توسعه‌ی مدل شعاع پوشش متغیر برای مکان‌یابی مراکز توزیع در لجستیک امدادی تحت عدم قطعیت تقاضا

سید محمد مهدی بنی حسینی *: کارشناسی ارشد، مهندسی صنایع- صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران
وحید برادران: استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۸/۲۰
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۴/۲۵

چکیده

با توجه به پیامدهای ناگوار حوادث غیرمترقبه که رخ‌داد آن‌ها عمدتاً اجتناب‌ناپذیر و غیرقابل پیش‌بینی است، برنامه‌ریزی و آمادگی قبل از وقوع حوادث برای کاهش پیامدهای آن‌ها و مدیریت بحران اهمیت ویژه‌ای دارد. یکی از جنبه‌های برنامه‌ریزی و مدیریت بحران، احداث مراکز امداد به تعداد و مکان مناسب برای پاسخ‌گویی سریع به آسیب‌دیدگان احتمالی پس از وقوع حادثه است. در این مقاله مسئله‌ی مکان‌یابی مراکز امداد در لجستیک امدادی مشروط به اینکه زمان رسیدن به تمام نقاط حادثه از یک مقدار تعیین شده بیشتر نباشد، در قالب مسئله‌ی مکان‌یابی با مدل شعاع پوشش متغیر بررسی شده است. اینکه جمعیت نیازمند به امداد (تقاضا) تابع شدت حادثه است و به‌طور قطع قبل از وقوع مشخص نیست، در مدل ارائه شده به صورت عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دو هدفه‌ی استوار (کمینه‌کردن هزینه‌های لجستیک و حداکثر کردن جمعیت تحت پوشش) مشروط به غیرقطعی بودن تقاضا در نقاط حادثه ارائه شده تا تعداد، مکان، میزان پوشش و ظرفیت انواع مراکز امدادی با سطوح خدمت‌دهی متفاوت را تعیین کند. برای اعتبارسنجی مدل، منطقه‌ی سه تهران بزرگ به‌منزله‌ی مطالعه‌ی موردی بررسی شده تا تعداد و مکان احداث مراکز امدادی به همراه ظرفیت و نوع خدمات آن‌ها در زمان حوادث احتمالی با شدت‌های متفاوت تعیین شود. نتایج حل مدل با داده‌های مطالعه‌ی موردی نشان‌دهنده‌ی نیاز به ۵ مرکز امداد با توزیع مناسب در این منطقه است که قادر به پوشش ۹۰ درصدی کلیه‌ی نقاط بالقوه‌ی حادثه است.

واژه‌های کلیدی: *مکان‌یابی تسهیلات امدادی، لجستیک امداد، حداکثر پوشش، شعاع پوشش متغیر، بهینه‌سازی استوار*

Development of Variable Radius Covering Model for Locating Relief Facilities under Demand Uncertainty

Seyed Mohammad Mehdi Bani-Hosseini[1*], Vahid Baradaran [2]

Abstract:

Crisis Management includes planning and readiness to respond to the inevitable and unpredictable natural disasters. One of the aspects of crisis planning and management is the establishment of relief centers in suitable locations for responding promptly to potential victims after the disasters. In this paper, the problem locating relief centers in relief logistics is investigated in the framework of the problem of locating with the variable coverage radius model. It is assumed that the time to reach all points of the demands is not greater than a predetermined value. Since the population in need of relief (demand) is a function of the severity of the disaster and certainly is not determined before the occurrence, the proposed model is considered uncertain. In this paper, a robust two-objective mathematical planning model (minimizing logistics costs and maximizing the covered population) is developed with uncertain demand to determine the number, location, coverage, and capacity of different relief centers with different service levels. To evaluate the validity of the proposed model, one of the districts of Tehran was studied as a case study to determine the number and location of the relief centers, along with their capacity and type of service. The results in the case study show we need to construct five relief centers with appropriate distribution in the region which capable of to cover 90 percent of all potential demand points.

Keywords: *Relief facilities, Relief logistic, maximum coverage, variable coverage radius, Robust Optimization.*

1- Msc. Industrial Engineering Department, Engineering Faculty, Islamic Azad University, Tehran North Branch, Tehran, Iran.
2- Assistant Professor, Industrial Engineering Department, Engineering Faculty, Hakimieh, Chamanara Avenue, Islamic Azad University, Tehran North Branch, Tehran, Iran.

مقدمه

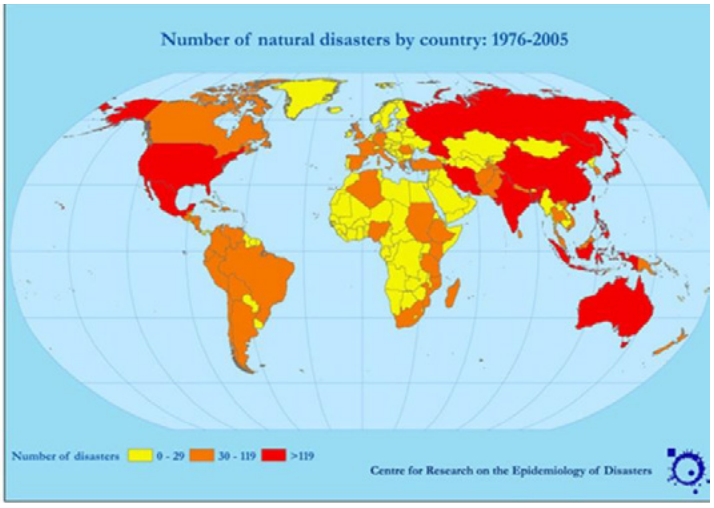
سالانه بیش از ۵۰۰ فاجعه سیاره‌ی ما را تهدید می‌کند که به کشته شدن ۷۵۰۰۰ نفر و تأثیر بر روی ۱۰۰ میلیون نفر دیگر منجر می‌شود. طبق آمار و ارقام، گستره‌ی جغرافیایی ایران از نظر احتمال وقوع حوادث طبیعی مقام پنجم تا دهم کشورهای حادثه‌خیز دنیا را دارد [۱]. مرکز تحقیقات اپیدمیولوژی بلایا، پراکندگی تعداد بلایای طبیعی به تفکیک هر کشور طی سال‌های ۱۹۷۶ الی ۲۰۰۵ را مطابق تصویر ۱ منتشر کرده است. همان‌طور که در این تصویر مشخص است، ایران از جمله کشورهایی است که تعداد حوادث در آن بالاست. به‌ویژه واقع شدن کشور ما بر روی کمربند زمین‌لرزه‌ی آلپ- هیمالیا باعث شده از نظر وقوع زمین‌لرزه، یکی از آسیب‌پذیرترین بخش‌های کره‌ی زمین باشد. طبق گزارشات ارائه شده، یکی از شش زمین‌لرزه‌ی بزرگ دنیا در ۳۰ سال گذشته زمین‌لرزه‌ی سال ۱۳۶۹ منجیل- رودبار بوده که بیش از ۴۰۰۰۰ تلفات به‌جا گذاشته است [۲]. با این شرایط توجه به موضوع مدیریت بحران و برنامه‌ریزی برای مقابله با حوادث احتمالی و کاهش پیامدهای ناشی آن ضروری است.

در کسب و کارهای اقتصادی هرگاه صحبت از تقاضا و تأمین آن در میان باشد، احداث مراکز توزیع اهمیت می‌یابد. این مراکز با هدف کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل، کاهش موجودی‌های اطمینان و جلوگیری از کمبود ایجاد می‌شوند. اما اگر تأمین نیاز و برآورد تقاضای مردم یک شهر در شرایط اضطرار و رخداد بلایا در شهرها مثل سیل، زلزله، حملات تروریستی مطرح باشد، تأمین تقاضا در کمترین زمان ممکن نقش حیاتی پیدا می‌کند و عدم برآوردن تقاضا در زمان تعریف‌شده خسارات غیرقابل جبرانی ممکن است در پی داشته باشد. در این شرایط، وجود مراکز توزیع اهمیت ویژه‌ای می‌یابند. همچنین بلایا منجر به درخواست‌های گسترده‌ای می‌شوند که اغلب بیش از منابع است. فرایند برنامه‌ریزی، مدیریت و کنترل جریان منابع برای امدادرسانی به مردم متأثر را لجستیک امداد می‌نامند. هدف لجستیک امداد فراهم کردن کمک‌های بشردوستانه به شکل غذا، آب، دارو، پناهگاه و تأمین مناطق بحران‌زده است.

اینکه مراکز امدادی به تعداد مناسب و در مکان مناسب برای ارائه‌ی خدمت به بیشترین جمعیت حادثه‌دیدگان احداث شوند، یکی از مسائل برنامه‌ریزی و مدیریت بحران است. لذا مسئله‌ی اصلی در مدیریت بحران و لجستیک امداد مکان‌یابی مراکز امدادی است.

مکان‌یابی به معنای قرارگیری تسهیلات در یک فضای مفروض است. دانش مکان‌یابی به‌منزله‌ی زیرمجموعه‌ای از روش‌های بهینه‌سازی و قواعد مدل‌سازی و حل آن است که استفاده از آن‌ها به انتخاب صحیح موقعیت‌های مناسب برای ایجاد و توسعه‌ی تجهیزات، تأسیسات زیربنایی و مراکز خدماتی آینده می‌انجامد و یکی از فعالیت‌های اصلی برنامه‌ریزان استراتژیک به شمار می‌آید. مسائل مکان‌یابی و تخصیص جزء مسائل NP-hard محسوب می‌شوند [۳]. در این مسائل باید به‌طور هم‌زمان تعداد تسهیلات، مکان آن‌ها و نحوه‌ی تخصیص مشتریان به هر مرکز تعیین گردد. تعیین مکان‌های مناسب برای تسهیلات جدید (مراکز توزیع) برای ارائه‌ی خدمت به وجود مشتریان مشروط به کاهش هزینه‌های ارتباطی بین مشتریان و تسهیلات جدید، افزایش سرعت خدمت‌رسانی، تأمین بدون کمبود تقاضا و ... تقریباً موضوع اصلی مسئله‌ی مکان‌یابی است.

مسئله‌ی مکان‌یابی یکی از قدیمی‌ترین مسائل تحقیق در عملیات محسوب می‌شود که مطالعه در این حوزه از اوایل قرن بیستم توسط آلفرد وبر[1] با مکان‌یابی یک انبار برای کمینه‌کردن مجموع فاصله بین انبار تا مشتری‌های مختلف آغاز شده و کاربردهای مختلفی برای آن گسترش یافته است. دسته‌بندی‌های مختلفی برای مسائل مکان‌یابی موجود است. روله و همکاران [۲] این مسائل را به دو گروه بخش خصوصی و دولتی تقسیم کردند. مسائل بخش خصوصی به دنبال بهینه کردن هدف مالی (افزایش سود یا کاهش هزینه) و مسائل بخش دولتی، اهدافی مانند دسترسی عموم به تسهیلات را دارند. جیا و همکاران [۴] مهم‌ترین



تصویر ۱: پراکندگی تعداد بلایای طبیعی به تفکیک سال بین سال‌های ۱۹۷۶ الی ۲۰۰۵ [emdat.be]

معیارها برای طبقه‌بندی مسائل مکان‌یابی را شامل خصوصیات مکان‌شناسی[۲]، روش حل، خصوصیات تسهیلات[۳]، الگوی تقاضا[۴]، نوع زنجیره تأمین[۵]، افق زمانی[۶]، پارامترهای ورودی[۷] و تابع هدف معرفی کردند.

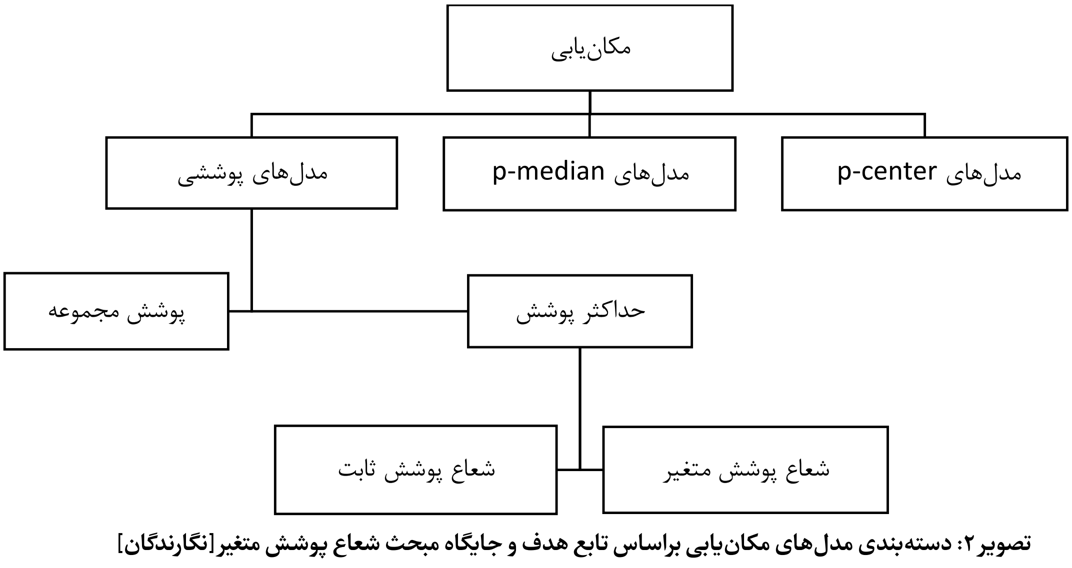
مسائل حوزه‌ی مکان‌یابی از منظر تابع هدف و معیار در سه دسته‌ی اصلی میانه[۸]، مرکز[۹] و پوشش[۱۰] مطابق تصویر ۲ قرار می‌گیرند. مسائل میانه با هدف کمینه کردن مجموع فاصله‌ها در استقرار سرویس‌های عمومی مانند مدارس و بیمارستان و مراکز پلیس کاربرد دارند. مسائل مرکز به دنبال کمینه کردن حداکثر فاصله بین یک نقطه‌ی تقاضا تا نزدیک‌ترین تسهیل تا آن بوده و در مکان‌یابی سیستم‌های اضطراری، شبکه‌های کامپیوتر و کاربردهای نظامی استفاده می‌شود. دسته‌ی سوم مدل‌های حداکثر پوششی[۱۱] (MC) که در آن‌ها تأمین تقاضای مشتریان به فاصله‌ی آن‌ها تا مرکز خدمت‌دهنده بستگی دارد، از اصلی‌ترین مدل‌های ریاضی جایابی تسهیلات بر روی شبکه محسوب می‌شوند. در مسئله‌ی پوشش در صورتی مشتری می‌تواند از هر یک از تسهیلات خدمات دریافت کند که فاصله بین مشتری و آن تسهیل کوچک‌تر یا مساوی یک عدد از پیش تعیین‌شده باشد. این مقدار بحرانی، فاصله‌ی پوشش یا شعاع پوشش نامیده می‌شود. این مسائل از نظر پوشش یافتن تمام نقاط یا پوشش یافتن برخی از نقاط، شامل مدل پوشش مجموعه (SCP) و مدل حداکثر پوشش[۱۲] (MCLP) هستند.

مدل پوشش مجموعه (SCP) که توسط تورگاز [۵] در سال ۱۹۷۱ مطرح شد به دنبال یافتن مکان حداقل تعداد تسهیلات برای پوشش تمام نقاط تقاضاست. از کاستی‌های این مدل می‌توان به بی‌توجهی به محدودیت بودجه‌ی در دسترس برای پاسخ‌گویی کل تقاضا و همچنین برخورد یکسان با تمام نقاط تقاضا بدون توجه به میزان تقاضای هر کدام، اشاره کرد. برای برخورد با چنین شرایطی چرچ و روله [۶] در سال ۱۹۷۴ مدل حداکثر پوشش (MCLP) را با کاربرد در شرایط اضطراری ارائه دادند. تابع هدف فوق به دنبال حداکثرسازی جمعیتی است که در یک فاصله یا زمان منطقی توسط تعداد محدودی تجهیزات سرویس داده می‌شوند.

یکی از فرضیات اصلی مدل‌های پوشش، ثابت بودن شعاع پوشش است حال آنکه شعاع پوشش اغلب به‌طور مستقیم وابسته به ویژگی‌های فیزیکی تأسیسات است. برمن و همکاران [۷] فرض شعاع پوشش ثابت را آزاد نموده و مدل را توسعه دادند. هدف آن‌ها تعیین تعداد مکان و شعاع پوشش هر تسهیل برای پوشاندن نقاط تقاضا با حداقل هزینه بود. حکیمی [۸] اولین بار مدل پوشش را به‌منظور تعیین کمینه تعداد پلیس مورد نیاز برای پوشش دادن گره‌ها در شبکه‌ای از بزرگراه در سال ۱۹۶۵ مطرح نمود.

در سال ۲۰۰۲ برمن و کراس [۹] بر مدل حداکثر پوشش تعمیم‌یافته[۱۳] (GMCLP) کار کردند. در این مسئله پوشش جزئی[۱۴] مشتریان در شرایطی که سطح پوشش، تابع پله‌ای از فاصله تا نزدیک‌ترین تسهیل باشد مدل شده است. یک سال پس از آن برمن و همکاران [۱۰] در پژوهشی دیگر بر توسعه‌ی مدل GM-CLP با یک تابع نزولی پوشش تحقیق کردند. به دنبال مقابله با فرضیه‌ی پوشش صفر و یک، دو شعاع پوشش (r, R) در نظر گرفته شده است. تقاضای یک گره درصورتی‌که فاصله‌ی آن تا نزدیک‌ترین تسهیل، از شعاع کوچک‌تر تجاوز نکند به‌طور کامل پوشش داده می‌شود و درصورتی‌که این فاصله بزرگ‌تر از شعاع پوشش باشد تحت پوشش قرار نمی‌گیرد. برای فاصله میان این دو شعاع، سطح پوشش توسط یک تابع نزولی مشخص می‌شود. ازجمله کاربردهای این مدل بحث رضایت مشتری و فرستنده‌های امواج است.

درزنر و همکاران [۱۱] این مسئله را در حالت پیوسته بررسی کردند. آن‌ها در پژوهشی در سال ۲۰۱۰ [۱۲] فرض کردند فاصله‌های حداقل و حداکثر در مدل پوشش تدریجی (r, R) متغیر تصادفی هستند. این تغییر، مدل را به موقعیت‌های واقعی نزدیک‌تر می‌کند. برای مثال مشتریان واقع در یک نقطه ناهمگن بوده و مقادیر مختلفی از فواصل بحرانی را قبول می‌کنند. در این مقاله به کاربردهایی از مدل پوشش تدریجی احتمالی مانند بیشینه کردن



تصویر ۲: دسته‌بندی مدل‌های مکان‌یابی براساس تابع هدف و جایگاه مبحث شعاع پوشش متغیر [نگارندگان]

رضایت مشتری، مکان‌یابی رقابتی، فرستنده‌های رادیو و تلویزیون و پوشش‌دهی خدمات اورژانسی اشاره شده است. آن‌ها مدل را با استفاده از فن بهینه‌سازی کلی «مثلث بزرگ، مثلث کوچک[15]» حل نموده و تأکید کردند مدل پیچیده‌تر نشده و پیاده‌سازی آن ساده است.

برمن و همکاران [۱۳] در ادامه‌ی توسعه‌ی مدل پوشش تدریجی فرض کردند وزن تقاضاها متغیرهای تصادفی گسسته هستند. در این مدل احتمال اینکه مجموع وزنی تقاضای پوشش داده شده بزرگ‌تر از یک آستانه‌ی معین باشد، بیشینه می‌شود. علی‌رغم توسعه‌های صورت گرفته تحقق برخی از مفروضات اساسی مطرح‌شده، ممکن است واقع‌بینانه نباشد. برای مثال برمن و همکاران [۱۴] به سه فرضیه‌ی اصلی که تابع هدف مسائل پوششی به‌طور ضمنی در بر می‌گیرد، اشاره کردند:

۱. پوشش کامل یا بدون پوشش[16]: بر این اساس مشتری زمانی تحت پوشش است که درون شعاع پوشش حداقل یک تسهیل قرار گیرد و در غیر این صورت پوشش نمی‌یابد.
۲. پوشش منحصربه‌فرد[17]: طبق این فرض پوشش هر مشتری وابسته به نزدیک‌ترین تسهیل است و تسهیلات نزدیک بعدی اثری بر پوشش آن ندارند.
۳. شعاع پوشش ثابت[18]: شعاع تحت پوشش هر یک از تسهیلات پارامتری ثابت است.

در رابطه با فرضیات اول و دوم پوشش تدریجی[19] و پوشش مشارکتی[20] فرضیات را به فضای واقعی نزدیک‌تر نمودند. در رابطه با فرضیه‌ی سوم برمن و همکاران اظهار کردند که تعیین شعاع پوشش با در نظر گرفتن نقاط کاندید و تسهیلات واقعی‌تر است و مدلی ارائه دادند [۶] که در آن شعاع پوشش توسط تصمیم گیرنده کنترل می‌شود و هزینه‌ی پوشش‌دهی یک فاصله به‌صورت تابع یکنواخت افزایشی از مسافت است. آن‌ها هدف از مدل را پوشش همه‌ی تقاضا با حداقل هزینه قرار دادند و دو نسخه از مدل را تجزیه و تحلیل نمودند:

۱. نسخه‌ی مسطح[21] که تسهیلات در یک منطقه‌ی خاص از یک هواپیما واقع شده‌اند.
۲. نسخه‌ی گسسته که در آن فرض شده تقاضا از تعداد متناهی نقطه می‌رسند و مکان‌های تسهیلات هم محدود هستند.

جبل عاملی و همکاران [۱۵] متغیر بودن شعاع را در یک سطح توزیع دو سطحی وارد کردند. توابع هدف این مدل کمینه کردن هزینه‌ی حمل‌ونقل و حداکثر ساختن تقاضای پوشش داده شده هستند، که با استفاده از کران‌دار کردن یکی از توابع هدف و تبدیل آن به محدودیت حل شده است. آن‌ها در مقاله‌ی دیگر [۱۶] با ترکیب ویژگی‌های مدل پوششی تدریجی با مدلی پوشش مشترک و مدل پوشش با شعاع متغیر مدل جدیدی به‌صورت MINLP[22] فرموله نموده‌اند. تابع هدف این مدل را بیشینه نمودن مجموع وزنی نقاط پوشش یافته قرار داده و از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل استفاده کردند.

در سال ۲۰۱۱ فاضل زرندی و همکاران [۱۷] زمان‌های سفر فازی را به مدل برمن وارد کرده و مسئله را حل نمودند. بشیری و فتوحی [۱۸] مسئله‌ی پوشش در فضای گسسته را در شرایطی که شعاع نامشخص است و بر اساس فاصله‌ی بین تسهیلات و نقاط کاندید محاسبه می‌شود، مطرح نمودند. منگ و شیا [۱۹] فاصله‌ی بحرانی (شعاع) را به صورت اتفاقی و وابسته به تمایل مشتری در نظر گرفته و نسخه‌ی جدیدی از مدل پوششی مجموعه را ارائه دادند.

ویسواناس و پیتا [۲۰] راه‌هایی برای به حداقل رساندن هزینه‌ی کل مسیریابی در طول مسیرهای انتخاب شده و بیشینه نمودن تقاضای پوشش داده شده پس از زمین‌لرزه، جستجو کردند. دکله و همکاران [۲۱] مسئله‌ی مکان‌یابی مراکز بهبودی در فجایع[23] (DRC) در فلوریدا را به کمک مدل کردن آن به شکل پوشش مجموعه به‌صورت دومرحله‌ای حل نمودند. هیل و موبرگ [۲۲] فرایند انتخاب محلی امن را ارائه کردند که می‌تواند شناسایی حداقل تعداد تأسیسات و مکان‌های ممکن برای ذخیره‌سازی، بهره‌وری عملیاتی را متعادل و هزینه‌ها را کاهش دهد. بالسیک و بیمون [۲۳] نوعی از مدل پوشش را ارائه دادند که تصمیمات مکان‌یابی و موجودی را با در نظر گرفتن محدودیت‌های بودجه و ظرفیت، یکپارچه می‌کرد. برالدی [۲۴] مقاله‌ی خود را در زمینه‌ی فرموله نمودن و حل یک مدل احتمالی برای تعیین محل بهینه‌ی تسهیلات در سیستم‌های اضطراری متراکم تدوین کرد. مدل حداکثر پوشش ارائه شده توسط پن [۲۵] مسئله‌ی مکان‌یابی پناهگاه‌های اضطراری در زمان گردباد در کشور چین را در نظر گرفت. نولز و همکاران [۲۶] یک راه‌حل دوبخشی را برای حل مسئله‌ی تحویل آب آشامیدنی در موقعیت پس از حادثه معرفی کردند. مورالی و همکاران [۲۷] مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات به‌منظور تحویل دارو در پاسخ به حملات بیولوژیکی در یک شهر بزرگ را مطرح کردند.

لی و همکاران [۲۸] مدل‌های پوشش را برای مکان‌یابی تسهیلات اضطراری از دیدگاه مدل‌های ریاضی و تحقیق در عملیات مرور نمودند. آن‌ها در کنار مدل‌های معمول، پیشرفت‌های اخیر در این زمینه مانند مدل‌های پویای تخصیص، مدل‌های پوشش تدریجی و پوشش مشترک و ... را معرفی کردند. هکتور ترودیز و همکاران [۲۹] یک مدل ریاضی برای مسئله‌ی مکان‌یابی و توزیع ارائه دادند و آن را به کمک یک الگوریتم ژنتیک حل کردند. برزین پور و اسماعیلی [۳۰] یک مدل مکان‌یابی و توزیع چند هدفه به منظور توزیع کالا در مناطق آسیب‌دیده ارائه نمودند و یک مطالعه‌ی موردی بر روی شهر تهران انجام دادند. اسماعیلی و برزین پور [۳۱] در سال ۲۰۱۴ یک مدل چند هدفه‌ی مکان‌یابی و توزیع ارائه داده، سپس الگوریتم ژنتیکی برای حل آن طراحی کردند و مطالعه‌ی موردی برای شهر تهران انجام گرفت. گرانان و همکاران [۳۲] یک مدل شبکه‌ی جریان برای انتخاب تسهیلات توزیع موقت و مکان‌یابی منابع برای برنامه‌ریزی اضطراری ارائه دادند. یه و کیم [۳۳] به این سؤال پاسخ دادند که تسهیلات درمانی نسبت به دیگر تسهیلات در چه ناحیه‌ای قرار داشته باشند که تعداد کل تسهیلات جدید برای کاهش هزینه‌ی پوشش داده

جدول ۱: رابطه‌ی سرمایه‌گذاری در تسهیل با سرعت سرویس‌دهی و ظرفیت آن [نگارندگان]

ظرفیت (تعداد بسته‌ی امدادی)	سرعت (کیلومتر بر ساعت)	میزان سرمایه‌گذاری (ریال)
Cap_1	$Speed_1$	F_1
Cap_2	$Speed_2$	F_2
…	…	…
Cap_k	$Speed_k$	F_k

شده بدین منظور آن‌ها از روش بهینه‌سازی فضایی با استفاده از سیستم اطلاعاتی جغرافیایی بهره گرفتند.

در مورد نتایج ادبیات و پیشینه‌ی تحقیق می‌توان اشاره کرد که مدل‌های مکان‌یابی با شعاع پوشش برای مسائل مکان‌یابی مراکز امداد در لجستیک امداد که موضوع آن‌ها برآوردن تقاضای عموم، رعایت عدالت و برآوردن تقاضا در زمان تعریف شده است، مناسب است. هر چند مسئله‌ی پوشش با شعاع متغیر اولین بار در سال ۲۰۰۹ مطرح شده است، اما توسعه‌های کمتری نسبت به مسائل مشابه بر آن در سال‌های اخیر شده است. در مدل ارائه‌شده توسط برمن اگرچه شعاع را متغیر فرض کرده و آن را تابعی از هزینه می‌بیند اما در فرض جایگزین، نمایش این وابستگی به‌صورت یک تابع پوسته‌ی غیر نزولی در برخی شرایط غیرمنطقی می‌نماید، زیرا که همیشه به ازای هر واحد افزایش سرمایه‌گذاری توان سیستم افزایش نمی‌یابد و معمولاً یک روند پلکانی وجود دارد. مهم‌تر از همه اینکه تقاضا (نقاط حادثه) در شهر قطعی نیست و عدم قطعیتی برای تقاضا وجود دارد که باید در مسئله‌ی مکان‌یابی در نظر گرفته شود.

با شناخت شکاف‌های موجود در ادبیات، شرایط حاکم بر مسئله، و بررسی مدل‌های پایه (مدل برمن [۷] با رویکرد شعاع پوشش متغیر و مدل حداکثر پوشش بالسیک و بیمون [۲۳] با رویکرد لجستیک امداد) یک مدل مکان‌یابی حداکثر پوشش با در نظر گرفتن تسهیلات امداد با شعاع پوشش متفاوت و وابسته به سرمایه‌گذاری صورت گرفته ارائه شده است. لذا هدف در این مقاله، ارائه‌ی یک مدل ریاضی دو هدفه بر مبنای مدل پایه‌ی مکان‌یابی با شعاع پوشش متغیر در شرایطی که تقاضا قطعی نیست و عدم قطعیتی در تقاضا وجود دارد. عمده‌ی تحقیقات در این حوزه، ظرفیت تسهیلات را یکسان و با اندازه‌ی ثابت در نظر گرفتند، اما در این تحقیق، برای ظرفیت مراکز توزیع با توجه به نوع آن یک حد بالا در نظر گرفته می‌شود که منتج به انتخاب بهترین ظرفیت می‌شود. تعریف دقیق‌تر مسئله در بخش بعدی ارائه شده است.

روش تحقیق و ابزارها

مسئله‌ی مکان‌یابی مراکز امداد در لجستیک امداد عبارت است از مجموعه‌ای نقطه در شهر که امکان احداث مرکز امداد در آن تحت عنوان نقاط کاندید وجود دارد. شهر یا ناحیه‌ی شهری بر اساس منطقه‌ی جغرافیایی و تراکم جمعیت در آن به مجموعه‌ای نقاط تقاضا با مختصات مشخص تقسیم می‌شود. برای مثال مختصات یک مرکز تجاری مهم و یا نقطه‌ی وسط یک محله از جمله نقاط تقاضا به امداد در شرایط بحران محسوب می‌شوند. برای هر یک از نقاط نیازمند به امداد می‌توان تعدادی متقاضی (جمعیت حادثه‌دیده) متناسب با جمعیت منطقه در نظر گرفت. اما در شرایط عدم قطعیت به دلیل رخداد حوادث مختلف با احتمال و شدت‌های مختلف، مقدار تقاضا در هر نقطه نیز متفاوت و بستگی به احتمال رخداد نوع حادثه دارد. برای مثال ممکن است در شهر سه نوع زلزله با مقیاس‌های مختلف لرزش (ریشتر) اما با احتمال‌های مختلف رخ دهد. در صورت رخداد هر نوع حادثه، میزان تقاضا به امداد نیز متفاوت و تابع نوع حادثه خواهد بود. مجموعه‌ی حوادث ممکن را مجموعه سناریو با احتمال رخدادهای مختلف تعریف می‌کنند. فرض می‌شود در هر نقطه‌ی کاندید، امکان احداث یک مرکز امداد با امکانات مختلف و ظرفیت‌های مختلف است. هزینه‌ی احداث هر مرکز تابع سرعت خدمت‌رسانی و ظرفیت مرکز مطابق جدول ۱ است.برای مثال برای احداث مرکز نوع اول با سرعت رسیدن از مرکز امداد تا نقطه‌ی حادثه برابر $Speed_1$ و ظرفیت Cap_1 نیاز به سرمایه‌ای معادل F_1 واحد پولی است.

مسئله‌ی مقاله عبارت است از تعیین تعداد مراکز امداد مورد نیاز به تفکیک نوع مرکز، محل استقرار آن‌ها در نقاط کاندید، تعیین ظرفیت هر مرکز و ناحیه‌ی تحت پوشش آن در شرایطی که شدت حادثه و جمعیت مورد نیاز به امداد در نقاط تقاضا غیرقطعی و احتمالی است. به عبارت دیگر در این مسئله باید به این سؤالات پاسخ داده شود: اول: در یک نقطه‌ی کاندید آیا باید مرکز امدادی احداث شود یا خیر؟ دوم: نوع مرکز امداد (با سرعت امدادی و ظرفیت مشخص) در یک نقطه‌ی کاندید منتخب چه باشد؟ سوم: ظرفیت هر مرکز امداد چند بسته‌ی امدادی باید باشد؟ و چهارم: هر مرکز احداثی چه مناطقی را باید تحت پوشش قرار دهد؟ پاسخ به تمامی این سؤالات مشروط به کمینه کردن کل هزینه‌های سرمایه‌گذاری، حمل و نقل و نگهداری کالاهاست و اینکه در صورت وقوع حادثه زمان رسیدن به نقطه‌ی حادثه کمتر از زمان تعیین شده باشد (این محدودیت همان موضوع شعاع پوشش متغیر مسئله است که با احداث مراکز مختلف با سرعت‌های خدمت‌رسانی مختلف، زمان رسیدن به نقطه‌ی حادثه از زمان تعیین شده کمتر است). سایر مفروضات زیر مسئله عبارتند از:

- برنامه‌ریزی تک دوره‌ای و قبل از وقوع بحران است.
- با استفاده از آمار بلایای رخداده در گذشته، احتمال وقوع هر سناریو و میزان تقاضای پیش‌آمده‌ی هر نقطه‌ی تقاضا با توجه به وقوع هر سناریو از قبل معلوم است.
- هر نقطه‌ی آسیب با تقاضا می‌تواند فقط توسط یک مرکز سرویس‌دهی شود و هر مرکز امداد به چندین نقطه‌ی تقاضا امدادرسانی می‌کند.

- هر نقطه‌ی تقاضا می‌تواند به‌طور کامل یا جزئی پوشش یابد.
- یک نوع کالای امدادی در نظر گرفته شده است. بسته‌ی امدادی شامل تمام مایحتاج اولیه‌ی حادثه‌دیدگان است.
- امکان بـرآورده نـشدن کـالا در هـر سـناریـو وجـود دارد و غیرقابل‌جبران است.
- انعطاف‌پذیری مدل در تعیین ظرفیت مراکز توزیع.

تعریف متغیرها و پارامترهای مدل

نمادهای مورد استفاده برای مدل‌سازی مسئله به همراه پارامترهای مدل در جدول ۲ معرفی شده‌اند. متغیرهای تصمیم مسئله نیز در جدول ۳ معرفی شده‌اند.

مدل ریاضی مسئله در حالت قطعی

مدل ریاضی مسئله در حالت قطعی (زمانی که تقاضا تصادفی و غیرقطعی نباشد) به صورت زیر توسعه داده شده است.

رابطه‌ی ۱:
$$Z_1 = \operatorname{Max} \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i X_{ijk}$$

رابطه‌ی ۲:
$$Z_2 = \operatorname{Min} \sum_{j\in J}\sum_{k\in K} f_k Y_{jk} + \left(\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} b_k C_{jk} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i g_k d_{ij} X_{ijk}\right)$$

رابطه‌ی ۳:
$$\sum_{k\in K} Y_{jk} \le 1 \qquad \forall j\in J$$

رابطه‌ی ۴:
$$Z_{ijk} \le \alpha_{ijk} Y_{jk} \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K$$

رابطه‌ی ۵:
$$\sum_{j}\sum_{k} Z_{ijk} = 1 \qquad \forall i\in I$$

رابطه‌ی ۶:
$$X_{ijk} \le Z_{ijk} \qquad \forall i\in I, j\in J, \forall k\in K$$

رابطه‌ی ۷:
$$\sum_{i\in K} D_i X_{ijk} = C_{jk} \qquad \forall j\in J, k\in K$$

جدول ۲: نمادها و پارامترهای مدل [نگارندگان]

نماد	تعریف نمادها
I	مجموعه مکان‌های (نقاط) بحرانی در ناحیه یا شهر مورد مطالعه $(i=1,\dots,I)$
J	مجموعه مکان‌های بالقوه احداث مرکز امداد $(j=1,\dots,J)$
K	مجموعه انواع مراکز توزیع امدادی $(k=1,\dots,K)$
Ω	مجموعه سناریوهای تقاضا $(s=1,\dots,S)$
نماد	**تعریف پارامترها**
D_i	تقاضای ایجاد شده در نقطه‌ی بحرانی i
d_{ij}	فاصله نقطه بحرانی i از نقطه‌ی کاندید j
t	حداکثر زمان مجاز پاسخگویی به تقاضا در یک نقطه نیازمند به امداد
f_k	هزینه‌ی ثابت استقرار مرکز امداد نوع k
b_k	هزینه‌ی ایجاد ظرفیت، تامین و نگهداری برای هر بسته امداد در مرکز امداد نوع k
g_k	هزینه حمل و نقل در واحد مسافت برای هر بسته در مرکز امداد نوع k
u_k	حداکثر ظرفیت تسهیل نوع k
$Speed_k$	سرعت انتقال بسته امدادی از مراکز امدادی نوع k
α_{ijk}	ضریب پوشش: اگر برقراری ارتباط بین نقطه کاندید پیشنهادی j و ناحیه تقاضای i منطقی باشد برابر ۱ و در غیر این‌صورت برابر صفر است. $\alpha_{ijk}=1$ اگر $\left(d_{ij}/speed_k\right)\le t$ و در غیر این‌صورت صفر است.

جدول ۳: تعریف نماد متغیرهای تصمیم مدل [نگارندگان]

نماد	تعریف متغیرها
Y_{jk}	اگر مرکز امدادی از نوع k در نقطه کاندید j ساخته شود برابر با ۱ و در غیر این‌صورت برابر ۰ است. این متغیر علاوه بر مکان تسهیل، نوع آن و در نتیجه شعاع پوشش مربوطه را مشخص می‌کند.
Z_{ijk}	اگر مرکز امدادی نوع k در نقطه j به منطقه بحرانی i خدمت‌رسانی کند برابر با ۱ و در غیر این‌صورت برابر ۰ است.
X_{ijk}	درصدی از تقاضای منطقه بحرانی i که توسط مرکز امداد نوع k که در نقطه‌ی j احداث شده، پوشش داده می‌شود.
C_{jk}	ظرفیت مرکز امداد نوع k که در نقطه‌ی j ساخته شده است.

رابطه‌ی ۸: $C_{jk} \le u_k Y_{jk} \qquad \forall j \in J, k \in K$

رابطه‌ی ۹: $Y_{jk} \in \{0,1\} \qquad \forall j \in J, k \in K$

رابطه‌ی ۱۰:

$$Z_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K$$

رابطه‌ی ۱۱: $C_{jk} \ge 0 \qquad \forall j \in J, k \in K$

رابطه‌ی ۱۲:

$$X_{ijk} \ge 0 \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K$$

تابع هدف اول (۱) بیانگر بیشینه‌سازی جمعیت پوشش داده شده یا بیشینه کردن تقاضای تمام نقاط بحرانی است زمانی که تقاضا قطعی باشد. تابع هدف دوم (۲) بیانگر کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های مربوط به استقرار مراکز توزیع امداد، ایجاد ظرفیت، تأمین، نگهداری کالا و حمل‌ونقل از مراکز توزیع امداد به نقاط تقاضا است. قابل توجه است که حداقل کردن زمان حمل‌ونقل خود باعث تسریع خدمت‌دهی می‌شود. همچنین در صورت حذف هزینه‌ی متغیر (ایجاد ظرفیت، تأمین، نگهداری) از این تابع هدف، هر تسهیل حداکثر ظرفیت مربوط به نوع خود را خواهد داشت.

محدودیت ۳ از استقرار بیش از یک مرکز نوع خاص در یک نقطه‌ی کاندید جلوگیری می‌نماید. با این محدودیت امکان احداث چندین مرکز امداد اما نوع خدمات متفاوت در یک نقطه‌ی کاندید وجود دارد. محدودیت ۴ تضمین می‌کند زمانی مرکز j می‌تواند به نقطه‌ی i تخصیص یابد که اولاً استقرار یافته باشد و ثانیاً بتواند آن نقطه را پوشش دهد. محدودیت ۵ الزام می‌نماید به هر نقطه‌ی تقاضا حداقل یک مرکز امداد اختصاص یابد.

محدودیت ۶ میزان برآورد تقاضا توسط مرکز امداد تخصیص‌یافته را نشان می‌دهد. این تعریف به علت محدودیت ظرفیت تسهیل است، بدین معنا که اگرچه تسهیل j به نقطه‌ی تقاضای i اختصاص‌یافته اما ممکن است ظرفیت آن کمتر از تقاضای آن منطقه باشد و نتواند تمامی تقاضای ایجاد شده را پاسخ گوید. ظرفیت مراکز در محدودیت ۷ تعیین می‌شوند به‌طوری‌که از حد بالای تعریف‌شده در محدودیت ۸ تجاوز نکنند. محدودیت‌های ۹ تا ۱۲ متغیرهای باینری و غیر منفی بودن متغیرها را نشان می‌دهد.

مدل ریاضی مسئله در شرایط عدم قطعیت

رویکرد دیگری که در سال‌های اخیر برای مقابله با عدم قطعیت داده‌ها و یا وجود اغتشاشات[۲۴] در داده‌های ورودی به مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی توسعه داده شده، بهینه‌سازی استوار مبتنی بر سناریو است. در این روش که توسط مالوی و همکاران [۳۴] اولین بار مطرح شد، پارامترهای مدل به صورت مجموعه‌ای مقادیر با احتمال مشخص تحت عنوان سناریو برای بیان عدم قطعیت و اغتشاشات داده‌های مربوط به پارامترها استفاده می‌شود. مدل برنامه‌ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید که در آن دو دسته محدودیت وجود دارد: یکی با پارامترهای قطعی (محدودیت‌های ساختاری[۲۵] مدل، $Ax=b$) و دیگری با پارامترهای غیرقطعی (محدودیت‌های کنترلی[۲۶] مدل، $Bx+Cy=e$). بردار x مجموعه متغیرهای تصمیم مسئله تعریف می‌شوند که ضرایب آن‌ها در محدودیت‌ها قطعی‌اند و بردار y مجموعه متغیرهای تصمیم با ضرایب غیرقطعی تحت عنوان متغیرهای کنترل[۲۷] تعریف می‌شود.

رابطه‌ی ۱۳:

$$\begin{aligned} & Min\ \xi = c^T x + d^T y \\ & s.t. \\ & Ax = b \\ & Bx + Cy = e \\ & x, y \ge 0;\ x \in R^{n_1}, y \in R^{n_2} \end{aligned}$$

به‌منظور لحاظ کردن عدم قطعیت پارامترها (ضرایب متغیرهای کنترلی در مدل ۱۳، مجموعه‌ای سناریو $\Omega=\{1,2,...,S\}$ تعریف می‌شود. به ازای یک سناریو مانند s مجموعه مقادیر قطعی منتسب به ضرایب متغیرهای کنترلی $\{d_s, B_s, C_s, e_s\}$ تعیین می‌شود که این مجموعه دارای احتمال رخداد مشخص p_s است به طوری که $\sum_{s\in\Omega} p_s = 1$. یافتن یک جواب برای مدل ۱۳ که به ازای تمام سناریوها هم موجه و بهینه باشد، دور از انتظار است [۳۴]. در این صورت مدل بهینه‌سازی استوار به دنبال یافتن راه‌حل استوار[۲۸] است که برای تمام مقادیر سناریوها نزدیک بهینه باشد و جواب با احتمال بالا موجه نیز باشد [۳۵] و یا به عبارت دیگر جوابی که تحت همه‌ی سناریوها نزدیک بهینه باقی بماند [۳۶]. مجموعه $\{y_1, y_2, ..., y_s\}$ از متغیرهای کنترلی به ازای سناریوهای $s \in \Omega$ تعریف می‌شود و مجموعه $\{\delta_1, \delta_2, ..., \delta_s\}$ مجموعه‌ای از بردار خطاهاست که مقدار ناوجهی[۲۹] در محدودیت‌های کنترل تحت سناریوها را اندازه می‌گیرد ($\delta_s = e_s - (B_s x + C_s y_s)$). مالوی و همکاران [۳۴] مدل ریاضی زیر را برای یافتن راه‌حل استوار مبتنی بر سناریو پیشنهاد دادند.

رابطه‌ی ۱۴:

$$\begin{aligned} & Min\ \sigma(x, y_1, y_1, ... y_s) + \omega\rho(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_s) \\ & s.t. \\ & Ax = b \\ & B_s x + C_s y_s + \delta_s = e_s \qquad \forall s \in \Omega \\ & x, y_s \ge 0;\ x \in R^{n_1}, y \in R^{n_2} \qquad \forall s \in \Omega \end{aligned}$$

در تابع هدف مدل فوق، دو بخش قرار گرفته که یکی بیانگر مقدار بهینگی و دیگری مقدار انحراف از موجه بودن جواب بهینه استوار است. در واقع تابع هدف ۱۴ به دنبال یافتن جوابی است تا تبادل[۳۰] بین بهینگی و موجه بدون برقرار نماید. ضریب ω مقدار تبادل بین بهینگی و موجه بودن است.

$\xi = c^T x + d^T y$ یک متغیر تصادفی است. زیرا به ازای هر سناریو $s \in \Omega$، متغیر ξ مقدار $\xi_s = c^T x + d_s^T y_s$ را با احتمال p_s می‌گیرد. یک رویکرد در مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی احتمالی قرار

دادن میانگین (امید ریاضی) و واریانس تابع هدف (ξ) در تابع هدف مدل جدید است. لذا می‌توان تابع ۱۵ را به‌عنوان مقدار بهینگی جواب استوار در مدل ۱۴ قرار داد.

رابطه‌ی ۱۴:

$$\sigma(x, y_1, y_1, \ldots y_s) = \sum_{s\in\Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s\in\Omega} p_s (\xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'})^2$$

در رابطه‌ی ۱۵، $\sum_{s\in\Omega} p_s \xi_s$ معرف امید ریاضی تابع هدف مدل ۱۳، متغیر تصادفی ξ، و $\sum_{s\in\Omega} p_s (\xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'})^2$ بیانگر واریانس متغیر تصادفی ξ است. ضریب ثابت λ نیز تبادل بین میانگین و واریانس تابع هدف ξ را بیان می‌کند.

عبارت $\rho(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_s)$ معیاری برای اندازه‌گیری جریمه انحراف از موجه بودن است که به‌منظور جریمه کردن نقض و تخطی از محدودیت‌های کنترل با توجه به برخی از سناریوها مدنظر قرار می‌گیرد. مقدار آن را می‌توان واریانس مقدارهای انحراف از موجه بودن زمانی که مثبت و منفی بودن انحراف مهم باشد به صورت $\sum_{s\in\Omega} p_s \delta_s^T \delta_s$ تعریف کرد و یا از میانگین قدرمطلق انحرافات $\sum_{s\in\Omega} p_s |\delta_s|$ استفاده کرد. اما زمانی که تنها انحرافات مثبت مهم باشد، استفاده از رابطه‌ی $\sum_{s\in\Omega} p_s \max\{0, \delta_s\}$ و یا $\sum_{s\in\Omega} p_s \delta_s$ توصیه می‌شود [۳۴، ۳۵]. اگر در رابطه‌ی ۱۴ مقدار ω صفر انتخاب شود، مدل تنها تابع هدف ۱۵ را بهینه خواهد کرد و ممکن است جواب حاصله موجه نباشد. در صورت انتخاب مقادیر بزرگ‌تر، انحراف از بهینگی ممکن است بیشتر شود [۳۶].

با توجه به غیرخطی بودن رابطه‌ی ۱۵، یو و لی [۳۷] از تابع قدرمطلق به جای توان دو استفاده کردند و روابط ۱۶ را برای خطی کردن آن ارائه دادند. یعنی مجموعه روابط ۱۶ به جای رابطه‌ی ۱۵ در مدل قرار می‌گیرد.

رابطه‌ی ۱۶:

$$\begin{aligned} &\text{Min}\, \sigma(x, y_1, y_1, \ldots y_s) = \sum_{s\in\Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s\in\Omega} p_s \left[(\xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'}) + 2\theta_s \right] \\ &s.t. \quad \xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'} + \theta_s \geq 0 \quad \forall s \in \Omega \\ &\qquad\ \ \theta_s \geq 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \forall s \in \Omega \end{aligned}$$

از آنجا که تقاضا به امداد به طور دقیق و قطعی پس از حادثه در هر منطقه مشخص نیست و برای آنکه مسئله‌ی مکان‌یابی مراکز امداد نتایج واقعی‌تری داشته باشد و امکان ارائه خدمات بهتر با سرعت بیشتر به حادثه‌دیدگان احتمالی وجود داشته باشد، می‌توان مسئله را با مدل‌های عدم قطعیت و بهینه‌سازی استوار مدل کرد. لذا مدل ریاضی مسئله مکان‌یابی با شعاع پوشش متغیر در حالت قطعی با مدل‌سازی بهینه‌سازی استوار زمانی که تقاضا در هر منطقه قطعی نیست مدل شده است.

در مدل پیشنهادی بهینه‌سازی استوار فرض می‌شود پارامترهای تقاضا در هر نقطه (D_i) دارای ماهیت غیرقطعی هستند. مطابق رویکرد حل مسائل برنامه‌ریزی استوار مبتنی بر سناریو، برای تعریف عدم قطعیت پارامترهای مدل، مجموعه‌ای سناریو $s \in \Omega = \{1, 2, \ldots, S\}$ تعریف می‌شود که هر سناریو s احتمال رخداد p_s دارد. به ازای هر سناریو، پارامتر D_i^s تعریف می‌شود که به آن‌ها مقادیر قطعی با احتمال مشخص اختصاص می‌یابد. همان‌طور که پیشتر اشاره شد، متغیرهای تصمیم مربوط به این پارامترها در مدل ریاضی قطعی، متغیرهای کنترلی مدل هستند. بنابراین پارامترها و متغیرهای کنترلی مدل پیشنهادی نیز به صورت جدول زیر خواهد بود.

مدل مکان‌یابی مراکز توزیع و تخصیص منابع برای لجستیک امدادی با شعاع پوشش متغیر در شرایط عدم قطعیت تقاضا بر اساس مدل مالوی [۳۴] به شرح زیر است.

با توجه به اینکه تابع هدف ۱ به‌صورت ماکزیمم است، با تغییر متغیر مناسب به مینیمم تبدیل شده است تا بتوان با توجه به رابطه‌ی ۱۷ با روش مالوی آن را به کار بست. با توجه به اینکه X_{ijk}^s مقداری بین صفر و یک دارد، لذا با جایگذاری مقدار $1 - X_{ijk}^s$ به جای آن در تابع هدف اول، جهت تابع هدف از ماکزیمم به مینیمم تغییر می‌یابد. همچنین تابع هدف ۱ با توجه به احتمالی بودن تقاضا تبدیل به متوسط تابع هدف به فرم ۱۷ شده است.

رابطه‌ی ۱۷:

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{s\in\Omega} \sum_{i\in I} \sum_{j\in J} \sum_{k\in K} p_s D_i^s \left(1 - X_{ijk}^s\right)$$

حال با جای‌گذاری تابع هدف ۱۷ با روابط ۱۶ و اضافه کردن محدودیت‌های مربوطه، تابع هدف ۱ در شرایط عدم قطعیت مطابق ۱۸ و محدودیت ۲۰ خواهد بود. البته این بخش تنها بخش اول تابع هدف ۱۴ است. بخش دوم رابطه‌ی ۱۸ مربوط به

جدول ۴: تعریف نماد متغیرهای کنترلی مدل بهینه‌سازی استوار [نگارندگان]

نماد	تعریف متغیرها و پارامترها
p_s	احتمال رخداد سناریوی s (پارامتر مدل)
D_i^s	تقاضا به کالاهای امدادی در ناحیه i اگر سناریوی s رخ دهد (پارامتر مدل)
X_{ijk}^s	درصدی از تقاضای منطقه بحرانی i که توسط مرکز امداد نوع k در نقطه j پوشش داده می‌شود تحت سناریو s .
Z_{ijk}^s	اگر مرکز امدادی نوع k در نقطه j به منطقه بحرانی i اختصاص یابد تحت سناریو s برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر ۰ است.
C_{jk}^s	ظرفیت مرکز امداد نوع k که در نقطه j ساخته شود اگر سناریو s اجرا شود.
Y_{jk}^s	تحت سناریو s ، اگر مرکز امدادی از نوع k در نقطه کاندید j ساخته شود برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر ۰ است.

اندازه‌گیری مجموعه متغیرهای انحراف از موجه بودن است که شامل جمع متغیرهای کنترلی محدودیت‌های کوچک‌تر مساوی و قدرمطلق محدودیت‌های مساوی است. همان‌طور که قبلاً در روش مالوی اشاره شد، بهینه‌سازی استوار به دنبال کمینه کردن میانگین و واریانس تابع هدف (بخش اول تابع ۱۸) و مجموع انحراف از موجه بودن محدودیت‌ها (بخش دوم تابع هدف ۱۸) است.

رابطه‌ی۱۸:

$$\mathrm{Min}\, Z_1 = (\sum_{s\in\Omega}\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} p_s D_i^s \left(1-X_{ijk}^s\right)+$$

$$\lambda_1 . \sum_{s\in\Omega} p_s \times \left[\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^s\left(1-X_{ijk}^s\right)-\sum_{s'\in\Omega} p_{s'} . \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^{s'}\left(1-X_{ijk}^{s'}\right)\right)+2\theta_{1s}\right])+$$

$$\omega_1(\sum_{s\in\Omega} p_s(\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}(\delta_{jk}^{1s}+\delta_{jk}^{6s}+\left|\delta_{jk}^{5s}\right|)+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}(\delta_{ijk}^{2s}+\delta_{ijk}^{4s})+\sum_{i\in I}\left|\delta_i^{3s}\right|))$$

به طور مشابه تابع هدف دوم یعنی رابطه‌ی ۲، با توجه به عدم قطعیت تقاضا به صورت تابع ۱۹ و محدودیت ۲۱ تبدیل خواهد شد. تابع هدف ۱۹ نیز شامل دو بخش کمینه کردن میانگین و واریانس تابع هدف ۲ زمانی که تقاضا غیر قطعی باشد و کمینه کردن مجموع انحراف از موجه بودن محدودیت‌ها است. پارامترهای λ_1، λ_2، ω_1 و ω_2 همان ضرایب اهمیت و تبادل بین واریانس انحراف از میانگین توابع هدف و انحراف از موجه بودن است که مقادیر آن‌ها بر اساس سیاست تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود.

رابطه‌ی۱۹:

$$\mathrm{Min}\, Z_2 = (\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} f_k Y_{jk} +$$

$$\sum_{s\in\Omega} p_s . \left(\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} b_k C_{jk}^s + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^s g_k d_{ij} X_{ijk}^s\right)$$

$$+\lambda_2 . \sum_{s\in\Omega} p_s . \left(\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} b_k C_{jk}^s + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^s d_{ij} X_{ijk}^s g_k\right.$$

$$\left.-\sum_{s'\in\Omega} p_{s'} . (\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} b_k C_{jk}^{s'} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^{s'} g_k d_{ij} X_{ijk}^{s'} + 2\theta_{2s})\right))+$$

$$\omega_2(\sum_{s\in\Omega} p_s(\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}(\delta_{jk}^{1s}+\delta_{jk}^{6s}+\left|\delta_{jk}^{5s}\right|)+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}(\delta_{ijk}^{2s}+\delta_{ijk}^{4s})+\sum_{i\in I}\left|\delta_i^{3s}\right|))$$

رابطه‌ی ۲۰:

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^s\left(1-X_{ijk}^s\right)-$$

$$\sum_{s'\in\Omega} p_{s'} . \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^{s'}\left(1-X_{ijk}^{s'}\right)+\theta_{1s}\geq 0 \qquad \forall s\in\Omega$$

رابطه‌ی۲۱:

$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} b_k C_{jk}^s + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^s g_k d_{ij} X_{ijk}^s$$

$$-\sum_{s'\in\Omega} p_{s'} . (\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} b_k C_{jk}^{s'} + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} D_i^{s'} d_{ij} X_{ijk}^{s'} g_k + \theta_{2s}) \geq 0 \qquad s\in\Omega$$

سایر محدودیت‌های مدل با توجه به عدم قطعیت تقاضا به صورت زیر خواهند بود. هر یک از این محدودیت‌ها مربوط به یکی از محدودیت‌های مدل اولیه (حالت قطعی) است که متغیر کمکی مربوط به آن‌ها برای تبدیل شدن به تساوی به آن‌ها اضافه شده است.

رابطه‌ی ۲۲:

$$\sum_{k\in K} Y_{jk}^s + \delta_{jk}^{1s} = 1 \qquad \forall j\in J, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۲۳:

$$Z_{ijk}^s + \delta_{ijk}^{2s} = \alpha_{ijk} Y_{jk}^s \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۲۴:

$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} Z_{ijk}^s + \delta_i^{3s} = 1 \qquad \forall i\in I, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۲۵:

$$X_{ijk}^s + \delta_{ijk}^{4s} = Z_{ijk}^s \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۲۶:

$$\sum_{i\in I} D_i^s X_{ijk}^s + \delta_{jk}^{5s} = C_{jk}^s \qquad \forall j\in J, \forall k\in K, s\in S$$

رابطه‌ی ۲۷:

$$C_{jk}^s + \delta_{jk}^{6s} = u_k Y_{jk}^s \qquad \forall j\in J, k\in K, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۲۸:

$$Y_{jk}^s \in \{0,1\} \qquad \forall j\in J, k\in K, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۲۹:

$$Z_{ijk}^s \in \{0,1\} \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۳۰:

$$C_{jk}^s \geq 0 \qquad \forall j\in J, k\in K, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۳۱:

$$X_{ijk}^s \geq 0 \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K, s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۳۲:

$$\theta_{1s}\geq 0;\ \theta_{2s}\geq 0 \qquad \forall s\in\Omega$$

رابطه‌ی ۳۳:

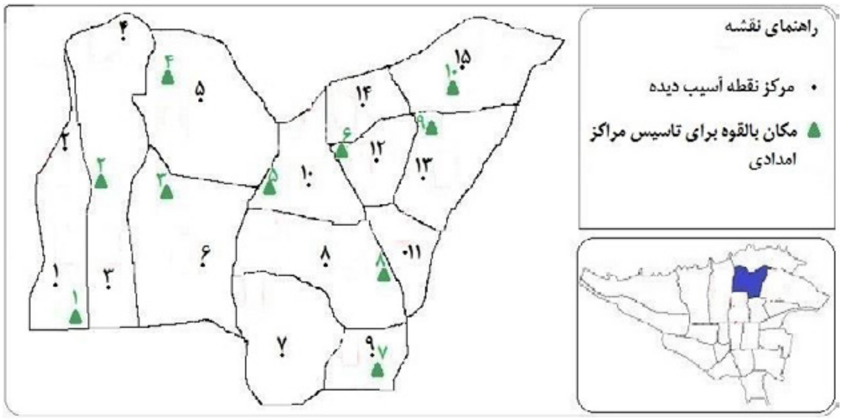
$$\delta_{ijk}^{ts}\geq 0 \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K, s\in\Omega, t\in\{1,\ldots,6\}$$

تئوری و محاسبات

سیل یکی از رویدادهای طبیعی است که هر ساله موجب بروز تلفات انسانی، دامی و خسارات به ساختمان‌ها، تأسیسات، باغات، کشتزارها و منابع طبیعی می‌شود. شهر تهران با تفاوت‌های ساختاری در بافت فیزیکی و کالبدی شهر، آسیب‌پذیری‌های جانی و خسارت مالی متفاوتی را در برابر سیلاب‌های شهری تجربه می‌کند. طبق آمار از سال ۱۳۳۳ تا سال ۱۳۷۴ بر اثر ۳۲ رویداد سیل، ۲۷۴۱ نفر کشته و هزاران نفر آواره شده‌اند. منطقه‌ی ۳ کلان‌شهر تهران به‌منزله‌ی مطالعه موردی انتخاب شده است، چرا که این منطقه در معرض تهدید سه حوزه‌ی کوهستانی دربند، گلاب دره و سعدآباد و دو زیر حوزه‌ی مقصود بیک و غیاث وند قرار دارد. همچنین شیب

جدول ۵: اسامی محلات به همراه شماره‌ی نقاط آسیب‌دیده در هر محله مربوط به منطقه‌ی ۳ تهران [نگارندگان]

اسامی محلات	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
	اراضی عباس آباد	کاووسیه	امانیه	آرارات(۲)	آرارات(۱)	ونک(۲)	ونک(۱)
۸	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
داوودیه	رستم آباد و اختیاریه	درب دوم	دروس	قلهک	قبا	حسن آباد	سیدخندان



تصویر ۳: منطقه‌ی مورد مطالعه [نگارندگان]

قابل محسوس این منطقه که از شمال به جنوب است موجب افزایش خسارت احتمالی در پایین‌دست منطقه می‌شود. منطقه‌ی ۳، از مناطق شمالی کلان‌شهر تهران است که دارای ۶ ناحیه و ۱۳ محله است و وسعتی معادل ۲۰۸/۳۱ کیلومتر مربع دارد که بر اساس آمار سال ۱۳۹۰ جمعیت آن معادل ۲۹۳۱۸۱ نفر است. نقشه‌ی این منطقه با جزئیات مطابق با جدول ۵ و تصویر ۳ است. به‌منظور اعتباردهی مطالعه‌ی موردی و همچنین برنامه‌ریزی دقیق در منطقه‌ی سه تهران، به‌طور عمده از پژوهش‌های صفاری و همکاران [۳۸] و قهرودی و همکاران [۳۹] استفاده شده است.

به نظر خبرگان سه سناریو بارش شدید، بارش متوسط و بارش کم ($\Omega=\{1,2,S=3\}$) با احتمالات ۰/۳، ۰/۵ و ۰/۲ (p_s) برای میزان تقاضا به امداد در نظر گرفته شده است. در این مطالعه‌ی موردی مفروضات به‌طور کامل به شرح زیر است:

۱. در این منطقه ۱۵ مکان پرجمعیت به‌منزله‌ی نقطه‌ی آسیب (i= 1,…,I=15) در نظر گرفته شده است که در جدول ۵ و تصویر ۳ نشان داده شده‌اند.
۲. ۱۰ مکان بالقوه برای تأسیس مراکز امدادی (j= 1,…,J=10) در مکان‌هایی که احتمال خرابی ناشی از سیل کم است در نظر گرفته شده است. مکان‌های کاندید بر روی تصویر ۳ نشان داده شده‌اند.
۳. برای محاسبه‌ی میزان مسافت‌ها بین دو نقطه‌ی مبدأ و مقصد (منظور از مبدا هر یک از نقاط کاندید برای احداث مرکز امداد و مقصد هر یک از ۱۵ نقطه کانون تقاضا است)، کوتاه‌ترین مسافت با توجه به مسیرهای اصلی (بزرگراه‌ها و شریان‌های اصلی) یعنی d_{ij}ها به‌دست آمده است. گفتنی است که برای محاسبه‌ی

جدول ۶: مسافت بین نقاط تقاضا و کاندید برای احداث مراکز امدادی بر حسب کیلومتر [نگارندگان]

نقاط کاندید امداد	نقاط تقاضا														
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱	۲،۵۶	۳،۵	۲،۲۷	۵،۵۷	۴،۴۸	۲،۹۵	۴،۷۵	۶،۵۷	۵،۹۳	۷،۸	۸،۴	۸،۲	۹،۴۴	۸،۳۵	۹،۷۱
۲	۱،۸۷	۰،۹۶	۱،۱۲	۳،۴۴	۳،۷۹	۴،۲۹	۴،۸۱	۶،۵۷	۷،۶۹	۷،۵۵	۸،۴۱	۷،۹۵	۹،۳۲	۷،۷	۸،۹۷
۳	۳،۱۳	۲،۴۵	۲،۳۶	۵،۲	۱،۹۴	۳،۱۷	۳،۵۹	۵،۳۲	۶،۹۴	۵،۴۷	۶،۳۱	۶،۲۱	۷،۵۳	۵،۹۵	۷،۳۷
۴	۷،۰۷	۶،۳۷	۶،۱۴	۳،۹۲	۶،۰۱	۵،۶	۴،۸۴	۶،۵۶	۸،۸	۴،۴۵	۶،۴۱	۵،۱۹	۶،۵۳	۴،۹۵	۶،۲
۵	۷،۲۸	۶،۶۳	۶،۱۲	۷،۹۸	۶،۱۵	۵،۶۳	۳،۹۷	۱،۹۲	۴،۵۷	۱،۳۹	۳،۱	۲،۶	۴،۶	۲،۴	۴،۴۲
۶	۷،۶۳	۶،۷۱	۶،۵۶	۷،۵۸	۶،۴۹	۵،۱۸	۴،۲۲	۲،۶۶	۴،۱۱	۰،۷۳	۲،۳۸	۱،۱۹	۳،۲۶	۱،۳۸	۴
۷	۷،۸۳	۷،۸۶	۶،۷۷	۱۰،۱	۷،۷۸	۶،۱۴	۴،۵	۵،۴۶	۱،۲۳	۵،۵۵	۳،۵۳	۴،۷۸	۴،۶۳	۵،۷۶	۶
۸	۷،۴۷	۷،۱۷	۵،۹۸	۹،۴۳	۶،۶۷	۴،۹	۴،۱۳	۳،۵۵	۱،۹	۳،۳	۱،۷۸	۲،۵۵	۲،۹	۳،۲۸	۴،۴۸
۹	۸،۵۶	۷،۸۷	۷،۶	۸،۵۸	۸،۲۷	۷،۱	۶،۱	۴،۴۴	۴،۸۴	۲،۵۷	۳،۶	۲،۵۷	۱،۱	۱،۷۴	۱،۹۳
۱۰	۸،۷۷	۷،۸۶	۷،۸۲	۸،۸۹	۸،۵۳	۷،۶	۶،۴۶	۴،۸۳	۵،۹۲	۳،۰۷	۳،۹۵	۲،۹۶	۲،۵۳	۲،۲۵	۰،۶۷

جدول ۷: تقاضای نقاط مختلف به تفکیک [نگارندگان]

نقطه آسیب	$(D_i^{s=1}, D_i^{s=2}, D_i^{s=3})$	نقطه‌ی آسیب	$(D_i^{s=1}, D_i^{s=2}, D_i^{s=3})$	نقطه‌ی آسیب	$(D_i^{s=1}, D_i^{s=2}, D_i^{s=3})$
۱	(۴۲۸۰،۶۴۲۰،۸۵۶۰)	۶	(۸۴۱۴،۱۲۶۲۲،۱۶۸۲۹)	۱۱	(۵۲۳۱،۷۸۴۷،۱۰۴۶۳)
۲	(۴۲۸۰،۶۴۲۰،۸۵۶۰)	۷	(۲۶۸۸،۴۰۳۲،۵۳۷۶)	۱۲	(۳۸۸۸،۵۸۳۲،۷۷۷۶)
۳	(۴۹۸۲،۷۴۷۳،۹۹۶۴)	۸	(۱۶۸۱۹،۲۵۲۲۹،۳۳۶۳۹)	۱۳	(۹۰۲۹،۱۱۲۸۷،۱۵۸۰۱)
۴	(۴۹۸۲،۷۴۷۳،۹۹۶۴)	۹	(۱۱۴۵۰،۱۷۱۷۶،۲۲۹۰۱)	۱۴	(۵۳۵۶،۸۰۳۵،۱۰۷۱۳)
۵	(۱۰۵۴۵،۱۵۸۱۷،۱۸۴۵۴)	۱۰	(۵۸۲۴،۸۸۳۷،۱۱۶۴۹)	۱۵	(۱۳۵۳۸،۲۰۳۰۷،۲۷۰۷۶)

این مسافت‌ها از سامانه‌ی مسیریاب تهران (سایت مسیریاب تهران) استفاده شده است. مسافت بین نقاط تقاضا (کانون حادثه) و نقاط کاندید برای احداث مراکز امداد در جدول ۶ نشان داده شده است.

۴. میزان پارامتر تقاضا برای امداد در هر یک از ۱۵ نقطه‌ی تقاضا به تفکیک سناریوهای مختلف (D_i^s) در جدول ۷ با توجه به جمعیت ساکن در منطقه و احتمال آسیب به آن‌ها در هر سناریو ارائه شده است. برای این منظور میزان آسیب‌پذیری هر نقطه در جمعیت ساکن منطقه ضرب شده است.

۵. دو نوع مرکز امدادی در نظر گرفته شده است ($k=1,K=2$) که اولین مرکز دارای خدمات فوری امدادی (سرعت بیشتر) و دومین مرکز دارای خدمات معمولی امدادی (سرعت متوسط) است.

۶. با توجه به نظر خبرگان و کارشناسان هزینه‌ی تأسیس هر مرکز امدادی (f_k) نوع یک، ۳ میلیارد ریال و نوع دو، ۲ میلیارد ریال در نظر گرفته شده است.

۷. هزینه‌ی ایجاد ظرفیت و نگهداری اقلام برای مراکز امدادی (b_k) نوع اول و دوم به ترتیب ۲۰ و ۱۵میلیارد ریال و هزینه‌ی حمل‌ونقل برای هر بسته امدادی از مراکز نوع اول و دوم به ازای هر کیلومتر (g_k) به ترتیب ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰ ریال در نظر گرفته شده است.

۸. بر اساس سرعت خدمت‌دهی هر یک از دو نوع مراکز امدادی که می‌توان در یک نقطه‌ی کاندید احداث کرد و فاصله‌ی آن تا نقطه‌ی حادثه، مقادیر ضریب پوشش (α_{ijk}) به صورت جدول ۸ محاسبه شده است. ردیف اول شامل (j,k) به ترتیب نام نقطه‌ی کاندید (۱ تا ۱۰) و نوع مرکز امداد (۱ یا ۲) است و ستون اول بیانگر کلیه‌ی ۱۵ نقطه‌ی حادثه (i) است. مقدار صفر درج شده در اولین سلول این جدول ($\alpha_{111}=0$) نشان‌دهنده‌ی آن است که اگر در نقطه‌ی کاندید ۱، مرکز نوع یک احداث شود، با توجه به سرعت رسیدن به محل حادثه و فاصله‌ی آن، زمان رسیدن از حد تعریف شده بیشتر است.

به این ترتیب کلیه‌ی پارامترهای مدل ریاضی ارائه شده برای مکان‌یابی مراکز امداد با عدم قطعیت بر اساس واقعیت‌های منطقه‌ی ۳ تهران تعیین شده است. مدل بهینه‌سازی استوار مربوطه با پارامترهای این مطالعه‌ی موردی بازنویسی شده است. با توجه به اینکه در این مسئله دو تابع هدف وجود دارد، مسئله یک مدل ریاضی دو هدفه با توابع هدف غیرخطی (به دلیل وجود

جدول ۸: ضریب پوشش مناطق [نگارندگان]

	(۱،۱)	(۱،۲)	(۲،۱)	(۲،۲)	(۳،۱)	(۳،۲)	(۴،۱)	(۴،۲)	(۵،۲)	(۶،۱)	(۶،۲)	(۷،۱)	(۷،۲)	(۸،۱)	(۸،۲)	(۹،۱)	(۹،۲)	(۱۰،۱)	(۱۰،۲)
۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱
۲	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۰
۳	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰
۴	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۰
۵	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۰
۶	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰
۷	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۰
۸	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۹	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۰
۱۰	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰
۱۱	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱
۱۲	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱۳	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۱
۱۴	۰	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۱
۱۵	۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱

جدول ۹: نتایج محاسباتی برای حالت محدودیت بودجه در دسترس [نگارندگان]

مقدار بودجه در دسترس	مقدار پوشش	تعداد مراکز امدادی تأسیس‌شده	نقاط انتخابی جهت تأسیس مراکز امدادی نوع ۱	نقاط انتخابی جهت تأسیس مراکز امدادی نوع ۲
۱۰۰ درصد	٪۸۱	۷	۱و۴و۵و۸	۶و۷و۹
۹۵ درصد	٪۷۵	۷	۱و۳و۵و۸	۶و۷و۱۰
۹۰ درصد	٪۵۹	۶	۱و۴و۸	۳و۷و۱۰
۸۵ درصد	٪۵۴	۵	۴و۶و۱۰	۳و۷
۸۰ درصد	٪۴۸	۴	۸و۱۰	۳و۷

جدول ۱۰: نتایج محاسباتی برای حالت محدودیت پوشش [نگارندگان]

مقدار پوشش	مقدار بودجه در دسترس (۱۰^۱۸*)	تعداد مراکز امدادی تأسیس‌شده	نقاط انتخابی جهت تأسیس مراکز امدادی نوع ۱	نقاط انتخابی جهت تأسیس مراکز امدادی نوع ۲
۱۰۰ درصد	۰/۲۳۳۱۴۷	۷	۴و۶و۸	۱و۳و۹و۱۰
۹۵درصد	۰/۱۴۴۸۵۱	۶	۴و۶	۳و۹و۱۰
۹۰درصد	۰/۱۱۲۴۵۱	۵	۴و۶	۳و۸و۱۰
۸۵ درصد	۰/۰۷۴۵۱۲	۵	۶و۸	۳و۵و۱۰
۸۰ درصد	۰/۰۵۱۴۷۲	۴	۶و۸	۳و۵

دو تابع قدرمطلق) و محدودیت‌های خطی است. برای خطی‌سازی توابع هدف (حذف توابع قدرمطلق) از رویکرد استفاده شده در رابطه‌ی ۱۶ استفاده شده است. روش‌های حل این نوع مسائل به دو دسته روش‌های دقیق و فراابتکاری تقسیم می‌شوند. از آنجا که ابعاد مسئله زیاد نیست و روش‌های دقیق می‌توانند آن را حل کنند، از روش محدودیت اپسیلون برای حل مدل مذکور استفاده شده است.

برای حل مدل چند هدفه با توابع هدف $f_i(X)$ به کمک روش محدودیت اپسیلون (ε-constraint)، مطابق رابطه‌ی ۳۴ یکی از توابع هدف به انتخاب تصمیم‌گیرنده به عنوان تابع هدف مسئله تک هدفه قرار می‌گیرد. سایر توابع هدف به عنوان محدودیت‌ها در مسئله تک هدفه قرار خواهند گرفت. به این ترتیب مسئله چند هدفه به یک مسئله تک هدفه تبدیل می‌شود که با روش‌های مرسوم قابل حل است.

رابطه‌ی ۳۴:
$$Optimize\ (Min\ or\ Max)\quad f_i(X)$$
$$\text{subject to:}$$
$$f_j(x) \geq \varepsilon_j \quad j = 1,2,\ldots,\text{p and } j \neq i$$
$$X \in S$$

با انتخاب هریک از توابع هدف مسئله‌ی چند هدفه به‌منزله‌ی تابع هدف مدل ۳۴ و تغییر مقادیر سمت راست (RHS) محدودیت‌های توابع هدف (ε_j) راه‌حل‌های کارآمد مسئله[31] به دست می‌آید.

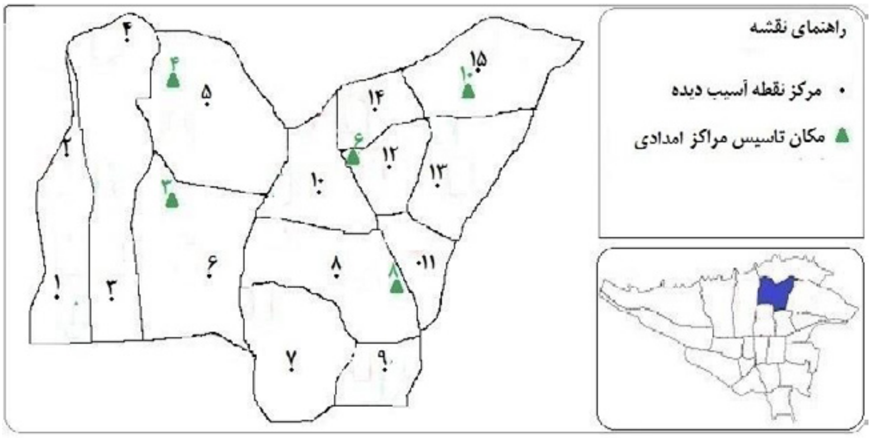
بحث و نتایج

به دلیل اهمیت تابع هدف اول (میزان بیشتر پوشش) این تابع در مدل ۳۴ به‌منزله‌ی تابع هدف اصلی انتخاب شده و تابع هدف دوم که بیانگر بودجه و هزینه‌های مربوطه است در محدودیت‌های مدل ۳۴ قرار گرفته است. مسئله‌ی تک هدفه‌ی مذکور با مفروضاتی که شرح داده شد، با استفاده از حل‌کننده CPLEX 24.1 در نرم‌افزار GAMS حل و نتایج در قالب جداول زیر ارائه شده است.

همان‌طور که در جدول ۹ نشان داده شده، با افزایش مقدار بودجه‌ی در دسترس (مقدار سمت راست تابع هدف دوم که در مدل ۳۴ به‌منزله‌ی محدودیت ارائه شده) به دلیل افزایش تعداد مراکز امدادی شاهد افزایش مقدار پوشش به وجود آمده هستیم. از طرفی با افزایش تعداد مراکز امدادی مشاهده می‌شود که مدل نقاطی را برای مرکز نوع ۱ و نوع ۲ انتخاب می‌کند که این امر برای خدمت‌رسانی بهتر است. لذا مشاهده می‌شود که تابع هدف اول و تابع هدف دوم دارای تضاد هستند. این تضاد در اهداف و دستیابی به نتیجه‌ی انتظاری می‌تواند بیانگر درستی مدل پیشنهادی باشد.

در رویکرد دیگری، تابع هدف هزینه به‌منزله‌ی تابع هدف اصلی در مدل ۳۴ قرار داده شده و تابع هدف میزان پوشش مناطق در محدودیت‌ها قرار گرفته است. جدول ۱۰ نتایج اجرای مدل را با داده‌های مطالعه‌ی موردی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است هرچقدر تصمیم‌گیرندگان بخواهند پوشش منطقه‌ی آسیب‌دیده را بیشتر کنند، نیاز به تأسیس بیشتر مراکز امدادی دارند و در پی این تأسیس بیشتر، هزینه‌های سیستم لجستیک نیز بیشتر می‌گردد.

با توجه به نظر خبرگان و کارشناسان حالت ۹۰ درصد پوشش در جدول ۱۰ به‌منزله‌ی راه‌حل مطلوب از میان راه‌حل‌های پیشنهادی جداول ۹ و ۱۰ انتخاب شده است. همان‌طور که در جدول ۱۰ نیز نشان داده شده، برای این راه‌حل نیاز به پنج مرکز که دوتای آن از



تصویر ۴: مکان‌های تاسیس مراکز امدادی [نگارندگان]

جدول ۱۱: تخصیص نقاط آسیب‌دیده به مراکز امدادی [نگارندگان]

نقطه آسیب / مرکز امدادی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۴	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۰
۳	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۸	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱

نوع ۱ (با هزینه‌ی تأسیس و سرعت خدمت‌رسانی کمتر) و سه مرکز نوع دو (با هزینه و سرعت خدمت‌رسانی بالاتر) است. تصویر زیر مکان‌های تأسیس مراکز امدادی در این حالت را نشان می‌دهد.

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، در این حالت مدل مراکز را طوری احداث کرده است که هم پوشش مناسبی به منطقه بدهند و هم هزینه‌های سیستم را مدنظر خود داشته باشند. می‌توان گفت اهمیت تابع هدف اول و دوم در این حالت به یک اندازه است.

همچنین از دیگر خروجی‌های این مدل پاسخ به این سؤال است که هر کدام از مناطق به کدام مراکز امدادی تخصیص یابند. در جدول ۱۱ تخصیص هر نقطه‌ی پانزده‌گانه به پنج مرکز امدادی با اعداد یک نشان داده شده است. مثلاً نقطه‌ی آسیب‌دیده‌ی ۱ به مرکز امدادی شماره‌ی ۳ تخصیص پیدا می‌کند. شایسته است که با توجه به جدول ۱۰ مرکز امدادی شماره‌ی ۳ از نوع دوم یعنی معمولی باشد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دو هدفه برای حل یکی از مسائل مدیریت بحران ارائه شده است تا مکان و ویژگی‌های مراکز امدادی مورد نیاز برای ارائه‌ی خدمت به مناطق تحت پوشش در شرایط بحران را تعیین کند. تابع هدف اول مدل ریاضی ارائه شده حداکثر کردن پوشش مناطق آسیب‌دیده و تابع هدف دوم حداقل کردن هزینه‌های لجستیک امداد شامل هزینه‌های احداث مراکز، نگهداری بسته‌های امدادی و هزینه‌های انتقال از مراکز امداد به مناطق حادثه‌دیده است. هر چند تابع هدف اول یعنی خدمت‌رسانی در کمترین زمان ممکن به حادثه‌دیدگان نسبت به هزینه‌ها در اولویت بالاتری است اما توجه به هزینه‌ها در کنار آن در مدل ریاضی ارائه شده مهم است. برای اینکه دنیای واقعی دارای شرایط عدم قطعیت است، مدل به‌صورت برنامه‌ریزی تصادفی-استوار ارائه شده است. عدم قطعیت مربوط به تقاضا به امداد در هر یک از نقاط و نواحی شهری است. یقیناً قبل از حوادث نمی‌توان میزان جمعیت مورد نیاز به امداد را تعیین کرد، زیرا تقاضا تابع شدت حادثه و جمعیت منطقه است. لذا تعدادی سناریو شامل انواع حوادث با جمعیت تقاضا برای امداد به همراه احتمال رخداد آن‌ها تعریف شده است. در کنار لحاظ کردن عدم قطعیت تقاضا، این قابلیت در مدل ریاضی فراهم شده تا مراکز امدادی متنوعی با سرعت‌های متفاوت خدمت‌دهی احداث شود و حداکثر زمان رسیدن به کانون تقاضا در هر نقطه تقاضا از مقدار معلومی بیشتر نباشد. مدل پیشنهادی قادر به تعیین همزمان تعداد، مکان احداث، نوع مرکز امداد و ظرفیت آن‌ها به همراه میزان پوشش‌دهی هر مرکز (تعیین مراکز تحت پوشش یک مرکز امدادی) است. برای حل دو هدفه‌ی مدل از روش تابع هدف کران‌دار یا روش اپسیلون محدودیت استفاده شده و قابلیت اجرای آن بر روی یک مثال عددی آزمون شده است. همچنین برای سنجش میزان کارایی مدل و اعتبار سنجی آن، مطالعه‌ی موردی در منطقه‌ی سه تهران که سابقه‌ی بحران سیل را دارد، پیاده‌سازی گردید و نتایج نشان داد که توابع هدف دارای تضاد می‌باشند به این مفهوم که هرچقدر تصمیم‌گیرندگان بخواهند پوشش خدماتی بیشتری به منطقه آسیب‌دیده بدهند نیاز است تا هزینه‌ی بیشتری متحمل شوند.

پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آتی، نقاط تقاضا به‌صورت پیوسته به‌جای نقاط گسسته درنظر گرفته شود و رفتار تصادفی پارامترهای مدل نیز وارد مدل ریاضی شود.

پی‌نوشت

1. Alfred Weber
2. Topological characteristics
3. Features of facilities
4. Demand patterns
5. Supply chain type
6. Time horizon
7. Input parameters
8. Median problems
9. Center problems
10. covering
11. Maximal covering
12. Maximal Covering Location Problem
13. Generalized Maximal Cover Location Problem
14. Partial coverage
15. Big Triangle Small Triangle
16. All or nothing coverage
17. Individual coverage
18. Fixed coverage radius
19. The gradual cover model
20. The cooperative cover model
21. planar
22. Mixed integer non-linear programming
23. Disaster Recovery Centers
24. Noisy Data
25. Structural Constraints
26. Control Constraints
27. Control Variables
28. Robust Solution
29. Infeasibility
30. Tradeoff
31. Optimal Pareto front

منابع

۱. توکلی مقدم، رضا؛ صمیمی، یاسر، اسماعیلی، حمید؛ عظیم‌زاد، نیما (۱۳۸۴). بررسی و مقایسه‌ی عملکرد روش‌های ابتکاری برای حل مدل مکان‌یابی Maximal Covering. *چهارمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع*.

2. Rvelle, C., Marks, D. and Leibman, J.C. (1970). An analysis of private and public sector location models, *Management Science*, 16(11): pp. 692-707.

3. Apta, A. (2009). Humanitarian logistics: A new field of research and action. Foundations and Trends in Technology, *Information and Operation Management*, 3(1): pp .1-100.

4. Jia, H., Ordonez, F. and Dessouky M. (2007). A modeling framework for facility location of medical services for large-scale emergencies. *IIE Transactions*, 39(1): pp. 41-55.

5. Toregas, C., Swain, R., ReVelle, C. and Bergman, L. (1971). The location of emergency service facilities. *Operations Research*, 19(6): pp. 1363-1373.

6. Church, R. and Velle, C.R. (1974). The Maximal Covering Location Problem. *Papers in Regional Science*, 32(1): pp.101-118.

7. Berman, O., Drezner, Z., Krass, D., Wesolowsky, G.O. (2009), The variable radius covering problem. *European Journal of Ooerational Research*, 196(2): p.516-525.

8. Hakimi, S.l. (1965). Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems. *Operation Research*, 13: pp. 447-462.

9. Berman, O. and Krass D. (2002). The generalized maximal covering location problem. *Operations Research*, 29(6): pp. 563-581.

10. Berman, O. and Krass, D., and Drezner, Z. (2003). The gradual covering decay location problem on a network. European Journal of Operational Research, 151(3): pp.474-480

11. Drezner, T. and Wesolowsky G.O. (2004). The gradual covering problem. *Naval Research Logistics (NRL)*, 51(6): pp.841-855

12. Drezner, T. and Goldstein, Z. (2010). A stochastic gradual cover location problem. *Naval Research Logistics (NRL)*, 57(4): pp. 367-372.

13. Berman, O. and Krass, D. and Wang, J. (2011). The probabilistic gradual covering location problem on a network with discrete random demand weights. *Operation Research*, 38(11): pp. 1493-1500.

14. Berman, O., Drezner Z. and Krass D. (2011). Generalized coverage: New developments in covering location models. *Operation Research*, 37(10): pp. 1675-1687.

15. Jabalameli, M.S., Tabrizi, B.B., and Javadi, M.M. (2010). Capacitated Facility Location Problem with Variable Coverage Coverage Radius in Distribution System. *International Journal of Industrial Engineering*, 21(4): pp. 231-237.

16. Jabalameli, M.S., Tabrizi, B.B., and Javadi, M.M. (2011). A Simulated Annealing method to solve a generalized maximal covering location problem. *International Journal of Industrial Engineering*. 2(2): pp. 439-448.

17. Fazel Zarandi, M.H., Davari, S. and Haddad Siasakht, S.A. (2011). The large scale maximal covering location problem. *Scientia Iranica*, 18(6): pp.1564-1570

18. Bashiri, M. and Fotuhi, F. (2009). A cost-based set-covering location allocation problem with unknown covering radius. IEEM 2009, *IEEE Internatonal Conference on In Industrial Engineering and Engineering Management.*

19. Meng, S. and Shia B.C. (2012). Set covering location models with stochastic critical distances. Operational

9(8): pp. 1511-1531.

33. Ye, H. and Kim, H. (2016). Locating healthcare facilities using a network-based covering location problem. *GeoJourna*, 81(6): pp. 875-890.

34. Mulvey, J.M., Vanderbei, R.J. and Zenios S.A. (1995). Robust optimization of large-scale systems. *Operation Research*, 43(2): pp. 264-281.

35. Leung, S., Tsang, S., Ng, W.L. and Wu, Y (2007). A robust optimization model for multi-site production planning problem in an uncertain environment, *European Journal of Operational Research*, 181: pp. 224–238.

۳۶. یحیی‌زاده اندواری، یلدا؛ الفت، لعیا؛ امیری، مقصود (۱۳۹۵). رویکرد بهینه‌سازی استوار در انتخاب تأمین کننده و تخصیص سفارش، *مطالعات مدیریت صنعتی*، سال چهاردهم، شماره ۴۰، ص. ۵۲-۲۵.

37. Yu, C.S and Li, H.L. (2000). A robust optimization model for stochastic logsistic problems, *Internatioanl Journal of Production Economics*, 64: pp. 385-397.

۳۸. صفاری، امیر؛ ساسان‌پور، فرزانه؛ موسی‌وند، جعفر (۱۳۹۰). ارزیابی آسیب پذیری مناطق شهری در برابر خطر سیل با استفاده از سیستم اطلاعات جغرافیایی و منطق فازی مطالعه موردی: منطقه ۳ تهران، *نشریه‌ی تحقیقات کاربردی علوم جغرافیایی*، جلد ۱۷ ، شماره ۲۰ ص. ۱۵۰-۱۲۹.

۳۹. قهرودی تالی، منیژه؛ ثروتی، محمدرضا؛ صرافی، مظفر؛ پورموسوی، موسی؛ درفشی، خه بات. (۱۳۹۱). ارزیابی آسیب پذیری ناشی از سیلاب در شهر تهران، *فصلنامه‌ی علمی امداد و نجات*، دوره ۴ ، شماره‌ی ۳ ، ۷۹-۹۲.

Research Society, Oline.

20. Viswanath K. and Peeta S. (2003). Multicommodity maximal covering network design problem for planning critical route for earthquake response, Transportation Research Record: *Journal of the Transportation Research Board,* 1857(01): pp. 1-10.

21. Dekle, J., Lavieri, M.S., Martin, E., Emir-Farinas, H. and Francis, R. (2005). A Florida country locates disaster recovery centers, *Interfaces*, 35(2): pp. 133-139.

22. Hale, T. and Moberg C.R. (2005). Improving supply chain disaster preparedness: A decision process for secure site location, *International Journal of Physical Distribution & Logestics Managemnet*, 35(3): pp. 195-207.

23. Bleik, B. and Beamon B.M (2008), Facility location in humanitarian relief. *International Journal of Logistics*, 11(2): pp. 101-121.

24. Beraldi, P. and Bruni M.E. (2009). A probabilistic model allpied to emergency service vehicle location. *European Journal of Operational Research*, 196(1): pp. 323-331.

25. Pan, A. (2010). The applications of maximal covering model in Typhoon Emergency shelter Location problem, *IEEE International Conference on in Industrial Engineering and Engineering Management*.

26. Nolz, P.C., Samet, F. and Doerner K.F. (2011), Risk approaches for delivering disaster relief supplies. *OR spectrum*, 33(3): pp. 543-569.

27. Murali, P., Ordonez, F. and Dessouky M.M. (2012). Facility location under demand uncertainty: Response to a large-scale bio-terror attack, *Socio-Economic Planning Sciences*, 46(1): pp.78-87.

28. Li, X., Zhao, Z., Zhu, X. and Wyatt, T. (2011), Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review. *Mathematical Methods of Operations Research*, 74(3): pp. 281-310.

29. Toro-diaz, H., Mayorga, M. E., Chanta, S., McLay, L.A., (2013). Joint location and dispatching decisions for Emergency Medical Services. *Computers & Industrial Engineering 64*: pp. 917–928.

30. Barzinpour, F. and Esmaeili, V., (2013). A multi-objective relief chain location distribution model for urban disaster management. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, DOI 10.1007/s00170-013-5379-x

31. Esmaeili, V., Barzinpour, F., (2014). Integrated decision making model for urban disaster management: A multi-objective genetic algorithm approach. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 5(11): pp.55-70.

32. Grannan, B.C., Bastian, N.D., and McLay L.A. (2015). A maximum expected covering problem for locating and dispatching two classes of military medical evacuation air assets. *Optimization Letters,*