فصلنامه علمی- پژوهشی مدیریت دارایی و تأمین مالی
سال پنجم، شماره دوم، شماره پیاپی (۱۷) تابستان ۱۳۹۶
تاریخ دریافت: ۹۴/۳/۸ تاریخ پذیرش: ۹۴/۱۲/۵
صص: ۱۲۸ – ۱۱۳

A Robust Model with Adjustable Conservatism Level for Index Fund Construction in Tehran Stock Exchange

Mohammad Mahdi Bahrololoum[1*], Maghsoud Amiri[2], MirfeizFallahshams[3]
1- Assistant Professor, Allame Tabatabaei University,Management & Accounting Faculty, Banking & Finance Group
mahdi_ba63@yahoo.com
2- Professor, Allame Tabatabaei University,Management & Accounting Faculty, Industrial Management group
amiri@atu.ac.ir
3- Assistant Professor, Islamic Azad University,Central Tehran branch, Faculty of Management, Business Management Group
fallahshams@gmail.com

Abstract
In this study, the effective strategy of financial assets allocation under uncertainty is investigated with the aim of risk reduction, cost control, transaction volume reduction and favorable return realization. In order to implement this strategy, the formation of an index fund using robust optimization framework and considering cardinality constraint became the agenda. Although asset allocation through an index fund is the basis of all new investment strategies, it is less considered in Iran's capital market and on the other hand, its robust attribute in terms of response to uncertainty in expected return on assets has not yet been studied. Filtering the listed companies based on market capitalization to determine the composition of the portfolio and also modeling the index tracking problem as minimizing the absolute deviation between the expected return of the index fund and that of the benchmark was performed in this study. The results of the analysis imply on the selection of 20 stocks as the index fund composition and the portfolio rebalancing after three months. The results also indicate good performance of the index tracking funds based on criteria such as correlation, root mean square error and the excess return using out of sample data.
Keywords:Index fund, Index tracking, Robust optimization.

ارائهٔ یک الگوی استوار با درجهٔ محافظه‌کاری تنظیم‌شدنی برای تشکیل صندوق شاخصی در بورس اوراق بهادار تهران

محمد مهدی بحرالعلوم[۱*]، مقصود امیری[۲]، میرفیض فلاح شمس لیالستانی[۳]
۱- استادیار، دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده مدیریت وحسابداری، گروه مالی و بانکداری
mahdi_ba63@yahoo.com
۲- استاد، دانشگاه علامه طباطبایی، دانشکده مدیریت و حسابداری، گروه مدیریت صنعتی
amiri@atu.ac.ir
۳- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامیواحد تهران مرکزی، دانشکده مدیریت، گروه مدیریت بازرگانی
fallahshams@gmail.com

چکیده
در این پژوهش، استراتژی تخصیص اثربخش دارایی‌های مالی در شرایط عدم اطمینان با هدف کاهش ریسک، کنترل هزینه، کاهش حجم معاملات و تحقق بازده مطلوب مطالعه شده است. برای پیاده‌سازی این استراتژی، تشکیل صندوق شاخصی با محدودیت عدد صحیح و در چارچوب بهینه‌سازی استوار مدّنظر قرار گرفت. با وجود اینکه تخصیص منابع با یک صندوق شاخصی، اساس تمامی راهبردهای نوین سرمایه‌گذاری است، در بازار سرمایهٔ ایران کمتر به آن توجه شده و نیز ویژگی استواری آن به‌لحاظ پاسخگویی به عدم قطعیت در بازده مدّنظر دارایی‌ها تاکنون مطالعه نشده است. در این پژوهش، غربال‌گری سهام شرکت‌های پذیرش‌شده در بورس برمبنای ارزش بازار برای تعیین اقلام تشکیل‌دهندهٔ صندوق و الگوسازی مسألهٔ ردیابی شاخص به‌صورت کمینه‌سازی قدر مطلق انحراف بین بازده مدّنظر صندوق و شاخص بورس انجام شده است. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها بر انتخاب ۲۰ سهم و بروزرسانی ترکیب صندوق بعد از سه ماه دلالت دارد. همچنین محاسبات انجام‌شده بر عملکرد مناسب صندوق‌های تشکیل‌شده در ردیابی شاخص مبتنی بر معیارهایی چون همبستگی، ریشهٔ دوم میانگین مربعات خطا و بازده مازاد با بهره‌گیری از داده‌های خارج از نمونه تأکید دارد.
واژه‌های کلیدی: صندوق شاخصی، ردیابی شاخص، بهینه‌سازی استوار.

*نویسنده مسؤول
www.SID.ir
Archive of SID

مقدمه

سیاست‌گذاران کلان بازار سرمایه به موازات توسعهٔ کمّی و کیفی این بازار، به طراحی و ارائهٔ ابزارهای مالی نوین برای تأمین علایق متفاوت در انتخاب سرمایه‌گذاری‌ها، بیش از پیش توجه کرده‌اند. در همین راستا قانون توسعهٔ ابزارها و نهادهای مالی جدید و به‌تبع آن راه‌اندازی صندوق‌های سرمایه‌گذاری،[1] امکان جدیدی را برای فعالان بازار سرمایه فراهم کرد تا از مزایای حاصل از تنوع‌بخشی و افزایش نقدشوندگی بهره‌مند شوند. رشد تعداد سرمایه‌گذاران حقیقی و حقوقی در این صندوق‌ها و افزایش حجم منابع سرازیرشده در آنها، تأییدی بر توسعهٔ موفق این نهاد مالی در بازار سرمایه ایران به شمار می‌آید[2]. این در حالی است که توسعهٔ کمّی صندوق‌های سرمایه‌گذاری، ضرورت تنوع‌بخشیدن به انواع صندوق‌ها را برای جذب سلیقه‌های مختلف اجتناب‌ناپذیر کرده است. همچنین تخصیص بهینهٔ منابع مالی، یکی از مهم‌ترین و اصلی‌ترین مسائل در تصمیم‌های سرمایه‌گذاری است و می‌تواند به همراه خود اطمینان سرمایه‌گذار را فراهم کند و کارایی را نیز در بازار افزایش دهد [۲]. ازاین‌رو در شرایط امروز حاکم بر فضای سرمایه‌گذاری بازار سرمایهٔ ایران با مشخصهٔ عدم قطعیت، بهره‌گیری از استراتژی‌های نوین تخصیص منابع که مشخصهٔ اصلی آن کنترل ریسک، دستیابی به بازده مناسب و کاهش حساسیت به عدم قطعیت در داده‌های ورودی است، اهمیتی دو چندان یافته است. با توجه به مزیت‌های سرمایه‌گذاری غیرفعال و محصولات مبتنی بر شاخص، استراتژی مدّنظر در تخصیص دارایی‌ها در این پژوهش بر آن متمرکز شد و ضمن ارائهٔ الگویی برای تشکیل صندوق شاخصی، کاستی‌های الگوهای کلاسیک سرمایه‌گذاری در پاسخگویی به عدم قطعیت نیز با بهره‌گیری از بهینه‌سازی استوار برطرف شد. صندوق شاخصی با دستیابی به بازده مشابه شاخص، کاهش ریسک سرمایه‌گذاری به سطح نظام‌مند و نهادینه‌سازی افق سرمایه‌گذاری بلندمدت به جای عکس‌العمل‌های مستمر به تغییر جهت‌های بازار، پایه و اساس پارادایم نوین سرمایه‌گذاری محسوب می‌شود [۲۲]، نهادی که در بازار سرمایه ایران کمتر به آن توجه شده است. هدف از این پژوهش، ارائهٔ الگویی برای تخصیص بهینهٔ دارایی‌های مالی با تشکیل یک صندوق شاخصی است و جنبهٔ نوآوری آن الگوسازی مسأله با درجهٔ استواری/ محافظه‌کاری تنظیم‌شدنی است. بدین‌منظور مسألهٔ اسمی[3] پژوهش مبنی بر کمینه‌سازی خطای ردیابی صندوق نسبت به شاخص بورس، الگوسازی و در گام بعد، نظیر استوار[4] آن با استفاده از الگوریتم دقیق بهینه‌سازی حل می‌شود. درنهایت تحلیل مقایسه‌ای بین عملکرد صندوق‌های تشکیل‌شده ناشی از حل جداگانهٔ مسألهٔ اسمی و نظیر استوار آن با استفاده از آزمون‌های آماری برای پاسخگویی به فرضیه‌های پژوهش استفاده می‌شود.

در ادامه، ابتدا مبانی نظری و پیشینهٔ پژوهش و سپس روش تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج تجربی بیان می‌شود. در پایان نیز از مباحث مطرح‌شده و یافته‌های پژوهش، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده ارائه می‌شود.

1 Investment funds

۲ پایگاه اطلاع رسانی بازار سرمایه ایران، مدیریت نظارت بر نهادهای مالی سازمان بورس و اوراق بهادار، ۱۳۹۰/۷/۱۸

3 Nominal problem

4 Robust Counterpart

Archive of SID

www.SID.ir

مبانی نظری

منطق زیربنایی برای توسعهٔ یک شاخص، پایش عملکرد بخش‌هایی از بازار مالی مانند بازار سهام، مشتقات مالی یا اوراق بهادار با درآمد ثابت است [۱۸]؛ به‌طور مثال شاخص کل بورس تهران، یک شاخص وزنی از ارزش بازار سهام شرکت‌های پذیرش‌شده در بورس است. سرمایه‌گذاران اغلب به‌دنبال ردیابی و دستیابی به عملکردی مشابه یک شاخص خاص هستند. دلیل این موضوع پتانسیل نسبتاً بالا برای کسب بازده با حداقل ریسک و هزینه‌های معاملاتی و مدیریتی است. در مقابل، دسته‌ای از سرمایه‌گذاران فعال قرار دارند که با بهره‌گیری از تجربه و دانش خود در انتخاب اوراق بهادار و یا زمان‌بندی مناسب تصمیم‌های خرید و فروش به‌دنبال دستیابی به بازده فراتر از شاخص هستند. به‌طور میانگین، سرمایه‌گذاران بازده بازار منهای هزینه‌های معاملاتی را کسب می‌کنند و هرچه فعال‌تر باشند، با هزینه‌های معاملاتی، تأثیرات بازار و هزینه‌های مالیاتی بیشتر مواجه می‌شوند [۱۳]؛ بنابراین سرمایه‌گذاران فعال[1] نه‌تنها باید بر هزینه‌های معاملاتی غلبه کنند، بلکه فرضیهٔ بازار کارا امکان حدس‌زدن صحیح نوسان‌های بازار یا یک سهم خاص در یک بازهٔ زمانی بلندمدت را تقریباً غیرممکن می‌داند. ازاین‌رو ردیابی شاخص بازار با سرمایه‌گذاری در تعداد محدودی از سهام تشکیل‌دهندهٔ آن یا به عبارتی تشکیل صندوق شاخصی، یک استراتژی جذاب سرمایه‌گذاری به شمار می‌آید. در این راستا الیس[2] (۱۹۷۵) در مقاله‌ای با عنوان «بازی بازنده‌ها» نشان داد ۸۵ درصد مدیران فعال نتوانسته‌اند بازده بالاتر از شاخص S&P500 را در یک بازهٔ زمانی ۱۰ ساله به دست آورند [۲۲]. جزئیات بیشتر دربارهٔ مزایا و معایب ردیابی شاخص در مقالهٔ اندرو[3] و همکاران (۱۹۸۶) بررسی‌شدنی است [۱].

علاوه بر انتخاب استراتژی مناسب سرمایه‌گذاری، بهینه‌سازی منابع تخصیص‌پذیر به سبد دارایی‌ها بسیار حائز اهمیت است. به‌طور کلی بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را به دو رویکرد دقیق و تصادفی می‌توان طبقه‌بندی کرد. امروزه استفاده از رویکردهای تصادفی به‌دلیل پیچیده‌شدن محیط و عدم قطعیت پیش روی سرمایه‌گذاران بسیار رواج یافته است که نمونهٔ بارز آن بهینه‌سازی استوار است. این روش برای الگوسازی اثر اغتشاش در داده‌های ورودی و یافتن جواب ممکن برای مسائل برنامه‌ریزی ریاضی به کار می‌رود. بهینه‌سازی استوار با کمی چشم‌پوشی از تابع هدف، موجه‌بودن جواب را تضمین می‌کند؛ به عبارت دیگر در صورت انحراف پارامترهای غیرقطعی الگو نسبت به مقادیر مدّنظر، همچنان جواب موجه است و در محدودیت‌های الگو صدق خواهد کرد [۱۱]. بازده مدّنظر برآوردشده در فرایند تشکیل صندوق شاخصی، پارامتری غیرقطعی و احتمال انحراف بازده واقعی نسبت به آن وجود دارد. ازاین‌رو دستیابی به جواب‌های بهینه‌ای که در مقابل عدم قطعیت در داده‌ها ایمن باشد و به حفظ کیفیت مناسب ردیابی صندوق شاخصی در صورت رخداد حداکثر انحراف منجر شود، دلیل استفاده از این رویکرد بهینه‌سازی در این پژوهش است.

پیشینهٔ پژوهش

در پژوهش‌های مختلف، روش‌های گوناگونی برای ردیابی شاخص پیشنهاد شده است: مید و سالکین[4] (۱۹۹۰)، جانسن و فن دیک[5] (۲۰۰۲) از یک

1 Active investors
2 Ellis
3 Andrews
4 Meade and Salkin
5 Jansen and Van Dijk

Archive of SID

www.SID.ir

تابع هدف درجهٔ دو استفاده کردندکه واریانس بین بازده صندوق و شاخص را کمینه می‌کند [۱۴،۱۶]. برخی دیگر از پژوهشگران تلاش کردند پیچیدگی الگوی ریاضی را با الگوریتم‌های ابتکاری و برآورد جواب‌های خوب و نه لزوماً بهینه مدیریت کنند؛ به‌طور مثال بیزلی[1] و همکاران (۲۰۰۳) از یک الگوریتم ابتکاری تکاملی استفاده کردند که علاوه بر حل مسألهٔ کمینه‌سازی خطای ردیابی غیرخطی، محدودیت هزینه‌های معاملاتی و تعدیل ترکیب صندوق را نیز در بر می‌گرفت [۳]. گیلی و کلزی[2] (۲۰۰۱) از یک الگوریتم ابتکاری پذیرش تا حد آستانه برای کمینه‌سازی خطای ردیابی با درنظرگرفتن محدودیت هزینه‌های معاملاتی استفاده کردند [۱۲]. کولمن[3] و همکاران (۲۰۰۶) کمینه‌سازی خطای ردیابی از درجهٔ دو[4] را با محدودیت عدد صحیح و با بهره‌گیری از یک الگوریتم غیر محدب تدریجی مطالعه کردند. این الگوریتم ابتدا جواب بهینهٔ کلی مسأله را بدون لحاظ‌کردن محدودیت پیدا می‌کند و سپس به‌صورت تدریجی به سمت تعداد دارایی‌های الزام‌شده در مسأله برای تشکیل صندوق، با یک سری جواب‌های بهینهٔ موضعی متمایل می‌شود و درنتیجه به یک جواب تقریباً بهینه دست می‌یابد [۶]. حنیفی و همکاران (۲۰۰۹) از الگوریتم‌های ابتکاری ژنتیک پایه برای حل مسألهٔ کمینه‌سازی خطای ردیابی از درجهٔ دو و تشکیل صندوق شاخصی در بورس اوراق بهادار تهران استفاده و درنهایت به تحلیل مقایسه‌ای آنها اقدام کردند. الگوسازی مسأله با لحاظ‌کردن محدودیت عدد صحیح و ارائهٔ یک معیار غربال‌گری ابتکاری برای افزایش همگرایی الگوریتم پیشنهادی به سمت جواب بهینه انجام شد [۱۳]. روش دیگر کمینه‌سازی خطای ردیابی، تعریف تابع هدف به‌صورت خطی و استفاده از برنامه‌ریزی خطی است. کونو و ویجایاناياک[5] (۲۰۰۱) انحراف مطلق میانگین بین بازده صندوق و شاخص را با استفاده از روش شاخه و کران کمینه کرده و یک الگوی جایگزین را برای انحراف نامطلوب ارائه کردند [۱۵]. رادلف و همکاران[6] (۱۹۹۹) نیز کمینه‌سازی خطای ردیابی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی را در دستور کار قرار دادند و چهار معیار خطی متفاوت از خطای ردیابی را مطالعه کردند [۲۱]. رویکرد متفاوت دیگر برای ردیابی شاخص، استفاده از الگوی میانگین - واریانس مارکویتز و تعریف واریانس به‌عنوان خطای ردیابی نسبت به شاخص مبنا است. رول[7] (۱۹۹۲) خطای ردیابی درجهٔ دو را با استفاده از چارچوب میانگین - واریانس و اضافه‌کردن یک محدودیت در خصوص بتای صندوق شاخصی کمینه کرد [۱۹]. روهودر[8] (۱۹۹۸) یک الگوی مارکوتیز را توسعه دادکه در تابع هدف خود عبارتی مرتبط با هزینه‌های معاملاتی را در بر می‌گرفت. یکی از مشکلات اساسی استفاده از چنین الگوهایی که از بازده مدّنظر استفاده می‌کنند، عدم قطعیت بازده دارایی‌ها و حساسیت الگو به آنها است، به‌گونه‌ای که انحراف کوچک در برآورد پارامترهای الگو به‌اندازهٔ زیادی در اوزان سهام صندوق، بهینه و حتی موجه‌بودن آن تأثیر می‌گذارد [۲۰]. برای غلبه بر این مشکل، چارچوب بهینه‌سازی استوار را برای اولین بار سویستر[9] (۱۹۷۳) معرفی کرد [۲۴]. وی الگویی پیشنهاد کرد بازای کلیّهٔ مقادیر امکان‌پذیر برای پارامترهای غیرقطعی که به مجموعهٔ محدبی تعلق

1 Beasley
2 Gilli and kellezi
3 Coleman
4 Quadratic

5 Konno and Wijayanayake
6 Rudolf
7 Roll
8 Rohweder
9 Soyster

Archive of SID

www.SID.ir

داشت، جواب بهینه و ممکن باقی بماند. بدین‌ترتیب الگوی حاصل بیش از حد محافظه‌کارانه بود؛ زیرا جواب بهینه را بازای تحقق بدترین حالت ممکن برای بردار ضرایب غیرقطعی تولید می‌کرد، به‌گونه‌ای که تا حد زیادی از جواب بهینهٔ مسألهٔ اسمی فاصله می‌گرفت. بن‌تال و نیمروفسکی[1] در سال‌های ۱۹۹۸-۲۰۰۰ و همچنین ال-گوی[2] در بازهٔ زمانی ۱۹۹۸-۱۹۹۹ گام‌های مؤثرتری در زمینهٔ بهینه‌سازی استوار برداشتند. رویکرد پیشنهادی این پژوهشگران، درجهٔ محافظه‌کاری کمتری داشت و شامل حل نظیر استوار می‌شد. در الگوهای پیشنهادی آنها عدم قطعیت به‌صورت بیضوی مدّنظر قرار گرفت. مشکل روش آنها این بود که یک مسأله برنامه‌ریزی خطی را به شکل برنامه‌ریزی درجهٔ دوم یا مخروطی در می‌آورد [۱۰]. برای حل این مشکل برتسیماس و سیم[3] (۲۰۰۴) فرمول‌بندی استواری را ارائه کردند که در آن نظیر استوار یک مسألهٔ برنامه‌ریزی خطی، شکل خطی خود را حفظ می‌کرد، درجهٔ محافظه‌کاری آن کنترل‌شدنی بود و در بهینه‌سازی گسسته نیز کاربرد داشت. منطق زیربنایی رویکرد پیشنهادی آنها این بود که در طبیعت هیچ‌گاه به‌صورت همزمان تمام متغیرهای غیرقطعی، مقادیر بدبینانهٔ خود را اختیار نکرده و حداکثر تعداد مشخصی از آنها نسبت به مقدار اسمی خود نوسان خواهد کرد [۴]. با بهره‌گیری از این رویکرد پیشنهادی، چن و وُن[4] (۲۰۱۲) الگویی استوار برای انتخاب صندوق شاخصی ارائه کردند. الگوی پیشنهادی آنها یک برنامهٔ عدد صحیح بود که شباهت بین دارایی‌های صندوق و شاخص را مبتنی بر معیار همبستگی بیشینه می‌کرد [۵]. اگرچه چارچوب بهینه‌سازی استوار در حوزه‌های مختلف مالی ازجمله مدیریت ریسک و سرمایه‌گذاری به کارگرفته شده ست؛ کاربرد آن در ردیابی شاخص مغفول مانده است. برخی از مطالعات انجام‌شده با حوزه‌هایی نزدیک به پژوهش حاضر معرفی می‌شود: سیفی و همکاران (۲۰۰۴) الگوی یکپارچهٔ استوار در مسألهٔ انتخاب سهام تک‌دوره‌ای را توسعه دادند. در این پژوهش بر چگونگی انطباق الگوی استوار بر تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار و عدم قطعیت نرخ بازده سهام تأکید شد [۲۳]. مدرس و همکاران (۲۰۰۹) بهینه‌سازی استوار سبد مالی دارای اختیار معامله را بررسی کردند. در این پژوهش، کارایی الگوی استوار با درجهٔ محافظه‌کاری کنترل‌شدنی در مقایسه با الگوی استوار بیش‌محافظه‌کارانه با استفاده از ۱۰۰ نوع سهم و حدود ۴۰۰ اختیار معامله آزموده شد [۱۷]. در پژوهش گایورونسکی[5] و همکاران (۲۰۰۵) معیارهای مختلف برای خطای ردیابی به تفصیل بررسی شده است [۹].

با توجه به مبانی نظری و پیشینهٔ‌پژوهش، فرضیه‌های پژوهش بدین شرح ارائه می‌شود:

۱- استفاده از بهینه‌سازی استوار در انتخاب صندوق شاخصی به بهبود عملکرد آن در دورهٔ ارزیابی منجر می‌شود.

۲- تفاوت معناداری بین بازده صندوق شاخصی و شاخص کل بورس تهران وجود ندارد.

۳- بین تعداد سهام موجود در صندوق شاخصی و تحقق بازده مشابه شاخص،[6] ارتباط معنادار وجود دارد.

روش پژوهش

با توجه به هدف این پژوهش مبنی بر کمینه‌سازی خطای ردیابی که تابعی از قدر مطلق اختلاف بین بازده مدّنظر صندوق و شاخص مبنا است (یا دستیابی به

1 Ben-Tal and Nemirovski
2 El Ghaoui
3 Bertsimas and Sim
4 Chen and Kwon

5 Gaivoronski
۶ خطای ردیابی معیار سنجش تحقق بازده مشابه شاخص است.

Archive of SID

www.SID.ir

حداکثر همبستگی بین این دو بردار بازده) پژوهش حاضر را در طبقهٔ پژوهش‌های همبستگی می‌توان دسته‌بندی کرد. جامعهٔ آماری پژوهش مشتمل بر شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است و قلمرو زمانی آن بازهٔ بین سال‌های ۱۳۸۹-۱۳۹۲ را در بر می‌گیرد. روش تحلیل داده‌ها بر برنامه‌ریزی ریاضی متمرکز است و برای تهیهٔ داده‌های ورودی به الگو و حل آن از نرم‌افزار Tseclient2، Excel و Lingo استفاده شده است. مسألهٔ اصلی این پژوهش، تخصیص بهینهٔ دارایی‌ها در یک صندوق شاخصی است؛ به عبارت دیگر جستجوی مجموعه‌ای مناسب از k سهم موجود در شاخص کل بورس تهران و وزن بهینهٔ آنها در زمان T مدّنظر است که بتواند به‌گونه‌ای اثربخش، عملکردی مشابه شاخص را در بازهٔ زمانی (T, T +ε) ایجاد کند [۱]. برای فرموله‌کردن مسأله ابتدا باید نشان‌گذاری انجام‌شده را معرفی و تشریح کرد:

R: بازده مدّنظر شاخص کل

r_i: بازده مدّنظر سهم i ام از مجموعه سهام در اختیار برای تشکیل صندوق شاخصی

k: تعداد سهام تشکیل‌دهندهٔ صندوق شاخصی که براساس ترجیحات سرمایه‌گذار مشخص می‌شود. در این پژوهش مقادیر مختلفی برای k شامل ۵،۱۰،۱۵،۲۰ در نظر گرفته می‌شود.

Z_i: متغیری است که در صورت وجود سهم i ام در صندوق شاخصی معادل ۱ و در غیر این‌صورت برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

W_i: وزن سهم i ام در صندوق شاخصی

برای حل مسألهٔ تشکیل صندوق شاخصی با درنظرگرفتن محدودیت عدد صحیح، ابتدا مسأله به‌صورت زیر فرموله می‌شود:

(۱)

$$Min \mid \sum_{i=1}^{n} r_i w_i - R \mid$$

(۲)

$$Subject\ to:$$

(۳)

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

(۴)

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = k$$

(۵)

$$\mathrm{LB} z_i < w_\mathrm{i} < UB z_i \ , \ i = 1,2,\dots,n$$
$$z_i \in \{0,1\}$$

رابطهٔ (۱) نشان‌دهندهٔ خطای ردیابی و تابع هدف در مسألهٔ مدّنظر است. معادلهٔ دوم و چهارم به محدودیت وزن اقلام تشکیل‌دهندهٔ صندوق و معادلهٔ سوم و پنجم به محدودیت عدد صحیح اشاره دارد. براساس محدودیت (۳) اگر در دارایی i سرمایه‌گذاری شود، مقدار Z_i برابر یک و در غیر این‌صورت برابر صفر می‌شود. پارامتر k نشان‌دهندهٔ تعداد سهامی است که سرمایه‌گذار مایل به سرمایه‌گذاری در آن است؛ بنابراین این محدودیت، سرمایه‌گذاری در k سهم از n سهم را تضمین می‌کند.

برای ارائهٔ الگوی استوار، عدم قطعیت بازده مدّنظر سهام منتخب و شاخص، به‌صورت یک بازهٔ تغییرات خطی و حداکثر به میزان یک انحراف از استاندارد در نظر گرفته می‌شود. این بازهٔ تغییرات چنین تعریف می‌شود:

(۶)

$$U_r = \{\tilde{r_i} \in (E(r_i) - \sigma_{ri}, E(r_i) + \sigma_{ri})\} \quad ,$$
$$U_R = \{\tilde{R} \in (E_R - \sigma_R, E_R + \sigma_R)\}$$

Archive of SID

www.SID.ir

الگوی همتای استوار به دنبال جواب بهینه‌ای است که با توجه به بازهٔ تغییرات مدّنظر برای پارامترهای غیرقطعی الگو، بهترین جواب را در بدترین حالت ممکن حاصل کند. نحوهٔ تبدیل مسأله اسمی به نظیر استوار به‌شکل زیر است:

(۷)

$$\underset{w}{Min}\ \underset{\tilde{r}_i\in U_r,\tilde{R}\in U_R}{Max}\ |\sum_{i=1}^{n}\tilde{r}_i w_i-\tilde{R}\ |$$

برای به‌دست‌آوردن الگوی پیشنهادی به شکل کلاسیک خطی، یک متغیر کمکی $y\geq 0$ به‌عنوان حد بالای انحراف تعریف می‌شود:

(۸)

$$|\sum_{i=1}^{n}\tilde{r}_i w_i-\tilde{R}|\leq y$$

(۹)

$$if\ \tilde{r}_i w_i\geq \tilde{R}\colon |\sum_{i=1}^{n}\tilde{r}_i w_i-\tilde{R}|\leq y\approx \sum_{i=1}^{n}E_{ri}w_i+\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ri}w_i-E_R+\sigma_R\leq y$$

(۱۰)

$$if\ \tilde{r}_i w_i<\tilde{R}\colon |\sum_{i=1}^{n}\tilde{r}_i w_i-\tilde{R}|\leq y\approx \sum_{i=1}^{n}E_{ri}w_i-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ri}w_i-E_R-\sigma_R\geq -y$$

درادامه J به‌عنوان مجموعهٔ دربرگیرندهٔ ضرایب غیرقطعی (بازده مدّنظر سهام انتخاب‌شده و شاخص بورس) و S به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از J با اندازه‌ای برابر Γ نشان‌گذاری می‌شود؛ به عبارت دیگر Γ، درجهٔ محافظه‌کاری و مؤید حداکثر تعداد متغیرهای غیرقطعی الگو است. با توجه به اینکه حداکثر Γ تا از ضرایب غیرقطعی مقادیری غیر از ارزش اسمی خود را اختیار می‌کنند، رابطهٔ (۹) و (۱۰) به‌شکل زیر بازنویسی می‌شود:

(۱۱)

$$Min\ y$$
$$\sum_{i=1}^{n}E_{ri}w_i-E_R+\underset{\{S\subseteq J,|S|=\Gamma\}}{max}\langle\sum_{i\in S}\sigma_{ri}w_i+\sigma_R\rangle\leq y$$

(۱۲)

$$\sum_{i=1}^{n}E_{ri}w_i-E_R-\underset{\{S\subseteq J,|S|=\Gamma\}}{max}\langle\sum_{i\in S}\sigma_{ri}w_i+\sigma_R\rangle\geq -y$$

مسألهٔ بیشینه‌سازی داخلی در رابطهٔ (۱۱) و (۱۲) به‌شکل خطی زیر بازنویسی می‌شود:

(۱۳)

$$\underset{\{S\subseteq J,|S|=\Gamma\}}{max}\langle\sum_{i\in S}\sigma_{ri}w_i+\sigma_R\rangle\xrightarrow{yields}\max\langle\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ri}w_i\alpha_i+\sigma_R\alpha_0\rangle$$
$$s.t:$$
$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i+\alpha_0\leq\Gamma$$
$$\alpha_i,\alpha_0\in\{0,1\}$$

الگوی کمینه‌سازی دوگان معادل بیشینه‌سازی فوق عبارت است از:

(۱۴)

$$Min\sum_{i=1}^{n}v_i+v_0+\Gamma\lambda$$
$$Subject\ to:$$
$$\lambda+v_i\geq\sigma_{ri}w_i\ \ \forall i$$
$$\lambda+v_0\geq\sigma_R$$
$$v_i\geq 0\ \ \forall i$$
$$\lambda\geq 0$$

درادامه، الگوی کمینه‌سازی ۱۴ با الگوی بیشینه‌سازی معادل آن در نامعادلهٔ (۱۱) و (۱۲) جایگزین می‌شود. همچنین برای اعمال محدودیت عدد صحیح یا به عبارتی اعمال عدم قطعیت روی حداکثر Γ

Archive of SID

www.SID.ir

متغیر غیرقطعی انتخاب‌شده (بازده مدّنظر سهام منتخب و شاخص) محدودیت زیر اضافه می‌شود:

(۱۵)

$$v_i \le z_i \quad \forall i$$

در نهایت همتای استوار مسألهٔ پژوهش با درجهٔ محافظه‌کاری کنترل‌شدنی به‌شکل زیر به دست می‌آید:

(۱۶)

$$Min\ y$$
$$Subject\ to:$$
$$\sum_{i=1}^{n} E_{ri}w_i - E_R + \sum_{i=1}^{n} v_i + \Gamma\lambda + v_0 \le y$$
$$\sum_{i=1}^{n} E_{ri}w_i - E_R - \sum_{i=1}^{n} v_i - \Gamma\lambda - v_0 \ge -y$$
$$\lambda + v_i \ge \sigma_{ri}w_i \quad \forall i$$
$$\lambda + v_0 \ge \sigma_R$$
$$v_i \ge 0 \quad \forall i$$
$$v_i \le z_i \quad \forall i$$
$$\lambda \ge 0$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{n} z_i = k$$
$$\mathrm{LB}z_i < w_i < UBz_i \ , \ i = 1,2,\dots,n$$
$$z_i \in \{0,1\}$$

یکی از معیارهای رایج فیلترینگ شرکت‌های پذیرش‌شده در بورس اوراق بهادار برای تشکیل صندوق شاخصی، ارزش بازار سهام آنها است [۸]. بدین‌منظور ۲۰ سهم دارای بیشترین ارزش بازار در تاریخ ۹۱/۸/۱۰ مشخص و سری زمانی تعدیل‌شدهٔ قیمت آنها بر حسب افزایش سرمایه و سود نقدی در بازهٔ ۸۹/۱/۷-۹۱/۸/۱۰ برای محاسبهٔ بازده مدّنظر صندوق شاخصی استفاده شد. بازهٔ زمانی ۹۱/۸/۱۰-۹۲/۱/۵ برای ارزیابی عملکرد صندوق شاخصی در مقایسه با شاخص کل و به‌عنوان دورهٔ آزمون (داده‌های خارج از نمونه) در نظر گرفته شد.

یافته‌ها

در این بخش برای سنجش عملکرد الگوی پیشنهادی، مسأله با اندازه‌های مختلف و تحت سناریوهای متفاوت از درجهٔ محافظه‌کاری با نرم‌افزار Lingo12 حل و جواب‌های حاصل از آن مقایسه می‌شود. میزان سرمایه‌گذاری اولیه برای تشکیل صندوق شاخصی ۱۰ میلیون ریال و حد بالا و پایین میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم به‌دلیل حفظ سطح تنوع صندوق در بازهٔ [۰/۲-۰/۰۱] مفروض شد. برای بررسی رابطهٔ بین تعداد سهام تشکیل‌دهندهٔ صندوق شاخصی و معیارهای عملکردی آن، مسأله با اندازه‌های مختلف حل و بهترین صندوق‌های حاصل تحت سناریوهای مختلف از محدودیت عدد صحیح (k) مقایسه شد:

جدول (۱) تحلیل حساسیت شاخص‌های عملکردی تحت سناریوهای مختلف از محدودیت عدد صحیح

محدودیت عدد صحیح (K)	ضریب همبستگی (ρ)	ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)	متوسط بازده اضافی
۵	٪۴۱/۳۷	۰/۰۰۴۱	٪۰/۳۲
۱۰	٪۵۴/۲۱	۰/۰۰۲۰	٪۰/۱۱
۱۵	٪۷۳/۵۷	۰/۰۰۱۲	٪۰/۱۰
۲۰	٪۷۷/۸۸	۰/۰۰۰۸۶	٪۰/۰۲

Archive of SID

www.SID.ir

همان‌طور که در جدول (۱) مشخص است، با افزایش تعداد دارایی‌های صندوق، معیارهای عملکردی بهبود می‌یابد. علت این موضوع، افزایش شباهت بین ترکیب صندوق و شاخص است که درنتیجه به افزایش ۳۶ درصدی ضریب همبستگی و بهبود دقت ردیابی تا ۱۰ برابر منجر می‌شود. دقت ردیابی برترین صندوق شاخصی تشکیل‌شده (۲۰ سهمی) مناسب است، به‌گونه‌ای که مقدار متناظر آن در پژوهش‌های مشابه بین ۰٫۰۰۰۱- ۰٫۰۰۱ متغیر است [۱۷،۳،۲۴]. نکتهٔ در خور توجه در این میان، نرخ رشد نزولی معیارهای ذکرشده درنتیجهٔ افزایش تعداد سهام است، به‌گونه‌ای که اختلاف بین ضریب همبستگی صندوق ۱۵ سهمی و ۲۰ سهمی صرفاً به حدود ۴ درصد می‌رسد. ازاین‌رو برقراری تعادل بین بهبود شاخص‌های عملکردی و هزینه‌های معاملاتی در نتیجهٔ افزایش تعداد سهام صندوق شاخصی باید همواره مدّنظر مدیران سرمایه‌گذاری قرار گیرد.

برای بررسی آماری رابطهٔ بین تعداد سهام تشکیل‌دهندهٔ صندوق و خطای ردیابی از ضریب همبستگی استفاده شد که مقدار آن برابر ۹۳/۴۰٪- است و سطح معناداری آن ۰/۰۱۶۵ محاسبه شد. با توجه به اینکه سطح معناداری از سطح خطای ۰/۰۲۵ کمتر است، فرض صفر یعنی نبود رابطه بین تعداد سهام تشکیل‌دهندهٔ صندوق و خطای ردیابی رد و بدین‌ترتیب فرضیهٔ سوم پژوهش تأیید می‌شود. با توجه به وجود رابطهٔ مثبت و مستقیم بین تعداد سهام صندوق و کیفیت ردیابی شاخص، تحلیل در خصوص اثرگذاری سایر معیارها، بر صندوق‌های ۲۰ سهمی معطوف می‌شود که بهترین عملکرد را داشته‌اند.

برای بررسی اثربخشی رویکرد استوار در فرایند بهینه‌سازی، حساسیت مقدار تابع هدف و معیارهای ردیابی شاخص با تغییر درجهٔ محافظه‌کاری با استفاده از داده‌های خارج از نمونه (آزمون) تحلیل می‌شود. درجهٔ محافظه‌کاری، تابعی از تعداد متغیرهای غیرقطعی الگو (بازده مدّنظر سهام و شاخص) است که در صندوق‌های ۲۰ سهمی بین صفر تا ۲۱ متغیر خواهد بود؛ به عبارت دیگر درجهٔ محافظه‌کاری برابر صفر نشان‌دهندهٔ قطعی‌بودن همهٔ متغیرها در الگو یا همان مسألهٔ اسمی است و برابری آن با ۲۱ به معنای اعمال عدم قطعیت کامل در خصوص بازده مدّنظر ۲۰ سهم تشکیل‌دهندهٔ صندوق و بازده مدّنظر شاخص بورس است.

جدول (۲) تحلیل حساسیت تابع هدف نسبت به تغییرات Γ

درجهٔ محافظه‌کاری(Γ)	مقدار تابع هدف	میزان افزایش
۰	۰/۰۰۰	۰
۵	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۲۸
۱۰	۰/۰۱۷۵	۰/۰۰۴۷
۱۶	۰/۰۲۲۹	۰/۰۰۴۶
۲۱	۰/۰۲۴۴	۰/۰۰۱۵

با توجه به نتایج ارائه‌شده در جدول (۲) روند افزایشی تابع هدف یا به عبارتی فاصله‌گرفتن آن از مقدار بهینهٔ مسألهٔ اسمی با افزایش Γ براحتی مشاهده می‌شود. نکتهٔ در خور توجه در جدول فوق، افزایش کندتر تابع هدف بازای Γهای بالاتر است. این موضوع با نتایج سایر پژوهش‌های انجام‌شده از جمله مدرس و

Archive of SID

www.SID.ir

همکاران (۲۰۰۹) سازگار است [۱۷]. اگرچه افزایش میزان محافظه‌کاری و کاهش ریسک‌پذیری الگو به انحراف آن از مقدار بهینهٔ مسألهٔ اسمی منجر می‌شود؛ شاخص‌های عملکردی صندوق در دورهٔ آزمون، مزیت ناشی از اِعمال عدم قطعیت در الگو یا به عبارتی اثربخشی بهینه‌سازی استوار را تأکید می‌کند:

جدول (۳) تحلیل حساسیت شاخص‌های ردیابی نسبت به تغییرات Γ

درجهٔ محافظه‌کاری(Γ)	ضریب همبستگی (ρ)	ریشهٔ میانگین مربعات خطا (RMSE)	متوسط بازده اضافی
۰	٪۴۲/۳۷	۰/۰۰۴۰۸	٪۰/۳۴
۵	٪۷۲/۲۱	۰/۰۰۱۳۵	٪۰/۱۱
۱۰	٪۷۵/۸۱	۰/۰۰۱۱۹	٪۰/۱۰
۱۶	٪۷۷/۸۸	۰/۰۰۰۸۶	٪۰/۰۲
۲۱	٪۴۴/۱۹	۰/۰۰۴۰۲	٪۰/۳۴

همان‌طور که اشاره شد، اِعمال عدم قطعیت در الگو به بهبود در خور توجه عملکرد صندوق و ردیابی شاخص توسط آن منجر شده است، به‌گونه‌ای که با افزایش مقدار Γ همبستگی بین بازده صندوق و شاخص بورس، افزایش و ریشهٔ میانگین مربعات خطا (انحراف بازده صندوق از شاخص) کاهش یافته است. عموماً درنظرنگرفتن عدم قطعیت – به‌معنای خوش‌بینانه نگاه‌کردن به مسأله- باعث غیرواقعی‌شدن یا انحراف بازده مدّنظر صندوق نسبت به مقدار تحقق‌یافتهٔ آن در دورهٔ آزمون می‌شود. همچنین نگرش بیش از حد بدبینانه به مسأله نیز باعث ازدست‌دادن فرصت‌های بسیار خواهد شد. نتایج حاصل از حل نظیر استوار مسألهٔ پژوهش با درجهٔ محافظه‌کاری تنظیم‌شدنی نیز مؤید این موضوع و با سایر پژوهش‌های مشابه از جمله چن و ون (۲۰۱۲)، قره‌خانی (۲۰۱۴) و برتسیماس و سیم (۲۰۰۴) سازگار است [۵،۴،۱۱]. همان‌طور که در جدول (۳) مشخص است، نگاه خوشبینانه به مسأله مبنی بر تحقق قطعی بازده مدّنظر شاخص و صندوق به کاهش کیفیت ردیابی در دورهٔ آزمون منجر شده است، به‌گونه‌ای که ضریب همبستگی در محدودهٔ ۴۲ درصد قرار گرفته است. همچنین نگاه واقع‌گرایانه به مسأله و اِعمال عدم قطعیت به بهبود در خور توجه شاخص‌های ردیابی منجر شده است. لحاظ‌نمودن عدم قطعیت برای ۱۶ متغیر از ۲۱ متغیر غیرقطعی الگو، باعث بهبود کیفیت ردیابی شاخص و دقت آن تا ۱۰ برابر و افزایش ضریب همبستگی تا حدود ۷۸ درصد شده است. همچنین دیدگاه بیش از حد بدبینانه مبنی بر اِعمال عدم قطعیت در خصوص بازده مدّنظر تمامی سهام منتخب و شاخص، به کاهش کیفیت ردیابی (ضریب همبستگی حدوداً ۴۴ درصد) در بازهٔ زمانی حدوداً ۴ ماههٔ دورهٔ ارزیابی منجر شد. برای آزمون معناداری اختلاف بین عملکرد سه صندوق شاخصی حاصل از حل مسألهٔ اسمی و نظیر استوار آن از آزمون مقایسهٔ زوج‌ها استفاده شد:

جدول (۴) تحلیل مقایسه‌ای صندق‌های شاخصی استوار و غیراستوار براساس معیار همبستگی

سطح معنی‌داری	درجهٔ آزادی	t	اختلاف زوج‌ها				
			فاصلهٔ اطمینان ۹۵٪ اختلاف		میانگین خطای استاندارد	انحراف استاندارد	میانگین
			حد بالا	حد پایین			
۰/۰۰۶	۲	۱۲/۸۹	۰/۴۶۳۹۰۶۴	۰/۲۳۱۷۶۰۲	۰/۰۲۶۹۷۷۱	۰/۰۴۶۷۲۵۷	۰/۳۴۷۸۳۳۳

Archive of SID

www.SID.ir

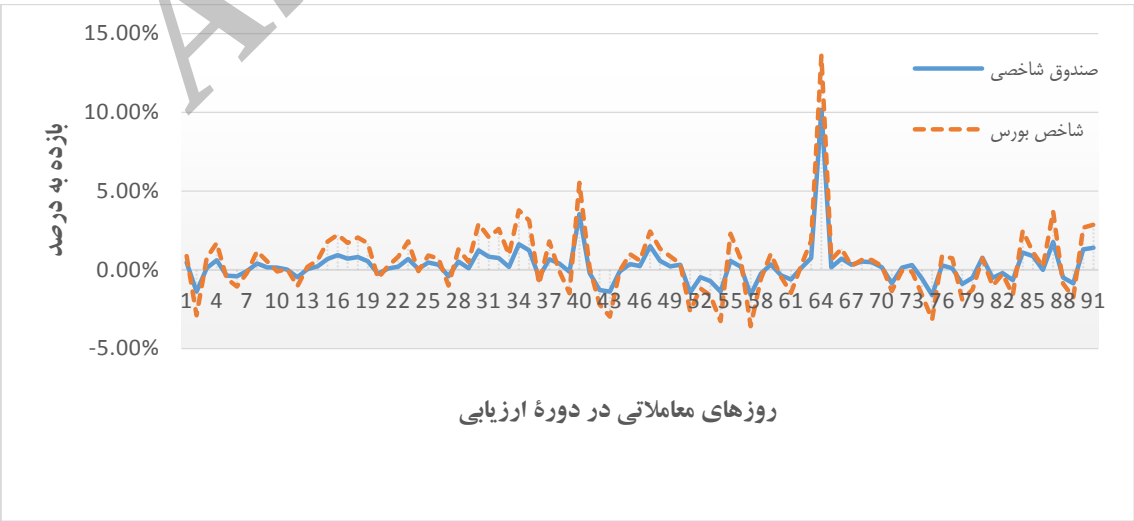
با توجه به کوچک‌تربودن سطح معناداری دو دامنه ۰/۰۰۶ از سطح خطای ۰/۰۲۵، فرض صفر مبنی بر نبود اختلاف بین عملکرد صندوق‌های استوار و غیراستوار یا به عبارتی تأثیرگذارنبودن چارچوب بهینه‌سازی استوار رد می‌شود؛ به عبارت دیگر فرضیهٔ اول پژوهش به‌لحاظ آماری تأیید می‌شود و با توجه به مثبت‌بودن میانگین اختلاف، عملکرد برتر صندوق‌های شاخصی استوار به اثبات می‌رسد. یکی دیگر از نکات حائز اهمیت که با نتایج حاصل از پژوهش حنیفی (۲۰۰۹) سازگار است، برتری نسبی عملکرد صندوق‌های حاصل از حل مسأله نسبت به شاخص کل بورس در دورهٔ ارزیابی است، به‌گونه‌ای که معیار متوسط بازده اضافی برای همهٔ صندوق‌های تشکیل‌شده مثبت است [۱۳]. برای آزمون معناداری این اختلاف، سری زمانی بازده صندوق با ۱۶ متغیر غیرقطعی در مقابل بازده شاخص کل در دورهٔ ارزیابی با آزمون مقایسهٔ زوج‌ها بررسی شد:

جدول (۵) تحلیل مقایسه‌ای سری زمانی بازده صندوق در مقابل شاخص در دورهٔ ارزیابی

سطح معنی‌داری	درجهٔ آزادی	t	اختلاف زوج‌ها				
			فاصلهٔ اطمینان ۹۵ درصد اختلاف		میانگین خطای استاندارد	انحراف استاندارد	میانگین
			حد بالا	حد پایین			
۰/۸۳۷	۹۰	۰/۲۰۶	۰,۰۰۱۹۱۰۱	-۰/۰۰۱۵۵۰۸	۰/۰۰۰۸۷۱۰	۰/۰۰۸۳۰۹۵	۰/۰۰۰۱۷۹۶

با توجه به بزرگ‌تربودن سطح معناداری (۰/۸۳۷) حاصل از آزمون آماری نسبت به سطح خطای ۰/۰۲۵، فرض صفر رد نمی‌شود و با وجود متوسط بازده اضافی ۰/۰۲ درصدی صندوق ردیابی‌کنندهٔ نسبت به شاخص، این اختلاف معنادار نیست و درنتیجه فرضیهٔ دوم پژوهش نیز تأیید می‌شود.

با توجه به شاخص‌های ارائه‌شده، صندوق تشکیل‌شده را با اِعمال عدم قطعیت بر ۱۶ متغیر آن می‌توان صندوق شاخصی برتر ارزیابی کرد. برای درک بهتر موضوع، نمودار بازده صندوق برتر در مقابل شاخص بورس به‌شکل زیر ارائه می‌شود:



نمودار (۱) عملکرد صندوق شاخصی در مقابل شاخص کل بورس در دورهٔ ارزیابی

Archive of SID

www.SID.ir

همان‌طور که مشخص است، رفتار مشابه شاخص به‌دلیل همبستگی بالا و نیز شدت تغییرات محدودتر در بازار نزولی از ویژگی‌های صندوق شاخصی پیشنهادی است. برآیند عملکرد بهتر صندوق نسبت به شاخص به‌دلیل اثرپذیری کمتر آن در بازار، نزولی است که درنهایت به تحقق متوسط بازده مازاد ۰/۰۲ درصد منجر شده است. درادامه ترکیب صندوق بهینه و اوزان متناظر آن بررسی می‌شود:

جدول (۶) ترکیب صندوق شاخصی استوار بهینه و اوزان متناظر آن

سهام	گروه صنعتی	وزن
مخابرات ایران	مخابرات	٪۲۰/۰۰
ملی صنایع مس ایران	فلزات اساسی	٪۴/۱۶
پتروشیمی مارون	محصولات شیمیایی	٪۱/۰۰
فولاد مبارکهٔ اصفهان	فلزات اساسی	٪۳/۱۹
سرمایه‌گذاری امید	شرکت‌های چندرشته‌ای صنعتی	٪۵/۰۴
سرمایه‌گذاری غدیر	شرکت‌های چندرشته‌ای صنعتی	٪۳/۴۵
بانک پاسارگاد	بانک‌ها و موسسات اعتباری	٪۱/۳۷
معدنی و صنعتی گل گهر	استخراج کانه‌های فلزی	٪۳/۷۱
معندی و صنعتی چادرملو	استخراج کانه‌های فلزی	٪۳/۹۹
فولاد خوزستان	فلزات اساسی	٪۲/۸۱
گسترش نفت و گاز پارسیان	محصولات شیمیایی	٪۱/۰۰
پتروشیمی پردیس	محصولات شیمیایی	٪۴/۴۳
بانک ملت	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	٪۴/۳۸
بانک صادرات ایران	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	٪۲۰/۰۰
بانک پارسیان	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	٪۴/۲۸
بانک تجارت	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	٪۴/۸۸
بانک اقتصاد نوین	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	٪۴/۱۳
پالایش نفت اصفهان	محصولات شیمیایی	٪۴/۶۰
پتروشیمی زاگرس	محصولات شیمیایی	٪۱/۰۰
پتروشیمی بندر عباس	محصولات شیمیایی	٪۲/۵۷
جمع کل		۱/۰۰

به‌طور کلی استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی دقیق برای حل مسألهٔ اسمی و تعیین وزن اقلام تشکیل‌دهندهٔ سبد سرمایه‌گذاری به تخصیص منابع در سقف و کف تعیین‌شده به هر دارایی منجر می‌شود، در حالی که اِعمال عدم قطعیت در الگو، به توزیع وزن بین دارایی‌ها منجر می‌شود و همین امر دلیل اصلی عملکرد بهتر صندوق‌های شاخصی استوار نسبت به سایر صندوق‌هایی است که در نتیجهٔ حل مسألهٔ اسمی انتخاب می‌شوند. این مهم در جدول (۶) به‌وضوح دیده می‌شود.

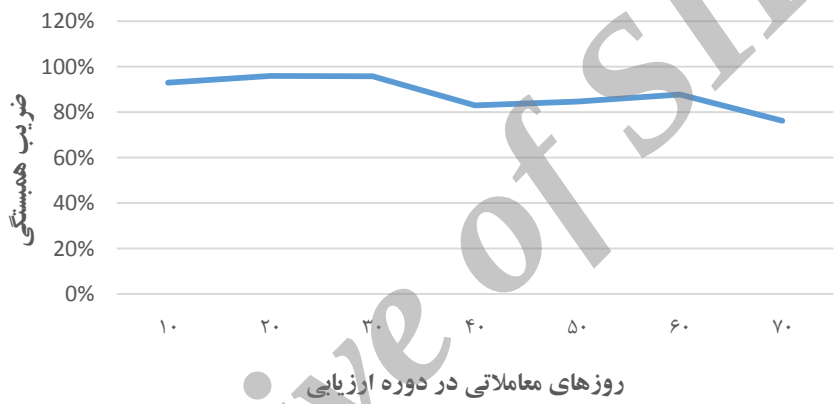
براساس طبقه‌بندی انجام‌شده در جدول(۶) گروه‌های صنعتی بانک‌ها و مؤسسات اعتباری، مخابرات و محصولات شیمیایی به‌ترتیب با ۳۹/۰۴ درصد، ۲۰ درصد و ۱۴/۶ درصد بیشترین سهم از ترکیب صندوق را به خود اختصاص داده‌اند و در ردهٔ بعدی، صنایعی چون فلزات اساسی و استخراج کانه‌های

Archive of SID

www.SID.ir

فلزی قرار دارد. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت گروه صنعتی بانکی و مخابرات، بیشترین تأثیر را در شاخص در بازهٔ زمانی پژوهش دارند.

بخشی جدایی‌ناپذیر در فرایند ردیابی شاخص، بروزرسانی ترکیب صندوق به‌صورت منظم و در فواصل زمانی نسبتاً مشخص است. تعیین فواصل زمانی مدّنظر، امری غیرقطعی است و آن را باید تحلیل‌گر و با توجه به رویدادهای بازار اوراق بهادار مشخص کند. براساس دیدگاه بیزلی (۲۰۰۳) این فاصلهٔ زمانی باید کمتر از ۶ ماه باشد [۳]. البته این زمان تعیین‌شده با بورس‌های پیشرفته‌ای سازگار است که تلاطم کمتری دارد؛ بنابراین، این فاصلهٔ زمانی برای بورس اوراق بهادار تهران کوتاه‌تر تصور می‌شود. با توجه به نتایج پژوهش، تا حدود ۴ ماه پس از تشکیل صندوق، ردیابی شاخص با دقت بالایی انجام شده و ضریب همبستگی در این بازهٔ زمانی برابر ۷۷/۸۸ درصد محاسبه شده است. برای مطالعهٔ دقیق‌تر، تغییرات ضریب همبستگی صندوق پیشنهادی در دورهٔ ارزیابی بررسی می‌شود:



نمودار (۲) تغییرات ضریب همبستگی بین بازده صندوق و شاخص

با توجه به نمودار فوق، در صورتی که حد آستانهٔ فرضی ۸۰ درصد به‌عنوان ضریب همبستگی مطلوب تعیین شود، بعد از گذشت حدود ۳ ماه (۷۰ روز معاملاتی) تعدیل ترکیب صندوق لازم خواهد بود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ضمن ارائهٔ الگویی برای ردیابی شاخص کل بورس تهران مبتنی بر کمینه‌سازی قدرمطلق انحراف بین بازده مدّنظر صندوق و شاخص، از بهینه‌سازی استوار برای اعمال عدم قطعیت استفاده شد. این الگو مزایای منحصربه‌فردی ازجمله امکان فرمول‌بندی نظیر استوار به‌صورت خطی، کاهش پیچیدگی با به‌کارگیری مفهوم دوگان و امکان حل آن با استفاده از نرم‌افزارهای استاندارد بهینه‌سازی دارد. برای بررسی کارایی الگوی پیشنهادی از داده‌های واقعی بورس تهران در بازهٔ زمانی ۸۹/۱/۷–۹۲/۱/۵ و معیارهای ارزیابی کیفیت ردیابی چون ضریب همبستگی، ریشهٔ میانگین مربع خطا و متوسط بازده اضافی نسبت به شاخص بهره گرفته شد. تشکیل صندوق شاخصی در این پژوهش به‌صورت یک فرایند سه مرحله‌ای شامل ۱. انتخاب سهام، ۲. تعیین وزن بهینهٔ آن و ۳. بروزرسانی ترکیب صندوق با هدف حفظ کیفیت و دقت ردیابی در نظر گرفته شد.

Archive of SID

www.SID.ir

براساس نظریهٔ مدرن سبد سرمایه‌گذاری، با اضافه‌شدن سهم ۲۰ام به ترکیب یک صندوق سرمایه‌گذاری، به سطح تقریباً بهینه در متنوع‌سازی می‌توان دست یافت. در این راستا پژوهش التون و گروبر (۱۹۷۷) نیز که با موضوع مزایای ناشی از متنوع‌سازی بر ۳۲۹۰ سهم برای تشکیل یک صندوق سرمایه‌گذاری انجام شد، نشان می‌دهد انتخاب تصادفی ۲۰ سهم با وزن برابر به کاهش ریسک صندوق به محدودهٔ ۲۰ درصد و در صورت انتخاب مابقی سهام و اضافه‌شدن آنها به ترکیب، صرفاً ۰/۸ درصد کاهش ریسک محقق منجر می‌شود [۷]. بدین‌ترتیب انتخاب حداکثر ۲۰ سهام برای تشکیل صندوق شاخصی مبنای تجزیه و تحلیل قرار گرفت. با توجه به اینکه ارزش بازار یکی از رایج‌ترین معیارهای فیلترینگ برای تعیین سهام شاخص‌ساز است [۲] در این پژوهش نیز مسألهٔ انتخاب سهام برای تشکیل صندوق شاخصی بر فضای جواب محدود و متشکل از ۲۰ سهمِ دارای بیشترین ارزش بازار متمرکز و بدین‌ترتیب امکان حل مسأله با استفاده از نرم‌افزار Lingo و دستیابی به جواب بهینهٔ کلی میسر شد. این در حالی است که حل مسأله در ابعاد بزرگ، نیازمند بهره‌گیری از الگوریتم‌های فرااِبتکاری برای جستجوی اثربخش فضای جواب است. یکی از نکات حائز اهمیت در مرحلهٔ انتخاب سهام، تعیین تعداد دارایی‌های تشکیل‌دهندهٔ صندوق است. بدین‌منظور مسألهٔ پژوهش تحت سناریوهای متفاوت از محدودیت عدد صحیح حل شد و درنهایت با توجه به آزمون آماری انجام‌شده، رابطهٔ مثبت و مستقیم بین تعداد سهام تشکیل‌دهندهٔ صندوق و عملکرد آن در ردیابی شاخص تأیید شد. معیارهای عملکردی صندوق شاخصی ۲۰ سهمی با درجهٔ محافظه‌کاری متوسط شامل بازده اضافی ۰/۰۲ درصدی، ردیابی با دقت ده‌هزارم و ضریب همبستگی در حدود ۸۰ درصد نشان می‌دهد ترکیب بهینه برای صندوق شاخصی در بورس تهران نیز با نتایج سایر پژوهش‌های مشابه و متشکل از ۲۰ دارایی سازگار است.

گام بعدی برای تشکیل صندوق شاخصی، تعیین وزن بهینهٔ سهام با حل الگو است. با توجه به اینکه جنبهٔ نوآوری این پژوهش، اِعمال عدم قطعیت در الگو و استوارکردن صندوق شاخصی نسبت به انحراف در بازده مدّنظر سهام تشکیل‌دهندهٔ آن و شاخص است؛ تحلیل مقایسه‌ای بین عملکرد صندوق‌های تشکیل‌شده ناشی از حل مسألهٔ اسمی و صندوق‌های استوار مدّنظر قرار گرفت. نتایج حاصل از تحلیل‌های آماری نشان داد اختلاف بین شاخص‌های عملکردی این صندوق‌ها، معنی‌دار است. ازاین‌رو استفاده از بهینه‌سازی استوار در فرایند تشکیل صندوق‌های شاخصی باید مدّنظر مدیران سرمایه‌گذاری قرار گیرد.

تعیین درجهٔ محافظه‌کاری/ استواری صندوق یکی دیگر از مسائل کلیدی است. در این راستا نتایج حاصل از تحلیل حساسیت معیارهای ردیابی نشان داد صندوق‌های با درجهٔ محافظه‌کاری متوسط که برای صندوق ۲۰ سهمی این پژوهش به مفهومِ اعمال عدم قطعیت دربارهٔ بازده مدّنظر ۱۵ سهم و شاخص بورس است، به بهبود عملکرد منجر می‌شود، به‌گونه‌ای که ضریب همبستگی بین بازده آن و شاخص از ۴۲ درصد به حدود ۷۸ درصد افزایش یافت؛ بنابراین یکی از نتایج اجرایی، بهره‌گیری از سطوح متوسط از درجهٔ محافظه‌کاری برحسب تعداد پارامترهای غیرقطعی الگو و به نسبت به‌دست‌آمده در این پژوهش است.

معیار تعدیل ترکیب صندوق به‌عنوان گام نهایی در این پژوهش، تحقق همبستگی بالای ۸۰ درصد مفروض شد و براساس نتایج به‌دست‌آمده، سپری‌شدن حدود ۳

Archive of SID

www.SID.ir

ماه از زمان تشکیل صندوق، دورهٔ پیشنهادی برای بروزرسانی ترکیب آن در بورس تهران قلمداد می‌شود.

با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش، دستیابی به حداقل خطای ردیابی و یا به عبارتی بهره‌گیری از یک استراتژی کم‌ریسک، معیار مناسبی برای سرمایه‌گذاران غیرمتخصص است؛ بنابراین به آنها پیشنهاد می‌شود یک موضع معاملاتی شاخصی را اتخاذ کنند. در مقابل، سرمایه‌گذاران نهادی باید این معیار را به‌عنوان یک پایه مدّنظر قرار دهند و برای دستیابی به بازده اضافی نسبت به شاخص با تشکیل سبد هسته- پیرو[1] برنامه‌ریزی کنند.

با توجه به محدودیت‌های این پژوهش شامل: ۱. لحاظ‌نکردن هزینه‌های معاملاتی در الگو، ۲. امکان فروش‌نداشتن استقراضی سهام، ۳. پراکنش بازده از مقدار مدّنظر حداکثر به میزان یک انحراف از استاندارد، ۴. فرض همبستگی صفر بین بازده مدّنظر سهام تشکیل‌دهندهٔ صندوق و نرمال‌بودن توزیع بازده دارایی‌ها، پیشنهاد می‌شود توسعهٔ الگو از جنبهٔ تمامی محدودیت‌هایی انجام شود که پژوهشگران به آنها اشاره کردند.

با توجه به نبود ابزارهای پوشش ریسک نظام‌مند در بازار سرمایهٔ ایران، امکان‌سنجی طراحی قراردادهای آینده بر واحدهای سرمایه‌گذاری صندوق‌های شاخصی از ابعاد فقهی و قیمت‌گذاری، موضوعی جذاب برای پژوهش‌های آینده است.

منابع

[1] Andrews, C., Ford, D., & Mcllinson, K. (1986). The design of index funds and alternative methods of replication. *The Investment Analyst*. 82: 16-23.

[2] Bahrololoum, M.M, Tehrani, R., & Hanifi, R. (2012). Designing of a heuristic algorithm for the optimal tracker fund selection: The case of Tehran stock exchange index. *Accounting & Auditing Research*. 4(13): 20-43.

[3] Beasley, J.E, Meade, N., & Chang, T.J. (2003). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research*. 148: 621–643.

[4] Bertsimas, D., Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations Research*. 35-53.

[5] Chen, C., Kwon, R.H. (2012). Robust portfolio selection for index tracking. *Computers & Operations Research*. 39: 829–837.

[6] Coleman, T., Y. Li, J. H. (2006). Minimizing tracking error while restricting the number of assets. *Journal of Risk*. 8: 33–56.

[7] Elton, E.J., Gruber, M.J. (1977). Risk reduction and portfolio size: An analytical solution. *Journal of Business*. 50: 415-437.

[8] Fallahshams, M., Amiri, M., Bahrololoum, M.M., & Gharahkhani, M. (2015), A model for core-satellite investment in Tehran stock exchange using the hybrid approach of exact and heuristic algorithms, *Journal of Investment Knowledge*. Accepted paper. Be printed in No.15, autumn.

[9] Gaivoronski A.A, Krylov, S., & Van der Wijst, N. (2005). Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking. *European Journal of Operational Research*. 163(1): 115–31.

[10] Gharahkhani, M., Sadjadi, S.J., & Safari, A. (2013). Portfolio robust optimization using CAPM approach. *Operation & Production Management*. 8(6): No.1. 61-68.

[11] Gharahkhani, M., Fazlelahi, F.Z., & Sadjadi, S.J. (2014). A robust optimization approach for index tracking problem. *Journal of Computer Science*. 10: 2450-2463.

[12] Gilli, M., K¨ellezi, E. (2001).Threshold accepting for index tracking. *Working paper available from the first author at department of econometrics, University of Geneva, 1211 Geneva 4. Switzerland*.

[13] Hanifi, R., Bahrololoum, M.M., & Javadi, B. (2009). Design and comparative analysis of heuristic algorithms to implement index investing in Tehran stock exchange. *Management Vision*. 8(32): 89-108.

[14] Jansen, R., Dijk, R.V. (2002). Optimal benchmark tracking with small portfolios.

1 Core-Satellite

Archive of SID

www.SID.ir

[15] Konno, H., Wijayanayake, A. (2001). Minimal cost index tracking under nonlinear transaction costs and minimal transaction unit constraints. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*. 4(6): 939–58.

[16] Meade, N., Salkin, G. (1990). Developing and maintaining an equity index fund. *Journal of the Operational Research Society*. 41(7): 599–607.

[17] Modarres Y, M., Hasanzade M, M. (2009). Robust optimization of a portfolio including option, *Sharif Management & Industrial Engineering*. 1-27(1): 93-102.

[18] Rafaely, B., Bennell, J. (2006). Optimization of FTSE 100 tracker funds: A comparison of genetic algorithms and quadratic programming. *Managerial* Finance. 32(6): 477-492.

[19] Roll, R. (1992). A mean/variance analysis of tracking error. *Journal of Portfolio Management*. 18: 13–22.

[20] Rohweder, H.C. (1998). Implementing stock selection ideas: Does tracking error optimization do any good? *Journal of Portfolio Management*. 24(3): 49–59.

[21] Rudolf, M., Wolter, H.J, & Zimmermann, H. (1999). A linear model for tracking error minimization. *Journal of Banking & Finance*. 23(1): 85–103.

[22] Schoenfeld, A. (2004). *Active index investing*. Hoboken, N.C: John Wiley and Sons Inc.

[23] Seifi, A. Hanafizadeh, P., & Navabi, H.R. (2004). Robust integrated model in single period stock selection problem. *Financial Research*. 17: 71-96.

[24] Soyster, A.L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research*. 21(5): 1154-1157.

[25]Torrubiano, R., Suarez, A. (2008). A hybrid optimization approach to index tracking. *Operational Research*. DOI 10.1007/s10479-008-0404-4: 1-15.

Archive of SID

www.SID.ir