

برنامه‌ریزی موجودی‌ها در یک سیستم صف $G/G/1/\infty$ با چند تأمین‌کننده با استفاده از شبیه‌سازی و متدولوژی سطح پاسخ

مهرداد میرزباغی*، فریبرز جولای**

چکیده

در این پژوهش یک سیستم صف $G/G/1/\infty$ مورد بررسی قرار گرفته که برای سرویس‌دهی به هر مشتری به یک واحد موجودی نیاز است. موجودی‌های این سیستم با استفاده از سیاست مرور دائمی کنترل می‌شوند و تأمین موجودی از طریق چند تأمین‌کننده با زمان تدارک با تابع چگالی مشخص، صورت می‌پذیرد. کمبود به‌صورت فروش از دست رفته است و در زمان نبود موجودی مشتری جدید به سیستم وارد نمی‌شود و برای مشتریان درون سیستم هزینه انتظار محاسبه می‌شود. در اینجا نیز همانند بیشتر مدل‌های کنترل موجودی، تعیین مقادیر بهینه متغیرهای Q و r ، باهدف حداقل‌شدن مجموع هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی، کمبود و انتظار در هر دوره مدنظر است. به علت پیچیدگی‌های محاسباتی مدل‌های حل دقیق (مارکوفی و غیرمارکوفی) در مدل‌سازی و حل این نوع مسائل، در این پژوهش از یک رویکرد بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی استفاده شده است که تلفیقی از شبیه‌سازی، طراحی آزمایش‌ها و روش سطح پاسخ (RSM) است. برای اعتبارسنجی روش به‌کاررفته، نتایج نهایی با نتایج مدل مارکوفی موجود در این زمینه (در حالت خاص نمایی و دو تأمین‌کننده) در مثال‌های مختلف مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد، روش مورد استفاده در این پژوهش، درعین‌حال که از نظر پیچیدگی‌های محاسباتی نسبت به مدل‌های مارکوفی بسیار ساده‌تر است، جواب‌هایی بسیار نزدیک به جواب بهینه ارائه می‌کند.

کلیدواژه‌ها: سیستم صف؛ موجودی؛ شبیه‌سازی؛ روش سطح پاسخ.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۰۲، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۶/۲۸.

* دانشجوی دکتری، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول).

E-mail: m.mirzabaghi@ut.ac.ir

** استاد، دانشگاه تهران.
www.SID.ir

۱. مقدمه

در مدل‌های معمول موجودی هر تقاضایی که وارد سیستم می‌شود، در صورت داشتن موجودی بلافاصله ارضا می‌شود و متعاقباً در همان لحظه موجودی کاهش می‌یابد. سیستم‌های صف همراه با در نظر گرفتن موجودی، نسبت به مدل‌های موجودی کلاسیک، عمومی‌تر و واقعی‌تر هستند. در این مدل‌ها ارضای هر تقاضا نیازمند یک واحد موجودی در دست و همچنین فرآیند سرویس‌دهی دارای مدت‌زمانی مشخص است. حتی در یک سیستم موجودی که هیچ فرآیند تولیدی وجود ندارد، برای پاسخگویی به یک تقاضا، پس از ورود تقاضا به سیستم، مدت‌زمانی صرف آماده‌سازی کالا، بسته‌بندی و حتی بارگیری آن می‌شود؛ بنابراین هر سیستم موجودی (چه بخش تولید داشته باشد و چه نداشته باشد) می‌تواند به‌عنوان یک سیستم صف مدل‌سازی شود. هر مشتری بلافاصله پس از دریافت سرویس از سیستم خارج می‌شود و موجودی در دست یک واحد کاهش می‌یابد؛ همچنین در صورت نیاز، جایگزینی موجودی توسط یک تأمین‌کننده خارجی صورت می‌پذیرد. به چنین سیستمی، سیستم صف - موجودی گفته می‌شود [۱۸]. این سیستم با سیستم سنتی صف متفاوت است؛ زیرا در این سیستم در صورت نبود موجودی فرآیند سرویس‌دهی به مشتریان متوقف می‌شود؛ همچنین با سیستم‌های سنتی مدیریت موجودی نیز متفاوت است؛ زیرا در این سیستم‌ها فرآیند مصرف موجودی متأثر از نرخ ورود مشتریان و شرایط صف و دارای مدت‌زمان مشخص است.

از سوی دیگر به‌علت پیچیدگی‌های محاسباتی موجود در فرآیندهای تصادفی، مدل‌سازی و حل دقیق این مسائل با استفاده از مدل‌های مارکوفی و غیرمارکوفی و تحلیل آن‌ها با استفاده از تعیین توزیع‌های حالت پایدار حاصل از این مدل‌ها بسیار سخت و پیچیده است؛ بخصوص در مسائل موجود در دنیای واقعی با مفروضات گسترده و همچنین توزیع‌های احتمال به غیر از توزیع نمایی [۱۲]؛ از این‌رو در این پژوهش از یک روش بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی برای حل مسئله استفاده می‌شود. این روش تلفیقی از شبیه‌سازی، طراحی آزمایش‌ها و روش سطح پاسخ است. این روش تاکنون در مسائل مختلفی، از جمله مسئله کنترل تولید [۱۷]، برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و تعمیرات و نگهداری [۱۴]، برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و موجودی و تعیین استراتژی بهینه کنترل کیفیت [۱۰، ۱] و برنامه‌ریزی در زنجیره تامین چند سطحی [۳۸] به‌کار رفته است.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

با مرور مبانی نظری موضوع مشخص شد که مدل‌های تحلیلی کمی در حوزه سیستم‌های صف - موجودی وجود دارد. از آن جمله برمن و همکاران (۱۹۹۹، ۲۰۰۰، ۲۰۰۱، ۲۰۰۲) رفتار

سیستم‌های خدماتی همراه با موجودی را بررسی کردند. آن‌ها ابتدا یک فرآیند مارکوفی برای مسئله موردنظر تعریف کرده و سپس از روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی برای تعیین سیاست بهینه کنترل موجودی استفاده کردند. همچنین در پژوهش‌های آن‌ها، سیاست کنترل موجودی مرور دائم و همین‌طور کمبود به‌صورت پس‌افت در نظر گرفته شده است [۴، ۵، ۶، ۷]. شوارز و دادونا (۲۰۰۶)، یک مدل صف $M/M/1$ با موجودی را بررسی کردند که در آن توزیع زمان تدارک نمایی و کمبود به‌صورت پس‌افت در نظر گرفته شد؛ همچنین از یک رویکرد تخمینی برای ارزیابی معیارهای عملکرد و محاسبه احتمالات حالت پایدار استفاده کردند [۱۸].

ژاو و لیان (۲۰۱۱)، یک سیستم صف - موجودی با دو نوع مشتری با اولویت‌های مختلف را بررسی کردند که در آن ورود مشتریان از توزیع پواسون پیروی می‌کرد. مدت‌زمان سرویس‌دهی و همچنین زمان تدارک دارای توزیع نمایی بود [۲۳]. دیپاک و همکاران (۲۰۰۸)، یک سیستم صف و موجودی با دو صف را موردتحلیل قرار دادند که امکان جابه‌جایی مشتریان از صف طولانی‌تر به‌صورت کوتاه‌تر وجود داشت و هر صف سیاست کنترل موجودی و زمان تدارک نمایی مخصوص به خود را داشت. آن‌ها امکان انتقال موجودی از یک صف به صف دیگر را نیز در مدل خود در نظر گرفته بودند و در نهایت حالات پایدار سیستم و همین‌طور معیارهای عملکرد سیستم را تحلیل کردند [۹]. شوارز و دادونا (۲۰۰۶)، مدلی مشابه مقاله شوارز و همکاران (۲۰۰۶) و با درنظرگرفتن فروش ازدست‌رفته در صورت کمبود موجودی و سیاست‌های کنترل موجودی متفاوت ارائه کرده و از تحلیل حالات حدی مدل برای محاسبه معیارهای عملکرد سیستم استفاده کردند [۱۹].

صفری و حجبی (۲۰۰۹)، یک زنجیره تأمین دوسطحی را در نظر گرفتند که در آن تأمین‌کننده به‌عنوان یک سیستم صف و موجودی $M/M/1$ با زمان تدارک نمایی و کمبود فروش ازدست‌رفته در نظر گرفته شد. آن‌ها با محاسبه معیارهای عملکرد سیستم، مقدار بهینه هر بار سفارش‌دهی تأمین‌کننده را تعیین کردند [۱۵]. در بیشتر مطالعات انجام‌شده فرض بر این بوده است که تنها یک تأمین‌کننده وجود دارد. در بسیاری از مسائل دنیای واقعی برای کاهش ریسک تأمین مواد از چندین تأمین‌کننده استفاده می‌شود. پژوهش صفری و همکاران (۲۰۱۱)، توسعه‌ای از مقاله شوارز (۲۰۰۶) با درنظرگرفتن دو تأمین‌کننده با زمان تدارک متفاوت و سیاست کنترل موجودی (r, Q) است. بر اساس میزان دردسترس بودن هر تأمین‌کننده و ترجیح خریدار، در هر بار سفارش‌دهی، هر یک از تأمین‌کنندگان با احتمال مشخصی برای سفارش‌دهی انتخاب می‌شوند [۱۶].

در این مقاله فرض می‌شود زمان تدارک هر یک از تأمین‌کنندگان دارای توزیع نمایی و مستقل از دیگری است؛ بنابراین زمان تدارک سیستم توزیع مختلط نمایی دارد؛ اما همان‌طور که

Archive of SID

ذکر شد، مدل‌سازی و حل دقیق این مسائل با استفاده از مدل‌های مارکوفی و غیرمارکوفی، به‌خصوص در مسائل با توزیع‌های احتمال به‌غیراز توزیع نمایی، بسیار سخت و پیچیده است؛ از این رو بسیاری از پژوهشگران بر روی روش‌هایی مبتنی بر شبیه‌سازی و طراحی آزمایش‌ها برای حل این مسائل مطالعه کرده‌اند. در میانی نظی موضوع، این روش‌ها با عنوان «روش‌های شبیه‌سازی-بهینه‌سازی (SO)»^۱ شناخته می‌شوند. این روش‌ها به بهینه‌سازی یک تابع هدف تحت یک سری محدودیت‌ها می‌پردازند که هر دو از طریق شبیه‌سازی تصادفی ارزیابی می‌شوند [۲]. کوئچل و نیلاندر (۲۰۰۵)، با استفاده از رویکرد شبیه‌سازی - بهینه‌سازی به بررسی مسئله کنترل موجودی چندسطحی پرداختند [۱۱]. سیف برقی و همکاران (۱۳۸۷)، از شبیه‌سازی و رگرسیون برای تخمین تابع هزینه یک سیستم موجودی دوسطحی در حالت فروش ازدست‌رفته و تعیین متغیرهای مدل کنترل موجودی استفاده کردند [۲۰].

رضوی حاجی‌آقا و همکاران (۱۳۹۲)، از تلفیق روش سطح پاسخ و شبیه‌سازی برای تعیین نقطه ثبت سفارش و مقدار سفارش اقتصادی در یک سیستم موجودی سه‌سطحی، شامل یک تولیدکننده مرکزی، دو عمده‌فروش و تعدادی خرده‌فروش، استفاده کردند. در سال‌های اخیر به‌علت توانایی بالای روش شبیه‌سازی - بهینه‌سازی در حل مسائل در شرایط عدم قطعیت، استفاده از آن در پژوهش‌ها افزایش یافته است [۱۳]. تسای و چن (۲۰۱۶)، از این روش برای برنامه‌ریزی موجودی‌ها و تعیین مقدار سفارش و نقطه بهینه ثبت سفارش در یک مسئله چندهدفه استفاده کردند که شامل اهدافی از جمله حداقل کردن هزینه‌های موجودی، حداقل‌سازی متوسط موجودی و حداقل کردن تعداد دفعات مواجهه با کمبود در هر دوره بود [۲۱]. یو و همکاران (۲۰۱۶)، از این روش برای حل یک مسئله کنترل موجودی در یک زنجیره چندسطحی از تأمین‌کنندگان، تولیدکنندگان و خرده‌فروشان استفاده کردند که در آن تقاضای خرده‌فروشان، مدت‌زمان تحویل و مدت‌زمان تولید به‌صورت تصادفی لحاظ شده و هدف آن تعیین سطح موجودی پایه در کل زنجیره بود [۲۲].

در پژوهش حاضر، یک سیستم صف $G/G/1/\infty$ بررسی شده است که برای سرویس‌دهی به هر مشتری به یک واحد موجودی نیاز است. موجودی‌های این سیستم با استفاده از سیاست مرور دائمی کنترل می‌شوند و تأمین موجودی از طریق چند تأمین‌کننده با زمان تدارک با تابع چگالی مشخص صورت می‌پذیرد. کمبود به‌صورت فروش ازدست‌رفته است و در زمان نبود موجودی مشتری جدید به سیستم وارد نمی‌شود و برای مشتریان درون سیستم هزینه انتظار محاسبه می‌شود. در این پژوهش نیز همانند بیشتر مدل‌های کنترل موجودی، تعیین مقادیر بهینه

متغیرهای r و Q ، باهدف حداقل شدن مجموع هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی، کمبود و انتظار در هر دوره مدنظر است.

نوآوری این پژوهش به‌طور کلی عبارت است از: توسعه حالت عمومی مسئله صف - موجودی $M/M/1/\infty$ ارائه‌شده توسط صفری و حجبی (۲۰۱۱)، با قابلیت اختیار کردن توزیع‌هایی غیر از توزیع نمایی برای پارامترهای غیرقطعی و ارائه رویکردی مبتنی بر رویکرد شبیه‌سازی بهینه‌سازی برای حل آن که هم از لحاظ پیچیدگی‌های محاسباتی نسبت به مدل پایه پیچیدگی‌های کمتری دارد و هم قابلیت اختیار کردن توزیع‌هایی غیر از توزیع نمایی برای پارامترهای غیرقطعی مسئله را دارد و هم جواب‌های ارائه‌شده توسط آن (در حالت خاص با توزیع نمایی) بسیار به جواب‌های ارائه‌شده در مدل پایه نزدیک است که این امر نشان‌دهنده توانایی بالای روش ارائه‌شده در این پژوهش است. مثال‌های عددی حل‌شده و مقایسات انجام‌شده برای اعتبارسنجی روش ارائه‌شده (در حالت خاص نمایی و با دو تأمین‌کننده) بر اساس خروجی‌های پژوهش صفری و حجبی (۲۰۱۱) است.

در ادامه، ابتدا مسئله موردنظر به‌طور کامل تشریح می‌شود؛ سپس به تحلیل این مسئله با استفاده از یک مدل شبیه‌سازی و تخمین معیارهای عملکرد سیستم و متوسط هزینه هر دوره در طولانی‌مدت پرداخته می‌شود. در بخش آخر با طراحی آزمایش‌ها با استفاده از روش سطح پاسخ بر روی نتایج مدل شبیه‌سازی، در مثال‌های متعدد (r, Q) بهینه تعیین می‌شوند. در نهایت برای اعتبارسنجی روش ارائه‌شده، نتایج حاصل از مثال‌های مختلف (در حالت خاص نمایی و دو تأمین‌کننده) با نتایج به‌دست‌آمده از مدل مارکوفی ارائه‌شده توسط صفری و همکاران (۲۰۱۱)، مقایسه خواهند شد.

۳. روش‌شناسی پژوهش

در سیستم صف و موجودی در حالت کلی، تقاضاهای یکسان به‌صورت مستقل از دیگر تقاضاها یک‌به‌یک و با توزیع احتمال مشخص وارد سیستم می‌شوند. پاسخگویی به هر تقاضا نیازمند یک واحد موجودی در دست است و فرایند سرویس‌دهی، مدت‌زمانی با تابع چگالی مشخص دارد. در یک سیستم صف-موجودی $G/G/1/\infty$ یک سیستم صف با ظرفیت بی‌نهایت و یک خدمت‌دهنده وجود دارد و پاسخگویی به تقاضا به‌صورت $FCFS^1$ است. در لحظه اتمام سرویس‌دهی به یک مشتری، موجودی در دست یک واحد کم می‌شود و مشتری موردنظر، سیستم را ترک می‌کند. در صورتی که مشتری دیگری در صف حضور داشته باشد و حداقل یک واحد موجودی در دست وجود داشته باشد، سرویس‌دهی به نفر بعدی آغاز می‌شود.

اگر خدمت‌دهنده آماده سرویس‌دهی به مشتری که در ابتدای صف قرار دارد باشد، ولی موجودی نداشته باشد، سرویس‌دهی زمانی آغاز می‌شود که سفارش در راه، به دستش برسد. در مدتی که خدمت‌دهنده موجودی دارد، مشتریان جدید به صف می‌پیوندند؛ اما وقتی که موجودی تمام می‌شود، مشتریان جدید رد شده و جزو فروش از دست‌رفته محسوب می‌شوند. در این مدت مشتریان درون سیستم منتظر می‌مانند تا سفارش در راه برسد و برای آن‌ها هزینه انتظار منظور می‌شود.

همان‌طور که ذکر شد، ورود مشتریان به سیستم، یک توزیع احتمال مشخص است و سرویس‌دهی به هر مشتری نیازمند یک واحد موجودی در دست است. در این مدل سیاست کنترل موجودی مستمر (r, Q) به کار می‌رود؛ به گونه‌ای که هرگاه موجودی در دست به نقطه ثبت سفارش (r) می‌رسد، به تعداد Q واحد کالا به یکی از تأمین‌کنندگان سفارش داده می‌شود و فرض بر این است که $r < Q$. مدت‌زمان تحویل سفارش نیز احتمالی و با توزیع احتمال مشخص است. در این مسئله تأمین موجودی می‌تواند از طریق چندین تأمین‌کننده با زمان‌های تحویل مختلف صورت پذیرد؛ به گونه‌ای که زمان رسیدن به نقطه ثبت سفارش، هر یک از آن‌ها با احتمالی مشخص امکان انتخاب دارند. برای مثال، در مسئله‌ای با دو تأمین‌کننده مستقل از هم، زمانی که تأمین‌کننده ۱ (با احتمال انتخاب θ_1) در دسترس نباشد، تأمین‌کننده دوم برای تأمین نیاز انتخاب می‌شود که احتمال این موضوع برابر با θ_2 است و $\theta_1 + \theta_2 = 1$ ؛ همچنین مدت‌زمان سرویس‌دهی به هر مشتری احتمالی و با تابع چگالی مشخص است.

مدل‌سازی مسئله بالا با استفاده از زنجیره مارکوف و تعیین احتمالات حدی دارای پیچیدگی‌های محاسباتی بسیاری است؛ به گونه‌ای که در مسائلی با ابعاد بالاتر و مفروضات بیشتر و توزیع‌های احتمالی غیر از توزیع نمایی، استفاده از این مدل‌ها برای تعیین احتمالات حدی و معیارهای عملکرد سیستم به‌نوعی نشدنی است؛ از این‌رو در پژوهش حاضر از یک روش بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی استفاده می‌شود. این روش، تلفیقی از شبیه‌سازی، طراحی آزمایش‌ها و روش سطح پاسخ است. ساختار روش مورد استفاده به‌طور کلی به شکل زیر است:

۱. طراحی مدل شبیه‌سازی برای مسئله مورد نظر (شکل ۱) و تعیین معیارهای عملکرد سیستم و متوسط هزینه هر دوره تحت سیاست‌های موجودی مشخص با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری؛
۲. تعریف یک رویکرد طراحی آزمایش مناسب برای تعیین عوامل مستقل تأثیرگذار و همچنین آثار متقابل آن‌ها بر متغیر پاسخ (متوسط هزینه هر دوره)؛
۳. استفاده از روش سطح پاسخ برای تعیین رابطه ریاضی بین متغیر پاسخ (متوسط هزینه هر دوره) و عوامل مستقل (r, Q) و آثار متقابل آن‌ها و تعیین سیاست بهینه (Q^*, r^*) برای حداقل‌سازی تابع مورد نظر.

معیارهای عملکرد سیستم. با شبیه‌سازی رایانه‌ای مسئله تحت یک سیاست کنترل موجودی (r, Q) مشخص، در طولانی‌مدت، مشخص می‌شود، سیستم در چند درصد از مواقع در هر یک از حالات مختلف بوده است و بر مبنای این احتمالات حدی می‌توان معیارهای عملکرد سیستم، از جمله متوسط موجودی در دست (\bar{I}) ، متوسط تعداد دفعات سفارش‌دهی در واحد زمان (\bar{O}) ، متوسط مدت‌زمان انتظار مشتریان در واحد زمان در هنگام نبود موجودی (\bar{T}) و متوسط تعداد فروش ازدست‌رفته در واحد زمان (\bar{L}) به ازای هر سیاست کنترل موجودی را مشخص کرده و با بررسی هزینه‌های مرتبط با هر یک از آن‌ها، متوسط هزینه سیستم در واحد زمان تحت سیاست (r, Q) را تعیین کرد.

جدول ۱. پارامترهای هزینه موجود در سیستم مورد نظر

H	هزینه نگهداری یک واحد موجودی در واحد زمان
ψ	هزینه ثابت هر بار سفارش دهی
ω	هزینه انتظار هر مشتری در واحد زمان در هنگام نبود کالا
S	هزینه کمبود فروش ازدست‌رفته به ازای هر مشتری

با توجه به پارامترهای تعریف‌شده در جدول ۱، کل هزینه سیستم در واحد زمان تحت سیاست (r, Q) با استفاده از رابطه ۱ محاسبه می‌شود.

$$C(r, Q) = h\bar{I} + \psi\bar{O} + s\bar{L} + \omega\bar{T} \quad (1)$$

طراحی مدل شبیه‌سازی. برای شبیه‌سازی این مسئله از روش شبیه‌سازی دینامیک استفاده می‌شود که یک محور زمان نیز دارد. مقادیر هدف مدل شبیه‌سازی همان معیارهای عملکرد سیستم هستند که در بخش قبل تشریح شدند. شرایط ورود مشتریان، مدت‌زمان سرویس‌دهی، ورود و خروج کالاها و همچنین شرایط صف و خدمت‌دهنده نیز در بخش‌های قبل به‌طور کامل تشریح شد.

نخستین قدم در طراحی هر مدل شبیه‌سازی شناخت موجودیت‌ها^۱ است که عناصر موقت جاری در سیستم هستند. موجودیت‌ها در این مسئله کالاها و مشتریان هستند. قدم بعدی تعریف متغیرهای حالت سیستم است. این متغیرها وضعیت کاملی از سیستم را در هر لحظه از زمان نشان می‌دهند. در این مسئله متغیرهای حالت به‌صورت جدول ۲، هستند:

جدول ۲. متغیرهای حالت مسئله مورد نظر

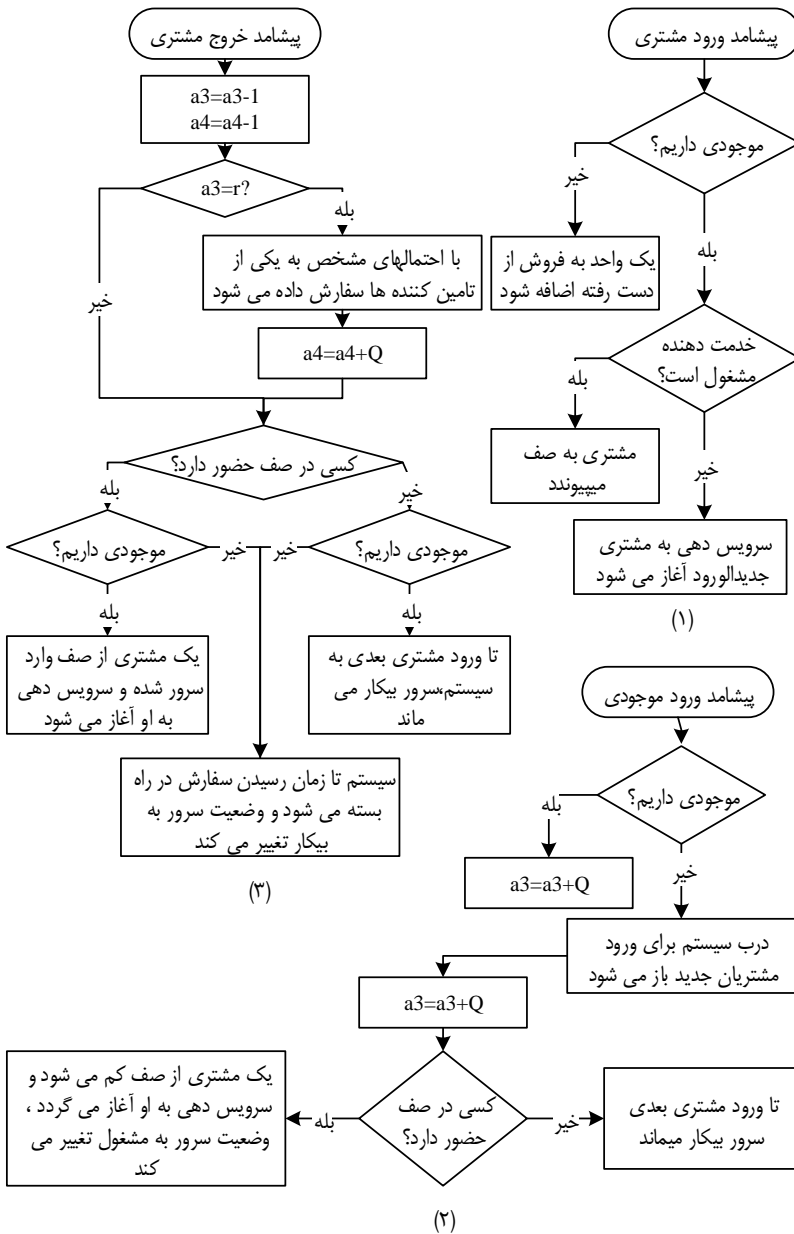
تعداد افراد حاضر در صف	a ₁
وضعیت خدمت‌دهنده (مشغول (۱) و بیکار (۰))	a ₂
موجودی در دست	a ₃
موقعیت موجودی	a ₄
مجموع سفارش‌های ارسال شده	a ₅
مجموع فروش از دست‌رفته	a ₆

قدم بعدی تعریف پیشامدها است؛ یعنی هر رخدادی که وقوع آن باعث شود حداقل یک متغیر حالت مقدارش عوض شود. سه پیشامد اصلی در این مدل عبارت‌اند از: ورود مشتری، ورود موجودی، خروج مشتری. پیشامد نخست، زمانی رخ می‌دهد که یک مشتری جدید به سیستم مراجعه کند. در چنین حالتی شبیه‌سازی مطابق نمودار جریان که در شکل ۱-۱، نشان داده شده است، ادامه می‌یابد. پیشامد دوم، زمانی رخ می‌دهد که یک محموله سفارش داده‌شده به سیستم می‌رسد. در چنین حالتی شبیه‌سازی مطابق نمودار جریان که در شکل ۲-۱، نشان داده شده است، ادامه می‌یابد. پیشامد سوم، زمانی رخ می‌دهد که یک مشتری از سیستم خارج می‌شود. در چنین حالتی شبیه‌سازی مطابق نمودار جریان که در شکل ۳-۱، نشان داده‌شده است، ادامه می‌یابد.

ارزیابی اعتبار مدل شبیه‌سازی. مدل شبیه‌سازی بالا با استفاده از نرم‌افزار MATLAB کدنویسی و اجرا شد. در این بخش برای ارزیابی اعتبار مدل ارائه‌شده، مسائل مختلف با پارامترهای متفاوت تحت مقادیر مشخص (r, Q)، شبیه‌سازی می‌شود و نتایج حاصل از مدل (معیارهای عملکرد سیستم و درنهایت متوسط هزینه هر دوره) با نتایج مدل مارکوفی ارائه‌شده توسط صفری و همکاران (۲۰۱۱)، (در حالت خاص نمایی با دو تأمین‌کننده) مقایسه می‌شود. در جدول ۳، متوسط هزینه در واحد زمان در مسائل مختلف با پارامترهای مختلف و تحت سیاست کنترل موجودی مشخص، با استفاده از هر دو روش حل دقیق (زنجیره مارکوف) و شبیه‌سازی (در حالت خاص نمایی و دو تأمین‌کننده) تعیین شده است. بدیهی است که روش حل دقیق، برای هر مسئله تنها یک جواب را ارائه می‌کند؛ اما مدل شبیه‌سازی در هر بار اجرای مدل یک جواب متفاوت می‌دهد.

به‌منظور ارزیابی اعتبار مدل شبیه‌سازی، برای هر مسئله مدل شبیه‌سازی، ۳۰ بار و در هر بار برای ۲۰۰۰۰۰ پیشامد پیاپی اجرا شده و فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای متوسط هزینه هر دوره تعیین شد (معمولاً در بیشتر مسائل پس از ۲۰۰۰۰۰ پیشامد، معیارهای عملکرد سیستم تقریباً به حالت پایدار می‌رسند). نزدیکی جواب‌های حاصل از مدل شبیه‌سازی و مدل مارکوفی نشان‌دهنده

معتبر بودن مدل شبیه‌سازی در تخمین معیارهای ارزیابی عملکرد سیستم است. سایر پارامترهای مربوط به هر مثال در جدول ۷، آورده شده است.



شکل ۱. فلوچارت مدل شبیه‌سازی

جدول ۳. مثال‌های عددی شبیه‌سازی شده

مسئله نمونه	خروجی مدل مارکوف	خروجی مدل شبیه‌سازی	شماره
r	Q	$C(r, Q)$	میانگین
r	Q	$C(r, Q)$	انحراف معیار
۵۸	۱۴۵	۱۸۸/۴۵	فاصله اطمینان ۹۵٪ (۱۸۴/۹۳ : ۱۹۰/۰۲)
۵۴	۱۴۷	۱۸۷/۶۳	۵/۴۷
۵۳	۱۴۷/۶	۱۸۸/۵۳	۱۸۸/۰۹
۶۳	۱۴۶/۹	۱۹۲/۷۹	۱۸۷/۷۴
۶۱	۱۴۸	۱۹۲/۸	۶/۳۱
۶۱	۱۴۷/۸	۱۹۳/۴۳	۱۹۱/۲۶
۵۵	۱۴۶/۷	۱۸۷/۹۲	۷/۸۳
۵۸	۱۴۷/۱	۱۹۱/۱۶	۱۹۴/۰۶
۴۲	۱۴۵/۲	۱۷۴/۱۲	۸/۰۵
۴۸	۱۴۶	۱۸۰/۴۸	۱۹۵/۳۲
۶۰	۱۱۰/۷	۱۵۶/۷۹	۸/۰۱
۲۹	۵۸/۲	۷۵۴/۸۸	۱۸۷/۶۷
۳۱	۵۹/۸	۷۲۳/۵۰	۱۹۱/۶۶
۷۳	۱۱۱/۹	۱۷۰/۷۳	۱۹۱/۱۶
۵۵	۱۴۶/۷	۱۸۷/۹۲	۱۹۲/۳۱
۶۶	۱۴۷/۴	۱۹۹/۳	۱۹۸/۳۳
۱۱۹	۲۲۰/۹	۳۱۱/۴۷	۸/۰۵
۱۰۲	۱۶۹/۴	۲۴۳/۵۷	۱۸۴/۶۸
			۱۹۰/۶۶
			۱۸۹/۱۸
			۱۹۴/۱۵
			۱۷۳/۹۳
			۱۷۷/۷۳
			۱۸۱/۳۴
			۱۵۸/۳۸
			۱۵۳/۵
			۲۱/۹
			۷۵۲/۴
			۷۲۷/۸۳
			۱۵/۰۴
			۷۳۳/۴۵
			۹/۵۹
			۱۶۹/۹۳
			۱۷۰/۷۳
			۱۱۱/۹
			۱۴۶/۷
			۵۵
			۱۹۰/۵۲
			۱۸۵/۷۶
			۲۰۰/۶۱
			۱۹۹/۳
			۱۴۷/۴
			۶۶
			۱۹۹/۱۷
			۲۰۱/۸۵
			۳۱۰/۳۳
			۳۱۴/۵۳
			۷/۵۹
			۳۰۶/۱۲
			۲۴۳/۲۵
			۲۴۴/۵۷
			۱۶۹/۴
			۲۴۴/۵۷
			۱۶۹/۴
			۱۰۲
			۲۳۹/۶۲
			۲۴۶/۸۸

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مدل‌های شبیه‌سازی به‌خودی‌خود تنها قابلیت ارزیابی سیستم را دارند، نه بهینه‌سازی آن؛ اما در این مسئله، تعیین سیاست بهینه سفارش‌دهی مدنظر است، یعنی تعیین (Q^*, r^*) ، به‌گونه‌ای که متوسط هزینه هر دوره حداقل شود؛ از این‌رو در این بخش آزمایش‌هایی بر روی نتایج مدل شبیه‌سازی با استفاده از روش سطح پاسخ طراحی می‌شود. در همین راستا ابتدا باید بر مبنای خروجی مدل شبیه‌سازی، عوامل مؤثر (آثار فردی و متقابل) بر متوسط هزینه هر دوره تعیین شوند و سپس با استفاده از روش سطح پاسخ یک تابع رگرسیون برای تعیین رابطه بین عوامل مؤثر و هزینه هر دوره تعریف شود و در نهایت (Q^*, r^*) ، به‌گونه‌ای تعیین شوند که متوسط هزینه هر دوره حداقل شود. برای این کار ابتدا به‌منظور شناسایی درجه خطی و غیرخطی بودن (اثرات فردی و متقابل) متغیرهای مشارکت‌کننده در مدل رگرسیون، به ازای مقادیر مختلف r و Q ، تحلیل واریانس بر روی خروجی مدل شبیه‌سازی انجام می‌شود.

تحلیل واریانس. برای تحلیل اثرگذاری متغیرهای r و Q (آثار فردی و متقابل) بر متوسط هزینه هر دوره تحت یک سیاست کنترل موجودی مشخص، ابتدا بر روی خروجی‌های مدل شبیه‌سازی در یک مسئله مشخص، تحلی واریانس دوطرفه صورت می‌گیرد که عامل‌ها در اینجا r و Q هستند.

نخستین قدم در تحلیل واریانس، تعیین سطوح مختلف برای هر یک از متغیرها به‌منظور نمونه‌برداری است. برای تعیین این سطوح، ابتدا و با توجه به پارامترهای مسئله، یک تخمین اولیه از متغیر Q زده می‌شود؛ سپس بر مبنای آن‌ها سطوح مختلف نمونه‌برداری (بلوک‌ها)، تعیین شده و در هر بلوک و به ازای یک r و Q مشخص، ۲۰ بار مدل شبیه‌سازی برای مدت‌زمانی مناسب اجرا می‌شود.

جدول ۴، سطوح مختلف برای r و Q و همچنین متوسط هزینه به‌دست‌آمده در هر بلوک را نشان می‌دهد. همچنین جدول ۵، دربردارنده نتایج نهایی تحلیل واریانس است. در خصوص تعیین سطوح نمونه‌برداری، تخمین اولیه Q با استفاده از فرمول ویلسن و متوسط تقاضای هر دوره تعیین می‌شود؛ سپس سطوح مختلف آن برای انجام آزمایش‌ها در بازه $[Q/2, 2Q]$ تعریف می‌شود.

برای تعیین سطوح مختلف r ، با توجه به مفروضات مسئله ($r < Q$) مقادیر مختلف r را با توجه به حد پایین Q ، یعنی $Q/2$ ، تعریف می‌گردد. راه‌حل پیشنهادی در این بخش با توجه به بررسی رفتار مثال‌های عددی مختلف و صرفاً برای مسئله مطرح‌شده در این مقاله پیشنهاد شده است؛ اما در خصوص همین مسئله نیز بلوک‌بندی‌های مختلف باید به‌گونه‌ای تعیین شوند که از نمونه‌های به‌دست‌آمده، رفتار محدب تابع هزینه در شکل ۲ قابل مشاهده باشد. در اینجا از رویکرد موردنظر این مقاله برای حل و بررسی مثال ۲ در جدول ۳، استفاده می‌شود.

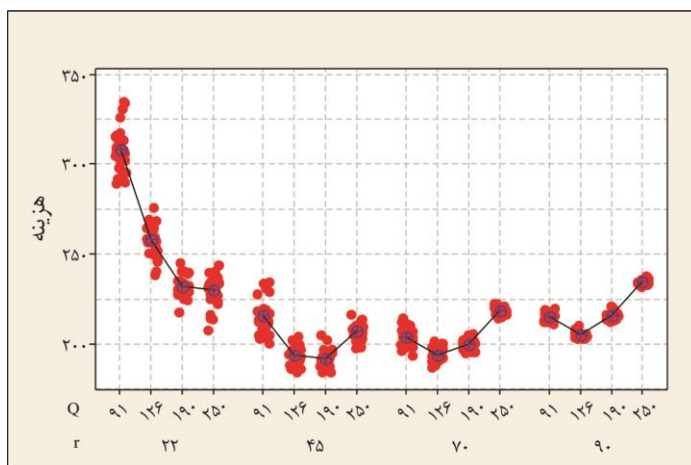
جدول ۴. سطوح تحلیل واریانس و متوسط هزینه هر سطح

متوسط هزینه	Q				
	۹۱	۱۲۶	۱۹۰	۲۵۰	
r	۹۰	۲۱۴/۲	۲۰۵/۸	۲۱۵/۲	۲۳۴/۵
	۷۰	۲۰۳/۳	۱۹۲/۵	۱۹۹/۶	۲۱۷/۹
	۴۵	۲۱۴/۵	۱۹۴/۰۵	۱۹۲/۵	۲۰۶
	۲۲	۳۰۹/۳	۲۵۸/۴	۲۲۹	۲۲۹/۶

جدول ۵. خروجی تحلیل واریانس

منبع	DF	SS	MS	F	P-v
R	۳	۲۳۳۵۰۵	۷۷۸۳۴	۲۱۸۹	۰
Q	۳	۴۸۵۳۹	۱۶۱۷۹	۴۵۵	۰
اثر متقابل	۹	۱۰۵۵۸۷	۱۱۷۳۱	۳۳۰	۰
خطا	۴۶۴	۱۶۴۹۵	۳۵/۵		
مجموع	۴۷۹	۴۰۴۱۲۵			

$S = ۵/۹۶$ $R-Sq = \%۹۵/۹۲$ $R-Sq(adj) = \%۹۵/۷۹$



شکل ۲. رفتار تابع هزینه به ازای مقادیر مختلف متغیرها

همان‌طور که در نمودار شکل ۲ و جدول‌های تحلیل واریانس ۴ و ۵ مشاهده می‌شود با توجه به مقادیر $p\text{-value} < 0.05$ آثار فردی و متقابل هر دو عامل بر متوسط هزینه هر دوره مشخص شده و سعی می‌شود این موضوع در تابع رگرسیون لحاظ شود.

روش سطح پاسخ. در این بخش بر اساس نمونه‌های جمع‌آوری شده (خروجی مدل شبیه‌سازی) و با استفاده از روش سطح پاسخ (RSM^1) یک تابع رگرسیون برای تعیین رابطه بین ریاضی بین متغیرهای مستقل (r, Q) و متوسط هزینه هر دوره (متغیر پاسخ) استفاده می‌شود و در نهایت در تابع به دست آمده r و Q به گونه‌ای تعیین می‌شوند که متوسط هزینه هر دوره حداقل شود. روش سطح پاسخ، شیوه‌ای است که به تعیین رابطه میان یک یا تعدادی متغیر پاسخ با تعدادی متغیر مستقل از طریق مجموعه‌ای از آزمایش‌ها طراحی شده و روش‌های تحلیل رگرسیون اختصاص دارد. اجرای روش سطح پاسخ بر روی خروجی مدل شبیه‌سازی با استفاده از

نرم‌افزار MINITAB صورت گرفته که نتایج آن در ادامه آورده شده است. با توجه به آثار غیرخطی قابل‌مشاهده در شکل ۲، از تابع full quadratic برای برازش منحنی استفاده می‌شود. نتایج نهایی برازش منحنی با استفاده از روش سطح پاسخ در جدول ۶ قابل‌مشاهده است.

جدول ۶. خروجی تحلیل رگرسیون

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	۵۰۸/۹۸	۶/۱۴۶	۸۲/۸۰۳	.
R	-۵/۷۱۵	۰/۱۱۹	-۴۷/۹۷	.
Q	-۱/۷۰۳	۰/۰۶۴	-۲۶/۳۴	.
r*r	۰/۰۳۴	۰/۰۰۰۹۵	۳۵/۷۲	.
Q*Q	۰/۰۰۳۳	۰/۰۰۰۱۸	۱۸/۷۸	.
r*Q	۰/۰۰۸۴	۰/۰۰۰۳	۲۷/۷۹	.

S = ۱۰/۴۲ R-Sq = %۸۷/۳ R-Sq(adj) = %۸۷/۱

جدول ۷. اطلاعات تکمیلی مثال‌های عددی شبیه‌سازی‌شده

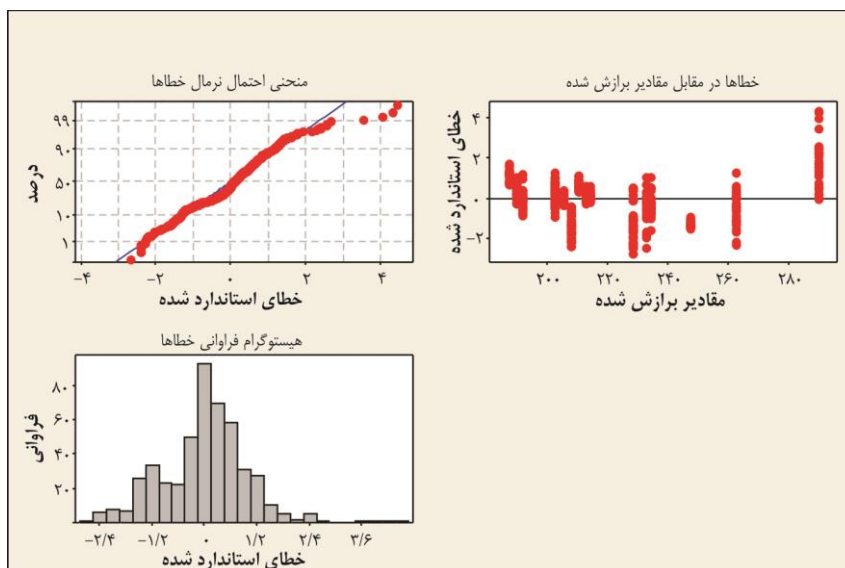
مسائل نمونه										
شماره	S	ω	ψ	h	θ_1	θ_2	v_1	v_2	μ	λ
۱	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۳	۲	۸۰	۴۰
۲	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۸۰	۴۰
۳	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۶	۲	۸۰	۴۰
۴	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۲۵	-۰/۷۵	۳	۲	۸۰	۴۰
۵	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۲۵	-۰/۷۵	۴	۲	۸۰	۴۰
۶	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۲۵	-۰/۷۵	۶	۲	۸۰	۴۰
۷	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۵۰	۴۰
۸	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۴۱	۴۰
۹	۵۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۸۰	۴۰
۱۰	۵۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۴۱	۴۰
۱۱	۱۰۰	۲۰	۱۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۸۰	۴۰
۱۲	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱۰	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۸۰	۴۰
۱۳	۱۰۰	۲۰	۱۰۰	۱۰	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۴۱	۴۰
۱۴	۲۰۰	۲۰	۱۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۸۰	۴۰
۱۵	۱۰۰	۸۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۸۰	۴۰
۱۶	۱۰۰	۸۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۴۱	۴۰
۱۷	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۴	۲	۱۶۰	۸۰
۱۸	۱۰۰	۲۰	۲۰۰	۱	-۰/۵	-۰/۵	۲	۱	۸۰	۴۰

Archive of SID

تابع Cost، تابع رگرسیون برای برآورد متوسط هزینه سیستم در واحد زمان به ازای متغیرهای r و Q است.

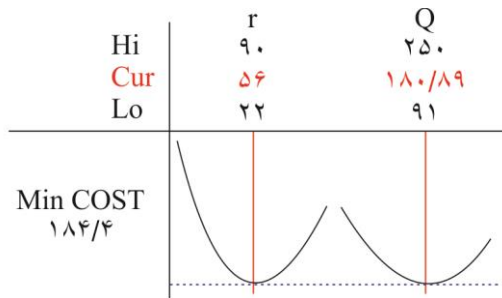
$$COST(r, Q) = 508.9883 - 5.71532 \times r - 1.70394 \times Q + 0.034039 \times r^2 + 0.003397 \times Q^2 + 0.008471 \times r \times Q$$

نمودارهای تحلیل خطاها برای تعیین نیکویی برازش صورت گرفته در شکل ۳، قابل مشاهده است. همچنین در انتهای جدول برازش منحنی، آماره‌های نیکویی برازش نیز محاسبه شده‌اند که از جمله مهم‌ترین آن‌ها Adjusted R-square است که میزان موفق بودن برازش صورت گرفته را توصیف می‌کند و هر مقداری بین ۰ و ۱ را می‌تواند به خود بگیرد. هر چه مقدار این آماره به عدد ۱ نزدیک‌تر باشد، نشان‌دهنده بهتر بودن برازش صورت گرفته است. در مثال بالا، مقدار $87/1$ درصد برای این آماره به این معنا است که منحنی برازش شده $78/1$ درصد از کل تغییرات داده پیرامون میانگین را توصیف می‌کند.



شکل ۳. تحلیل خطای ناشی از مدل رگرسیون

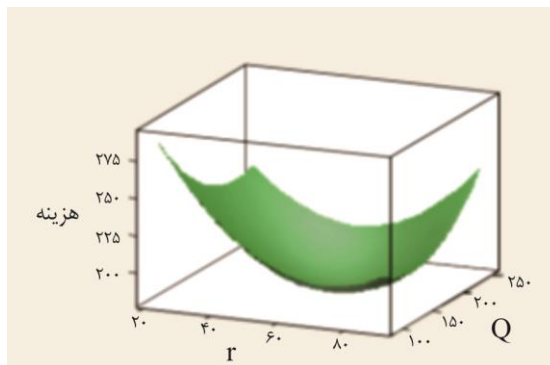
در قدم نهایی به‌عنوان آخرین خروجی روش سطح پاسخ، مقادیر (r, Q) با هدف حداقل‌سازی تابع Cost تعیین می‌شوند (شکل ۴).



شکل ۴. رفتار تابع هزینه برآزش شده به ازای مقادیر مختلف متغیرها

در این مثال با توجه به شکل ۴، مقادیر نهایی متغیرهای r و Q به ترتیب برابر با ۵۶ و ۱۸۱ تعیین می‌شود و متوسط هزینه تخمینی به دست آمده از منحنی برآزش شده تحت این سیاست سفارش‌دهی برابر با ۱۸۴/۴ است؛ درحالی که مقدار بهینه متوسط هزینه هر دوره که با استفاده از روش حل دقیق مارکوف به دست آمده، برابر با ۱۸۷/۶۳ است. نکته مهم اینکه هزینه واقعی که به ازای این r و Q به سیستم تحمیل می‌شود، برابر با ۱۹۱/۱۴ است که با استفاده از فرمول ارائه شده در مقاله صفری و حجبی (۲۰۱۱)، قابل محاسبه است. استفاده از روش شبیه‌سازی و طراحی آزمایش‌ها به عنوان یک روش تقریبی در حل این مسئله، درعین حال که از نظر محاسباتی نسبت به روش‌های حل دقیق، همچون زنجیره مارکوف، بسیار ساده‌تر است، جواب‌هایی بسیار نزدیک به جواب بهینه نیز ارائه می‌کند.

در شکل ۵، رویه برآزش شده بر روی داده‌ها مشاهده می‌شود که نمایانگر رفتار تابع هزینه با توجه به تغییرات متغیرهای r و Q است.



شکل ۵. رویه برآزش شده توسط روش RSM

۵. بحث و نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، یک سیستم صف - موجودی $G/G/1/\infty$ با سیاست مرور موجودی مستمر (r, Q) و در نظر گرفتن چندین تأمین‌کننده با زمان تدارک احتمالی بررسی شد. مدل‌سازی و حل مسئله بالا با استفاده از مدل‌های مارکوفی و غیرمارکوفی و تعیین احتمالات حدی دارای پیچیدگی‌های محاسباتی بسیاری است؛ به‌گونه‌ای که در مسائل با ابعاد بالاتر و مفروضات بیشتر و توزیع‌های احتمالی غیر از توزیع نمایی، استفاده از این مدل‌ها برای تعیین احتمالات حدی و معیارهای عملکرد سیستم به‌نوعی نشدنی است. به همین علت از یک رویکرد بهینه‌سازی مبتنی بر شبیه‌سازی برای مدل‌سازی و حل این مسئله استفاده شد که تلفیقی از شبیه‌سازی، طراحی آزمایش‌ها و روش سطح پاسخ است.

در این روش، ابتدا با استفاده از شبیه‌سازی مسئله، تحت سیاست‌های مختلف سفارش‌دهی (با r و Q های مختلف) هزینه سیستم تخمین زده می‌شود. در قدم بعدی بر اساس نمونه‌های جمع‌آوری شده (خروجی مدل شبیه‌سازی) با استفاده از روش سطح پاسخ یک تابع رگرسیون برای تعیین رابطه بین ریاضی بین متغیرهای مستقل (r, Q) و متوسط هزینه هر دوره (متغیر پاسخ) استفاده می‌شود و در نهایت در تابع به‌دست‌آمده r و Q به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که متوسط هزینه هر دوره حداقل شود. در نهایت با مقایسه خروجی‌های نهایی مسائل مختلف مشخص می‌شود که استفاده از روش شبیه‌سازی و طراحی آزمایش‌ها، به‌عنوان یک روش تقریبی در حل این مسئله، درعین‌حال که از نظر محاسباتی نسبت به روش‌های حل دقیق، همچون مدل‌های مارکوفی، بسیار ساده‌تر است، جواب‌هایی بسیار نزدیک به جواب بهینه نیز ارائه می‌کند.

منابع

1. Adeli, M. & Zandie, M. (2013). Proposing a multi-objectives simulation-optimization approach for an integrated sourcing and inventory model. *Journal of Industrial Management Perspective*, 11: 89-110 (In Persian).
2. Amaran, S. & Sahinidis, N. (2016). Simulation optimization: a review of algorithms and applications, *Ann Oper Res*, 240: 351-380.
3. Badakhshan, E., Pishvaei, S. & Sahebi, H. (2016). An optimization model based on simulanion to integrated pllaning for cash and physical follows in supply chain. *Journal of Industrial Management Perspective*, 21: 31-51 (In Persian).
4. Berman, O. & Kim, E. (1999). Stochastic models for inventory management at service facilities. *Stat Stoch Model*. 15(4): 695-718.
5. Berman, O. & Kim, E. (2001). Dynamic order replenishment policy in internet-based supply chains. *Math Meth Oper Res*, 53: 371-390.
6. Berman, O. & Sapna, KP. (2000). Inventory management at service facilities for systems with arbitrarily distributed service times. *Comm Stat Stoch Model*, 16(3, 4): 343-360.
7. Berman, O. & Sapna, KP. (2002). Optimal service rates of a service facility with perishable inventory items. *Naval Res Logist*, 49: 464- 482.
8. Davoodi, M., Jolai, F. (2015). Design a simulation model for a multi-echelon and multi-products inventory system and comparison with elit models. *Journal of Industrial Management Perspective*, 19: 9-38 (In Persian).
9. Deepak, T. G., Krishnamoorthy, A., Narayanan, V. C. & Vineetha, K. (2008). Inventory with service time and transfer of customers and inventory. *Ann Oper Res*. 160: 191-213
10. Hlioui, R., Gharibi, A. & Hajji, A. (2015). Integrated quality strategy in production and raw material replenishment in a manufacturing-oriented supply chain. *Int J Adv Manuf Technol*. 7: 1-14.
11. Kochel, P. & Nielander, U. (2005). Simulation-based optimization of multi-echelon inventory systems. *International Journal of Production Economics*, 93-94(1): 505-513.
12. Peidro, D., Mula, J., Poler, R. & F. C. Lario. (2009). Quantitative Models for Supply Chain planning under uncertainty: A review. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 43: 400-420.
13. Razavi, H., Amiri, M. & Seifbarghi, M. (2013). Application of response surface methodology in optimization of a multi-echelon inventory system. *Journal of production and operation management*. 4(7): 41-54.
14. Rivera Gomez, H., Gharbi, A. & Kenné, JP. (2013). Joint control of production, overhaul, and preventive maintenance for a production system subject to quality and reliability deteriorations. *Int J Adv Manuf Technol*, 21: 1-20.
15. Saffari, M. & Haji, R. (2009). Queuing system with inventory for two echelon supply chain. *CIE Int Conference*: 835-838
16. Saffari, M. & Haji, R. (2011). A queuing system with inventory and mixed exponentially distributed lead times. *Int J Adv Manuf Technol*, 53: 1231-1237.
17. Sajadi, S. M., Seyed Esfahani, M. M. & Sörensen, K. (2011). Production control in a failure-prone manufacturing network using discrete event simulation and automated response surface methodology. *Int J Adv Manuf Technol*, 53(1-4): 35-46.

Archive of SID

18. Schwarz, M., Sauer, C., Daduna, H., Kulik, R. & Szekli, R. (2006). M/M/1 queuing systems with inventory. *Queueing Syst* 54: 55–78.
19. Schwarz, M. & Daduna, H. (2006). Queuing systems with inventory management with random lead times and with backordering. *Math Meth Oper Res*, 64: 383–414.
20. Seifbarghi, M., Amiri, M. & Heidari, M. (2008). Estimation of cost function in a two echelon inventory system with lostsale shortage using regression. *Journal of industrial engineering*. 1: 1-10.
21. Tsai, S. & Chen, S. (2016). a Simulation-Based Multi-Objective Optimization Framework: A Case Study on Inventory Management, *Omega*, 240: 351–380.
22. Ye, W. & You, F. (2016). A computationally efficient simulation-based optimization method with region-wise surrogate modeling for stochastic inventory management of supply chains with general network structures. *Computers and Chemical Engineering*, 87: 164–179.
23. Zhao, N. & Lian, Z. (2011). A queuing-inventory system with two classes of customers. *Int. J. Production Economics* 129: 225–231