سطح ۰٫۹۹

Length of test	USD (3024)							
	violation	Left (0.99)			violation	Right (0.99)		
Expected	21	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	21	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	33	0.0090	0.0000	33.0034	51	0.0000	0.0000	51.0023
HS	41	0.0000	0.0000	41.0042	28	0.1013	0.0000	29.0024
FHS	30	0.0419	0.0791	30.0026	34	0.0051	0.0013	34.0012
GPD	55	0.0000	0	46.0048	51	0.0000	0	39.0031
C-N	44	0.0000	0.0000	44.0032	62	0.0000	0.0000	62.0023
C-t	29	0.0661	0.1195	29.0025	50	0.0000	0.0000	50.0017
C-GPD	54	0.0000	0.0000	54.0021	40	0.0001	0.0001	40.0014

جدول۷نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های نرخ برابری دلار، در سطح ۰٫۹۹۹

Length of test	USD (3024)							
	violation	Left (0.999)			violation	Right (0.999)		
Expected	2	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	2	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	27	0	0	27.0029	25	0	0	25.0017
HS	2	0.9865	0.9890	2.0012	9	0.0003	0.0000	9.0007
FHS	2	0.9865	0.9969	2.0002	9	0.0003	0.0015	9.0002
GPD	2	0.9865	0.9969	2.0016	0	0.0442	NaN	0
C-N	24	0	0	24.0021	31	0	0	31.0012
C-t	5	0.0785	0.2095	5.0004	6	0.0240	0.0766	6.0001
C-GPD	0	0.0442	NaN	0	0	0.0442	NaN	0

جدول۸نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های نرخ برابری یورو، در سطح ۰,۹۵

Length of test	EURO (3025)							
	violation	Left (0.95)			violation	Right (0.95)		
Expected	101	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	101	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	110	0.3786	0.0000	110.0035	123	0.0317	0.0000	123.0047
HS	128	0.0087	0.0000	128.0041	121	0.0504	0.0001	121.0048
FHS	112	0.2808	0.0425	112.0035	117	0.1167	0.1271	117.0037
GPD	172	0.0000	0	140.0048	154	0.0000	0.0000	154.0058
C-N	91	0.2880	0.3444	91.0028	120	0.0629	0.0334	120.0038
C-t	151	0.0000	0.0000	151.048	189	0.0000	0.0000	189.0064
C-GPD	205	0	0	161.0049	144	0.0000	0.0000	144.0046

جدول۹نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های نرخ برابری یورو، در سطح ۰,۹۹

Length of test	EURO (3025)							
	violation	Left (0.99)			violation	Right (0.99)		
Expected	21	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	21	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	47	0.0000	0.0000	47.0017	60	0.0000	0.0000	60.0026
HS	30	0.0421	0.0038	30.0009	30	0.0421	0.0269	30.0016
FHS	26	0.2186	0.0061	26.0005	23	0.5477	0.6335	23.0012
GPD	47	0.0000	0	38.0014	37	0.0008	0.0000	37.0018
C-N	47	0.0000	0.0000	47.0012	55	0.0000	0.0000	55.0020
C-t	37	0.0008	0.0001	37.0011	46	0.0000	0.0000	46.0019
C-GPD	52	0.0000	0.0000	48.0018	36	0.0015	0.0024	36.0014

جدول۱۰ نتایج حاصل از آزمون کوپیک، کریستوفرسن و لوپز برای داده های نرخ برابری یورو، در سطح ۰,۹۹۹

Length of test	EURO (3025)							
	violation	Left (0.999)			violation	Right (0.999)		
Expected	2	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez	2	(UC-test)P_value	(CC_test)P_value	lopez
N	28	0	0	28.0007	29	0	0	29.0015
HS	5	0.0786	0.2098	5.0001	5	0.0786	0.2098	5.0005
FHS	5	0.0786	0.2098	5.0000	4	0.2210	0.4682	4.0005
GPD	0	0.0441	NaN	0	2	0.9859	0.9969	2.0002
C-N	19	0.0000	0.0000	19.0004	19	0.0000	0.0000	19.0011
C-t	0	0.0441	NaN	0	3	0.5226	0.8103	3.0002
C-GPD	3	0.5226	0.8103	3.0005	2	0.9859	0.9969	2.0004

یادداشت‌ها

[1]Duration
[2]Convexity
[3]Characteristic line
[4]Value at Risk (VaR)
[5]Extreme Value Theorems (EVT)
[6]Extreme movements
[7]Central limit theorem (CLT)
[8]Historical Simulation (HS)
[9]Filtered Historical Simulation (FHS)
[10]Extreme value
[11]central limit theorem
[12]central tendency statistics
[13]extreme value theorems(EVT)
[14]Extreme movements
[15]Generalized extreme value theory (GEVT)
[16]Generalized Pareto Distribution (GPD)
[17]conditional extreme value
[18]Backtesting
[19]Violations ratio
[20]Failure ratio
[21]Conditional Coverage level
[22]Unconditional Coverage level
[23]Serial independence
[24]Likelihood Value
[25]Observed Likelihood Value
[26]First order Markov-chain
[27]Probability transition matrix