



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
سال ششم / شماره بیست‌وسوم / پاییز ۱۳۹۶

سنجش ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از ترکیب مدل FIGARCH و نظریه ارزش فرین

سعید فلاح پور

استادیار دکتری مدیریت مالی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

رضا راعی

استاد دانشگاه تهران، دکتری مدیریت مالی، تهران، ایران

سعید میرزامحمدی

استادیار گروه سیستم‌های اقتصادی و اجتماعی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

سید محمد هاشمی نژاد

دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشگاه تهران، ایران (نویسنده مسئول)
hasheminejad7@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۶/۰۹ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۸/۲۳

چکیده

تلاش در جهت شناسایی مدل مناسب و بالا بردن دقت اندازه‌گیری با استفاده از سنج ارزش در معرض ریسک از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) با نداشتن برخی نواقص ارزش در معرض ریسک، سنج قابل اعتمادتری می‌باشد. در این پژوهش با مطالعه در خصوص ویژگی‌های داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و کاربرد مدل FIGARCH-EVT در محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی، تصریح دقیق‌تری حاصل شده است. ابتدا مدل ترکیبی GARCH-EVT پیاده‌سازی شد و با توسعه آن، به مدل FIGARCH-EVT رسیدیم که خاصیت خوشه‌ای بودن، پویا بودن و حافظه بلندمدت را در مدل‌سازی لحاظ نموده است. استفاده از مدل FIGARCH برای داده‌های بازده لگاریتمی شاخص کل، موجب لحاظ کردن خواص فوق در مدل‌سازی خواهد شد. بعلاوه، خاصیت دنباله پهن بودن داده‌های بازده شاخص با استفاده از تئوری مقدار فرین (EVT) برای پسماندهای مدل FIGARCH بکار برده می‌شود. برای مقایسه نتایج، مدل‌های NORMAL-GARCH و t-Student-GARCH، شبیه‌سازی تاریخی و GARCH-EVT نیز برای داده‌ها بازده شاخص بکار برده شده است. نتایج حاصل از مدل‌ها با استفاده از آزمون‌های پس‌آزمون مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از این پژوهش نشان می‌دهد که توزیع داده‌ها بازدهی شاخص نامتقارن دارای چولگی بوده و از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند. بر اساس چهار آزمون جزء اخلاص مازاد استاندارد شده، فرآیند نقض جمععی، پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار و تابع زیان لویز مدل FIGARCH-EVT نسبت به سایر مدل‌ها از دقت بالاتری برخوردار می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: تئوری مقدار فرین، تابع زیان لویز، حافظه بلندمدت، FIGARCH

۱- مقدمه

نهادهای سیاست‌گذار در بازار سرمایه نسبت به ریسک فاجعه‌بار بازار یا ریزش‌های ناگهانی شدید حساس هستند. چنین دوره‌هایی، که نوسان شدید در شاخص کل بازار رخ می‌دهد، در تمامی بازارهای دنیا تجربه شده است ولی عکس‌العمل مناسب تنظیم‌کننده‌های بازار در این شرایط می‌تواند موجب کاهش یا پیشگیری زیان‌های ناشی از این رویدادها شود. کفایت سرمایه^۱ بر مبنای سنجش مقدار ریسک، صندوق‌های حمایتی در شرایط خاص و سایر ابزارهای حمایتی برای ایمن‌سازی در برابر چنین رویدادهای فاجعه‌باری طراحی شده است. نوسان شدید در شاخص موجب عدم کشف قیمت مناسب و نقص در ساز و کار بازار می‌گردد. حساب‌های ودیعه قانونی^۲ از طرف تنظیم‌کننده‌های بازار بر مبنای VaR یا در حالت محافظه‌کارانه با استفاده از CVAR تعیین می‌شود. این حساب‌ها می‌تواند باعث شود تا ساز و کار بازار کمتر آسیب دیده و حتی در شرایطی از آن پیشگیری به عمل آید. بدون داشتن یک سنجه مناسب، تنظیم‌کننده‌های بازار نمی‌توانند اقدامات به‌موقع و مناسب را اتخاذ کنند. در نتیجه موجب خارج شدن سرمایه از بورس و افزایش ریسک نقدشوندگی سهام و آسیب جدی به سرمایه‌گذاران حقیقی و اخلال در کارکردهای اصلی بازار خواهد شد.

سنجه VAR که برای اندازه‌گیری ریسک بازار طراحی شده است و محاسبه آن با روش‌های گوناگونی صورت می‌پذیرد. در شرایطی که نوسان بازار شدید است به منظور حفظ ساز و کار بازار، به نظر می‌رسد به یک مدل تخمین پویای VAR نیاز است. بعلاوه چنین سنجه‌ای برای ایجاد یک سیستم حساب ودیعه پویا مناسب می‌باشد زیرا عکس‌العمل به‌موقع و دقیقی نسبت به تغییرات اساسی و شدید نوسان بازار از خود نشان می‌دهد. این مقاله تلاشی است در جهت معرفی و پیاده‌سازی یک روش پویا برای اندازه‌گیری ریسک بازار، با استفاده از مدل‌های خانواده گارچ و تئوری مقدار فرین است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

سقوط بازارها و بحران‌های مالی به دنبال رویدادهایی رخ داده است که معمولاً مشاهده نمی‌شده‌اند. به عبارت دیگر تواتر تکرار آن‌ها کم بوده است و در توزیع تجربی تغییرات قیمت‌ها، بازده‌ها، یا ارزش سبدهای مالی نقشی را ایفا نمی‌کردند. در واقع به دلیل کم بودن فراوانی این رویدادها مطالعه توزیع این متغیرها کمکی به کاهش ضرر ناشی از این رویدادهای غیرمعمول نکرده است. وقوع این رویدادها که در عصر حاضر، که همانند گذشته آنچنان هم نادر نیست، نشان داده است که برای مطالعه آماری دنیای مالی، تمرکز بر توزیع‌های متقارن با گشتاورهای متناهی مانند توزیع‌های نرمال و تی استیودنت کافی نیست. بحران‌های مالی نشان داده است که آنچه قابل چشم‌پوشی نیست، دنباله توزیع‌ها است. نظریه ارزش فرین که بر دنباله توزیع‌ها تمرکز دارد، توزیع مقادیر بسیار بزرگ یا بسیار کوچک را توصیف می‌کند. این نظریه که مدت‌ها در علوم جدید مورد استفاده قرار می‌گرفت، در سال‌های اخیر مورد توجه محققین مالی نیز قرار گرفته است. از معیارهای بسیار مهم در مدیریت ریسک محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی سبدهای مالی است، برای محاسبه این معیار بایستی بر دنباله توزیع تغییرات ارزش سبد تمرکز کرد. سنجه CVaR به دلایل مختلف از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است یکی از دلایلی که این سنجه در

میان مدیران اجرایی جذابیت زیادی دارد سادگی و قابل توضیح بودن مفهوم آن است و به بیان دیگر، نشانگر نگرانی از دست رفتن دارایی‌های یک موسسه یا سازمان است. این سنجه میزان نگرانی را بر حسب درصد و کمیت پولی بیان می‌کند. در این سنجه درصد اطمینانی که فرد برای محاسبه CVaR بیان می‌کند، در حقیقت بیان نگرانی فرد نسبت به حداکثر زیان مشروطی است که متوجه دارایی‌های سازمان یا شرکت در یک دوره زمانی مشخص است. بعلاوه، استفاده از این سنجه یک روش ساده برای محاسبه ریسک پرتفوی متشکل از انواع دارایی‌های مالی را فراهم می‌کند. در واقع استفاده از انواع دارایی‌های مالی در یک پرتفوی باعث می‌شود که روابط غیر خطی بین دارایی‌های پایه شکل گرفته و این روابط باعث پیچیدگی محاسبات سنجه‌های ریسک از روش‌های دیگر خواهد شد. علت دیگر اهمیت CVaR، الزامات قانونی از طرف قانون‌گذاران بازار پول، سرمایه و شرکت‌های بیمه می‌باشد. به عنوان مثال محاسبه مقدار ودیعه از طرف سازمان بورس کشورها و الزام برای محاسبه VaR و CVaR در خصوص پرتفویی که استفاده می‌کنند، مقدار ذخیره سرمایه‌ای که جهت محافظت از بانک‌ها در برابر زیان ناشی از ریسک عملیاتی و ریسک بازار بایستی نگهداری کنند، نشان دهنده اهمیت بالای این سنجه از منظر قانون‌گذار است.

با توجه به کاربردهای متداول این سنجه و زیان‌های غیرقابل جبران ناشی از نوسان‌های شدید بازار انگیزه‌های مختلف برای یافتن مقدار دقیق سنجه CVaR با روش‌های مختلف شکل گرفته است. در حقیقت شکل‌گیری روش‌های مختلف، ریشه در اهمیت سنجه CVaR و شناخت ویژگی‌های مختلف سری بازده دارایی‌های مالی در طول زمان دارد. روش‌های محاسبه سنجه‌هایی که تا کنون معرفی شده‌اند هر یک تلاش در جهت مدل‌سازی ویژگی‌های داده‌های مالی از قبیل دنباله پهنی^۳ داده‌های بازده دارایی‌های مالی، خوشه‌ای بودن نوسان، اثرات اهرمی، حافظه بلندمدت و غیره بوده است. در این میان، سنجه‌ای که میزان ریسک را به صورت پویا اندازه‌گیری کند و بعلاوه ویژگی‌های داده‌ها را نیز به طور مطلوب در بر داشته و در عین حال از دقت نسبتاً بالاتری برخوردار باشد می‌تواند منجر به عکس‌العمل به موقع، نسبت به موقعیت‌های خطرناک گردد. در این مقاله تلاش شده است تا در جهت معرفی، محاسبه و پیاده‌سازی یک سنجه ترکیبی و پویا گام برداشته شود. بنابراین این پژوهش به دنبال توسعه مدلی برای محاسبه CVaR به شکل پویا است که از مدل‌های دیگر محاسبه CVaR عملکرد بهتری داشته باشد و نتایج آن بر روی داده‌های شاخص بورس اوراق بهادار تهران به اثبات برسد.

بسیاری از مدل‌های آماری بر اساس کل داده‌های مورد مطالعه طراحی شده‌اند. بر اساس روش انتخاب در این مدل‌ها، مشاهداتی که در مرکز توزیع داده‌ها قرار دارند و عمدتاً بر تعداد هستند، در انتخاب مدل‌های آماری تاثیر بیشتری نسبت به داده‌های کم تعداد فرین^۴ دارند. پس طبیعی به نظر می‌رسد که مدل‌های انتخاب شده، برای داده‌های پرتکرار تقریب خوبی ارائه دهند ولی در خصوص داده‌های ناشی از رویدادهای نادر از دقت کافی برخوردار نباشند. تئوری مقدار فرین^۵ (EVT) در دهه ۱۹۸۰ معرفی شد ولی تئوری مقدار فرین یک متغیره توسط فرچت^۶ (۱۹۲۷)، فیشر^۷، تیپت^۸ (۱۹۲۸) و ون میسر^۹ (۱۹۳۶) شکل گرفت و بعدها در تحقیقات گندنکو^{۱۰} (۱۹۷۵) تکامل یافت. تئوری آماری آن نیز توسط پیکاندز^{۱۱} معرفی شد. این تئوری بطور صریح بر ناحیه دنباله توزیع‌ها تمرکز دارد و ویژگی بارز آن این است که در واقع نیازی به در نظر گرفتن پیش فرض برای توزیع

بازده‌ها ندارد. دلیل این موضوع، به مبانی اساسی این تئوری باز می‌گردد. در قضیه‌ای اساسی در این تئوری بیان می‌شود که فقط سه توزیع برای داده‌های فرین امکان پذیر می‌باشد بنابراین نیازی به در نظر گرفتن توزیع خاصی برای بازده‌ها نیست. تئوری مقدار فرین اولین بار توسط کودیک و همکاران^{۱۲} (۱۹۹۰) و جانسن و دوریس^{۱۳} (۱۹۹۱) در کاربرهای مالی مطرح شد. در خصوص روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار فرین تحقیقات گوناگونی انجام گرفته است به عنوان نمونه می‌توان موارد زیر را بیان کرد:

زمانی و همکاران (۱۳۹۲)، ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین را مدل‌سازی کرده و با ارزش در معرض ریسک به روش واریانس-کوریانس و شبیه‌سازی تاریخی مقایسه نمودند نتایج حاکی از آن است که در دنباله سمت راست توزیع داده‌ها، در تمامی سطوح تئوری ارزش فرین موجب تخمین دقیق‌تری از VaR می‌شود.

جنسایا و سلوکوک^{۱۴} (۲۰۰۴)، کاربرد تئوری مقدار فرین در محاسبه VaR و مقایسه آن با روش واریانس کوریانس و شبیه‌سازی تاریخی را برای بازارهای نوظهور انجام داده‌اند. در این مقاله عملکرد نسبی مدل‌های ارزش در معرض ریسک با استفاده از بازده روزانه بازار سهام در نه بازار نوظهور متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. مدل‌سازی‌ها با رویکرد واریانس-کوریانس، شبیه‌سازی تاریخی و تئوری مقدار فرین برای تخمین ارزش در معرض ریسک انجام گرفته است و نتایج این تحقیقات نشان داده است که استفاده از تئوری مقدار فرین در سطح اطمینان بالاتر نتایج دقیق‌تری به دست می‌دهد.

گیلیلی و کلز^{۱۵} (۲۰۰۶)، به بررسی کاربرد تئوری مقدار فرین برای اندازه‌گیری ریسک مالی و محاسبه سنجه ریسک دنباله و بازه‌های اطمینان مربوطه می‌پردازند در این پژوهش از سری‌های زمانی مالی Dow Jones Euro، Stox 50، FTSE 100، Hang Seng، Nikkei 225، Swiss Market Index، S&P 500 استفاده شده است. نحوه پیاده‌سازی، و داده‌های مربوطه در سایت نویسندگان مقاله ارائه شده است.

ماریموتو و همکاران (۲۰۰۹)، ارزش در معرض ریسک موقعیت‌های خرید و فروش در بازار نفت را با استفاده از مدل‌های شرطی و غیر شرطی تئوری مقدار فرین محاسبه کرده‌اند. نتایج حاصل از این مدل‌ها، با مدل‌های گارچ و شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده مقایسه شده است نتایج حاکی از آن است که تئوری مقدار فرین شرطی و شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده نسبت به روش‌های دیگر عملکرد بهتری دارد بعلاوه مدل t-GARCH(1,1) نیز عملکرد قابل قبولی از خود ارائه کرده است.

تئوری مقدار فرین در بازار سهام روسیه توسط اندروف^{۱۶} و همکاران (۲۰۱۲) بکار گرفته شده است. آن‌ها از تکنیک فراتر از حد آستانه (POT) برای زیان‌های روزانه شاخص RTS بین سالهای ۱۹۹۵ تا ۲۰۰۹ استفاده کردند. در این مقاله سعی شده است که روش پیاده‌سازی تئوری مقدار فرین به عنوان یک روش جدید در مدیریت نوین ریسک معرفی گردد.

مک نیل و فری^{۱۷} (۲۰۰۰)، مقدار سنجه VaR را با استفاده از مدل گارچ به صورت پویا محاسبه کرده‌اند بعلاوه آن‌ها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی گوسی^{۱۸} پارامترهای مدل گارچ و تئوری مقدار فرین را برآورد

کرده‌اند. در حقیقت برای اولین بار مدل GARCH-EVT را معرفی کرده‌اند. آن‌ها ابتدا مدل گارچ را برای تخمین نوسان بکار برده‌اند سپس برای پسماندهای مدل گارچ، تئوری مقدار فرین را به کار برده‌اند. بنابراین مدل GARCH-EVT با ادغام دو رویکرد گارچ و تئوری مقدار فرین شکل گرفته است. نتایج تحقیقات آنها نشان داده است که مدل GARCH-EVT در مقابل مدل‌هایی که دنباله پهنی داده‌ها یا تصادفی بودن نوسان را نادیده می‌گیرند عملکرد مناسب‌تری دارند.

مدل تخمینی ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار فرین و GARCH(1,1) توسط سینگ^{۱۹} و همکاران (۲۰۱۱) در بورس اوراق بهادار استرالیا انجام شده است. در این پژوهش آن‌ها از مدل EVT برای پسماندهای مدل گارچ برای داده‌های شاخص ASX-All Ordinaries استرالیا و شاخص S&P 500 استفاده کرده کردند و نتیجه گرفتند که مقدار VaR بر اساس مدل پویای GARCH-EVT عملکرد بهتری دارد.

سلطان و همکاران^{۲۰} (۲۰۱۲) به روش ترکیبی GARCH-EVT در با استفاده از داده‌های بورس اوراق بهادار تونس در مقایسه با مدل GARCH(1,1) ایستا، EVT ایستا و شبیه‌سازی تاریخی پیاده‌سازی کرده‌اند و با استفاده از آزمون بازخورد نتیجه گرفتند که عملکرد مدل GARCH-EVT مناسب‌تر است.

در یک بیان کلی مدل‌های EVT به دلیل این که بر دنباله توزیع داده‌های بازده تمرکز دارند برای محاسبه سنج ارزش در معرض ریسک مناسب می‌باشند ولی بکاربردن آنها برای داده‌های مالی که معمولاً مستقل و هم توزیع نمی‌باشند، لزوماً نتایج قابل اتکایی را ارائه نمی‌دهد. این دسته از مدل‌ها گذشته جاری نوسان را نیز در محاسبات در نظر نمی‌گیرند و علیرغم اینکه مشکلات مدل‌های دیگر را ندارند ولی خاصیت حافظه بلندمدت داده‌های سری زمانی بازدهی را در نظر نمی‌گیرند.

۳- روش‌شناسی پژوهش

در ادامه روش انجام این پژوهش ارائه شده است.

۳-۱- مدل FIGARCH

در مدل‌سازی یک سری زمانی، ابتدا باید اطمینان حاصل کرد که سری زمانی مانا باشد. در سری‌های زمانی مالی معمولاً نامانایی ناشی از این واقعیت است که سطح ثابتی برای بازده‌ها وجود ندارد. در ادبیات سری‌های زمانی، چنین سری زمانی نامانایی، سری زمانی نامانای دارای ریشه واحد^{۲۱} نامیده می‌شود (تسای، ۲۰۰۲). برای آزمون ریشه واحد، با توجه به این که داده‌های مورد استفاده روزانه می‌باشند، بنابراین لازم است وجود حافظه بلندمدت آزمون گردد که آزمون موید وجود و یا عدم وجود ریشه واحد نیز می‌باشد. آزمون حافظه بلندمدت به روش آزمون GPH که توسط گوک، پورتر و هوذاک (۱۹۸۳) ارائه شده است و آماره R/S تعدیل یافته صورت می‌پذیرد. در این آزمون‌ها فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت و فرضیه مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی می‌باشد.

ماندگاری زیاد در مدل‌های GARCH می‌تواند نشان‌دهنده این موضوع باشد که چندجمله‌ای $\phi(z) = 0$ ریشه واحد دارد، که در این حالت مدل GARCH به مدل GARCH انباشته (IGARCH) تبدیل می‌گردد. برای

ایجاد امکان مدل‌سازی ماندگاری بالا و حافظه بلندمدت در واریانس شرطی و برای این که از پیچیدگی مدل‌های IGARCH نیز جلوگیری شود، می‌توان مشابه تبدیل فرآیند ARMA(m,q) به شکل فرآیند ARFIMA(m, d, q)، به صورت رابطه (۱) بسط داد:

$$\phi(L)(1-L)^d \varepsilon_t^2 = a + b(L)u_t \quad (1)$$

هنگامی که کلیه ریشه‌های $\phi(z) = 0$ و $b(z) = 0$ خارج از دایره واحد می‌افتند. هنگامی که $d = 0$ باشد عبارت فوق به یک مدل معمولی تبدیل می‌شود؛ هنگامی که $d = 1$ ، به مدل IGARCH تبدیل می‌گردد و همچنین هنگامی که $0 < d < 1$ ، مربع پس‌ماندهای تفاضلی جزئی، $(1-L)^d \varepsilon_t^2$ ، از یک فرآیند ARMA(m,q) مانا تبعیت می‌کند. فرآیند ARFIMA فوق را برای ε_t^2 می‌توان بر اساس واریانس شرطی σ_t^2 به صورت رابطه زیر بازنویسی کرد:

$$b(L)\sigma_t^2 = a + [b(L) - \phi(L)(1-L)^d] \varepsilon_t^2 \quad (2)$$

بایلی، بولرسلف و میکلسون (۱۹۹۶) مدل فوق را GARCH انباشته جزئی، یا مدل FIGARCH(m,d,q) نامیدند. هنگامی که $0 < d < 1$ است، ضرائب در $\phi(L) = 0$ و $b(L) = 0$ دینامیک کوتاه‌مدت نوسان‌ها را نشان می‌دهند و پارامتر تفاضلی جزئی d خاصیت بلندمدت نوسان‌ها را مدل‌سازی می‌نماید. زمانی که $0 < d < 1$ تاثیر شوک بر نوسان‌های شرطی با نرخ هذلولوی کاهش می‌یابد و بنابراین نوسان‌ها دارای حافظه بلندمدت هستند.

۲-۳- تئوری مقدار فرین و رویکردهای مدل‌سازی

در عمل برای بکار بستن تئوری مقدار فرین دو رویکرد اصلی پیشنهاد بلوک^{۲۲} و رویکرد فراتر از حد آستانه^{۲۳} (POT) وجود دارد که در ادامه به اختصار تشریح می‌شود.

۲-۳-۱- رویکرد پیشنهاد بلوک

در رویکرد پیشنهاد بلوک دوره مشاهدات به دوره‌های کوچکتری با تعداد داده مساوی (بلوک) افزای می‌شود. سپس پیشنهاد بلوک‌ها مجموعه مشاهدات را برای تخمین توزیع مقادیر فرین تعمیم یافته GEV را فراهم می‌کند. فرض کنید که تعداد داده‌ها به m بلوک با اندازه n تقسیم شده است. بزرگترین مشاهده در بلوک j ام را با M_{nj} نشان می‌دهیم. بنابراین داده‌های $M_{n1}, M_{n2}, M_{n3}, \dots, M_{nm}$ برای برازش توزیع مقادیر فرین تعمیم یافته مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای توضیح بیشتر بایستی توجه کرد که استفاده از توزیع مقادیر فرین تعمیم یافته و مقادیر بزرگ n موجب می‌شود که تقریب دقیقی از توزیع مقادیر ماگزیمم حاصل شود و تورش پارامترهای تخمینی کمترین مقدار گردد. از طرف دیگر مقادیر بزرگ m موجب می‌شود داده‌های زیادی برای تخمین بدست آمده و با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی واریانس تخمین پارامترها حداقل می‌گردد. بنابراین بیشتر بودن هر یک از پارامترهای n و m مزایایی برای تخمین پارامترهای

مدل از جمله کوچک بودن واریانس و کمتر شدن تورش ایجاد می‌کند. ولی بایستی توجه کرد که بزرگ بودن هر یک از این دو پارامتر بر دیگر اثر معکوس دارد بنابراین این پارامترها در یک توازن به گونه‌ای انتخاب می‌گردند که حداکثر مطلوبیت حاصل شود.

۳-۲-۲- رویکرد فراتر از حد آستانه

رویکرد دیگر برای مدل‌سازی دنباله توزیع‌ها رویکرد فراتر از حد آستانه نامیده می‌شود که بر مقادیر اضافه‌تر از یک حد آستانه مشخص مانند u تمرکز دارد. این رویکرد عموماً از دو مدل برای تخمین شاخص دنباله و مقدار حد آستانه استفاده می‌کند این مدل‌ها عبارت است از:

الف: مدل‌های کاملاً پارامتریک (مانند مدل توزیع پارتوی تعمیم یافته)

فرض کنید که X یک متغیر تصافی با تابع توزیع F باشد در این صورت به دنبال یافتن توزیع مقادیر بیش از حد آستانه می‌باشیم توزیع مقادیر بیشتر از حد آستانه مشاهدات را با F_u نشان می‌دهند. تابع توزیع F_u را تابع توزیع اضافه شرطی^{۲۴} می‌نامند و به صورت معادله (۳) تعریف می‌شود:

$$F_u(y) = p(X - u \leq y | X > u), \quad 0 \leq y \leq x_F - u \quad (3)$$

متغیر $Y = X - u$ بیانگر مقادیر اضافی (بیشتر) نسبت به حد آستانه u است و $x_F < \infty$ نقطه پایانی سمت راست تابع توزیع F می‌باشد. تابع توزیع شرطی F_u را می‌توان بر حسب تابع توزیع F به صورت معادله (۴) بیان داشت:

$$F_u(y) = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (4)$$

اکنون لازم است قضیه‌ای را بیان م‌کنیم که ابزار خیلی مهمی درباره شکل تابع توزیع اضافی شرطی و تحلیل‌های آن فراهم می‌آورد. قضیه (پیکاندز (۱۹۷۵) و بالکما^{۲۵} و دی‌هان^{۲۶} (۱۹۷۴)) برای کلاس وسیعی از توابع توزیع اصلی F تابع توزیع اضافی شرطی $F_u(y)$ برای مقادیر بزرگ u بطور مناسبی با تابع پرتوی تعمیم یافته^{۲۷} (GPD) تخمین زده می‌شود یعنی:

$$F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma}(y) \quad \text{if } u \rightarrow \infty \quad (5)$$

که در آن $G_{\xi, \sigma}(y)$ را تابع توزیع پرتوی تعمیم یافته می‌نامند و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_{\xi, \sigma}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} y\right)^{-1/\xi} & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-y/\sigma} & \text{if } \xi = 0 \end{cases}$$

که در آن در صورتی که $\xi \geq 0$ انگاه $y \in [0, x_F - u]$ و اگر $\xi < 0$ انگاه $y \in [0, -\frac{\sigma}{\xi}]$ می‌باشد. پارامتر σ را پارامتر مقیاس و پارامتر ξ را شاخص دنباله می‌نامند. هر چقدر شاخص دنباله بزرگتر باشد، دنباله توزیع پهن‌تر می‌باشد. با تغییر متغیر $x = u + y$ می‌توان GPD را به عنوان تابعی از x به صورت معادله (۶) بازنویسی کرد:

$$G_{\xi, \sigma}(y) = 1 - (1 + \xi(x - u)/\sigma)^{-1/\xi} \quad (6)$$

با فرض این که مقدار مناسب برای u را داریم همچنین پیروی دنباله توزیع مشاهدات از GPD، می‌توان بیان تحلیلی برای مقدار ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی به صورت رابطه (۷) به دست آورد.

$$F(x) = (1 - F(u))F_u(y) + F(u) \quad (7)$$

با جایگذاری تابع GDP از رابطه (۶) بجای تابع توزیع اضافه شرطی $F_u(y)$ ، همچنین قرار دادن $\frac{n - N_u}{n}$

بجای $F(u)$ در رابطه (۷) به رابطه (۸) می‌رسیم.

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} (1 + \frac{\xi}{\hat{\sigma}}(x - u))^{-1/\xi} \quad (8)$$

اکنون فرض می‌کنیم که به دنبال یافتن مقدار ارزش در معرض ریسک با سطح اطمینان $1-p$ می‌باشیم. با قرار دادن این مقدار بجای $\hat{F}(x)$ و حل کردن آن نسبت به x مقدار ارزش در معرض ریسک به صورت رابطه (۹) به دست می‌آید:

$$VaR_p = u + \frac{\hat{\sigma}}{\xi} \left(\left(\frac{n}{N_u} p \right)^{-\xi} - 1 \right) \quad (9)$$

می‌توان نشان داد که مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی از رابطه (۱۰) زیر به دست می‌آید:

$$ES_p = \frac{VaR_p}{1 - \xi} + \frac{\hat{\sigma} - \xi u}{1 - \xi} \quad (10)$$

به طور خلاصه فرآیند اجرای رویکرد فراتر از آستانه مستلزم انجام گام‌های زیر است:

- انتخاب حد آستانه
- برآزش تابع توزیع GPD برای مقادیر فراتر از حد آستانه u
- محاسبه برآورد نقطه‌ای و بازدهی برای ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی

ب: مدل‌های نیمه پارامتریک (مانند برآوردگر هیل^{۲۸})

می‌توان از برآوردگر نیمه پارامتریک هیل (۱۹۷۵) برای تخمین شاخص دنباله استفاده کرد. برآوردگر هیل به صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شود:

$$\hat{\xi} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{C_T} \sum_{i=1}^{C_T} \log \frac{x_{(i)}}{u} \quad (11)$$

در رابطه فوق C_T تعداد مشاهداتی است که در دنباله توزیع قرار می‌گیرد و مقدار مجاز آن در بازه $[2, T]$ قرار می‌گیرد. عبارت $x_{(i)}$ نشان دهنده داده‌های ترتیبی می‌باشند. که بیشترین مقدار آن $x_{(1)}$ و به ترتیب از بزرگ به کوچک مرتب شده اند. برآوردگر هیل نسبت به انتخاب حد آستانه بسیار حساس می‌باشد. از طرف دیگر اگر داده‌ها از توزیع پارتو پیروی کنند، آنگاه برآوردگر هیل بر روی مرز پایین کرامر رانو قرار خواهد گرفت و کاراترین برآوردگر خواهد بود بنابراین تلاش برای ایجاد برآوردگری با کارایی بالاتر بی‌فایده است.

۳-۳- چارچوب ساختار بکارگیری مدل FIGARCH در تئوری مقدار فرین

بعد از محاسبه بازدهی شاخص بورس ارواق بهادار تهران، و تعیین طول پنجره آزمون، به طول پنجره آزمون یک حلقه برنامه نویسی تکرار می‌شود. در این حلقه ابتدا مدل FIGARCH بر داده‌های پنجره تخمین برآزش می‌شود. سپس برای پسماندهای این مدل از مدل تئوری مقدار فرین استفاده می‌شود و شاخص دنباله برآورد می‌شود. با استفاده از مقدار تخمین زده شده برای شاخص دنباله مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی و ارزش در معرض ریسک تخمین زده می‌شود و در نهایت مقدار تخمینی ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی برای مدل FIGARCH با استفاده از نتایج حاصل از مدل تئوری مقدار فرین، به دست می‌آید. اکنون مقدم ترین داده زمانی پنجره آزمون به داده‌های پنجره تخمین اضافه شده و در عوض مقدم ترین داده زمانی پنجره تخمین حذف می‌شود و حلقه تکرار می‌شود. مقدار به دست آمده از بکارگیری مدل در هر مرحله، برای مقایسه با مقدار واقعی تغییرات در بازدهی آن روز و انجام آزمون‌های مربوطه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳-۳-۱- پنجره آزمون و پنجره تخمین

بعد از محاسبه مقادیر بازدهی برای شاخص کل داده‌ها را به دو دسته (پنجره) تقسیم می‌کنیم. فرض کنید تعداد کل مشاهدات برابر با T باشد. این تعداد مشاهدات به دو دسته به نام‌های پنجره تخمین^{۲۹} (WE) و پنجره آزمون^{۳۰} (WT) تقسیم می‌شوند. پنجره تخمین، تعدادی از مشاهدات متوالی است که در تخمین ریسک مورد استفاده قرار می‌گیرد. این پنجره در طول دوره مشاهدات به منظور ارائه تخمین‌های گوناگون جا به جا می‌شود. طول پنجره آزمون به اندازه کل مشاهدات منهای طول پنجره تخمین است. این پنجره همانطور که از نامش پیداست برای آزمون مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳-۳-۲- تخمین ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل FIGARCH-EVT

ابتدا مدل FIGARCH را بر داده‌های پنجره تخمین برازش می‌کنیم و پارامترها را با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زده و پسماند مدل را برای بکار بردن تئوری مقدار فرین بکار می‌بریم. در این مقاله، رویکرد فراتر از حد آستانه را برای پیاده‌سازی تئوری مقدار فرین برای پسماندهای مدل FIGARCH مورد توجه قرار داده است. بکار بردن تئوری مقدار فرین مستلزم تخمین حد آستانه می‌باشد که در واقع انتخاب حد آستانه مهمترین و در بحث برانگیزترین مرحله مدل‌سازی تئوری مقدار فرین می‌باشد.

• انتخاب حد آستانه

بایستی توجه کرد که تا کنون هیچ الگوریتم برای انتخاب حد آستانه که عملکرد رضایت بخشی داشته باشد یافت نشده است. با این وجود استفاده از ابزارهای ترسیمی یک روش مفید برای انتخاب حد آستانه می‌باشد. با استفاده از تئوری مقدار فرین، مقدار حد آستانه (u) بایستی به قدری بزرگ باشد که قضیه پیکاندز-بالکما-هان برقرار باشد. ولی بایستی توجه کرد که اگر مقدار u بیش از حد بزرگ باشد، در اینصورت تعداد کمی داده برای تخمین تابع توزیع دنباله باقی مانده، و در نتیجه تخمین مناسبی از پارامترهای توزیع بدست نمی‌آید. یک روش گرافیکی مفید برای تخمین حد آستانه نمودار میانگین اضافه است. فرض کنید داده‌های بازدهی نزولی $x_1^n, x_2^n, x_3^n, \dots, x_n^n$ مرتب شده باشد. مکان هندسی نقاط زیر را، نمودار میانگین اضافه می‌نامند:

$$(u, e_n(u)) \quad x_1^n < u < x_n^n.$$

عبارت $e_n(u)$ را تابع میانگین اضافی نمونه می‌نامند. این تابع به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود:

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i^n - u)}{x - k + 1}, \quad k = \min\{i | x_i^n > u\}. \quad (12)$$

تابع میانگین اضافی نمونه برآوردی از تابع میانگین اضافی (جامعه) است. تابع میانگین اضافی برای توزیع GPD به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود:

$$e(u) = E(X - u | X > u) = \frac{\sigma + \xi u}{1 - \xi} \quad \sigma + \xi u > 0. \quad (13)$$

تابع اضافی نسبت به حد آستانه u یک تابع خطی است. این خاصیت به عنوان یک معیار برای انتخاب u استفاده می‌شود. بنابراین در نمونه u بایستی به گونه‌ای انتخاب شود که تابع $e_n(u)$ خطی باشد. در حقیقت با رسم نمودار میانگین اضافی نمونه، u نقطه‌ای است که از آنجا به بعد نمودار میانگین اضافی نمونه تقریباً به صورت خطی می‌باشد. برای کل داده‌های بازدهی شاخص با استفاده از حد آستانه تعداد مشاهدات فراتر از آستانه (Nu) را محاسبه می‌کنیم و با تقسیم این تعداد بر کل مشاهدات می‌توان به یک نسبت درست یافت که بیانگر درصد مشاهدات فراتر از آستانه می‌باشد و به کمک این نسبت می‌توان در پنجره‌های آزمون دنباله توزیع را مشخص

کرد و بعد از مشخص شدن مقدار حد آستانه، تابع توزیع GPD برای مقادیر فراتر از حد آستانه تخمین زده می‌شود.

• **برآزش تابع توزیع GPD برای مقادیر فراتر از حد آستانه u**

با استفاده از قضیه پیکاندز-بالکما-هان می‌دانیم که توزیع مشاهدات بیشتر از حد آستانه در دنباله توزیع پارتوی تعمیم‌یافته (GPD) را نشان می‌دهد. روش‌های مختلفی برای تخمین پارامترهای GDP می‌توان بکار برد. در این مقاله روش تخمین حداکثر درست‌نمایی را بکار می‌بریم. فرض کنید بازده شاخص دوره مشاهدات به صورت $y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\}$ باشد. تابع راست‌نمایی برای GDP لگاریتم توام n مشاهده بیش از حد آستانه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L(\xi, \sigma | y) = \begin{cases} -n \log \sigma - \left(\frac{1}{\xi} + 1\right) \sum_{i=1}^n \log\left(1 + \frac{\xi}{\sigma} y_i\right) & \xi \neq 0 \\ -n \log \sigma - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n y_i & \xi = 0. \end{cases}$$

برآورد نقطه برای پارامترها، $\hat{\xi}$ و $\hat{\sigma}$ را به گونه‌ای محاسبه می‌شود که تابع درست‌نمایی بیشترین مقدار گردد. پارامتر $\hat{\xi}$ شاخص دنباله می‌باشد و برای داده‌های مالی عموماً بزرگتر از یک می‌باشد. همچنین بزرگتر بودن آن به این معنی است که دنباله مورد نظر پهن تر می‌باشد بنابراین یک معیار برای مقایسه دنباله‌های توزیع در اختیار قرار می‌دهد. نکته دیگر که در خصوص شاخص دنباله حائز اهمیت است این است که برای تمام اعداد صحیح r که در رابطه $r < \frac{1}{\xi}$ صدق کند r گشتاور اول توزیع موجود می‌باشند. پس اگر شاخص دنباله بیشتر از یک باشد در این صورت هیچ گشتاوری از توزیع موجود نمی‌باشد.

• **محاسبه برآورد نقطه‌ای ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی**

همانطور که در رابطه (۶) بیان شد با تغییر متغیر $x = u + y$ می‌توان توزیع پارتوی تعمیم یافته (GPD) را به عنوان تابعی از x به دست آورد. با فرض این که مقدار مناسب برای u را داریم همچنین پیروی دنباله توزیع مشاهدات از GPD، می‌توان بیان تحلیلی برای مقدار ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی به دست آورد که به تفضیل در بخش (۳-۲-۳) قسمت الف تشریح شد. اکنون بایستی روش محاسبه و تلفیق مدل‌های گارچ و تئوری مقدار فرین بیان شود این بیان منجر به روش محاسبه ارزش در معرض ریسک پویا می‌گردد. فرض کنید که پسماندهای برازش FIGARCH را با Z نشان دهیم از تئوری مقدار فرین برای مدلسازی رفتار دنباله توزیع استفاده می‌کنیم و از نماد $VaR(Z)_p$ برای بیان ارزش در معرض ریسک متغیر تصادفی Z

در سطح اطمینان $1-p$ استفاده می‌شود با استفاده از روش فراتر از حد آستانه و توزیع پرتوی تعمیم یافته مقدار VaR و CVaR به صورت رابطه (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$VaR(Z)_p = u + \frac{\hat{\beta}}{\xi} \left[\left(\frac{N}{N_u} (1-p) \right)^{-\xi} - 1 \right] \quad (14)$$

$$CVaR_p(Z) = \frac{VaR(Z)_p + \frac{\beta - \xi u}{1 - \xi}}{1 - \xi} \quad (15)$$

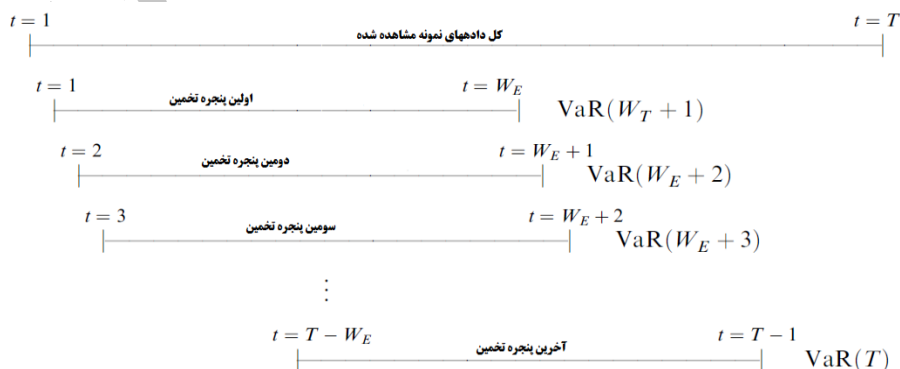
در رابطه فوق N_u بیانگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه u می‌باشد و مقادیر $\hat{\beta}$ و $\hat{\xi}$ پارامترهای توزیع تعمیم یافته پارتو می‌باشند. اکنون VaR پویا با استفاده از فرمول (۱۶) محاسبه می‌شود:

$$VaR_p^t = \mu_t + \sigma_t VaR_p(Z) \quad (16)$$

در رابطه فوق VaR_p^t مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی پویا برای بازدهی شاخص بازار بورس اوراق بهادار می‌باشد.

۳-۳-۳- آزمون مدل

برای توضیح بیشتر این مرحله از نحوه انجام آزمون‌ها و مفاهیم مرتبط با آن توضیح داده می‌شود در مرحله اول استفاده از WE (این نماد نشان دهنده تعداد داده‌های پنجره تخمین است) داده اول، تخمینی از VaR برای روز WE+1 ارائه می‌شود. در دومین مرحله، داده‌های پنجره تخمین تغییر می‌کند و اولین داده آن حذف شده و بازده روز WE+1 به مجموعه داده‌های پنجره تخمین افزوده می‌شود و با پنجره تخمین جدید VaR روز WE+2 محاسبه می‌شود و با تکرار این فرآیند بطور شهودی به نظر می‌رسد که پنجره تخمین در دوره مشاهدات لغزنده می‌شود. پس می‌توان بیان داشت که لغزاندن پنجره WE در امتداد مشاهدات، به تعداد WT مقدار تخمین VaR برای روزهای متوالی دوره آزمون به دست می‌دهد. (دنیلسون، ۲۰۱۱).



شکل (۱): چگونگی تغییر پنجره تخمین در امتداد کل مشاهدات

روش های پس آزمون بکار گرفته شده برای مدل عبارتند از روش جزء اخلاص مازاد استاندارد شده، فرآیند نقض جمعی و پس آزمایی ریزش مورد انتظار که در ادامه به اختصار معرفی می گردند.

• روش جز اخلاص مازاد استاندارد شده^{۳۱}

یکی از روشهای معرفی شده برای پس آزمایی مدل ارزش در معرض ریسک شرطی تخمین زده شده، روش جز اخلاص مازاد استاندارد شده مک نیل و فری^{۳۲} می باشد. در این مدل بازده یک روز بعد با ارزش در معرض ریسک برآورد شده برای آن روز مقایسه می شود. اگر این برآورد از ارزش برآورد شده کوچکتر باشد. به عبارت دیگر زیانی بیشتر از برآورد تحقق یافته باشد، ارزشی مطابق مدل زیر به جزء اخلاص اختصاص می یابد. در غیر این صورت ارزش آن صفر در نظر گرفته می شود.

$$\varepsilon_{t+1} = \begin{cases} \frac{-Y_{t+1} - \text{CVar}_{1,\alpha,t}}{\hat{\delta}_t} & \text{if } Y_{t+1} < -\text{VaR} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

در مدل فوق $\hat{\delta}_t$ انحراف معیار پیش بینی شده بازده روزانه از زمان t تا $t+1$ است. بر مبنای آزمون فوق، اگر ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه شده یک برآورد کننده نا اریب زیان روزانه باشد، میانگین جزء اخلاص مازاد صفر خواهد بود. بر همین اساس در آزمون فرضیات، صفر بودن میانگین جزء اخلاص را فرض صفر و مثبت بودن آن فرض مقابل در نظر گرفته شده است. برای آزمون صحت فرض صفر، آماره $t = \frac{\bar{\varepsilon}}{\text{est.s.e}(\bar{\varepsilon})}$ تعریف شده است. با در نظر گرفتن قضیه حد مرکزی و تعداد داده های پس آزمایی، توزیع داده ها نرمال فرض شده است.

• فرآیند نقض تجمعی^{۳۳}

Y_t بیانگر درآمد در زمان t و Ω_{t-1} مجموعه اطلاعاتی در زمان $t-1$ می باشد به طوریکه مقادیر وقفه داده شده پیوسته متغیر درآمد و سایر متغیرهای برونزا را نیز بتواند اختیار کند:

$$\Omega_{t-1} = \{X_{t-1}, X_{t-2}, \dots; Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots\}$$

در نظر می گیریم که $\{Y_t, X_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ یک فرایند مانا و ارگودیک باشد. اما نتایج حاصله را می توان برای برخی از سریهای مانا بکار برد (اسکانیکانو ۳۴، ۲۰۰۷).

$G(\cdot, \Omega_{t-1})$ تابع توزیع تجمعی شرطی و پیوسته است در نتیجه: $G(\cdot, \Omega_{t-1}) = \Pr(Y_t \leq \cdot | \Omega_{t-1})$ است. $\alpha \in [0, 1]$ بیانگر سطح همگرایی است. α سطح ارزش در معرض ریسک است بطوریکه:

$$\Pr(Y_t \leq -\text{VaR}_t(\alpha) | \Omega_{t-1}) = \alpha$$

$-\text{VaR}_t(\alpha)$ ، α امین درصد از توزیع زیر به صورت است:

$$\text{VaR}_t(\alpha) = -G^{-1}(\alpha, \Omega_{t-1}) = -\inf\{y: G(y, \Omega_{t-1}) \geq \alpha\}$$

بر این اساس، تابع نقض یا تابع ضربه یا اصابت^{۳۵} در سطح معناداری α و زمان t به صورت زیر است:

$$h_t(\alpha) = 1(Y_t \leq -\text{VaR}_t(\alpha))$$

که $1(\cdot)$ تابع شاخص می‌باشد. تابع نقض مقدار یک می‌گیرد اگر تابع زیان در زمان t بزرگتر یا برابر با $\text{VaR}_t(\alpha)$ باشد و در غیر این صورت صفر خواهد بود.

برای $\alpha \in [0, 1]$ عبارت زیر برقرار است که بصورت یک عبارت تفاضلی مارتینگلی است.

$$E[h_t(\alpha) - \alpha | \Omega_{t-1}] = 0 \quad \text{برای هر } \alpha \in [0, 1]$$

• پس آزمایی ریزش مورد انتظار

محاسبه پس آزمایی ریزش مورد انتظار و همچنین ارزش در معرض ریسک شرطی دشوارتر از ارزش در معرض ریسک است. زیرا در این موارد انتظارات را نسبت به یک چندک واحد تست می‌کنیم. خوشبختانه، روش ساده‌ای برای پس آزمایی ارزش مورد انتظار و ارزش در معرض ریسک در قیاس با تست نسبت نقض برای ارزش در معرض ریسک وجود دارد. برای روزهایی که ارزش در معرض ریسک نقض می‌شود، NS نرمال شده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$NS_t = \frac{Y_t}{ES_t}$$

هنگامیکه ES_t برابر با ES مشاهده شده در روز t باشد. بر مبنای تعریف ES ، Y_t مورد انتظار هنگامی که ارزش در معرض ریسک نقض شده باشد به صورت زیر است:

$$\frac{E[Y_t | Y_t < -\text{VaR}_t]}{ES_t} = 1$$

بنابراین، میانگین NS ، که با \overline{NS} نمایش داده شده است، بایستی فرض صفر به صورت زیر برقرار شود:

$$H_0: \overline{NS} = 1$$

حال با آزمون کردن میانگین بازده‌ها در مقابل روزهایی که ارزش در معرض ریسک نقصان می‌یابد می‌توان فرض صفر را آزمون نمود.

۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها

در ادامه به بیان نحوه پیاده‌سازی چارچوب ارائه شده در بخش (۳) این مقاله می‌پردازیم. بخش تجزیه و تحلیل داده‌ها در حقیقت گام‌های اساسی فرآیند پیاده‌سازی مدل می‌باشد.

۴-۱- معرفی داده‌ها

داده‌های استفاده شده در این مقاله مربوط به شاخص کل (TEDPIX) در دوره زمانی ۱۳۸۰/۱۲/۲۹ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۹ و شامل ۲۸۷۱ داده است که به صورت روزانه از نرم افزار رهاورد نوین استخراج شده است. این داده‌ها به دو دسته دوره مشاهدات و دوره آزمون تقسیم می‌شوند. دوره مشاهدات دوره‌ای است که از آن برای محاسبه مقادیر پارامترها و مقدار ارزش در معرض ریسک استفاده می‌شود در حالی که دوره آزمون دوره‌ای است که از آن جهت بررسی عملکرد مقدار ارزش در معرض ریسک تخمین زده شده با هر مدل استفاده می‌شود در این دوره بررسی می‌شود که مقدار ارزش در معرض ریسک در چند درصد مواقع عملکرد بهتری را از خود ارائه کرده است در حقیقت بر اساس این دوره و آزمون‌های مشخصی با بررسی عملکرد این سنج‌ها، سنج‌های که عملکرد مطلوب تری دارد شناسایی می‌شود. سطح اطمینان برای آزمون‌های آماری استفاده شده در ادامه این پژوهش را ۹۵٪ در نظر می‌گیریم و روش تخمین پارامترها روش حداکثر درست‌نمایی است. بعلاوه طول دوره مشاهدات را ۱۰۰۰ داده در نظر می‌گیریم و ۱۷۸۱ داده اخیر را به عنوان دوره آزمون انتخاب شده است. دلیل انتخاب دوره آزمون اتفاقات سیاسی و اجتماعی ایران در این دوره است. متغیر استفاده شده در این پژوهش بازدهی داده‌های روزانه شاخص می‌باشد که یک متغیر کمی و پیوسته است که به صورت بازده مرکب پیوسته (بازده لگاریتمی) محاسبه می‌شود.

۲-۴- آماره‌های توصیفی

برخی از آماره‌های توصیفی که ما را در شناخت ویژگی‌های بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران کمک می‌کند در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول (۱): آماره‌های توصیفی بازدهی شاخص کل بورس

مقدار پارامتر	پارامترهای نمونه‌ای
0.00235	میانگین
0.00145	میانه
0.00000	نما
0.00919	واریانس
-0.00314	چارک اول
0.00791	چارک سوم
-0.02758	کمترین داده
0.03440	بیشترین داده
0.17776	اریبی
3.28465	کشیدگی

مقادیر کشیدگی و اریبی نشان‌دهنده این حقیقت است که به احتمال خیلی زیاد داده‌ها از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند. بزرگتر بودن میانگین از میانه (تقریباً ۱.۶ برابر میانه) نشان‌دهنده چولگی به راست برای داده‌های بازده می‌باشد.

۳-۴- ویژگی‌های آماری داده‌های مورد آزمون

برای بررسی دقیق ویژگی داده‌ها از آزمون‌های تکمیلی استفاده شده است. آزمون‌های جاک-برا و کلموگروف-اسمیرنوف برای بررسی فرض پیروی توزیع بازده‌ها از توزیع نرمال استفاده می‌شود برخی آزمون کلموگروف-اسمیرنوف به دلیل ناپارامتری بودن، آن را قوی تر از آزمون جاک برا می‌دانند به این دلیل از هر دو این آزمون‌ها برای بررسی استفاده شده است. با انجام آزمون آرچ نتیجه گرفته می‌شود که اثرات آرچ وجود دارد همچنین با بکار بردن آزمون لیونگ-باکس برای مجذور بازده‌ها می‌توان وجود واریانس ناهمسانی را برای داده‌ها بررسی کرد. آزمون لیونگ باکس برای بازده‌ها نیز قابلیت پیش بینی بازده‌ها را مورد ارزیابی قرار می‌دهد.

جدول (۲): آزمون‌های انجام شده برای بازدهی شاخص بورس

نوع آزمون	هدف آزمون	آماره آزمون	مقدار بحرانی	سطح اطمینان
جاک-برا ^{۳۶}	پیروی داده‌ها از توزیع نرمال استاندارد	۱,۰۵۴۴	۰,۰۰۰۶	٪۹۵
کلموگروف-اسمیرنوف ^{۳۷}	پیروی داده‌ها از توزیع نرمال استاندارد	۰,۴۸۹۰	۰,۰۲۵۳	٪۹۵
لیونگ-باکس ^{۳۸}	بررسی اثر خود همبستگی بین بازده‌ها	۷۵۷,۵۸۳۳	۱۴,۰۶۷۱	٪۹۵
لیونگ-باکس	بررسی اثر خود همبستگی بین مجذور بازده‌ها (اثرات گارچ)	۲۰۳,۲۲۷۴	۱۴,۰۶۷۱	٪۹۵
ارچ ^{۳۹}	بررسی وجود اثرات ارچ	۸۶,۳۸۴۴	۳,۸۴۱۵	٪۹۵

با انجام آزمون‌های جدول (۲) و نتایج حاصل از این بررسی‌ها می‌توان نتیجه گرفت که داده‌های بازدهی شاخص کل بورس تهران از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند. بعلاوه اثرات خودهمبستگی بین این بازده‌ها مشاهده می‌شود. از طرف دیگر اثرات خود همبستگی بین مجذور این بازده‌ها بیانگر وجود ناهمسانی واریانس می‌باشد. با انجام آزمون آرچ نتیجه گرفته می‌شود که اثرات آرچ وجود دارد و ناهمسانی واریانس یکی از ویژگی‌های این دسته از داده‌ها می‌باشد. برای بررسی وجود خاصیت حافظه بلند مدت در سری زمانی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از آزمون‌های GPH، آماره R/S و آماره DFA استفاده شده است. در هر سه فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت و فرض مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی می‌باشد. چنانچه آماره آزمون اختلاف معنی داری با صفر نداشته باشد، فرض صفر یعنی عدم وجود حافظه بلندمدت را نمی‌توان رد کرد. نتایج حاصل از بکارگیری آزمون حافظه بلند مدت در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول (۳): آزمون‌های انجام شده برای بررسی وجود حافظه بلندمدت در بازدهی شاخص بورس

آماره آزمون	سطح اطمینان	مقدار آماره آزمون	آماره d	نتیجه آزمون
DFA	٪۹۹	۴,۰۹۳۵	۰,۴۹۸۲	وجود حافظه
R/S	٪۹۵	۲,۰۸۷۸	۰,۴۸۶	وجود حافظه بلندمدت
GHP	٪۹۹	۳,۶۸۱۶	۰,۵۲۶۷	وجود حافظه بلندمدت

۴-۴- بررسی مدل‌های مورد استفاده

جهت تحلیل دقیق مناسب بودن یا نبودن یک مدل، نیازمند پس آزمون‌های دقیق برای ارزش در معرض ریسک شرطی می‌باشیم که در این پژوهش از روش‌های چهار آزمون جزء اخلاص مازاد استاندارد شده، فرآیند نقض تجمعی، پس آزمایی ریزش مورد انتظار و تابع زیان لویز استفاده می‌کنیم. که نتایج آن در جدول ۴ قابل مشاهده است.

جدول (۴): آزمون‌های بازخورد در سطح معنی‌داری ۰,۰۱ و پنجره مشاهدات به تعداد ۱۰۰۰ داده (WE=1000)

مدل‌های تخمین CVaR	روش جز اخلاص مازاد استاندارد شده	مقدار P-Value	فرآیند نقض تجمعی (۰,۰۰۵)	مقدار P-Value	پس آزمایی ریزش مورد انتظار ^{۴۰}	مقدار P-Value	میانگین تابع زیان لویز
شبیه‌سازی تاریخی (HS)	۱,۱۲۸۶	۰,۱۱۰۰	۰,۱۰۰۴	۰,۴۶۰۱	۰,۹۲۳۹	۰,۱۷۸۹	۰,۰۷۴۷
normal (GARCH(1,1))	۰,۴۵۹۶	۰,۳۲۳۴	۰,۰۹۶۵	۰,۴۶۱۷	۰,۸۵۹۰	۰,۱۹۶۲	۰,۰۱۶۸
GARCH(1,1) t-Student	۰,۴۴۴۵	۰,۳۲۸۸	۰,۱۱۰۲	۰,۴۷۰۶	۰,۸۵۳۳	۰,۱۹۷۸	۰,۰۱۸۱
GARCH(1,1)-EVT	۰,۳۶۱۴	۰,۳۵۹۳	۰,۰۹۲۸	۰,۴۶۳۱	۰,۸۱۳۵	۰,۲۰۸۹	۰,۰۱۴۱
FIGARCH(1,1)-EVT	۰,۳۲۶۱	۰,۳۷۲۵	۰,۰۹۰۱	۰,۴۶۴۲	۰,۸۱۱۰	۰,۲۰۹۶	۰,۰۰۵۸

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول برای آزمون روش جز اخلاص مازاد استاندارد شده متوجه می‌شویم که فرض صفر برای تمامی مدل‌ها را نمی‌توان رد نمود. به عبارت دیگر اجزای اخلاص محاسباتی از این روش تفاوت معناداری با صفر ندارند. همچنین بر اساس مقادیر محاسباتی جز اخلاص و انحراف معیار از این روش مشخص

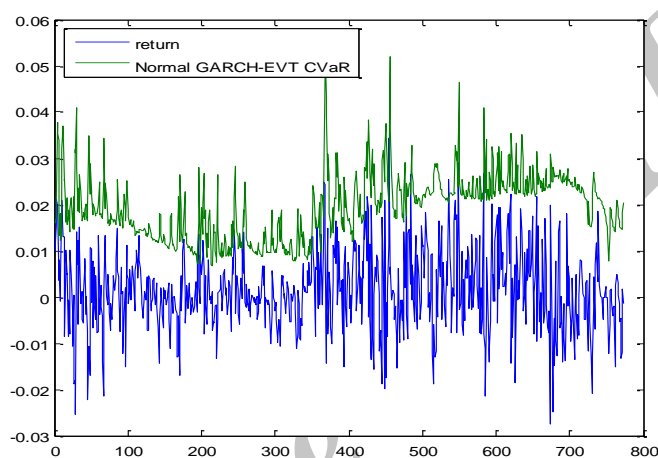
می‌گردد که برآوردگرهای ارزش در معرض ریسک شرطی برآوردگری ناریب از تابع زیان روزانه می‌باشند. در نتیجه، می‌توان بیان داشت که این دسته از مدل‌ها می‌توانند با دقت در نظر گرفته شده برای ارزش در معرض ریسک شرطی، یعنی ۹۹٪، مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی را برای دوره آتی پیش بینی کنند. البته با توجه به P-value پایینتر در مورد روش شبیه‌سازی تاریخی استدلال می‌شود که سایر مدلها نسبت به این روش از مزیت نسبی در محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی برخوردار هستند. همچنین این امر بیانگر تعداد بیشتر بروز استثنائات یا نقضها برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در این روش نسبت به سایر روشها نیز می‌باشد. به عنوان آخرین نکته از این روش بیان می‌شود که نتایج حاصله روشهای FIGARCH(1,1)-EVT و GARCH(1,1)-EVT نسبت به سایر روشها بر مبنای آماره محاسباتی و p-value آنها پیش بینی بهتر و دقیقتری از مقادیر ارزش در معرض ریسک شرطی در آینده ارائه خواهد داد و قابلیت اتکای بهتری خواهند داشت.

تحلیل نتایج حاصل از فرآیند نقض تجمعی که به دو صورت شرطی (سری $\{H_t(\alpha, \theta_0) - \alpha/2\}_{t=1}^{\infty}$) ناهمبسته است. بیانگر این امر است که تابع نقض یا hit محاسباتی در طول زمان یا هر روز در سطح معناداری مورد نظر ناهمبسته است و در واقع از یک زمان به زمان دیگر خوشه بندی شده نیست) و غیرشرطی (سری $\{H_t(\alpha, \theta_0) - \alpha/2\}_{t=1}^{\infty}$) با میانگین صفر است. بیانگر این امر است که تابع نقض یا hit محاسباتی در طول زمان یا هر روز در سطح معناداری مورد نظر تفاوت معناداری با صفر ندارد) ارائه می‌شود. اگرچه شبیه‌سازیهای متعدد بیانگر این امر است که روش شرطی و غیرشرطی عموماً تفاوت معناداری با یکدیگر از حیث نتایج آماری ندارند. نتایج حاصل از فرآیند نقض تجمعی در سطح معناداری ۹۹ درصد بیان شده است. پس آزمایی صورت گرفته نیز تایید کننده این امر است. نتایج حاصل از این روش بر برآزش و پیش بینی بهتر ارزش در معرض ریسک شرطی از مدل‌های FIGARCH(1,1)-EVT، GARCH(1,1)-EVT و normal-GARCH(1,1) حکایت دارد.

روش پس آزمایی ریزش مورد انتظار به عنوان روش سوم برای پس آزمایی ارزش در معرض ریسک شرطی مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش با آزمون کردن میانگین بازده‌های روزانه در مقابل روزهایی که ارزش در معرض ریسک نقصان می‌یابد می‌خواهیم فرض صفر را آزمون کنیم. بر اساس نتایج حاصله فرضیه صفر در هیچ یک از مدل‌های مورد استفاده رد نخواهد شد. این امر بیانگر محاسبه مناسب ارزش در معرض ریسک شرطی مورد انتظار می‌باشد. در واقع آزمون نشانگر تفاوت معناداری میان ارزش برآورد شده و ارزش مورد انتظار از این پارامتر نمی‌باشد. بنابراین از روشهای مورد استفاده برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی به خوبی می‌توان برای تحلیل نتایج و همچنین پیش بینی مقادیر ارزش در معرض ریسک در آینده استفاده نمود. همچنین نتایج حاصله از این آزمون از برتری نسبی روشهای FIGARCH(1,1)-EVT و GARCH(1,1)-EVT نسبت به سایر روشها بر مبنای آماره محاسباتی و p-value آنها حکایت دارد.

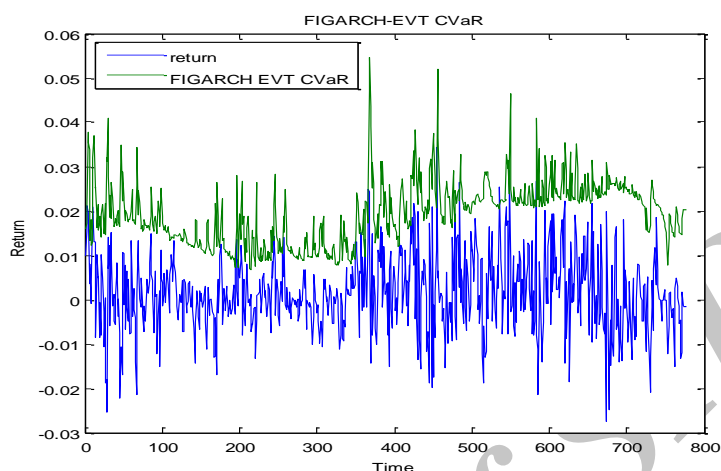
یک معیار دیگری که در آزمون بازخورد مورد استفاده قرار می‌گیرد، تابع زیان لویز ۴۲ می‌باشد. لویز (۱۹۹۹)، به منظور لحاظ کردن مقدار زیان استثنائات بیش از مقدار VaR پیشنهاد کرد میانگین مقادیر تابع زیان لویز $l(VaR_t(p), y_t)$ برای دوره آزمون، مبنای مقایسه قرار گیرد. این معیار در واقع نشان می‌دهد که مدل‌ها در مواجهه با رخ داده‌ها چگونه مقدار ارزش در معرض ریسک را تخمین می‌زنند که فاصله بین استثنا و

مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی تخمین زده شده به عنوان ملاک قضاوت بین مدل‌ها می‌باشد. این فاصله هرچقدر کمتر باشد بهتر است و مدلی که این خاصیت را داشته باشد در نوسان‌های شدید بازار از استواری بیشتری در مقادیر تخمین برخوردار است. با ملاحظه ستون آخر جدول ۴ مشاهده می‌شود که مدل FIGARCH-EVT از میان سایر مدل‌ها تابع زیان کمتری را به خود اختصاص داده است بنابراین این مدل استواری بیشتری را در تخمین ارزش در معرض ریسک شرطی دارد.



شکل (۲) : نمودار آزمون باز خورد در دوزه آزمون با استفاده از مدل GARCH-EVT

شکل (۲) نشان دهنده مدل شبیه‌سازی GARCH-EVT ارزش در معرض ریسک شرطی و بازدهی شاخص کل بورس را نشان می‌دهد



شکل (۳): نمودار آزمون باز خورد در دوزه آزمون با استفاده از مدل FIGARCH-EVT

شکل (۴) نشان دهنده مدل شبیه‌سازی FIGARCH-EVT ارزش در معرض ریسک شرطی و بازدهی شاخص کل بورس را نشان می‌دهد. این مدل مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی را در موقعیت‌های پرنوسان بازار بطور قابل توجهی تعدیل می‌کند که باعث شده است از میان مدل‌های دیگر تابع زیان لوپز آن از همه کمتر باشد.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله ضمن پیاده‌سازی محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از روش جدید FIGARCH-EVT- CVaR برای داده‌های شاخص بورس تهران از مدل‌های دیگر بجز گارچ پایه برای اولین بار استفاده می‌شود. برخی از این مدل‌ها اثرات اهرمی یا رابطه بین ریسک و بازده و غیره را در مدل‌سازی نوسان لحاظ می‌کند بنابراین می‌توانند موجب تصریح دقیق‌تری از CVaR گردند. ضمن بررسی و پیاده‌سازی مدل‌های خانواده GARCH نظیر مدل FIGARCH(1,1)، که اثر حافظه بلند مدت را در نظر می‌گیرد، بجای مدل گارچ معمولی در مدل ترکیبی مورد نظر می‌تواند ما را به نتایج مطلوب‌تری رهنمون سازد چرا که، تحقیقات انجام شده بر روی داده‌های بورس حاکی از وجود حافظه بلندمدت برای این داده‌ها می‌باشد بنابراین استفاده از این مدل‌سازی می‌تواند ویژگی داده‌های شاخص کل را بهتر در نظر گرفته و تخمین‌هایی ارائه شده برای CVaR قابلیت اتکای بالاتری داشته باشد.

فهرست منابع

- * Koedijk, K.G., Schafgans, M. and de Vries, C.G. (1990), The tail index of exchange rate returns, Journal of international Economics, 29, 93-108.

- * Jansen, D. and de Vries, C.G. (1991), On the frequency of large stock returns: Putting booms and busts into perspective, *Review of Economics and Statistics*, 73, 18–24.
- * McNeil, A.J., Frey, R. and Embrechts, P. (2005), *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*. Princeton University Press.
- * Embrechts, P., Kuppelberg, C. and Mikosch, T. (1997), *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance: Applications of Mathematics*. Springer-Verlag.
- * Danielsson, J. and de Vries, C.G. (2003), “Where do extremes matter?” Available at <http://www.RiskResearch.org>
- * Balkema, A. A. and de Haan, L. (1974). Residual life time at great age. *Annals of Probability*, 2:792-804.
- * Pickands, J. I. (1975). Statistical inference using extreme value order statistics. *Annals of Statistics*, 3:119-131.
- * Jenkinson, A. F. (1955). The frequency distribution of the annual maximum (minimum) values of meteorological events. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81:158-172.
- * Von Mises, R. (1954). La distribution de la plus grande de n valeurs. In *Selected Papers*, Volume II, pages 271{294. American Mathematical Society, Providence, RI.
- * Danielsson, J., (2011), *Financial Risk Forecasting*, John Wiley and Sons.
- * Engle, Robert F., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimation of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, PP. 987-1007.
- * Bollerslev, T., 1986, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, Vol. 31, No. 3, PP. 307-327.
- * Lopez, J., 1999, "Methods for Evaluating Value-at-Risk estimates, Federal Reserve Bank of San Francisco", *Economic Review*, Vol. 2, PP. 3-17.
- * Gilli, M., & Kellezi, E. (2006). An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. *Computational Economics*, 27(2), 207-228.
- * R. Gencaya, F. Selcukc, 2004, Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets, *International Journal of Forecasting* 20 (2004) 287– 303
- * V. Marimoutou, B. Raggad, A. Trabelsi, 2009, Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to oil market, *Energy Economics*. V. O. Andreev, S. E. Tinykov, O. P. Ovchinnikova, G. P. Parahin, 2012, Extreme Value Theory and Peaks Over Threshold Model in the Russian Stock Market, *Journal of Iberian Federal University. Engineering & Technologies* 1 (2012 5) 111-121.
- * K. Singh, D.E. Allen, R. J Powell, 2011, Value at Risk Estimation Using Extreme Value Theory, 19th International Congress on Modelling and Simulation, Perth, Australia, 12–16 December 2011.
- * McNeil, A., & Frey, R. (2000). Estimation of Tail Related Risk Measure for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach. *Journal of Empirical Finance* 7, 271-300.
- * Ben Soltane H., Karaa A., Bellalah M., 2012 Conditional VaR using GARCH-EVT approach; Forecasting Volatility in Tunisian Financial Market, *Journal of Computational & modeling*, vol.2, no.2.
- * Ling Deng, Chaoqun Ma and Wenyu Yang, Portfolio Optimization via Pair Copula-GARCH-EVT-CVaR Model, *Systems Engineering Procedia*, 2, (2011), 171-181
- * Campbell, S.D. (2005), A Review of Backtesting and Backtesting Procedures, Technical Report 2005-21, Federal Reserve staff working paper in the Finance and Economics Discussion Series.
- * Christoffersen, P.F. (1998), “Evaluating interval forecasts,” *International Economic Review*, 39, 841–862.
- * Kupiec, P. (1995), Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models, *Journal of Derivatives* 3:73-84.

- Baillie, R., Morana, C., 2009. Modeling long memory and structural breaks in conditional variances: an adaptive FIGARCH approach. *Journal of Economic Dynamics and Control* 33, 1577-1592.
- * Belkhouja, M. and M. Boutahary (2011). Modeling volatility with time-varying figarch models. *Economic Modelling* 28(3), 1106-1116.
 - * Kilic, R., (2009), Long Memory and Nonlinearity in Conditional Variances: A Smooth Transition on FIGARCH Model, *Journal of Empirical Finance*
 - * D.B.Nelson, Conditional heteroscedasticity in asset returns: a new approach, *Econometrica*, 59(2), (1991), 347-370.
 - * Glosten, L., R. Jagannathan and D. Runkle (1992), On the Relation between the Expected Value and Volatility and of the Nominal Excess Returns on Stocks, *Journal of Finance*, 46, 1779-1801.
 - * Engle, R.F. and T. Bollerslev (1986), Modeling the persistence of conditional variances, *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
 - * Baillie, R., T. Bollerslev and H. Mikkelsen (1996), Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 73, 5-59.
 - * Bollerslev, T. and H. Mikkelsen (1996), Modeling and Pricing Long Memory in Stock Market Volatility, *Journal of Econometrics*, 73, 151-184.
 - * Beine, M., Laurent, S., 2000. Structural Change and Long Memory in Volatility: New Evidence from Daily Exchange Rates, Working Paper, University of Liege.
 - * Degiannakis, S. (2004), Volatility Forecasting: Evidence from a Fractional Integrated Asymmetric Power ARCH Skewed-t Model, *Applied Financial Economics*, 14, 1333-1342.
 - * Kang, S. and S. Yoon (2007), Long Memory Properties in Return and Volatility: Evidence from the Korean Stock Market, *Physica A*, 385, 591-600
 - * Jefferis, K. and P. Thupayagale (2008), Long Memory in Southern Africa Stock Markets, *South African Journal of Economics*, 73, 384-398
 - * Ruiz, E. and H. Veiga (2008), Modelling Long-Memory Volatilities with Leverage Effect: ALMSV versus FIGARCH, *Computational Statistics and Data Analysis*, 52, 2846- 2862
 - * Niguez, T. (2007), Volatility and VaR Forecasting in the Madrid Stock Exchange, *Spanish Economic Review*, 10, 169-196
 - * Pelinecu, E., Acatrinei, M., (2014), Modelling the high frequency exchange rate in Romania with FIGARCH, *Procedia Economics and Finance*, 15 (2014) 1724 – 1731.
 - * Cevik, P., Emec H., (2013), Long Memory Properties in Return and Volatility: An Application of the Impact of Arab Spring in Turkey Financial Market, *Current Research Journal of Social Sciences* 5(2): 60-66, 2013
 - * Maheshchandra J., P., (2012), Long Memory Property In Return and Volatility: Evidence from the Indian Stock Markets, *Asian Journal of Finance & Accounting*, Vol. 4, No. 2

یادداشت‌ها

- ¹. Capital Requirement
- ². Margin Accounts
- ³. Fat Tail
- ⁴. Extreme
- ⁵. Extreme Value Theory
- ⁶. Frechet
- ⁷. Fisher
- ⁸. Tippet

9. Von Mises
10. Gendenko
11. Pickands
12. Koedijk et al.
13. Jansen and De Vries
14. Gencaya, & Selcukc
15. Gilli & Kellezi
16. Andreev
17. McNeil & Frey
18. quasi maximum likelihood
19. Singh et al.
20. Soltane et al.
21. Unit-root nonstationary time series
22. Block Maxima approach
23. Peak Over Threshold
24. Conditional Excess Distribution Function
25. Balkema
26. De Haan
27. Generalized Pareto Distribution
28. Hill Estimator
29. Window of Estimation
30. Window of Testing
31. Standardized Exceedance Residuals
32. McNeil & Frey, 2000
33. The Cumulative Violation Process
34. Escanicano
35. hit
36. Jarque Bera
37. Kolmogorov-Smirnov
38. Liung Box
39. ARCH(Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)
40. Backtseting
41. Expected Shortfall
42. Lopez