

مدلی برای ارزش گذاری کسب و کارهای نوپا در سرمایه گذاری های خطرپذیر (جسورانه) با در نظر گرفتن اختیارات واقعی قبل و بعد از تجاری سازی

میثم دهقانی عشرت آباد^۱، امیر البدوی^{۲*}، محمدمهدی سپهری^۳، علی حسین زاده کاشان^۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۳/۳۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۳۱

چکیده

ارزش گذاری کسب و کارهای نوپا به سبب وجود عدم اطمینان بالا در خصوص آینده آن‌ها امری پیچیده و موضوعی مهم در مذاکرات میان کارآفرینان و سرمایه‌گذاران خطرپذیر بوده است. در پژوهش پیش رو، با در نظر گرفتن عدم اطمینان‌های موجود در دور اول تأمین مالی و نیز انعطاف‌پذیری موجود برای سرمایه‌گذاران خطرپذیر در مراحل قبل (اختیار رها کردن) و بعد (اختیار توسعه) از تجاری سازی محصول، رویکرد جدیدی برای تعیین ارزش کسب و کارهای نوپا، ارائه گردید. به دلیل عدم وجود جواب تحلیلی برای رویکرد توسعه داده شده، از روش عددی شبیه سازی مونت کارلو حداقل مربعات (لانگ اشتاف-شوارتر) برای حل آن استفاده شد. مقایسه نتایج حاصل از مدل با نتایج سه سناریو دیگر، مؤید نقش و اهمیت انعطاف‌پذیری‌های مذکور در اتخاذ تصمیم سرمایه‌گذاری خطرپذیر در کسب و کارهای نوپا می‌باشد. در بخش پایانی نیز پیشنهادهایی برای توسعه مدل تحت شرایط رقابتی و یا توسعه آن برای سایر مراحل سرمایه‌گذاری ارائه شد.

واژگان کلیدی: ارزش گذاری، سرمایه‌گذاری خطرپذیر (جسورانه)، اختیار رها کردن، اختیار توسعه، روش مونت کارلو حداقل مربعات خطا.

در ادبیات سرمایه‌گذاری خطرپذیر (جسورانه)، دو گونه تأمین سرمایه وجود دارد: تأمین مالی از محل استقراض (ارائه پول برای کسب سود)^۱ و تأمین مالی از طریق فروش سهام (سرمایه‌گذاری در ازای تصاحب بخشی از مالکیت)^۲ (Wang and Zhou, 2004). کسب‌وکارهای نوپا در تلاش برای تأمین مالی از طریق منابع اشاره شده در دسته اول، به دلیل عدم برخورداری از وثایق و تضامین مورد قبول با مشکلات زیادی مواجه می‌شوند. علاوه بر این به دلیل ریسک‌های فراوانی که کسب‌وکارهای نوپا به همراه دارند، علاقه چندانی به اعطای تسهیلات به آن‌ها وجود ندارد. در این شرایط منابع تأمین مالی دسته دوم، از جمله شرکت‌های سرمایه‌گذاری خطرپذیر از منابع بسیار مهم تأمین مالی کسب‌وکارهای نوپا می‌باشند (Fairchild, 2011). سرمایه‌گذاری خطرپذیر گونه خاصی از تأمین مالی است که با نیازمندی‌های کسب‌وکارهای نوپا و فناوری محور کاملاً تناسب دارد و مشکل این شرکت‌ها را که به دلیل آینده نامشخص و ریسک بالا، سابقه کم، درآمد منفی و غیره شانس کمتری برای دریافت تسهیلات از منابع مالی معمول را دارند، با مشارکت در سهام حل می‌کند (حیدری و محمدی، ۱۳۹۶). در ارزیابی یک طرح کارآفرینانه، معیار ملاحظات مالی طرح دارای بالاترین اولویت می‌باشد و در واقع چشم‌انداز مالی پروژه برای سرمایه‌گذاران خطرپذیر اولویت بالایی دارد و اگر طرحی جذابیت مالی لازم را نداشته باشد در آن سرمایه‌گذاری نمی‌کنند (درخشان و محمدی، ۱۳۹۳). سرمایه‌گذاران خطرپذیر برای موفقیت در ارزیابی^۳ فرصت سرمایه‌گذاری، می‌بایست در دو توانمندی اصلی ارزشیابی^۴ و ارزش‌گذاری^۵ توانمند باشند. ضعف در ارزشیابی می‌تواند منجر به پذیرش کسب‌وکارهای ناموفق و یا عدم مشارکت در یک طرح سرمایه‌گذاری مناسب گردد. علاوه بر ارزشیابی مناسب، ضروری است ارزش‌گذاری دقیق صورت گیرد؛ زیرا حتی در مواردی که یک طرح موفق پذیرفته می‌شود، ضعف در ارزش‌گذاری می‌تواند منجر به کاهش درآمد سرمایه‌گذاران شود (Yang et al, 2009).

در بیشتر پژوهش‌های انجام‌شده در حوزه سرمایه‌گذاری خطرپذیر (جسورانه)، به‌صراحت یا به‌طور ضمنی، رویکرد سستی و رایج جریان نقدی تنزیل‌شده^۶ برای تحلیل تصمیمات سرمایه‌گذاری در کسب‌وکارهای نوپا مورد استفاده قرار گرفته‌است. باین‌حال، آنچه در عمل اتفاق می‌افتد یک معما است که چرا بسیاری از سرمایه‌گذاران خطرپذیر به‌جای بهره‌گیری از نتایج روش مذکور، از «حس غریزی»^۷ خود تبعیت می‌کنند. به‌طور خاص، گاهی اوقات سرمایه‌گذاران خطرپذیر تصمیم به سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپایی می‌گیرند که بر اساس رویکرد مذکور دارای ارزش خالص فعلی منفی می‌باشد. دلیل اصلی این

معما اینست که رویکرد مورد اشاره، انعطاف‌پذیری که توسط مدیریت فعال اعمال می‌شود، را نادیده می‌گیرد و از آنجائیکه کسب‌وکارهای نوپا در محیطی با عدم اطمینان بالا توسعه می‌یابند، چشم‌پوشی از این انعطاف‌پذیری، مشکل اساسی این روش‌ها می‌باشد (Hsu, 2010). در واقع روش ارزش خالص فعلی دلایل استراتژیک سرمایه‌گذاری را نادیده می‌گیرد و اجزای استراتژیک که در تصمیمات سرمایه‌گذاری مدیریت وجود دارند، در تجزیه و تحلیل ارزش خالص فعلی لحاظ نمی‌شوند. برای غلبه بر این مشکلات، روش تحلیل درخت تصمیم به‌عنوان یک توسعه از رویکرد ارزش خالص فعلی/تنزیل جریان نقدی ارائه شد. این روش علیرغم سادگی، در حل مسائلی که چندین متغیر، عدم اطمینان‌های موجود در محیط را تعریف می‌کنند، کارایی خود را از دست می‌دهد (Vollert, 2012). مقبول‌ترین روش جهت ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای نوپا، روش سرمایه‌گذاری خطرپذیر می‌باشد که علیرغم سهولت به‌کارگیری، تا حدود زیادی مبتنی بر قضاوت می‌باشد و تمایل به افزایش عدم تقارن اطلاعاتی در راستای منافع سرمایه‌گذار خطرپذیر دارد (Vara, 2013). علاوه بر این، محدودیت‌های اشاره‌شده در خصوص روش جریان نقدی تنزیل شده را نیز دارد (Finnerty, 2016).

روش‌های سنتی ارزش‌گذاری همگی در لحاظ کردن فرصت و خطر توسعه کسب‌وکارهای نوپا در چرخه عمرش دارای محدودیت هستند. دسته دیگر روش‌ها، نیاز به محاسبات پیچیده‌ای دارند و یکی از مهمترین این روش‌ها، رویکرد اختیارات واقعی است. این روش، هنگامی که شرایط ناشناخته باشد، برای شفاف‌سازی عدم اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش‌های مختلفی از جمله درخت دو جمله‌ای و سه جمله‌ای، شبیه‌سازی مونت کارلو و معادله دیفرانسیل تصادفی در این دسته جای می‌گیرند (شفیعا و همکاران، ۱۳۹۲). به بیان دیگر ضعف روش‌های سنتی سبب گردید در مسائل ارزش‌گذاری، رویکرد اختیارات واقعی مطرح شود به نحوی که ارزش تصمیمات آتی که در هر فرصت سرمایه‌گذاری وجود دارد نیز لحاظ شود (فروش باستانی و حامدی نیا، ۱۳۹۶). بر اساس این نظریه، سرمایه‌گذاران خطرپذیر، هنگام ارزیابی ارزش یک کسب‌وکار نوپا، صرف‌نظر از ارزش خالص آتی مورد انتظار، می‌بایست انعطاف‌پذیری مدیریتی که ناشی از عدم اطمینان بالای محیط سرمایه‌گذاری می‌باشد، را نیز در نظر بگیرند (Ko et al, 2011). لازم به اشاره است که اندازه‌گیری عدم اطمینان هر کسب‌وکار نوپا دشوار است و این موضوع برحسب اینکه کسب‌وکار نوپا در زمان تأمین مالی در کدام یک از مراحل توسعه خود قرار دارد متفاوت است، به نحوی که برای کسب‌وکار نوپایی که در مراحل ابتدایی قرار دارد میزان عدم اطمینان‌های موجود بسیار بالا می‌باشد (Li, 2008) و لذا هر چه کسب‌وکار نوپا جوان‌تر باشد و در مراحل ابتدایی توسعه

خود قرار داشته باشد، ارزش گذاری آن مشکل تر خواهد بود (Festel et al, 2013). این پژوهش به دنبال یافتن پاسخ این سؤال است که چگونه می توان مسئله ارزش گذاری یک کسب و کار نوپا را در مرحله مورد نظر از توسعه آن، تحت عدم اطمینان های موجود و با وارد نمودن انعطاف پذیری های ممکن در اتخاذ این تصمیم توسط سرمایه گذاران خطرپذیر مدل سازی نمود. در بخش های بعدی به این سؤال پاسخ داده و سپس با توجه به شرایط مدل، الگوریتم حل مناسب را ارائه و پس از اجرای الگوریتم، نتایج حاصل از آن بررسی می شوند.

۲- مبانی نظری پژوهش

نظر به اینکه در پژوهش حاضر به دلیل محدودیت روش های سنتی ارزش گذاری از رویکرد اختیارات واقعی استفاده شده و مدل سازی بر مبنای فرایندهای تصادفی صورت گرفته است، در این بخش ابتدا نظریه اختیارات حقیقی و فرایندهای تصادفی ارائه شده است. همچنین از آنجایی که به دلیل شرایط مسئله مدل سازی شده، از میان روش های مختلفی که در این دسته قرار می گیرند، روش مونت کارلو حداقل مربعات، به عنوان روش حل مسئله انتخاب شده است، در بخش انتهایی مبانی نظری پژوهش این روش ارائه شده است.

۲-۱- نظریه اختیارات واقعی

اختیارهای معامله یکی از ابزارهای نوین مالی هستند که در دهه های اخیر در بازارهای مالی استفاده از آنها به شدت گسترش یافته است. اختیار معامله یک ورقه بهادار است که به دارنده آن اختیار و نه اجبار انجام معامله ای را در آینده با شرایط از پیش تعیین شده می دهد. فرصت های سرمایه گذاری بنگاه را می توان به اختیار معامله یا به شکل دقیق تر به اختیار معامله واقعی تعبیر کرد (Myers, 1977). این حق زمانی ارزشمند می شود که در رشد آتی یک متغیر پایه، عدم اطمینان وجود داشته باشد. اختیارهای معامله، قراردادهایی نامتقارن هستند، بدین معنی که تنها زمانی که اعمال اختیار معامله ایجاد ارزش کند، تصمیم گیرنده این حق را اعمال خواهد کرد، در غیر این صورت اختیار معامله بدون هیچ ارزشی منقضی می شود. این تصمیمات آتی مشروط بر آشکار شدن عدم اطمینان آتی است. هر چند ممکن است سرمایه گذاری امروز بر اساس اطلاعات در دسترس معقول باشد، ممکن است عاقلانه باشد که با توجه به شرایط آینده، سرمایه گذاری را توسعه داد یا متوقف کرد. نظریه اختیارات واقعی یک چهارچوب محکم برای ارزیابی انعطاف پذیری که در تصمیمات سرمایه گذاری وجود دارد ایجاد می کند و استخراج

تصمیمات بهینه سرمایه‌گذاری را ممکن می‌کند. از این رو عاقلانه خواهد بود اگر مفاهیم قیمت‌گذاری اختیار معاملات مالی را در مباحث تصمیم‌گیری بنگاه به کار ببریم و این کار در عمل بسیار مورد استفاده قرار گرفته است.

۲-۲- فرآیندهای تصادفی

یک فرآیند تصادفی، متغیری است که در زمان رشد می‌کند و حداقل در بخشی از خود رفتار احتمالی دارد و می‌تواند پیوسته یا گسسته در زمان باشد. یکی از مهم‌ترین فرآیندهای پیوسته در زمان، فرآیند وینر (حرکت براونی) با سه خاصیت مهم است: اولاً خاصیت مارکوفی دارد، ثانیاً تغییرات آن مستقل هستند و ثالثاً تغییرات آن توزیع نرمال با واریانس متناسب با زمان دارند. می‌توان فرآیند وینر را به راحتی عمومیت داد تا فرآیندهای تصادفی پیچیده‌تری ایجاد شود. یکی از ساده‌ترین این عمومیت دادن‌ها، حرکت براونی هندسی با میانگین در واحد زمان است. یک خاصیت مهم این توزیع این است که اگر $F(x)=\log(x)$ آنگاه F از فرآیند حرکت براونی با میانگین در واحد زمان پیروی می‌کند. نوسان‌پذیری ارزش هر دارایی پایه، یک پارامتر مهم برای ارزش‌گذاری هر اختیار معامله‌ای است و داشتن بیش از یک دارایی بدین معنی است که نمی‌توان حرکت تصادفی ارزش هر دارایی پایه را به شکل مجزا مدل کرد و باید حرکت توأم ارزش دارایی‌های پایه در نظر گرفته شود. این کار با وارد کردن ضریب همبستگی انجام می‌گیرد.

۲-۳- روش مونت-کارلو کمترین مربعات

فرمول‌بندی مسئله قیمت‌گذاری اختیار آمریکایی با روش‌های فعلی در بعد پایین، راحت و امکان‌پذیر است و همگرایی آن‌ها نیز ثابت شده است اما این روش‌ها در مسئله‌هایی با بعد بالا و یا در مسائلی که پرداخت نهایی اختیار به مسیر وابسته است کارایی لازم را ندارند و در پیاده‌سازی دچار مشکل می‌شوند (Longstaff and Schwartz, 2001). روش مونت‌کارلو حداقل مربعات یکی از روش‌های حل مسئله با کمک شبیه‌سازی است و به راحتی در ابعاد بالا و در مسائل پیچیده قابل پیاده‌سازی است و کارایی خود را از دست نمی‌دهد. در آخرین زمان اجرا، استراتژی بهینه به پرداخت نهایی در این زمان بستگی دارد، اگر با قیمت باشد آن را اجرا می‌کنیم؛ اما برای زمان‌های قبل از انقضا باید اجرای آنی و ارزش عدم اجرا را باهم مقایسه کرد و در صورتی که ارزش اجرای آنی بیشتر از عدم اجرا باشد آن را اجرا می‌کنیم.

۳- پیشینه پژوهش

در ادبیات سرمایه‌گذاری خطرپذیر و کارآفرینی با بهره‌گیری از رویکرد اختیارات واقعی پژوهش‌های فراوانی با اهداف متنوع صورت گرفته است. شیو (۲۰۱۰) با بهره‌گیری از رویکرد اختیارات واقعی یک چارچوب برای تصمیم‌گیری در خصوص مرحله‌بندی سرمایه‌گذاری ارائه نمود (Hsu, 2010). وارا (۲۰۱۳) به منظور توسعه یک تکنیک مبتنی بر ریسک، در کنار فرضیات مبتنی بر بازار، از مفاهیم اختیارات واقعی جهت کاهش ریسک سرمایه‌گذاری بهره برده است (Vara, 2013).

لی و ماهونی (۲۰۱۱) بر اساس داده‌های سرمایه‌گذاری خطرپذیر در سال‌های ۱۹۸۰ تا ۲۰۰۷ در ایالات متحده، شرایط مؤثر بر تأخیر و یا تعجیل در سرمایه‌گذاری خطرپذیر در کسب‌وکارهای نوپا در صنایع مختلف را از منظر دو اختیار تعویق و رشد سرمایه‌گذاری بررسی نمودند و چارچوبی را به منظور تعیین زمان ورود به سرمایه‌گذاری در کسب‌وکارهای نوپا بر اساس رویکرد اختیارات واقعی ارائه نمودند (Li and Mahoney, 2011). لی (۲۰۰۸) از رویکرد اختیارات واقعی در بررسی سرمایه‌گذاری خطرپذیر مرحله‌ای بر اساس داده‌های مرتبط با سرمایه‌گذاران خطرپذیر در ایالات متحده در سال‌های ۱۹۷۵ تا ۲۰۰۵ استفاده کرد. وی تأثیر عدم اطمینان‌های استراتژیک و غیراستراتژیک را در تعجیل و یا تعویق سرمایه‌گذاری در هر مرحله از سرمایه‌گذاری تبیین نمود (Li, 2008).

کو و همکاران (۲۰۱۱) یک ابزار مدیریتی جهت اخذ تصمیمات بهینه در فرآیند ورود به یک سرمایه‌گذاری خطرپذیر با بهره‌گیری از نظریه اختیارات واقعی و نظریه بازی توسعه دادند. در این مدل استراتژی‌های مختلف رقابت و سرمایه‌گذاری دو سرمایه‌گذار خطرپذیر، بازده سرمایه‌گذاری را تحت ساختارهای مختلف برای بازار تعیین می‌کند. با توجه به توسعه مدل برای تعیین زمان ورود مناسب به سرمایه‌گذاری، برای سرمایه‌گذاران خطرپذیر، اختیار تعویق را در مدل در نظر گرفتند و جهت سهولت مدل‌سازی و دستیابی به یک راه‌حل تحلیلی، عدم اطمینان‌های موجود در محیط کسب‌وکار را به شکل یک عدم اطمینان در مدل وارد نمودند (کو و همکاران، ۲۰۱۱).

فینرتی (۲۰۱۶) با در نظر گرفتن اختیار ترک سرمایه‌گذاری و بر اساس مدل گسکه^۸ (۱۹۷۹) برای اختیار معامله اروپایی، یک مدل ارزش‌گذاری تحلیلی برای سهام عادی کسب‌وکارهای نوپا در صنایع با فناوری پیشرفته ارائه نمود. وی در پژوهش خود عدم اطمینان مرتبط با جریان نقدی آتی را نیز در نظر گرفت (فینرتی، ۲۰۱۶). در فضای کسب‌وکار ایران نیز، چیت‌سازان و همکاران (۱۳۹۴) در پژوهش خود به شناسایی و سطح‌بندی عوامل مؤثر بر ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای نوپا توسط سرمایه‌گذاران خطرپذیر

پرداختند و پیشنهاد کردند در تحقیقات آتی به روش‌های جدیدتر در حوزه ارزش‌گذاری به‌ویژه اختیارات واقعی پرداخته شود (چیت‌سازان و همکاران، ۱۳۹۴). فروش باستانی و حامدی‌نیا (۱۳۹۶) در پژوهش خود، برای تعیین ارزش کسب‌وکار نوپا در سرمایه‌گذاری خطرپذیر با استفاده از اختیارات واقعی و اختیار معامله قسطی یک کران پایین و بالا به دست آوردند. آن‌ها برای پوشش روش‌های سنتی ارزش‌گذاری، انعطاف‌پذیری مدیریت را بر اساس اختیار مرحله‌بندی (به‌مرور ساختن) و به شکل اختیار معامله قسطی در مدل وارد نمودند (فروش باستانی و حامدی‌نیا، ۱۳۹۶). دهقانی‌عشرت آباد و البدوی (۱۳۹۷) در پژوهش خود، برای ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای نوپا مدلی را ارائه کردند که در آن ضمن تبیین مرحله موردنظر از توسعه کسب‌وکار نوپا و لحاظ داشتن مشکلات نمایندگی، چندین منبع عدم اطمینان به همراه اختیارات سرمایه‌گذاران خطرپذیر قبل از تجاری‌سازی در نظر گرفته شده است.

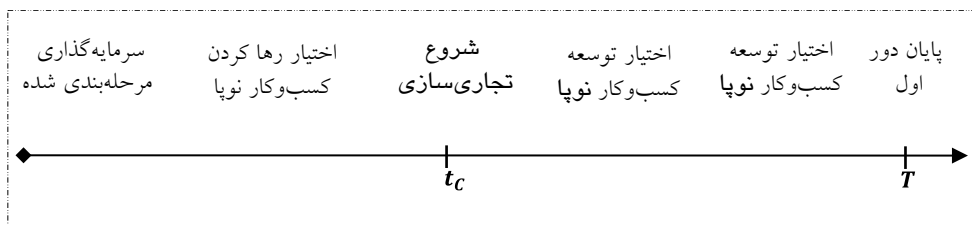
همان‌گونه که در پیشینه پژوهش مرور گردید ابعاد مختلف سرمایه‌گذاری خطرپذیر در کسب‌وکارهای نوپا موردبررسی قرار گرفته است، اما پژوهشی در خصوص ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای نوپا که در آن ضمن تبیین مرحله موردنظر از توسعه کسب‌وکار نوپا، چندین منبع عدم اطمینان به همراه اختیارات سرمایه‌گذاران خطرپذیر قبل و بعد از تجاری‌سازی در نظر گرفته شود، تاکنون ارائه نشده است. لذا در پژوهش پیش رو، به دنبال ارائه یک رویکرد جدید برای ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای نوپا به شکل زیر است:

- کسب‌وکار نوپا در مرحله راه‌اندازی بوده و به دنبال تأمین مالی در دور اول می‌باشد.
- انعطاف‌پذیری سرمایه‌گذار در تصمیم‌گیری، به شکل اختیار مرحله‌بندی سرمایه‌گذاری (به‌مرور ساختن) و در قالب یک اختیار معامله مرکب می‌باشد (پیش از تجاری‌سازی).
- انعطاف‌پذیری سرمایه‌گذاران خطرپذیر در اتخاذ تصمیم، به شکل اختیار توسعه سرمایه‌گذاری و در قالب یک اختیار معامله آمریکایی^۹ می‌باشد (پس از تجاری‌سازی).
- عدم اطمینان‌های محیط کسب‌وکار، در ارتباط با اتمام زمان سرمایه‌گذاری، هزینه موردنیاز شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا، و شوک تقاضای محصول در بازار می‌باشند.
- سایر ریسک‌های موجود در محیط کسب‌وکار از یک توزیع پواسون تبعیت می‌نماید.

۴- الگوی مفهومی پژوهش

۴-۱- الگوی مفهومی

ایده کلی مسئله بدین صورت است که طرح یک کسب و کار نوپا از سوی کارآفرین جهت تأمین مالی به یک سرمایه‌گذار خطرپذیر پیشنهاد می‌شود. سرمایه‌گذار خطرپذیر در صورت پذیرش طرح، می‌بایست مبالغی را جهت راه‌اندازی کسب و کار نوپا سرمایه‌گذاری نماید و پس از تجاری‌سازی به کسب درآمد بپردازد. همچنین در صورت تجاری‌سازی، سرمایه‌گذار خطرپذیر می‌تواند با پرداخت هزینه جداگانه‌ای پیش از اتمام دور اول، از عایدی حاصل از توسعه در کسب و کار نوپای پیشنهادی بهره‌مند شود. سیر زمانی مدل سرمایه‌گذاری در کسب و کار نوپا در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل (۱): سیر زمانی مدل سرمایه‌گذاری در کسب و کار نوپا

هزینه راه‌اندازی طرح کسب و کار نوپا یک متغیر تصادفی، با امید ریاضی K می‌باشد که از سوی کارآفرین تعیین می‌شود و بر اساس مزایای ارائه شده در بخش قبل در خصوص سرمایه‌گذاری مرحله‌بندی شده، سرمایه‌گذار خطرپذیر حداکثر با نرخ I_{III} در هر دوره، سرمایه موردنظر را تأمین می‌نماید. با توجه به نرخ بالای شکست کسب و کارهای نوپا، چنین فرض شده است که وقوع رخداد های غیرمنتظره در هر واحد زمانی از یک توزیع پواسون با پارامتر λ پیروی می‌کند به طوری که در صورت وقوع رخداد غیرمنتظره سرمایه‌گذاری در کسب و کار نوپا با شکست مواجه گردد و ارزش آن به صفر می‌رسد. همچنین مفاد قرارداد بر اساس اختیار مرحله‌بندی سرمایه‌گذاری (به‌مرور ساختن) و در قالب یک اختیار معامله مرکب به نحوی تنظیم می‌شود که سرمایه‌گذار خطرپذیر در هر مرحله از سرمایه‌گذاری در کسب و کار نوپا، در صورتی که هزینه‌های راه‌اندازی کسب و کار نوپا بالاتر از حد انتظار و یا پتانسیل سود در بازار، کمتر از میزان برآورد شده اولیه باشد، می‌تواند سرمایه‌گذاری را ترک نماید. پس از تجاری‌سازی و تا پایان دور اول تأمین مالی نیز سرمایه‌گذار خطرپذیر می‌تواند با پرداخت هزینه توسعه کسب و کار نوپا که به دوره مورد توافق پس از توسعه و پیشینه نرخ سرمایه‌گذاری در هر دوره بستگی دارد، از عایدی که بر اساس

ضریب مورد توافق و نیز پارامترهای مؤثر در تعیین هزینه توسعه به دست می‌آید، بهره‌مند گردد.

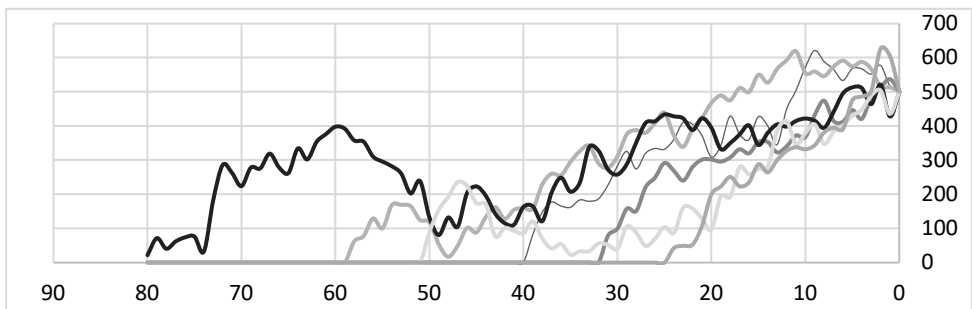
۴-۲- دینامیک متغیرهای حالت

۴-۲-۱- دینامیک متغیر حالت اصلی اول - مانده هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا

مانده هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا در مدل پیشنهادی در طول زمان شکل‌گیری به شکل تصادفی تغییر می‌کند و با نرخ سرمایه‌گذاری نیز کاهش می‌یابد، دینامیک مانده هزینه مورد انتظار برای شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا را می‌توان با یک فرایند پخش کنترل‌شده به شکل زیر فرموله نمود.

$$dK = -Idt + \sigma_K(IK)^{\frac{1}{2}}dz \quad (1)$$

در رابطه بالا dz یک نمو در فرآیند وینر است که فرض می‌شود با پرتفوی بازار ناهمبسته می‌باشد (تمامی ریسک‌های dz قابل تنوع‌بخشی یا غیرسیستماتیک هستند). در سمت راست رابطه بالا، عبارت اول، کنترل اعمال‌شده بر فرآیند پخش است و نشان‌دهنده این است که با انجام سرمایه‌گذاری، هزینه باقی‌مانده مورد انتظار برای شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا کاهش می‌یابد. به بیان دیگر، K تنها زمانی تغییر می‌کند که سرمایه‌گذار خطرپذیر در کسب‌وکار نوپا سرمایه‌گذاری کند. همان‌طور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود، در عمل تغییرات هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا می‌تواند بیشتر یا کمتر باشد، و به دلیل عدم اطمینان موجود، ممکن است این هزینه حتی با افزایش نیز همراه باشد. عبارت دوم در رابطه بالا، عدم اطمینان فنی است که مرتبط با مشکلات شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا است و تنها می‌توان از طریق انجام سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا آن را برطرف نمود.



شکل (۲): مانده هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا برای چند مسیر شبیه‌سازی شده

۴-۲-۲- دینامیک متغیر حالت اصلی دوم - شکل‌گیری سود (جریان‌های نقدی خالص)

شکل‌گیری سود (جریان‌های نقدی خالص) در طول زمان بیانگر این واقعیت است که پتانسیل سود آینده

ناشناخته است. برای شروع فرض می‌کنیم قیمت خدمت ارائه‌شده از سوی کسب‌وکار نوپا در بازار در هر زمان دلخواه t به شکل زیر بیان شود:

$$P_t = X_t Q(q_t) \quad (2)$$

در رابطه بالا X ، یک فرآیند تصادفی است که به‌عنوان یک متغیر بیرونی در مدل‌سازی وارد می‌شود و شوک تقاضا را مدل‌سازی می‌کند و از حرکت براونی هندسی زیر تبعیت می‌کند:

$$dX = \mu_X X dt + \sigma_X X dw \quad (3)$$

در رابطه بالا μ_X و σ_X پارامترهای رانش و تغییرپذیری شوک تقاضا و dw یک نمو در فرآیند واینر است که ممکن است با ضریب p با dz همبسته باشد. رانش در فرایند بالا، ویژگی‌های فرصت سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا را نشان می‌دهد. همچنین $Q(q_t)$ در رابطه مربوط به قیمت، یک تابع قیمت است که برای خدمت ارائه‌شده از سوی کسب‌وکار نوپای پیشنهادی کارآفرین در این مدل به فرم زیر می‌باشد:

$$Q(q) = ae^{-bq^2}, q \geq 0 \quad (4)$$

در رابطه بالا a و b ضرایب مثبت می‌باشند. فرم خاص پیشنهادشده برای این تابع به این دلیل است که حتی بدون نرخ هزینه متغیر برای ساختارهای مختلف بازار، راه‌حل‌های بهینه داخلی ارائه می‌دهد. با تصادفی نمودن X ، سود بالقوه آتی نیز دارای عدم اطمینان خواهد بود که در مسئله موردنظر ما (کسب‌وکارهای نوپا) امری اجتناب‌ناپذیر است. در موقعیت پیشنهادی، سرمایه‌گذار خطرپذیر در صورت موفقیت کسب‌وکار نوپا و تجاری‌سازی آن، نرخ تولید را به نحوی کنترل می‌کند که نرخ سود لحظه‌ای آن، π_t حداکثر شود:

$$\pi_t = P_t q_t = X_t a q_t e^{-bq_t^2} \quad (5)$$

که بر اساس آن، نرخ سود (جریان‌های نقدی) بهینه در شرایط انحصار عبارت است از:

$$\pi_t^* = P_t^* q^* = \frac{a}{\sqrt{2eb}} X_t \quad (6)$$

۴-۳- مدل‌سازی ریاضی ارزش سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا بر اساس رویکرد پیشنهادی

در مدل پیشنهادی، سرمایه‌گذاری خطرپذیر در کسب‌وکار نوپا شامل سه مرحله می‌باشد: «مرحله سرمایه‌گذاری مرحله‌بندی شده»، «مرحله تجاری‌سازی و اختیار توسعه کسب‌وکار نوپا» و «مرحله پس از پایان دور اول تأمین مالی». به‌منظور ارزش‌گذاری کسب‌وکار نوپا و همچنین تعیین استراتژی بهینه «ادامه/ ترک سرمایه‌گذاری» و «توسعه کسب‌وکار نوپا»، ضرورت دارد کسب‌وکار نوپا را در هر سه مرحله مدل پیشنهادی ارزش‌گذاری کنیم. لذا از آخرین مرحله (پس از پایان دور اول تأمین مالی) شروع می‌کنیم و به شکل عقب‌گرد ادامه می‌دهیم.

۴-۳-۱- پس از پایان دور اول تأمین مالی

در صورتی که سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا با موفقیت انجام شود (هزینه مرتبط با شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا صفر شود)، سرمایه‌گذار خطرپذیر در پایان دور اول سرمایه‌گذاری، (T)، جریان نقدی خالصی را به‌عنوان درآمد آتی طرح برای خود لحاظ می‌کند. ارزش کسب‌وکار نوپا در زمان T، که در آن اختیار توسعه به شکل ضربی از این جریان‌های نقدی خالص بعد از پایان دور اول تأمین مالی به دست می‌آید با V^{FEO} نمایش می‌دهیم. از آنجایی که تمام فرآیندهای تصادفی در شرایط ریسک خنثی توسعه داده شده است، می‌توان ارزش تمام سودهای یک دوره مورد توافق (θT) پس از دور اول سرمایه‌گذاری، V^F را با ادغام تمام نرخ‌های تنزیل سود مورد انتظار و با استفاده از نرخ بهره بدون ریسک، تنزیل نمود. لذا رابطه زیر را داریم:

$$V^F(X_T, T) = E^Q \left[\int_T^{(1+\theta)T} e^{-r(s-T)} \pi_s^* ds | \mathcal{F}_T \right] = \frac{a}{(r - \mu_X) \sqrt{2eb}} X_T \times (1 - e^{-(r-\mu_X)((1+\theta)T-T)}) \quad (V)$$

حال با توجه به وجود اختیار توسعه در انتهای دور اول سرمایه‌گذاری، ارزش کسب‌وکار نوپا را در این زمان می‌توان از رابطه زیر به دست آورد^{۱۱}:

$$V^{FEO}(X_T, T) = \max E^Q [V^F(X_T, T) + 1_{\{d_e \leq T\}} \times [M \times V^F(X_T, T) - I_E] | \mathcal{F}_T] \quad (A)$$

عبارت اول در رابطه بالا بیانگر منفعت ناشی از کسب‌وکار نوپا بعد از پایان دور اول تأمین مالی و بدون در نظر داشتن اجرای اختیار توسعه می‌باشد. عبارت دوم منفعت ناشی از اجرای اختیار توسعه در زمان T به شرط با قیمت بودن آن، می‌باشد و لذا زمانی در محاسبات وارد می‌گردد که اختیار توسعه در زمان T یا قبل از آن اجرا گردد.

۴-۳-۲- تجاری سازی و اختیار توسعه کسب و کار نوپا

هنگامی که سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا با موفقیت به اتمام می رسد، سرمایه گذار خطرپذیر شروع به دریافت جریان های نقدی خالص می کند و ارزش کسب و کار نوپا تنها با تولید این جریان های نقدی خالص تعیین می شود. همچنین از زمان تجاری سازی، سرمایه گذار خطرپذیر این اختیار را دارد در صورتی که شرایط مساعد باشد و توسعه در کسب و کار نوپا سبب افزایش عایدی وی گردد، با پرداخت هزینه توافق شده در قرارداد، کسب و کار نوپا را توسعه دهد. ارزش کسب و کار نوپا در هر زمان $t \in [t_C, T]$ از رابطه زیر به دست می آید:

$$V^{CEO}(X_t, t) = \max E^Q \left[\int_t^T e^{-r(s-t)} \pi_s^* ds + e^{-r(T-t)} V^F(X_T, T) \right] \quad (9)$$

$$+ 1_{\{d_e \geq t\}} \times [(M \times [\int_{d_e}^T e^{-r(s-t)} \pi_s^* ds + e^{-r(T-d_e)} V^F(X_T, T)] - I_E) \times e^{-r(d_e-t)} | \mathcal{F}_t]$$

عبارت اول در رابطه بالا بیانگر منفعت ناشی از تجاری سازی کسب و کار نوپا بدون در نظر داشتن اجرای اختیار توسعه می باشد. عبارت دوم منفعت ناشی از اجرای اختیار توسعه به شرط با قیمت بودن آن می باشد و لذا زمانی در محاسبات وارد می گردد که اختیار توسعه در زمان t یا بعد از آن اجرا گردد. در این مرحله، سرمایه گذار خطرپذیر در هر بازه زمانی می بایست تصمیم بگیرد که سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا را توسعه دهد یا اینکه آن را به شکل فعلی دنبال نماید و این تصمیم بهینه (d_e^*) را می بایست بر اساس اطلاعات موجود به نحوی اتخاذ نماید که ارزش اشاره شده در رابطه بالا حداکثر شود. همان طور که ملاحظه می شود در خصوص روابط بالا و در زمان $t=T$ ، شرایط مرزی زیر برقرار است:

$$V^{CEO}(X_t, t) = V^{FEO}(X_T, T) \quad (10)$$

حال می توانیم ارزش کسب و کار نوپا را به شرط ادامه سرمایه گذاری به شکل زیر بازنویسی نماییم:

$$\hat{V}^{CEO}(X_t, t) = E^Q [V^{CEO}(X_t, t) + e^{-rdt} \times (M \times V^{CEO}(X_t + dX_t, t + dt) - I_E) | \mathcal{F}_t] \quad (11)$$

اگر ارزش تخمین زده شده در بالا بیشتر از ارزش روند فعلی سرمایه گذاری باشد، سرمایه گذار خطرپذیر سرمایه گذاری را توسعه می دهد و در غیر این صورت تصمیم به ادامه سرمایه گذاری به شکل فعلی می گیرد. این موضوع در رابطه زیر ارائه می شود:

$$V^{CEO}(X_t, t) = \max \{ \hat{V}^{CEO}(X_t, t), V^{CEO}(X_t, t) \} \quad (12)$$

۴-۳-۳- پیش از تجاری سازی و سرمایه گذاری مرحله بندی شده

در این مرحله سرمایه گذار خطرپذیر، به شرط عدم ترک سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا، در جهت تجاری سازی کسب و کار نوپا به سرمایه گذاری ادامه می دهد. ارزش کسب و کار نوپای سرمایه گذار خطرپذیر (مشروط به ادامه داشتن سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا)، در هر زمان $t \in [0, t_C]$ از رابطه زیر به دست می آید:

$$V^{PS}(X_t, K_t, t) = \max E^Q \left[- \int_t^{d_a} e^{-(s-t)} e^{-r(s-t)} Ids + 1_{\{d_a=t_C\}} e^{-(r+)(t_C-t)} \times V^{CEO}(X_{t_C}, t_C) | \mathcal{F}_t \right] \quad (13)$$

عبارت اول در رابطه بالا بیانگر هزینه سرمایه گذاری سرمایه گذار خطرپذیر در مرحله پیش از تجاری سازی از زمان t تا زمانی که یا کسب و کار نوپا ترک شود، یا بر اثر رخداد غیرمنتظره ای متوقف گردد و یا اینکه با اتمام سرمایه گذاری آماده تجاری سازی خدمت مورد نظر شود، هست ($d_a \leq t_C$). عبارت دوم، ارزش حاصل از تجاری سازی کسب و کار نوپا و توسعه موفق از آن را مشروط بر اینکه تا آن زمان دچار رخداد غیرمنتظره ای نگردد و سرمایه گذاری نیز ادامه یابد، به دست می آورد. در این مرحله، سرمایه گذار خطرپذیر در هر بازه زمانی می بایست تصمیم بگیرد که سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا را ادامه دهد یا اینکه به دلیل نامطلوب بودن شرایط سرمایه گذاری، آن را ترک نماید و این تصمیم بهینه (d_a^*) را می بایست بر اساس اطلاعات موجود از مقادیر متغیرهای حالت به نحوی اتخاذ نماید که ارزش اشاره شده در رابطه بالا حداکثر شود. مسئله تعیین زمان بهینه توقف اشاره شده در بالا از طریق برنامه ریزی پویا و با شروع از شرایط مرزی مرتبط با ارزش کسب و کار نوپا در زمان صفر شدن مانده هزینه شکل گیری آن و ورود به مرحله تجاری سازی (مندرج در رابطه (۱۴)) و رویکرد عقب گرد معمول مورد استفاده در این روش، قابل حل می باشد.

$$V^{PS}(X_{t_C}, 0, t_C) = V^{CEO}(X_{t_C}, t_C) \quad (14)$$

در رابطه (۱۴) بیانگر زمانی است که سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا تکمیل شده و محصول به بازار عرضه شده است. حال می توان ارزش کسب و کار نوپا را به شرط ادامه سرمایه گذاری به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\hat{V}^{PS}(X_t, K_t, t) = E^Q \left[-e^{-(r+)(t_C-t)} Idt + e^{-(r+)(t_C-t)} \times V^{PS}(X_{t_C}, dX_t, K_t + dK_t, t + dt) | \mathcal{F}_t \right] \quad (15)$$

اگر ارزش تخمین زده شده مثبت باشد، سرمایه‌گذاری خطرپذیر را ادامه می‌دهد و در غیر این صورت تصمیم به ترک سرمایه‌گذاری می‌گیرد. این موضوع در رابطه زیر ارائه می‌شود:

$$V^{PS}(X_t, K_t, t) = \max\{\hat{V}^{PS}(X_t, K_t, t), 0\} \quad (16)$$

برای حل چنین مسئله‌ای نیاز به یک معادله دیفرانسیل جزئی و بهره‌گیری از روش‌های حل استاندارد مشابه روش بلک-شولز و در نظر گرفتن شرط مرزی ارائه شده هست. شرط مرزی مذکور بدیهی است، زیرا در زمانی که هزینه‌های راه‌اندازی کسب‌وکار نوپا به صفر رسیده باشد، در این زمان هزینه دیگری وجود ندارد و جریان‌های نقدی خالص بالاتر از صفر می‌باشند و عایدی منفی وجود ندارد. لذا دلیلی برای ترک کسب‌وکار نوپا توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر وجود ندارد. مشکل یافتن یک جواب تحلیلی برای معادلات ارائه شده در این بخش این است که t_c متغیر تصادفی است، زیرا هزینه‌های راه‌اندازی کسب‌وکار نوپا مطابق با فرآیند انتشاری که در رابطه (۱) ارائه شد، شکل می‌گیرد و لذا برای حل چنین مسئله‌ای به روش‌های دیگری مانند روش‌های عددی نیاز است که در بخش بعد تشریح می‌گردد.

۴-۴- حل مدل پیشنهادی

همان‌طور که در بخش قبل بیان شد به دلیل تصادفی بودن t_c (زمان برقراری شرط مرزی ارائه شده در رابطه (۱۴))، برای رویکرد پیشنهادی راه‌حل تحلیلی وجود ندارد، لذا برای حل مسئله و تعیین ارزش کسب‌وکار نوپا نیازمند بهره‌گیری از روش‌های عددی است. در این پژوهش از روش شبیه‌سازی مونت کارلو حداقل مربعات^{۱۲} ارائه شده توسط لانگ اشتاف و شوارتز استفاده گردید. مهم‌ترین مسئله به دست آوردن ارزش عدم اجرا و یا ارزش نگه داشتن اختیار به جای اجرای آن و یا امید شرطی عدم اجرا است. در این روش از رگرسیون برای تخمین امید شرطی استفاده گردید. در حل مدل ارائه شده سه فرض ساده کننده زیر در نظر گرفته شده است:

- به دلیل خطی بودن تابع هدف در هزینه‌های سرمایه‌گذاری، استراتژی سرمایه‌گذاری به شکلی می‌باشد که شرکت یا با حداکثر نرخ سرمایه‌گذاری می‌کند یا سرمایه‌گذاری را رها می‌کند.
- امکان سرمایه‌گذاری مجدد پس از رها کردن آن وجود ندارد.
- تنها یک اختیار توسعه سرمایه‌گذاری با شرایط مندرج در قرارداد تا پایان دور اول تأمین مالی وجود دارد.

۴-۴-۱- مسیرهای شبیه‌سازی

تصمیم به توسعه یا ترک طرح کسب‌وکار نوپا توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر در نقاط گسسته در زمان

تحلیل می‌شود. این بدین معناست که معادلات مرتبط با مانده هزینه شکل‌گیری و جریان نقدی را می‌توان با معادلات زیر تخمین زد:

$$K(t + \Delta t) = K(t) - I\Delta t + \sigma_K (IK)^{\frac{1}{2}} (\Delta t)^{\frac{1}{2}} \epsilon_K \quad (17)$$

$$X(t + \Delta t) = X(t) e^{((\mu_X - \frac{1}{2}\sigma_X^2)\Delta t + \sigma_X(\Delta t)^{\frac{1}{2}}\epsilon_X)} \quad (18)$$

در رابطه بالا ϵ_K و ϵ_X متغیرهای نرمال استاندارد هستند. از دو رابطه بالا جهت شبیه‌سازی N مسیر شبیه‌سازی با $NT = \frac{T}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. هر مسیر i توسط دو بردار $X(i)$ و $K(i)$ توصیف می‌شود.

۴-۲-۴- پیاده‌سازی قاعده توقف بهینه

الگوریتم LSM برای پیدا کردن یک تقریب وابسته به مسیر برای قاعده توقف بهینه‌ای که ارزش کسب‌وکار نوپا را به حداکثر می‌رساند، بکار گرفته شد. همان‌طور که پیش‌تر نیز اشاره گردید، اختیار رها کردن کسب‌وکار نوپا تنها زمانی ارزشمند است که هزینه‌های راه‌اندازی کسب‌وکار نوپا به صفر نرسیده باشد. در صورتی که اختیار رها کردن کسب‌وکار نوپا بهینه باشد، ارزش آن برابر با صفر خواهد بود.

برای شروع با استفاده از شرایط مرزی برای تمامی مسیرها مشروط به ترک نشدن آن‌ها، ارزش کسب‌وکار نوپا در پایان دور اول سرمایه‌گذاری برای هر مسیر i، از رابطه (۸) به دست می‌آید $(W(i, T))$. در ادامه برای هر مسیر و در هر زمان، دو حالت بیشتر وجود ندارد: یا سرمایه‌گذاری به اتمام رسیده است و یا هنوز ادامه دارد که در ادامه هر یک از این دو حالت را جداگانه بررسی می‌شود.

۴-۲-۴-۱- حالت اول: تعیین ارزش کسب‌وکار نوپا در مسیرهایی که سرمایه‌گذاری به اتمام رسیده است.

در حالت اول (اتمام سرمایه‌گذاری)، برای مسیرهایی که کسب‌وکار نوپا قبل از زمان تعیین شده برای اتمام دور اول از سرمایه‌گذاری، رها نشده باشد و لذا امکان توسعه سرمایه‌گذاری برای آن وجود دارد، با ورود به مرحله تجاری‌سازی، امید شرطی ارزش توسعه سرمایه‌گذاری را با رگرسیون ارزش تنزیل شده کسب‌وکار نوپا در مرحله بعد، $W(i, j) = e^{-(r+\lambda)\Delta t} W(i, j+1)$ ، بر روی مجموعه‌ای از توابع پایه‌ای از متغیرهای حالت در زمان j به دست می‌آید (در این بخش از مدل بردار $X(i)$ بیانگر حالت در هر مسیر می‌باشد). برای مسیرهایی که ارزش مذکور با در نظر گرفتن هزینه نهایی اضافی ناشی از توسعه سرمایه‌گذاری کمتر از ارزش ناشی از ادامه سرمایه‌گذاری با روند فعلی برای دوره j می‌باشد، ادامه سرمایه‌گذاری با روند فعلی مطلوب خواهد بود و لذا ارزش کسب‌وکار نوپا در هر زمان j، $(W(i, j))$ ،

با رابطه بازگشتی زیر محاسبه می‌شود.

$$W(i, j) = e^{-r\Delta t}W(i, j + 1) + \pi(i, j)\Delta t \quad (19)$$

برای مسیرهایی که مقدار مذکور بزرگ‌تر باشد، توسعه سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا سیاست بهینه می‌باشد و ارزش کسب‌وکار نوپا از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$W(i, j) = M \times \widehat{W}(i, j) - I_E \quad (20)$$

بنابراین از آخرین تاریخ و محاسبه ارزش پایان دور اول سرمایه‌گذاری شروع می‌کنیم و مقادیر قبلی را با شروع از آخرین دوره محاسبه می‌کنیم.

۴-۲-۲- حالت دوم: تعیین ارزش کسب‌وکار نوپا در مسیرهایی که سرمایه‌گذاری پایان نیافته است. در حالت دوم (هزینه‌های راه‌اندازی کسب‌وکار نوپا به صفر نرسیده باشد)، برای مسیرهایی که در آن‌ها سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا به پایان نرسیده است و لذا امکان ترک کسب‌وکار نوپا توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر وجود دارد، امید شرطی ارزش ادامه سرمایه‌گذاری با رگرسیون ارزش تنزیل شده کسب‌وکار نوپا در مرحله بعد، $W(i, j) = e^{-(r+\Delta)t}W(i, j + 1)$ ، بر روی مجموعه‌ای از توابع پایه‌ای از متغیرهای حالت در زمان t به دست می‌آید (در این بخش از مدل دو بردار $X(i)$ و $K(i)$ بیانگر حالت در هر مسیر هستند). برای مسیرهایی که ارزش مذکور کمتر از هزینه نهایی اضافی ناشی از ادامه دادن سرمایه‌گذاری برای دوره t می‌باشد، توقف سرمایه‌گذاری و ترک کسب‌وکار نوپا سیاست بهینه می‌باشد و لذا ارزش کسب‌وکار نوپا برابر صفر می‌شود ($W(i, j)=0$). برای مسیرهایی که مقدار مذکور بزرگ‌تر باشد، ادامه سرمایه‌گذاری مطلوب خواهد بود. ارزش کسب‌وکار نوپا از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$W(i, j) = \text{Max}(\widehat{W}(i, j) - I\Delta t, 0) \quad (21)$$

این رویه بازگشتی تا تعیین سیاست بهینه جهت اجرای اختیار در هر گره ادامه می‌یابد.

۴-۳- محاسبه ارزش کسب‌وکار نوپا

برای محاسبه ارزش کسب‌وکار نوپا، با شروع از زمان صفر و با حرکت روبه‌جلو در امتداد هر مسیر و بهره‌گیری از سیاست‌های بهینه تعیین شده برای ترک یا توسعه سرمایه‌گذاری در روش LSM، اقدام می‌کنیم.

۴-۴-۴- تعیین ارزش سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا با رویکرد ارزش خالص فعلی

اگر عدم اطمینان مرتبط با فرایند تقاضای بازار و فرایند هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا را نادیده بگیریم (به بیان دیگر نوسان‌پذیری دو فرایند را صفر قرار دهیم)، ارزش کسب‌وکار نوپا برابر با ارزش حاصل از محاسبات رویکرد سنتی ارزش خالص فعلی خواهد بود.

۵- روش پژوهش

تحلیل تصمیمات مالی با مدل‌سازی ریاضی آغاز می‌گردد. یک مدل در واقع ساختار ایده‌آل یا شبیه‌سازی شده برای توصیف روابط میان متغیرها یا عوامل است. مدل‌ها به تحلیل‌گران اجازه می‌دهند شرایط دنیای واقعی را ساده نمایند تا با سهولت قابل مطالعه و فهم باشند و لذا بخشی از شرایط محیط واقعی که تأثیر کمتری در نتایج تصمیمات دارند، نادیده گرفته می‌شوند (رهنمای رودپشتی و همکاران، ۱۳۹۴). در این پژوهش با به‌کارگیری روش تحقیق کمی و استفاده از مدل‌سازی ریاضی به دنبال توسعه یک مدل ریاضی برای حل مسئله ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای نوپا در سرمایه‌گذاری‌های دور اول تأمین مالی خطرپذیر (جسورانه) با در نظر گرفتن اختیارات واقعی قبل و بعد از تجاری‌سازی هدف تعریف شده و از آنجایی که نتایج پژوهش پیش رو برای حل مسائل اجرایی و واقعی کاربرد دارد، لذا در زمره تحقیقات کاربردی قرار می‌گیرد. نظر به ماهیت پیچیده مسئله، برای ساختن مدل ریاضی مجبور به ساده‌سازی شرایط واقعی بوده و مفروضات موردنظر جهت توسعه مدل به تفصیل در بخش الگوی مفهومی پژوهش ارائه گردید. نظر به اینکه به دلیل تصادفی بودن زمان برقراری شرط مرزی، برای حل مدل ریاضی توسعه داده شده، راه‌حل تحلیلی وجود ندارد، لذا برای حل مسئله از یک روش عددی به نام روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو حداقل مربعات استفاده گردید. روش مذکور یکی از روش‌های حل مسئله با کمک شبیه‌سازی است و به راحتی در ابعاد بالا و در مسائل پیچیده قابل پیاده‌سازی است و کارایی خود را از دست نمی‌دهد. سپس پیاده‌سازی شبیه‌سازی مونت‌کارلو حداقل مربعات برای مدل توسعه داده شده در نرم‌افزار متلب R2016b و بر اساس مسئله تعریف شده با کمک خبرگان امر صورت پذیرفت. لازم به تأکید است که تمامی روابط بر اساس فرایندهای تصادفی توسعه داده شدند و از آنجاکه در فضای معادلات دیفرانسیل شرطی هستند از نظر ریاضی محاسبات معتبر بوده و بر اساس قضایای اثبات شده از جمله محاسبه امید ریاضی شرطی فرایند براونی هندسی به دست آمده‌اند. همچنین با توجه به اهمیت همگرایی نتایج شبیه‌سازی، در ابتدا تحلیلی از همگرایی نتایج با توجه به تعداد مسیرهای شبیه‌سازی

انتخابی انجام شد. برای این منظور ارزش نهایی کسب و کار نوپا برای تعداد مسیرهای مختلف شبیه سازی محاسبه گردید. تحلیل همگرایی بیانگر این موضوع بود که با افزایش تعداد مسیرهای شبیه سازی ارزش کسب و کار نوپا در محدوده ارزش نهایی محاسبه شده برای کسب و کار نوپا قرار می گیرد. این روند آشکار همگرایی مؤید این موضوع است که مفروضات ارائه شده در این مدل صحیح بوده و همچنین ارزش نهایی محاسبه شده برای کسب و کار نوپا معتبر می باشد.

۶- تجزیه و تحلیل یافته ها

۶-۱- پارامترهای مدل

پارامترهای مورد استفاده در شبیه سازی برای کسب و کار نوپا با نظر خبرگان برای تشکیل یک مساله در زیر ارائه شده است:

- طول دوره سرمایه گذاری: ۲۰ ماه
- بازه های شبیه سازی: یک هفته
- هزینه شکل گیری کسب و کار نوپا: ۵۰۰ واحد
- پیشینه نرخ سرمایه گذاری در هر دوره: ۵۰ واحد (انتظار می رود پس از ۱۰ دوره سرمایه گذاری، کسب و کار نوپا راه اندازی گردد)
- تغییرپذیری فرآیند مانده هزینه شکل گیری کسب و کار نوپا: ۰/۵
- سایز بازار در تابع معکوس تقاضا: ۷۵
- عمق بازار در تابع معکوس تقاضا: ۰/۱
- مقدار اولیه شوک تقاضا: ۱
- رانش فرآیند شوک تقاضا: ۰/۰۸
- تغییرپذیری فرآیند شوک تقاضا: ۰/۳۵
- ضریب همبستگی شوک تقاضا و مانده هزینه شکل گیری کسب و کار نوپا: ۰/۱-
- ضریب تعیین دوره احتمالی ادامه فرآیند کسب و کار نوپا جهت محاسبه سود ناشی از توسعه موفق: ۱
- ضریب سود در انتهای دوره: ۴۰
- نرخ توزیع پواسون رخدادهای غیرمنتظره: ۰/۰۷
- نرخ بهره بدون ریسک: ۲۵٪

- به منظور اطمینان از همگرایی الگوریتم، علاوه بر افزایش تعداد جملات تابع پایه، تعداد مسیرهای شبیه‌سازی شده نیز ۶۰۰۰۰ تعیین گردید.

۶-۲- زمان اجرای شبیه‌سازی

پیاده‌سازی شبیه‌سازی مونت کارلو حداقل مربعات برای مدل توسعه داده شده در نرم‌افزار متلب R2016b صورت پذیرفته است. با توجه به شبیه‌سازی مدل با تعداد مسیرهای مختلف، مشخص گردید زمان اجرای متناسب با تعداد مسیرهای شبیه‌سازی انتخابی افزایش می‌یابد. با مشاهده انحراف کم نتایج بر اساس تعداد مسیرهای شبیه‌سازی مختلف و زمان کم مورد نیاز برای اجرای این مدل، کاربردی بودن آن محرز گردید.

۶-۳- همگرایی

با توجه به اهمیت همگرایی نتایج شبیه‌سازی، در ابتدا تحلیلی از همگرایی نتایج با توجه به تعداد مسیرهای شبیه‌سازی انتخابی انجام شد. بدین منظور ارزش نهایی کسب‌وکار نوپا را برای تعداد مسیرهای مختلف شبیه‌سازی محاسبه گردید. تحلیل همگرایی بیانگر این موضوع بود که با افزایش تعداد مسیرهای شبیه‌سازی ارزش کسب‌وکار نوپا در محدوده ارزش نهایی محاسبه شده برای کسب‌وکار نوپا قرار می‌گیرد. این روند آشکار همگرایی مؤید این موضوع است که مفروضات ارائه شده در این مدل صحیح بوده و همچنین ارزش نهایی محاسبه شده برای کسب‌وکار نوپا معتبر می‌باشد.

۶-۴- نتایج اجرای مدل

با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو حداقل مربعات برای ۶۰۰۰۰ مسیر، نتایج زیر درخصوص سرمایه‌گذاری در یک کسب‌وکار نوپا تحت چهار سناریوی زیر به دست آمد:

- سناریوی ۱: بهره‌گیری از رویکرد سنتی ارزش خالص فعلی
- سناریوی ۲: وجود تنها یک اختیار معامله واقعی (اختیار ترک سرمایه‌گذاری قبل از تجاری‌سازی به شکل یک اختیار معامله آمریکایی) و وجود یک توسعه قطعی برای سرمایه‌گذاری در پایان مرحله اول تأمین مالی
- سناریوی ۳: وجود دو اختیار معامله واقعی (اختیار ترک سرمایه‌گذاری قبل از تجاری‌سازی به شکل یک اختیار معامله آمریکایی و اختیار توسعه سرمایه‌گذاری بعد از تجاری‌سازی به شکل یک اختیار معامله اروپایی)

- سناریوی ۴ (مدل پیشنهادی در این پژوهش): وجود دو اختیار معامله واقعی (اختیار ترک سرمایه‌گذاری قبل از تجاری‌سازی و اختیار توسعه سرمایه‌گذاری بعد از تجاری‌سازی هر دو به شکل اختیار معامله آمریکایی) لازم به ذکر است که نتایج مدل توسعه داده‌شده در این پژوهش، با در نظر گرفتن تمامی انعطاف‌پذیری‌های دیده‌شده در تعریف مدل، تحت عنوان سناریوی ۴ ارائه‌شده است و سایر سناریوها با حذف تدریجی انعطاف‌پذیری‌های واردشده در مدل، تعریف‌شده‌اند تا اهمیت و کارایی مدل توسعه داده‌شده به شکل ملموس‌تری تبیین گردد. بدین‌صورت که زمان اجرای/عدم اجرای اختیار توسعه در سناریو ۴ قطعی نیست و در هر زمانی بعد از تجاری‌سازی قابل انجام می‌باشد، لذا در قالب اختیار معامله آمریکایی مدل‌سازی شده است در حالیکه در سناریو ۳ زمان خاصی برای اجرای/عدم اجرای این اختیار توسعه تعیین شده است لذا در قالب اختیار معامله اروپایی مدل‌سازی انجام شده است. در سناریو ۲، اختیار توسعه کلاً از مدل‌سازی حذف و به‌صورت یک‌بند لازم‌الاجرا در مدل وارد شده است. در سناریو ۱ به شکل کلی، تمامی اختیارات ناشی از عدم اطمینان نادیده گرفته‌شده و با رویکرد سنتی ارزش خالص فعلی مدل‌سازی انجام شده است.

۶-۴-۱- تعیین تصمیم‌پذیرش فرصت سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپای موردنظر

اولین تصمیم در مواجهه با یک فرصت سرمایه‌گذاری ارزیابی آن از منظر سودآوری مالی است. با محاسبه ارزش خالص فعلی کسب‌وکار نوپای موردنظر (سناریو ۱) و نیز اجرای مدل شبیه‌سازی برای سناریوهای ۲، ۳ و ۴ نتایج مندرج در جدول (۱) حاصل گردید.

جدول (۱): نتیجه ارزیابی مالی فرصت سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپای موردنظر

شماره سناریو	۱	۲	۳	۴
نتیجه ارزیابی مالی	عدم پذیرش	پذیرش	پذیرش	پذیرش

بر این اساس در صورت بهره‌گیری از رویکرد سنتی ارزش خالص فعلی، کسب‌وکار نوپای موردنظر برای سرمایه‌گذاری انتخاب نمی‌شود، درحالی‌که با بهره‌گیری از رویکرد اختیارات واقعی و وارد نمودن عدم اطمینان موجود درخصوص هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا و شوک تقاضای خدمت موردنظر در بازار و نیز در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری مدیریت در اتخاذ تصمیمات سرمایه‌گذاری، کسب‌وکار نوپا جهت سرمایه‌گذاری انتخاب می‌گردد.

۶-۴-۲- تعیین درصد مالکیت کارآفرین و سرمایه‌گذار خطرپذیر

بر اساس ارزش نهایی محاسبه‌شده برای کسب‌وکار نوپا توسط هر یک از سناریوها، درصد مالکیت کسب‌وکار

نویای موردنظر برای کارآفرین و سرمایه‌گذار خطرپذیر در هر یک از سناریوها به شکل مندرج در جدول (۲) خواهد بود:

جدول (۲): درصد مالکیت کارآفرین و سرمایه‌گذار خطرپذیر در سناریوهای مختلف

پس از سرمایه‌گذاری در هر سناریو				قبل از سرمایه‌گذاری	تعیین درصد مالکیت
۴	۳	۲	۱		
۶۹	۲۵	۲۲	-	۱۰۰	کارآفرین
۳۱	۷۵	۷۸	-	۰	سرمایه‌گذار خطرپذیر

درصد مالکیت پس از سرمایه‌گذاری چنین محاسبه می‌شود که اگر ارزش کسب‌وکار نوپا پیش از سرمایه‌گذاری^{۱۳}، V_{Pr} باشد و سرمایه‌گذار خطرپذیر مبلغ I را هزینه کند، ارزش کسب‌وکار نوپا پس از سرمایه‌گذاری^{۱۴}، $V_{Po} = V_{Pr} + I$ می‌باشد. لذا درصد مالکیت سرمایه‌گذار خطرپذیر برابر با $S_{VC} = \frac{I}{V_{Po}}$ و درصد مالکیت کارآفرین برابر با $S_E = \frac{V_{Pr}}{V_{Po}}$ خواهد بود.

همانطور که در جدول (۲) ملاحظه می‌شود با وارد نمودن اختیارات واقعی موجود در فرصت سرمایه‌گذاری در مدل توسعه داده شده، ارزش کسب‌وکار نوپا با وضوح بیشتری تبیین شده است و این موضوع سبب واقعی شدن سهم کارآفرین گردیده است. لازم به اشاره است که در فضای توسعه کسب‌وکارهای نوپا، کم بودن سهم کارآفرین به‌ویژه در دور اول به دلیل رقیق شدن این سهم در دوره‌های آتی تأمین مالی، مشکلات کارگزاری بسیاری را سبب می‌گردد و لذا نتایج حاصل از مدل پیشنهادی ضمن تبیین ارزش یک فرصت سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن تمامی اجزای آن، در حذف این مشکلات نیز بسیار راهگشا خواهد بود.

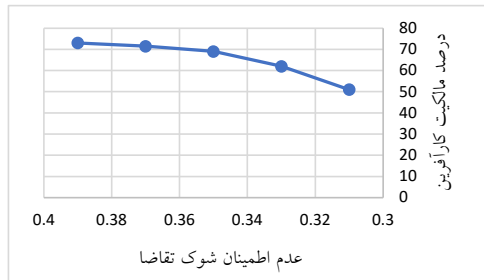
۶-۵-۰- تحلیل حساسیت

در این بخش با استفاده از اطلاعات پایه شبیه‌سازی شده در بخش قبل، حساسیت نتایج مدل نسبت به عدم اطمینان‌های مرتبط با هزینه و تقاضای مورد استفاده در مدل، و نیز نتایج آن با سایر سناریوهای ارائه شده بررسی می‌گردد.

۶-۵-۱- عدم اطمینان شوک تقاضا

با افزایش پارامتر عدم اطمینان شوک تقاضا، ارزش کسب‌وکار نوپا و به تبع آن درصد مالکیت کارآفرین افزایش می‌یابد (شکل (۳)). این نتایج به این دلیل است که افزایش عدم اطمینان شوک تقاضا احتمال نتایج خوب را افزایش می‌دهد. لازم به تأکید است که از سوی دیگر، افزایش عدم اطمینان شوک تقاضا برخلاف

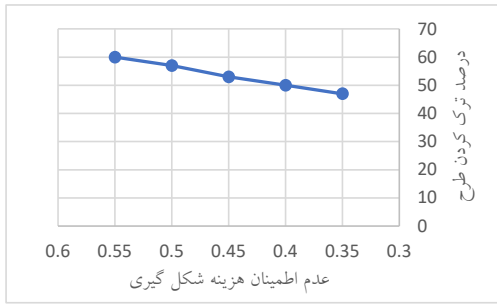
سناریوی شماره ۲ و ۳، نه تنها احتمال نتایج بد و لذا احتمال رها کردن سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا را نیز افزایش نمی‌دهد، بلکه برعکس به دلیل وارد نمودن اختیار توسعه کسب‌وکار نوپا، درصد رها کردن سرمایه‌گذاری را نیز کاهش می‌دهد (شکل (۴)). به عبارت دیگر این بدان معنی است که اگر عدم اطمینان شوک تقاضا بالا باشد، ارزش کسب‌وکار نوپا به دلیل در نظر گرفتن اختیارات واقعی برای توسعه کسب‌وکار نوپا و کارکرد آن در تبیین سودهای احتمالی ناشی از رشد کسب‌وکار نوپا، افزایش می‌یابد.



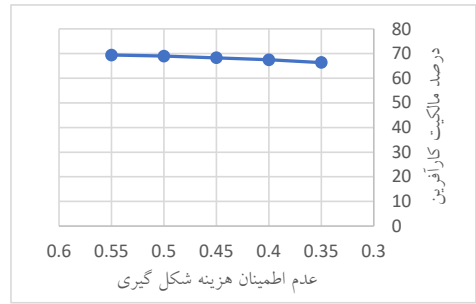
شکل (۳) - تأثیر تغییر در عدم اطمینان شوک تقاضا بر درصد مالکیت کارآفرین
 شکل (۴) - تأثیر تغییر در عدم اطمینان شوک تقاضا بر درصد ترک کردن طرح

۶-۵-۲- عدم اطمینان هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا

با افزایش پارامتر عدم اطمینان هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا، ارزش کسب‌وکار نوپا و به تبع آن درصد مالکیت کارآفرین افزایش می‌یابد (شکل (۵)). اما این اثرات برخلاف حالت قبل و نیز نتایج حاصل از سناریوهای ۲ و ۳، بسیار چشمگیر نمی‌باشد. همچنین برخلاف سناریوهای ۲ و ۳، با افزایش عدم اطمینان هزینه شکل‌گیری کسب‌وکار نوپا، احتمال رها کردن سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا افزایش می‌یابد (شکل (۶)) و این می‌تواند ناشی از این باشد که برخلاف مدل‌های توسعه داده شده در سناریوی ۲ و ۳ که در آن‌ها تنها راه برای یادگیری در خصوص سرمایه‌گذاری در کسب‌وکار نوپا افزایش سرمایه‌گذاری در آن می‌باشد، در این مدل به دلیل نقش پررنگ اختیار توسعه کسب‌وکار نوپا که جوهره اصلی هر کسب‌وکار نوپایی می‌باشد، در شرایط عدم اطمینان بالاتر، با سرمایه‌گذاری یادگیری بیشتری حاصل نخواهد شد.



شکل (۶) - تأثیر تغییر در عدم اطمینان هزینه شکل گیری بر درصد ترک کردن طرح



شکل (۵) - تأثیر تغییر در عدم اطمینان هزینه شکل گیری بر درصد مالکیت کارآفرین

۷- جمع بندی

سرمایه گذاری خطرپذیر در کسب و کارهای نوپا با سطح بالایی از عدم اطمینان آینده مواجه می باشد. علاوه بر این مدیران در اتخاذ تصمیمات مدیریتی دارای انعطاف پذیری های متنوعی می باشند که رویکردهای سنتی این عدم اطمینان ها و انعطاف پذیری ها را نادیده می گیرند. در این پژوهش، با استفاده از رویکرد اختیارات حقیقی، سرمایه گذاری خطرپذیر در کسب و کارهای نوپا و چگونگی محاسبه ارزش این کسب و کارهای نوپا ارزیابی گردید.

بر اساس نتایج حاصل از اجرای مدل به روش شبیه سازی مونت کارلو حداقل مربعات برای یک فرصت سرمایه گذاری مفروض، چنین نتیجه شد که علیرغم عدم انتخاب کسب و کار نوپای مورد نظر برای سرمایه گذاری بر اساس رویکرد سنتی ارزش خالص فعلی، با استفاده از رویکرد اختیارات واقعی و وارد نمودن عدم اطمینان موجود در خصوص هزینه شکل گیری کسب و کار نوپا و شوک تقاضای خدمت مورد نظر در بازار، در نظر گرفتن انعطاف پذیری مدیریت در اتخاذ تصمیمات سرمایه گذاری در مدل توسعه داده شده در قالب سرمایه گذاری مرحله بندی شده و اختیار رها کردن سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا در مراحل پیش از تجاری سازی (اختیار معامله آمریکایی) و اختیار توسعه سرمایه گذاری در کسب و کار نوپا در مراحل پیش از تجاری سازی (اختیار معامله آمریکایی) و نیز احتمال وقوع رخداد های غیر منتظره، این کسب و کار نوپا جهت سرمایه گذاری انتخاب شد و بر اساس نتایج مدل، درصد مالکیت کارآفرین و سرمایه گذار خطرپذیر تعیین شد. پس از بررسی همگرایی نتایج برای تعداد مسیرهای مختلف، در بخش انتهایی با انجام تحلیل حساسیت نسبت به پارامترهای اصلی شکل دهنده عدم اطمینان در مدل، مشخص گردید که رفتار مدل توسعه داده شده مطابق انتظار می باشد.

در بخش نتایج علاوه بر مقایسه با رویکرد سنتی، دو سناریو نیز با حذف برخی از انعطاف‌پذیری‌های وارد شده در مدل طراحی گردید که مقایسه انجام شده بیانگر موفقیت مدل توسعه داده شده در تبیین نقش و اهمیت انعطاف‌پذیری‌های موجود در اتخاذ تصمیم سرمایه‌گذاری خطرپذیر در کسب‌وکارهای نوپا می‌باشد. با عنایت به توسعه مدل در شرایط انحصار و عدم در نظر گرفتن ملاحظات رقابتی موجود در فضای توسعه برخی از کسب‌وکارهای نوپا، برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد مدل تحت شرایط تعاملات رقابتی نیز توسعه داده شود. همچنین پیشنهاد می‌گردد برای سایر مراحل توسعه کسب‌وکارهای نوپا نیز مدل‌های متناسب با شرایط آن مرحله از توسعه، ارائه شود.

۸- مراجع

- Fairchild, R., 2011, "An entrepreneur's choice of venture capitalist or angel-financing: A behavioral game-theoretic approach", *Journal of Business Venturing*, 26(3): p. 359-374.
- Festel, G., Wuermscher, M, Cattaneo, G, 2013, "Valuation of early stage high-tech start-up companies", *International Journal of Business*, 18(3): p.216-231.
- Finnerty, J.D, 2016, "An option-based model for valuing the common stock of emerging-growth firms", *The Journal of Derivatives*, 23(4): p.33-53.
- Hsu, Y.W, 2010, "Staging of venture capital investment: a real options analysis". *Small Business Economics*, 35(3): p. 265-281.
- Ko, C.C., Lin, T.T, Yang, C, 2011, "The venture capital entry model on game options with jump-diffusion process", *International Journal of Production Economics*, 134(1): p. 87-94.
- Li, Y, Mahoney, J.T, 2011, "When are venture capital projects initiated?" *Journal of Business Venturing*, 26(2): p. 239-254.
- Li, Y, 2008, "Duration analysis of venture capital staging: A real options perspective. *Journal of Business Venturing*, 23(5): p. 497-512.
- Longstaff, F.A. and E.S, 2001, "Schwartz, Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach", *The review of financial studies*, 14(1): p. 113-147.
- Myers, S. C., 1977, "Determinants of corporate borrowing", *Journal of Financial Economics*, 5(2): p. 147-175.
- Vara, W.P, 2013, "Risk-based new venture valuation technique: Win-win for entrepreneur and investor", *Journal of Business Valuation and Economic Loss Analysis*, 8(1): p.1-26.
- Vollert, A., 2012, "A stochastic control framework for real options in strategic evaluation". *Springer Science & Business Media*.

Wang, S. and H. Zhou, 2004, "Staged financing in venture capital: moral hazard and risks", Journal of Corporate Finance, 10(1): p. 131-155.

Yang, Y, Narayanan, V, Zahra, S, 2009, "Developing the selection and valuation capabilities through learning: The case of corporate venture capital", Journal of Business Venturing, 24(3): p. 261-273.

چیت‌سازان، هستی، رضوانی، مهران و بافکر دوست‌آباد، رضا. ۱۳۹۴. «شناسایی و سطح‌بندی عوامل مؤثر بر ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای جدید توسط سرمایه‌گذاران مخاطره‌آمیز»، توسعه کارآفرینی، ۸(۴): صص ۶۰۹-۵۹۱.

حیدری، مهرانز و محمدی، پرستو. ۱۳۹۶. «مسائل کارگزاری در سرمایه‌گذاری خطرپذیر و راهکارهای رفع آن‌ها در مراحل مختلف رشد شرکت‌های نوآورد در ایران»، مدیریت نوآوری، ۶(۳): صص ۱۴۰-۱۱۳.

درخشان، شهرزاد و محمدی، پرستو. ۱۳۹۳. «اولویت‌بندی عوامل اثرگذار بر ارزیابی طرح‌های سرمایه‌گذاری خطرپذیر»، مدیریت نوآوری، ۳(۴): صص ۱۵۲-۱۳۱.

دهقانی عشرت‌آباد، میثم و البدوی، امیر. ۱۳۹۷. «ارزش‌گذاری کسب‌وکارهای نوپا توسط سرمایه‌گذاران خطرپذیر با استفاده از رویکرد اختیارات حقیقی در دور اول تأمین مالی»، پژوهش‌های مدیریت در ایران، ۲۲(۳): صص ۲۷-۱.

رهنمای رودپشتی، فریدون، جلیلی، محمد و حسین زاده لطفی، فرهاد. ۱۳۸۹. «چارچوب مفهومی کاربرد ریاضیات در مطالعات کمی مدیریت (مورد مطالعه: مدل‌سازی ریاضی و کامپیوتری در دانش مالی)»، مطالعات کمی در مدیریت، ۱(۲): صص ۲۰-۱.

شفیعا، محمدعلی، محمدی، مهدی، الداغی، امیر و حمیدی، عقیل. ۱۳۹۲. «ارائه مدلی برای انتخاب روش مناسب قیمت‌گذاری و ارزش‌گذاری فناوری (مطالعه موردی کاشی نانو آنتی باکتریال)»، مدیریت نوآوری، ۲(۳): صص ۷۱-۵۱.

فروش باستانی، علی و حامدی نیا، حامد. ۱۳۹۶. «ارزش‌گذاری طرح‌های خطرپذیر با استفاده از اختیارات طبیعی و اختیار معامله قسطی»، دانش سرمایه‌گذاری، ۶(۲۱): صص ۱۹۶-۱۷۵.

1 Debt Financing (money for the interest)

2 Equity Financing (invested capital in exchange of part ownership)

3 Assessment

4 Evaluation

5 Valuation

6 Discounted Cash Flow(DCF)

7 Gut Feeling

8 Geske

۹ از آنجایی که زمان اجرای اختیار توسعه قطعی نیست و در هر زمانی بعد از تجاری‌سازی قابل انجام می‌باشد، در قالب اختیار معامله آمریکایی مدل‌سازی شده است و اگر در قرارداد زمان خاصی برای اجرای این اختیار توسعه تعیین می‌گردید، در قالب اختیار معامله اروپایی مدل‌سازی انجام می‌گرفت.

۱۰ با توجه به اینکه هزینه متغیر تولید تنها بر روی تعداد تولید اثر می‌گذارد، فرض کردیم این هزینه صفر می‌باشد. این فرض با عنایت به فضای حاکم بر کسب‌وکارهای نوپا، منطقی و قابل قبول می‌باشد.

۱۱ عملکرد تابع I_E بدین صورت است که اگر رویداد E رخ دهد مقدار تابع یک و در غیر این صورت مقدار آن صفر خواهد بود. در اینجا، رویداد E به‌منزله توسعه سرمایه‌گذاری می‌باشد.

12 Least Square Monte-Carlo(LSM)

13 Pre-Money

14 Post-Money