Archive of SID

فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال نهم/ شماره سی‌وپنجم/ پائیز ۱۳۹۹

کاربرد الگوریتم پیچش زمانی پویا و ضرایب همبستگی در خوشه‌بندی سری‌های زمانی به منظور تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص

فرید تندنویس
کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشگاه تهران، دانشکده مدیریت
farid.tondnevis@ut.ac.ir

حسن حکیمیان
کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشگاه تهران، دانشکده مدیریت (نویسنده مسئول)
Hasan.hakimian@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۵/۱۶ تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۷/۱۶

چکیده

ردیابی شاخص که به عنوان یکی از روش‌های مدیریت غیرفعال سرمایه‌گذاری شناخته شده است، به دنبال تشکیل پرتفوی، به‌گونه‌ای است که در طول زمان با کمترین میزان خطا، بازده‌ای نزدیک به شاخص داشته باشد. در این پژوهش به بررسی کاربرد یک مدل برنامه‌ریزی صفر و یک در خوشه‌بندی سری‌های زمانی به‌منظور تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص پرداخته شده است. به‌منظور اجرای فرآیند خوشه‌بندی، معیارهای متنوع سنجش شباهت سری‌های زمانی از جمله، ضرایب همبستگی پیرسون، اسپیرمن، کندال و اردم و همچنین فاصلهٔ مبتنی رویکرد پیچیش زمانی پویا، مورد استفاده قرار گرفته‌است. آزمون خارج از نمونه بر روی نسبت بازار و خطای ردیابی پرتفوهای مبتنی بر شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران ۴ فصل تابستان ۹۶، پاییز ۹۶، زمستان ۹۶ و بهار ۹۷ نشان از این موضوع دارد که پرتفوها در ردیابی شاخص موفق عمل نموده‌اند و متوسط خطای ردیابی روزانهٔ پرتفوی مبتنی بر ضریب همبستگی پیرسون از دیگر پرتفوها پایین‌تر است. همچنین آزمون سخت‌گیرانه مقایسات زوجی بر روی خطای ردیابی پرتفوها نیز حاکی از آن است که خطای ردیابی پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی پیرسون، در سطح اطمینان ۹۹ درصد به‌طور معناداری از دیگر پرتفوها پایین‌تر است.

واژه‌های کلیدی: ردیابی شاخص، خطای ردیابی، ضرایب همبستگی، پیچش زمانی پویا..

www.SID.ir

Archive of SID

۱- مقدمه

به‌طور کلی، مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری از دو رویکرد فعال و غیرفعال در مدیریت پرتفوی استفاده می‌کنند. در راهبرد فعال، مدیر صندوق به‌دنبال شناسایی سهم‌هایی است که در طول زمان عملکرد بهتری را از خود نشان دهند. به عبارتی این رویکرد با فرض عدم کارایی اطلاعاتی بازار سرمایه، قضاوت‌ها و تحلیل‌های مدیر پرتفوی در ایجاد ارزش افزوده و بازدهی بالاتر از شاخص را موثر می‌داند. در مقابل، رویکرد غیرفعال با فرض کارایی اطلاعاتی بازار سرمایه، انعطاف‌پذیری عملیاتی مدیر را محدودتر نموده و ضوابط مشخصی را برای مدیر صندوق سرمایه‌گذاری درنظر می‌گیرد. ردیابی شاخص به عنوان یکی از رویکردهای منفعلانهٔ مدیریت سرمایه‌گذاری، به دنبال تشکیل پرتفوی، به گونه‌ای است که با سرمایه‌گذاری در تعدادی از سهم‌های تشکیل‌دهندهٔ یک شاخص، عملکرد شاخص را بازسازی نماید. (بیزلی، مید وچنگ، ۲۰۰۲)

واضح است که در صورت سرمایه‌گذاری در تمامی سهم‌های شاخص با وزن شاخص، عملکرد پرتفوی، عیناً معادل شاخص خواهد بود. این رویکرد در ادبیات موضوع با عنوان تکرارکامل[1] شناسایی می‌شود. اما چنین رویکردی با تحمیل هزینه‌های معاملاتی بالا به پرتفوی، مهم‌ترین مزیت رویکرد غیرفعال را نقض خواهد نمود. از طرفی می‌دانیم که هرچه تعداد سهم‌های تشکیل‌دهنده پرتفوی، از سهام‌های تشکیل دهندهٔ شاخص کمتر باشد، عملکرد پرتفوی از شاخص فاصله می‌گیرد. کمینه‌کردن این اختلاف با استفاده از یک مدل پیچیدهٔ بهینه‌سازی ریاضی می‌تواند به عنوان یکی از روش‌های تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص مورد استفاده قرار گیرد. اما این مدل‌ها با توجه به نیاز به تخمین پارامترهای متعدد و پیش‌بینی آن‌ها، به خصوص در زمانی که در سایز واقعی مورد استفاده قرار گیرند؛ دارای پیچیدگی زمانی و محاسباتی بالایی خواهند بود. (چن و روی، ۲۰۱۲) استفاده مستقیم از مدل میانگین واریانس و همچنین استفاده غیرمستقیم از مدل‌های عاملی که در ادبیات موضوع به عنوان روش‌های ردیابی شاخص معرفی شده‌اند و در قسمت بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرند نیز، پژوهشگران را با محدودیت‌های فوق روبرو خواهند نمود.

یکی دیگر از روش‌های مورد استفاده برای تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص، رویکرد خوشه‌بندی سری‌های زمانی است. (داز و کیتونی، (۲۰۰۵) در این رویکرد، سهم‌هایی از شاخص که دارای روند عملکردی مشابه هستند، در یک گروه قرار می‌گیرند و از هر گروه یک نماینده برای تشکیل پرتفوی انتخاب می‌شود. واضح است که این روش تنها به تخمین میزان شباهت میان سری‌های زمانی به منظور خوشه‌بندی نیاز دارد و در نتیجه پیچیدگی محاسباتی رویکردهای قبلی را نخواهد داشت. (چن و روی، ۲۰۱۲)

این پژوهش به ارائه مدلی برای تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص با استفاده از رویکرد خوشه‌بندی سری‌های زمانی می‌پردازد. مهم‌ترین موضوع در خوشه‌بندی سری‌های زمانی تعیین معیار سنجش شباهت در فرایند خوشه‌بندی است. پژوهش‌های پیشین از شاخص ضریب همبستگی پیرسون به عنوان معیار سنجش شباهت سری‌های زمانی استفاده نموده‌اند (کورنجلوس و توتونچی، ۲۰۰۹)(چن و روی ۲۰۱۲) این پژوهش در واقع به پاسخ به این سوال می‌پردازد که آیا دیگر شاخص‌های سنجش شباهت سری‌های زمانی، که در ادبیات موضوع مورد اشاره گرفته‌اند، می‌توانند در مدل خوشه‌بندی و تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص مورد استفاده قرار گیرند

www.SID.ir

Archive of SID

و عملکرد پرتفوی را نسبت به حالت استفاده از ضریب همبستگی پیرسون بهبود بخشند؟ هدف اصلی این پژوهش بررسی معیارهای سنجش میزان شباهت سری‌های زمانی در خوشه‌بندی، و تحلیل تاثیر استفاده از آن‌ها در مدل خوشه‌بندی سری‌های زمانی به منظور تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص است. در پژوهش حاضر، نقش استفاده از الگوریتم پیچش زمانی پویا[۲] (با اختصار DTW) (شن، ۲۰۱۶)و همچنین ضریب همبستگی اردم[۳] (اردم، ۲۰۱۴) در تعیین میزان وابستگی و شباهت میان سری‌های زمانی مورد استفاده قرا می‌گیرد که مهم‌ترین تفاوت آن با دیگر پژوهش‌های انجام شده را در بر می‌گیرد. همچنین ضرایب همبستگی رتبه‌ای کندال و اسپیرمن نیز در این پژوهش به منظور سنجش شباهت سری‌های زمانی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در ادامه پس از ارائهٔ مبانی نظری و پیشینه تجربی پژوهش، روش‌شناسی و مدل بررسی شده در پژوهش مورد بررسی قرار خواهند گرفت. در ادامه نتایج آزمون فرضیات مورد بررسی قرار گرفته و نتیجه‌گیری نهایی پژوهش ارائه خواهد شد.

مروری بر مبانی نظری و پیشینه تجربی پژوهش

پیشینه تجربی

رویکردهای مختلفی برای تشکیل صندوق‌های مبتنی بر شاخص و یا پرتفوی ردیاب در ادبیات موضوع ارائه شده است. این رویکردها در ادبیات موضوه می‌توانند به ۴ گروه تقسیم شوند. رویکرد کمینه‌سازی خطای ردیابی، رویکرد مدل‌های عاملی، رویکرد میانگین-واریانس و رویکرد خوشه‌بندی. یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین این روش‌ها استفاده از یک مدل بهینه‌سازی به منظور کمینه‌کردن خطای ردیابی[۴] مورد انتظار توسط انتخاب تعداد مشخصی از دارایی‌هاست (چن و روی، ۲۰۱۲). در مورد خطای ردیابی مورد انتظار تعاریف گوناگونی در ادبیات موضوع ارائه شده است. برخی خطای ردیابی را به عنوان قدرمطلق اختلاف بازده مورد انتظار شاخص پرتفوی معرفی نموده‌اند.(کلارک، کراس و استیتمن، ۱۹۹۴) و (می‌ها و دیگران، ۲۰۱۱) برخی دیگر از پژوهش‌ها واریانس اختلاف بین بازده شاخص و پرتفوی را به عنوان معیار خطای ردیابی معرفی نموده‌اند.(مید و سالکین، ۱۹۹۰)، (مید و سالکین، ۱۹۸۹)، (رول و رنالد، ۲۰۰۲). پژوهشگران دیگری به معرفی مجموع مجذور اختلاف بازده شاخص و پرتفوی به عنوان خطای ردیابی و پرتفوی پرداختند. (بیزلی، مید وچنگ، ۲۰۰۲). همانطور که در تعریف خطای ردیابی به عنوان واریانس اختلاف بین بازدهٔ پرتفوی و شاخص و یا مجذور این اختلاف واضح است، مسئله کمینه‌سازی خطای ردیابی یک مسئله برنامه‌ریزی درجهٔ دوم است از نظر محاسباتی پیچیدگی‌های خاص خود را دارد.

برخی محققین به بررسی رویکردهای ابتکاری برای تحلیل مسئله پرداختند و در واقع بر روی پیچیدگی محاسباتی مسئله تمرکز نمودند. (بیزلی، مید وچنگ، ۲۰۰۲) گیلی و کزلی (۲۰۰۲) نیز به بررسی الگوریتم ابتکاری پذیرش آستانه‌ای پرداختند و این الگوریتم را به عنوان رویکردی موثر در ردیابی شاخص معرفی نمودند. کنو و ویجایاناکا (۲۰۰۱) به جای واریانس، به کمینه‌سازی قدرمطلق اخلافات بازده شاخص و بازدهٔ پرتفوی با استفاده از الگوریتم شاخه و کران پرداختند. رودلف، مارکوس و پورگن (۱۹۹۹) نیز به معرفی معیارهایی خطی

www.SID.ir

Archive of SID

برای اندازه‌گیری خطای ردیابی پرداختند و با استفاده از برنامه‌ریزی خطی مقدار خطای ردیابی را کمینه نمودند و جواب مسئله را استخراج کردند. سجادی و سبزواری (۱۳۹۴) به تحلیل مسئله با استفاده از الگوریتم کرم شبتاب پرداختند و پیچیدگی زمانی چندجمله‌ای برای تحلیل مسئله ایجاد نمودند. امیری، کرمی و ناصرپور (۱۳۹۵) نیز با استفاده از الگوریتم بیگ بنگ، بیگ کرانچ و الگوریتم دیفرانسل تکاملی به تحلیل مسئله فوق پرداختند.

رویکرد دوم که در ادبیات به آن اشاره شده است، استفاده از مدل‌های عاملی به منظور ایجاد تطابق بین مشخصه‌های پرتفوی ردیاب و شاخص است. (چن و روی، ۲۰۱۲) مدل‌های عاملی بازدهٔ یک سهم را به یک یا چند عامل اقتصادی مربوط می‌سازند. برای مثال یک مدل تک‌شاخصی به‌منظور به‌دست‌آوردن بازدهٔ سهم i از یک مدل رگرسیون خطی استفاده می‌کند.(بیزلی، مید و چن ۲۰۰۳) به این ترتیب که:

$$r_{\mathrm{i}} = \alpha_i + \beta_i . \mathrm{r}_M + \varepsilon$$ رابطه (۱)

بتای سهم i شاخص ارزیابی ریسک سیستماتیک است. در علوم مالی ریسک را به دو دسته سیستماتیک و غیرسیستماتیک تقسیم‌بندی می‌کنند. ریسک غیرسیستماتیک به مشخصات شرکت باز می‌گردد و ریسک سیستماتیک نیز به مشخصات کلی بازار مربوط است. (فیلیپس و ریچادرسون، ۲۰۰۹) یک مدل کمینه‌سازی واریانس تحت شرایطی که بتای پرتفوی برابر با یک باشد می‌تواند به‌عنوان یک روش تشکیل پرتفوی ردیاب مورداستفاده قرارگیرد. از آنجا که پرتفوی ردیاب باید مطابق با شاخص حرکت کند و ضریب رگرسیون شاخص نسبت به خودش برابر ۱ خواهد بود.(رود، ۱۹۸۰) اردوگان و دیگران (۲۰۰۴) با درنظرگرفتن چندین عامل و هزینه‌های معاملاتی به بیشینه‌سازی شاخص شارپ پرداختند. این محققین به منظور برآورد دقیق‌تری از بازدهٔ دارایی‌ها از مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (شارپ، ۱۹۶۴) استفاده نمودند. فلاح‌پور، تندنویس و هاشمی (۱۳۹۴) با استفاده کمینه‌سازی واریانس جزء اخلال به تشکیل پرتفویی با بتای نزدیک به ۱ پرداختند و عدم قطعیت موجود در پارامترهای مدل را با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار تحلیل نمودند.

روش سوم که برای ردیابی شاخص مورد استفاده قرار می‌گیرد روش میانگین واریانس مارکوییتز است. رچارد رول (۱۹۹۲) با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی مارکویتز (۱۹۵۲) و (۱۹۵۹) به تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص پراداخته و راودر (۱۹۹۸) هزینه های معاملاتی را نیز به این مدل اضافه نمود.

رویکرد خوشه‌بندی[۵] سری‌های زمانی برای تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص نیز مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. فوکاردی و فبوزی (۲۰۰۴) به ارائهٔ مدل خوشه‌بندی بر مبنای هم‌جمعی پرداختند و پرتفوی مبتنی بر شاخص را تشکیل دادند. داز و کینوتی (۲۰۰۵) با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی، به تحلیل مسئله ردیابی شاخص با استفاده از خوشه‌بندی سری‌های زمانی پرداخته‌اند. کورنجلوس و توتونچی (۲۰۰۹) مدل بهینه سازی صفر و یک را برای خوشه‌بندی سری‌ها زمانی بر مبنای ضریب همبستگی پیرسون[۶] را

www.SID.ir

Archive of SID

معرفی نمودند و چن و روی (۲۰۱۲) و فلاح‌پور و تندنویس (۱۳۹۴) عدم‌قطعیت ضریب همبستگی به عنوان پارامتر این مدل را با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار مورد بررسی قرار دادند.

مبانی نظری پژوهش

این بخش از پژوهش به معرفی ۵ شاخص مورد استفاده برای سنجش میزان شباهت در سری‌های زمانی می‌پردازد.

رویکرد پیچش زمانی پویا

رویکرد پیچش زمانی پویا بهترین نگاشت بین دو سری زمانی را با توجه به تغییرات پویای زمان، مورد محاسبه قرار می‌دهد. دو سری زمانی به صورت $x(i)$ برای $i = \{1. \ldots . . m\}$ و $y(j)$ برای $j = \{1. \ldots . . n\}$ را در نظر بگیرید. برای این دو سری، ماتریس $D_{m\times n}$ با اجزای $d(i.j)$ مورد محاسبه قرار می‌گیرد. $d(i.j)$ به عنوان فاصله محلی دو جزء $x(i)$ و $y(j)$ معرفی می‌شود. به طوری که:

$$d(i.j) = (x(i) - y(j))^2 \qquad \text{رابطه (۲)}$$

مسیر پیچشی W به عنوان نگاشتی بین x و y به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$W = \begin{pmatrix} w_x(k) \\ w_y(k) \end{pmatrix} \qquad k = 1.2. \ldots . p \qquad \text{رابطه (۳)}$$

در رابطه فوق $w_x(k)$ و $w_y(k)$ به ترتیب مرتبه اجزا در سری زمانی x و y را نشان می‌دهند. به عبارتی $(w_x(k)$ و $w_y(k))'$ نشان دهنده این موضوع است که $w_x(k)$ امین جزء سری زمانی x با $w_y(k)$ امین جزء سری زمانی y هم تراز شده است. این مسیر پیچشی W باید در شرایط زیر صدق نماید:

- شرایط مرزی: یک مسیر پیچشی باید از نقطه $W(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ آغاز شده و در نقطه $W(p) = \begin{pmatrix} \mathrm{m} \\ \mathrm{n} \end{pmatrix}$ پایان یابد. عبارتی نقاط ابتدایی و انتهایی مسیرها منتاظر هستند.
- شرایط پیوستگی مسیر: اجزای مسیر W باید به گونه‌ای قرار گیرند که:

$$w_x(k+1) - w_x(k) \le 1$$
$$w_y(k+1) - w_y(k) \le 1 \qquad \text{رابطه (۴)}$$

به عبارتی این شرط بیان می‌کند که در هر پیشروی مسیر، هر یک از ابعاد حد اکثر یک واحد تغییر خواهند نمود.

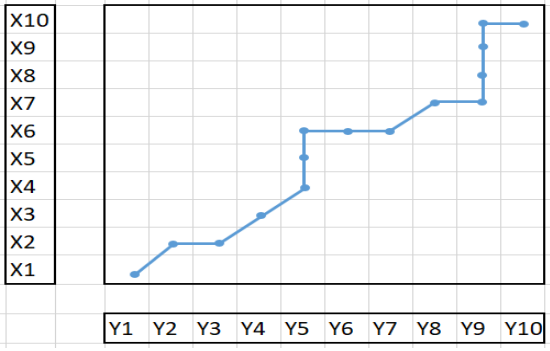
www.SID.ir

Archive of SID

- شرط یکنواختی: اجزای مسیر W باید به گونه‌ای قرار گیرند که:

رابطه (۵)
$$w_x(k+1) - w_x(k) \geq 0$$
$$w_y(k+1) - w_y(k) \geq 0.$$

به عبارتی این شرط بیان می‌کند که در هر گام مسیر، هیچ یک از سری‌ها حرکت به سمت عقب نخواهند داشت. تصویر زیر یک مسیر پیچشی را به صورت نمادین نشان می‌دهد:



تصویر شماره ۱- نمونه‌ای از یک نگاشت بین دو سری x و y

همانطور که در تصویر و توضیحات فوق مشخص است، بی‌شمار مسیر بین دو سری زمانی X و Y قابل معرفی است. در رویکرد مسیر پیچش زمانی پویا مسیری با کمترین مسافت بین X و Y به عنوان مسیر بهینه معرفی می‌شود. این مسیر با استفاده از تکنیک برنامه‌ریزی پویا[۷] به شکل زیر قابل یافتن است:

رابطه (۶)
$$\begin{cases} r(i.j) = d(i.j) + \min\{r(i-1.j-1).r(i-1.j).r(i.j-1)\} \\ \mathrm{DTW(x.y)} = \min\{\mathrm{r(m.n)}\} \end{cases}$$

در رابطه برنامه‌ریزی پویا فوق $r(i.j)$ نشان‌دهنده کمترین فاصله تجمعی میان نقطه (i و j) و (۰و۰) است. اگر با تحلیل مسئله برنامه‌ریزی پویای فوق بتوان مسیر بهینه W را مشخص نمود، دو سری زمانی اولیه X و Y به و سری زمانی جدید تبدیل می‌شوند:

رابطه (۷)
$$\begin{cases} \overline{x_k} = x(w_x(k)) \\ \overline{y_k} = y(w_x(k)) \end{cases} \qquad k = 1.2. \dots p$$

www.SID.ir

Archive of SID

حال می‌توان با محاسبه فاصلهٔ اقلیدسی دو سری زمانی جدید فوق، شاخص DTW را به عنوان شاخص شباهت دو سری زمانی مورد محاسبه قرار داد: (شن، ۲۰۱۶) و (برنت و کلیفورد، ۱۹۹۴)

رابطه (۸)

$$DTW(x,y)=\sum_{k=1}^{p}(\bar{x}(k)-\bar{y}(k))^2$$

ضریب همبستگی پیرسون

ضریب همبستگی پیرسون به عنوان یکی از پرکاربردترین شاخص‌های سنجش میزان شباهت بین دو سری زمانی دارای کاربردهای متنوعی است. ضریب همبستگی دو متغیر تصادفی را می‌توان با استفاده از رابطهٔ زیر مورد محاسبه قرار داد: (تی سی، ۲۰۱۰)

رابطه (۹)

$$\rho_{x.y}=\frac{\mathrm{Cov(x.y)}}{\sqrt{\mathrm{var(x).var(y)}}}=\frac{\mathrm{E[(X-\mu_x).(Y-\mu_y)]}}{\sqrt{\mathrm{E(X-\mu_x)^2.E(Y-\mu_y)^2}}}$$

ضریب همبستگی رتبه‌ای کندال[۸]

این شاخص که به تای کندال مشهور است و با حرف یونانی τ نمایش داده می‌شود یک آماره ناپارامتریک است که برای سنجش همبستگی میان دو متغیر تصادفی به کار می‌رود. (داگلاس و توماس، ۲۰۰۰)

برای محاسبه تای کندال به این ترتیب عمل می‌شود:

فرض کنید $x(k).y(k)$ مقادیری از دو متغیر با توزیع توام X و Y باشند. دو زوج $x(i).y(i)$ و $x(j)$و$y(j)$ سازگار[۹] نامیده می‌شوند، هرگاه

رابطه (۱۰)

$$x(i)>x(j)\ \rightarrow y(i)>y(j)$$

ویا

$$x(i)<x(j)\ \rightarrow y(i)<y(j)$$

دو زوج، ناسازگار[۱۰] نامیده می‌شوند هرگاه

رابطه (۱۱)

$$x(i)>x(j)\ \rightarrow y(i)<y(j)$$

ویا

$$x(i)<x(j)\ \rightarrow y(i)>y(j)$$

بر اساس موارد ذکر شده فوق، ضریب همبستگی کندال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

رابطه (۱۲)

$$\tau=\frac{N_c-N_d}{0.5n.(n-1)}$$

که در رابطه فوق N_c معادل تعداد زوج های سازگار و N_d معادل تعداد زوج های ناسازگار است.

www.SID.ir

Archive of SID

ضریب همبستگی اسپیرمن[11]

ضریب همبستگی اسپیرمن به صورت ضریب همبستگی پیرسون بین داده‌های رتبه‌بندی شده تعریف می‌شود. (داگلاس و توماس، ۲۰۰۰) به عنوان مثال، اگر n زوج داده به صورت $X(k).Y(k)$ داده شده باشند، ابتدا رتبه‌ی هر داده به صورت $x(k).y(k)$ محاسبه شده و سپس ضریب همبستگی اسپیرمن را به صورت زیر ارائه می‌شود:

رابطه (۱۳)
$$\rho = \frac{\sum_i (x(i)-\bar{x})(y(i)-\bar{y})}{\sum_i (x(i)-\bar{x})^2 \sum_i (y(i)-\bar{y})^2}$$

ضریب همبستگی اردم

با توجه به مشکلاتی که ضریب همبستگی پیرسون در سریهای زمانی دارد، اردم (۲۰۱۴) ضریب همبستگی جدیدی را معرفی نمود که با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

رابطه (۱۴)
$$\rho_0 = \frac{\alpha(x.y)}{\alpha(x).\alpha(y)} = \frac{E[(X_t - X_{t-1}).(Y_t - Y_{t-1})]}{\sqrt{E(X_t - X_{t-1})^2 . E(X_t - X_{t-1})^2}}$$

همانطور که قابل مشاهده است، این شاخص با استفاده از تابع خودهمبستگی مرتبه اول دو سری زمانی قابل تخمین است.

روش شناسی پژوهش

مدل مفهومی پژوهش

مدلی که برای خوشه‌بندی سری‌های زمانی در پژوهش حاضر مورد استفاده قرار گرفته در این قسمت مورد بررسی قرار گرفته‌است. در این مدل فرض می‌شود مدیر پرتفوی قصد دارد از q سهم از n سهم تشکیل دهنده شاخص را به منظور تشکیل پرتفوی انتخاب نماید. مدل زیر سهم‌ها را به q گروه تقسیم نموده و از هر گروه ۱ نماینده انتخاب می‌کند. در مدل بهینه‌سازی ترکیبی زیر، اگر مقدار y_j برابر با ۱ باشد، سهم j به عنوان نماینده انتخاب شده است. همچنین اگر مقدار متغیر x_{ij} برابر با ۱ باشد، سهم j به عنوان نماینده سهم i انتخاب شده است.

رابطه (۱۵)
$$\max \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} . x_{ij}$$
Subject to
$$(1)\sum_{j=1}^{n} y_j = q$$
$$(2)\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$$
$$(3)x_{ij} \le y_j$$
$$x_{ij}, y_j \in (0,1)$$

www.SID.ir

Archive of SID

محدودیت‌های مدل فوق به صورت زیر قابل بررسی هستند:

۱) محدودیت اول تعداد سهم‌های انتخابی برای تشکیل پرتفوی را مشخص می‌کند.

۲) مجموعه محدودیت‌های دوم نشان می‌دهند که هر سهم فقط یک نماینده خواهد داشت.

۳) مجموعه محدودیت‌های سوم نشان می‌دهند که اگر سهم j برای تشکیل پرتفوی انتخاب شده باشد، می‌تواند نماینده سهم‌های دیگر نیز باشد.

با حل کردن مدل فوق، فرایند انتخاب سهم‌های مورد نظر برای تشکیل پرتفوی تکمیل می‌شود. قدم بعدی تعیین وزن این سهم‌ها در پرتفوی و یا نسبت سرمایه‌گذاری در هر کدام از این سهم‌های انتخابی است. مقدار w_j یا ارزش بازار برای هر سهم انتخاب‌شده به عنوان نماینده، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

رابطه (۱۶)

$$w_j = \sum_{i=1}^{n} v_i \,.\, x_{ij}$$

در رابطه فوق مقدار v_i نشان‌دهنده ارزش بازار سهم i ام است. با این توضیحات در واقع w_j مقدار بیانگر مجموع ارزش بازار سهم‌هایی است که سهم j به عنوان نمایندهٔ آن‌ها انتخاب شده است. حال که ارزش بازار هر کدام از سهم‌های انتخابی برای پرتفوی محاسبه شد، نسبت سرمایه‌گذاری در هر کدام از سهم‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

رابطه (۱۷)

$$\Phi_j = \frac{w_j}{\sum_{f=1}^{q} w_f}$$

ساختار و مدل بررسی شده در پژوهش

در این پژوهش، مدل ارائه شده در رابطه ۱۵ با استفاده از شاخص‌های اندازه گیری شباهت ارائه شده در روابط ۸، ۹، ۱۲، ۱۳ و ۱۴، تحلیل شده و پس از خوشه‌بندی سهم‌های تشکیل دهنده شاخص، با استفاده از رابطه ۱۷، وزن هم سهم در پرتفوی مبتنی بر شاخص محاسبه می‌شود.

داده‌های مورد استفاده

شاخص پنجاه شرکت فعال‌تر، یکی از شاخص‌های پرکاربرد در بورس اوراق بهادار تهران است. ترکیب این شاخص هر ۳ ماه به روز می‌شود و سهم‌های تشکیل‌دهنده شاخص با توجه به معیارهای زیر انتخاب می‌شوند. (راعی و پویان‌فر، ۱۳۸۴)

- نقدشوندگی سهام
- تأثیر سهام بر ارزش جاری بازار
- نسبتهای مالی، به‌خصوص نسبت‌های سودآوری

www.SID.ir

Archive of SID

با توجه به اینکه برای سنجش میزان شباهت میان دارایی‌ها، سری زمانی بازده روزانه مورد نیاز است، و با توجه به معیارهای فوق و پرمعامله‌بودن سـهم‌هـای تشـکیل‌دهنـدهٔ شاخص پنجاه شرکت فعال‌تر، این شاخص به عنوان شاخص هـدف بـه منظـور تشـکیل پرتفـوی ردیـاب شاخص انتخاب شده است.

به منظور تحلیل مدل از اطلاعات تاریخی ۱ سال گذشته شرکت‌هایی که در هر کدام از ۴ فصل تابستان ۹۶، پاییز ۹۶، زمستان ۹۶ و بهار ۹۷ به عنوان در ۵۰ شرکت فعال انتخاب شده‌اند، استفاده شده‌است. بازده روزانهٔ این سهم‌ها برای محاسبه معیارهای شباهت مورد استفاده قرار گرفته است.

معیارهای ارزیابی عملکرد

در این قسمت معیارهای استانداردی که برای ارزیابی عملکرد پرتفوی استخراج شده از مدل مورد استفاده قرار می گیرند معرفی می شود.

به منظور سنجش موفقیت یک پرتفوی در ردیابی شاخص از معیار نسبت بازار استفاده می‌شود. این معیار که با استفاده از رابطه ۱۸ محاسبه می‌شود، نشان می‌دهد که آیا پرتفوی در ردیابی شاخص موفق بوده است یا خیر. مقدار مطلوب این معیار برای پرتفوی ردیاب شاخص معادل عدد ۱ است.

رابطه (۱۸)

$$MR^i = \frac{1 + r_p^i}{1 + r_I^i}$$

در رابطه فوق، r_I^i نشان‌دهنده مقدار بازده شاخص در زمان i و r_p^i نشان‌دهده بازده پرتفوی در زمان i است.

به منظور مقایسه عملکرد پرتفوهای ردیاب از معیار خطای ردیابی استفاده می‌شود. این معیار که از طریق رابطهٔ زیر محاسبه می شود، به بررسی اختلاف عملکرد بازده شاخص و بازدهٔ پرتفوی، در دوره زمانی مورد آزمون خواهد پرداخت. (چن و روی، ۲۰۱۲)

رابطه (۱۹)

$$TE^i = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| r_p^i - r_I^i \right|}{n}$$

پارامترهای موجود در رابطه فوق، معادل پارامترهای معرفی شده در خصوص رابطه ۱۸ هستند.

سوالات پژوهش

با توجه به موضوعات ارائه شده در فوق، این پژوهش به دنبال پاسخ دادن به این سوال است که "استفاده از کدام یک از شاخص‌های ضریب همبستگی پیرسون، ضریب همبستگی اسپیرمن، ضریب همبستگی کندال، ضریب همبستگی اردم و رویکرد پیچش زمانی پویا، به منظور خوشه‌بندی سری‌های زمانی، با هدف ایجاد پرتفوی ردیاب شاخص، به خطای ردیابی پایین‌تر منتج می‌شود؟ "

www.SID.ir

Archive of SID

یافته‌های پژوهش

در ابتدا با استفاده از قیمت‌های روزانه هر سال، بازدۀ سهم‌های تشکیل دهنده شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران (در سه ماه بعد از سال مورد نظر) محاسبه و طبق روابط ۸، ۹، ۱۲، ۱۳ و ۱۴ مقدار شاخص‌های سنجش شباهت میان سری‌های بازده، مورد محاسبه قرار گرفت. با به کار بردن شاخص‌های سنجش شباهت، در مدل بهینه‌سازی ارائه شده در رابطه ۱۵، سهم‌ها و وزن هر یک از آن‌ها در پرتفوی بهینه محاسبه گردید. تعداد سهم‌های تشکیل‌دهنده پرتفوی ردیاب، ۵ سهم در نظر گرفته شد.

به منظور محاسبه معیارهای ارزیابی عملکرد، بازدۀ روزانه پرتفوها با بازدۀ شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر مورد مقایسه قرار گرفت. نمادهای مورد استفاده در جداول نتایج به شرح زیر هستند:

جدول شماره ۱- نام‌گذاری پرتفوهای ردیاب شاخص

نماد پرتفوی	ویژگی
پرتفوی A	پرتفوی بهینه بر اساس شاخص "ضریب همبستگی پیرسون" به عنوان معیار سنجش شباهت سری‌های زمانی
پرتفوی B	پرتفوی بهینه بر اساس شاخص "ضریب همبستگی کندال" به عنوان معیار سنجش شباهت سری‌های زمانی
پرتفوی C	پرتفوی بهینه بر اساس شاخص "ضریب همبستگی اسپیرمن" به عنوان معیار سنجش شباهت سری‌های زمانی
پرتفوی D	پرتفوی بهینه بر اساس شاخص "DTW" به عنوان معیار سنجش شباهت سری‌های زمانی
پرتفوی E	پرتفوی بهینه بر اساس شاخص "ضریب همبستگی اردم" به عنوان معیار سنجش شباهت سری‌های زمانی

متوسط بازدۀ روزانه پرتفوها و شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر به شرح جدول زیر است:

جدول شماره ۲- متوسط بازده روزانه پرتفوهای ردیاب و شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر

	شاخص	پرتفوی A	پرتفوی B	پرتفوی C	پرتفوی D	پرتفوی E
متوسط بازده روزانه	0/176%	0/231%	0/245%	0/281%	0/112%	0/24%

در این مرحله به محاسبه مقدار نسبت بازار برای پرتفوها پرداخته می‌شود. همانطور که پیش از این اشاره گردید، مقدار مطلوب برای این معیار در خصوص پرتفوی ردیاب شاخص معادل ۱ است. به منظور بررسی مقادیر، از آزمون آماری سنجش مقدار میانگین جامعه به صورت زیر استفاده می‌شود:

رابطه (۲۰)

$$\begin{cases} \text{فرض صفر: } \mu_{IR} = 1 \\ \text{فرض یک: } \mu_{IR} \neq 1 \end{cases}$$

آماره آزمون فوق به صورت رابطه زیر مورد محاسبه قرار می‌گیرد:

رابطه (۲۱)

$$t = \frac{\bar{X}^{IR} - 1}{(\frac{S^{IR}}{\sqrt{n}})}$$

www.SID.ir

Archive of SID

آماره فوق برای نسبت بازار پرتفوها محاسبه شده و با ناحیه پذیرش که در سطح اطمینان ۹۵ درصد معادل بازه [۲,۰۰۶،۲,۰۰۶-] است، مقایسه می‌شود. جدول زیر مقادیر پارامترهای مربوط به آزمون فوق را مورد بررسی قرار می‌دهد:

جدول شماره ۳- سنجش عملکرد پرتفوها با استفاده از نسبت بازار

	پرتفوی A	پرتفوی B	پرتفوی C	پرتفوی D	پرتفوی E
متوسط نسبت بازار	1/000	1/001	1/001	0/999	1/001
انحراف استاندارد نسبت بازار	0/43%	0/54%	0/56%	0/72%	0/87%
مقدار آماره	0/14%	1/11%	1/07%	–0/84%	0/69%
نتیجه آزمون	دلیلی برای رد فرض صفر وجود ندارد	دلیلی برای رد فرض صفر وجود ندارد	دلیلی برای رد فرض صفر وجود ندارد	دلیلی برای رد فرض صفر وجود ندارد	دلیلی برای رد فرض صفر وجود ندارد

نتیجه آزمون نشان می‌دهد که هر ۵ پرتفوی در ردیابی شاخص موفق عمل نموده‌اند.
در ادامه، به مقایسه عملکرد پرتفوها پرداخته می‌شود. پیش از این اشاره شد که به منظور مقایسه عملکرد پرتفوها از معیار خطای ردیابی استفاده می‌شود. متوسط خطای ردیابی ۵ پرتفوی به شرح جدول زیر است:

جدول شماره ۴- متوسط خطای ردیابی روزانه پرتفوها

	پرتفوی A	پرتفوی B	پرتفوی C	پرتفوی D	پرتفوی E
متوسط خطای ردیابی	0/25%	0/38%	0/46%	0/57%	0/68%

قابل مشاهده است که متوسط خطای ردیابی روزانه، در پرتفوی A مقدای پایین‌تر از سایر پرتفوها است. به منظور سنجش دقیق و مقایسهٔ عملکرد این پرتفوها، از آزمون مقایسات زوجی استفاده می‌شود. در این آزمون مقدار خطای ردیابی دو پرتفوی مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در مورد دو پرتفوی A و B، به منظور مقایسه مقدار خطای ردیابی، این آزمون به صورت زیر انجام می‌شود:

رابطه (۲۲)

$$\begin{cases} \text{فرض صفر}: TE_A > TE_B \\ \text{فرض یک}: TE_A \leq TE_B \end{cases}$$

این آزمون نسبت به این فرضیه که خطای ردیابی پرتفوی A از پرتفوی B، کمتر است، آزمونی سخت‌گیرانه است چراکه فرضیه فوق، در فرض یک (در مقابل فرض صفر) قرار گرفته است. برای آنجام این آزمون، ابتدا اختلاف خطای ردیابی دو پرتفوی، در بازه زمانی i به صورت زیر محاسبه می‌شود:

رابطه (۲۳)

$$D_i^{A.B} = TE_i^A - TE_i^B$$

www.SID.ir

Archive of SID

پس از محاسبه این اختلاف به ازای تمامی i ها، مقدار متوسط و انحراف استاندارد این مقادیر محاسبه شده و آماره مورد بررسی قرار خواهد گرفت:

رابطه (۲۴)

$$t = \frac{\overline{D}^{A.B}}{(\frac{S^{A.B}}{\sqrt{n}})}$$

در عبارت فوق $\overline{D}^{A.B}$ نشاندهنده متوسط و $S^{A.B}$ نشان‌دهنده انحراف استاندارد اختلاف‌های میان خطای ردیابی دو پرتفوی و n نشان‌دهنده تعداد نمونه‌ها (در اینجا، تعداد بازه‌های زمانی) است. درصورتی که توزیع اختلاف‌ها ($D_i^{A.B}$ها) نرمال باشد، این آماره دارای توزیع t با n-۱ درجه آزادی است و با مقدار بحرانی این توزیع مقایسه می‌شود. رد شدن فرض صفر، در این آزمون نشان می‌دهد که مقدار خطای ردیابی پرتفوی A از پرتفوی B به صورتی معناداری پایین‌تر است.

این آزمون برای هر زوج مرتب از ۵ پرتفوی بررسی شده در پژوهش، انجام شده که نتیجه آن به شرح زیر است:

جدول شماره ۵- مقایسات زوجی خطای ردیابی پرتفوهای ردیاب شاخص

	پرتفوی A		پرتفوی B		پرتفوی C		پرتفوی D		پرتفوی E	
پرتفوی A			$\overline{D}$	–0/13%	$\overline{D}$	–0/21%	$\overline{D}$	–0/32%	$\overline{D}$	–0.43%
			S	0/40%	S	0/32%	S	0/32%	S	0.65%
			t	–5.32	t	–10.78	t	–16.43	t	–10.87
پرتفوی B					$\overline{D}$	–0/08%	$\overline{D}$	–0/19%	$\overline{D}$	–0.30%
					S	0/21%	S	0/35%	S	0.71%
					t	–6.25	t	–8.92	t	–6.94
پرتفوی C							$\overline{D}$	–0/11%	$\overline{D}$	–0/22%
							S	0/25%	S	0/33%
							t	–7.22	t	–10.95
پرتفویD									$\overline{D}$	–0/11%
									S	0/54%
									t	–3.47

همانطور که در جدول قابل بررسی است، به ازای هر زوج از پرتفوها، مقدار متوسط و انحراف استاندارد اختلاف‌های میان خطای ردیابی و همچنین مقدار آمارهٔ ارائه شده در رابطهٔ ۲۱ به منظور سنجش آزمون فرضیهٔ ارائه شده در رابطهٔ ۲۲ قابل مشاهده است. با توجه به مقدار بحرانی توزیع t (در سطح اطمینان ۹۹) که معادل ۲,۳۴- می‌باشد، مقایسهٔ پرتفوها به صورت زیر خواهد بود:

www.SID.ir

Archive of SID

جدول شماره ۶- نتیجه آزمون مقایسات زوجی پرتفوهای ردیاب

	پرتفوی A	پرتفوی B	پرتفوی C	پرتفوی D	پرتفوی E
پرتفوی A		خطای ردیابی پرتفوی A کمتر از پرتفوی B است	خطای ردیابی پرتفوی A کمتر از پرتفوی C است	خطای ردیابی پرتفوی A کمتر از پرتفوی D است	خطای ردیابی پرتفوی A کمتر از پرتفوی E است
پرتفوی B			خطای ردیابی پرتفوی B کمتر از پرتفوی C است	خطای ردیابی پرتفوی B کمتر از پرتفوی D است	خطای ردیابی پرتفوی B کمتر از پرتفوی E است
پرتفوی C				خطای ردیابی پرتفوی C کمتر از پرتفوی D است	خطای ردیابی پرتفوی C کمتر از پرتفوی E است
پرتفویD					خطای ردیابی پرتفوی D کمتر از پرتفوی E است

جدول شماره ۶ که بر اساس آماره محاسبه شده در جدول شماره ۵ ارائه شده است، برتری معنادار پرتفوهای A و B نسبت به پرتفوهای C و D و E بر اساس شاخص خطای ردیابی و همچنین برتری معنادار پرتفوی C نسبت به پرتفوی E را بر اساس این شاخص نشان می‌دهد.

نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها

در این پژوهش تاثیر معیارهای مختلف سنجش شباهت، در خوشه‌بندی سری‌های زمانی و در نهایت تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص انجام شد. به‌این منظور شاخص‌های ضریب همبستگی پیرسون، ضریب همبستگی کندال، ضریب همبستگی اسپیرمن، ضریب همبستگی اردم و در نهایت رویکرد پیچش زمانی پویا به منظور تعیین شباهت میان سری‌های زمانی، مورد استفاده قرار گرفتند.

در ادامه از مقادیر محاسبه شده توسط هر یک از این رویکردها در یک مدل بهینه سازی ریاضی صفر و یک، جهت خوشه‌بندی سری‌های زمانی، استفاده گردید. این مدل، پس از خوشه‌بندی سری‌های زمانی بازدۀ سهم‌های شاخص، از هر خوشه یک نماینده را انتخاب نموده و وزن هر نماینده را معادل مجموع وزن سهم‌های خوشه در نظر می‌گیرد. با توجه به توضیحات فوق، ۵ پرتفوی ردیاب شاخص به صورت زیر قابل معرفی خواهد بود:

- پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی پیرسون
- پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی کندال
- پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی اسپیرمن
- پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی اردم

www.SID.ir

Archive of SID

- پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر رویکرد پیچش زمانی پویا

به منظور بررسی فرایند فوق، از اطلاعات شرکت‌های تشکیل دهنده شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران در سه ماه نخست ۱۳۹۷ استفاده گردید. پس از محاسبهٔ معیارهای شباهت و تشکیل پرتفوها و انجام آزمون خارج از نمونه، نتایج زیر به دست آمد:

- بر اساس معیار نسبت بازار، هر ۵ پرتفوی در ردیابی شاخص موفق عمل نموده‌اند.
- پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی پیرسون، کمترین مقدار متوسط خطای ردیابی روزانه را نسبت به دیگر پرتفوها دارد.
- آزمون مقایسات زوجی نشان می‌دهد که خطای ردیابی پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی پیرسون، به طور معناداری پایین‌تر از خطای ردیابی پرتفوهای دیگر است. به عبارتی پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی پیرسون، در طول بازه زمانی مورد بررسی، بازده‌ای نزدیک به شاخص داشته و از دیگر پرتفوها در ردیابی شاخص موفق‌تر عمل نموده است.
- آزمون مقایسات زوجی نشان می‌دهد که پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی کندال، به طور معناداری دارای خطای ردیابی کمتری نسبت به پرتفوهای مبتنی بر رویکرد پیچش زمانی پویا، ضریب همبستگی اسپیرمن و ضریب همبستگی اردم است.
- آزمون مقایسات زوجی نشان می‌دهد که پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر ضریب همبستگی اسپیرمن، به‌طور معنا داری دارای دارای خطای ردیابی کمتری نسبت به پرتفوهای مبتنی بر رویکرد پیچش زمانی پویا و ضریب همبستگی اردم است.
- آزمون مقایسات زوجی نشان می‌دهد که پرتفوی ردیاب شاخص مبتنی بر رویکرد پیچش زمانی پویا، به‌طور معنا داری دارای دارای خطای ردیابی کمتری نسبت به پرتفوی مبتنی بر ضریب همبستگی اردم است.

در نظر گرفتن عدم‌قطعیت پارامترهای سنجش شباهت (ضرایب همبستگی) و همچنین درنظرگرفتن هزینهٔ معاملاتی برای تنظیم مجدد پرتفوی در بازه‌های زمانی، به عنوان موضوع‌هایی برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود.

فهرست منابع

* امیری،م؛ کرمی، ش؛ ناصرپور، ع "ردیابی شاخص بورس اوراق بهادار با در نظر گرفتن محدودیت زیان گریزی با استفاده از رویکرد جدید بیگ بنگ بیگ کرانچ "،*دانش سرمایه گذاری*،صفحات ۸۳ تا ۱۰۵، ۱۳۹۵.
* راعی، ر؛ پویان‌فر، ا؛ مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته، انتشارات سمت، ۱۳۸۴.
* سبزواری، ج؛ سجادی، م؛ سجادی، م "حل مسئله ردیابی شاخص با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ترکیبی کرم شب تاب "،مدیریت مهندسی و رایانش نرم ،صفحات ۱۲۵ تا ۱۴۳، ۱۳۹۴.

www.SID.ir

Archive of SID

* فلاح پور، س؛ تندنویس، ف؛ هاشمی، ا, "بهینه‌سازی پرتفوی ردیاب شاخص با استفاده از مدل تک شاخصی پایدار برمبنای شاخص ۵۰ شرکت فعالتر بورس اوراق بهادار تهران ",مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، صفحات ۱۱۵ تا ۱۳۴، ۱۳۹۴.
* فلاح‌پور، س؛ تندنویس، ف, "کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص با درنظر گرفتن ردیاب پارامترها ",تحقیقات مالی ,دوره ۱۷، شماره ۲ صفحه ۳۲۵-۳۴۰, ۱۳۹۴ .
* A. Rudd, "Optimal selection of passive portfolios," Financial Management, p. 9(1):57–66., 1980.
* C. Chen and H. Roy, "Robust portfolio selection for index tracking," Computers & Operations Research, p. 39 829–837, 2012.
* C. Dos and S. Cincotti, "Clustering of Financial time series with application to index and enhanced-index tracking portfolio, DIBE-CINEF,," Universitμa di Genova,, Via Opera Pia 11a, 16145 Genova, Italia, 2005.
* Cornuejols and Tutuncu, "Optimization Methods in Finance, Carnegie Mellon University, 2005.
* D. Berndt and J. Clifford, "Using dynamic time warping to find patterns in time series," in the AAAI Workshop on Knowledge Discovery in Databases, 1994.
* Douglas g. Bonett, Thomas a. wright, "sample size requirements for estimating Pearson, Kendall and Spearman correlations" journal of psychometrik, vol. 65, no. 1, 23-28, 2000
* E. Erdogan, D. Goldfarb and G. Iyengar, "Robust portfolio management. CORC Technical Report TR," Columbia University, 2004.
* H. Konno and A. Wijayanayake, "Minimal cost index tracking under nonlinear transaction costs and minimal transaction unit constraints.," International Journal of Theoretical and Applied Finance, p. 4(6):939–958., 2001.
* H. Mrkowitz, "Portfolio selection," The journal of finance, pp. 77-91, 1952.
* H. Markowitz, "Portfolio selection: efficient diversification of investments," Yale university press, 1959.
* H. Rohweder, "Implementing stock selection ideas: does tracking error optimization do any good?," Journal of Portfolio Management, p. 24(3):49–59., 1998.
* J. Beasley, N. Meade and T. Chang, "An evolutionary heuristic for the index tracking problem," European Journal of Operational Research, p. 148(3): 621–643., 2003.
* J. Roll and D. Ronald, "Optimal benchmark tracking with small portfolios," Journal of Portfolio Management, pp. 28(2):9-33, 2002.
* J. Shen, "A Novel Similarity Measure Model for Multivariate Time Series Based on LMNN and DTW," Springer Science+Business, 2016.
* M. Gilli and E. Kellezi, "The threshold accepting heuristic for index tracking.," in Financial engineering, e-commerce, and supply chain. Kluwer In: Pardalos P, Tsitsiringos VK, editors., 2002.
* N. Meade and G. Salkin, "Developing and maintaining an equity index fund," Journal of the Operational Research Society, p. 41(7):599–607., 1990.
* N. Meade and G. Salkin, "Index funds-construction and performance measurement.," J. Opl Res. Soc., pp. 40, 871-879., 1989.
* O. Erdem, "A new correlation coefficient for bivariate time-series data," Physica A, pp. 274-284,, 2014.
* R. Clarke, C. Krase and M. Statman, "Tracking error, regret and tactical asset allocation," The Journal of Portfolio Management, pp. 20, 16–24., 1994.
* R. Roll, "A mean/variance analysis of tracking error," Journal of Portfolio Management, p. 18:13–22, 1992.

www.SID.ir

Archive of SID

* Rudolf, Markus and Jurgen, "A linear model for tracking error minimization," Journal of Banking & Finance, p. 23(1): 85–103., 1999.
* R. TSAY, Analysis of financial time series, John Wiley & Sons,, 2010.
* S. Focardi and F. Fabozzi, "A methodology for index tracking based on timeseries clustering," Quantitative Finance, p. 4(4):417–25., 2004.
* T. Philippon and M. Richardson, "Measuring Systemic Risk," November 1, 2009.
* W. Meihua, X. Chengxian, X. Fengmin and X. Hong, "A mixed 0–1 LP for index tracking problem with CVaR risk constraints," Springer Science+Business Media, LLC, 2011.
* W. Sharpe, "A simplified model for portfolio analysis," Management science,, pp. vol. 9, pp. 277-293,, 1963.

یادداشت‌ها

[1] Full Replication
[2] Dynamic Time Wrapping
[3] Erdem
[4] Tracking Error
[5] Clustering
[6] Pearson Correlation Coefficient
[7] Dynamic Programming
[8] Kendall
[9] Concordant
[10] Discordant
[11] Spearman Correlation Coefficient

www.SID.ir