Archive of SID

پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری
دوره ۶، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۰، صص ۱۳۱-۱۵۷
نوع مقاله: پژوهشی

رویکردی مبتنی بر نظریه گراف برای ارزیابی عملکرد کارکنان

علیرضا زارعی[1*]، حوریه محرابیون[2]

۱-استادیار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران.
۲-دانشجوی دکتری، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۰۶

چکیده

عملکرد کارمندان یک سازمان در مقاطع زمانی مختلف و توسط مراجع متعددی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. تهیه یک رتبه‌بندی واحد براساس این ارزیابی‌ها به‌گونه‌ای که بیشترین تطابق را با ارزیابی‌های ارائه شده داشته باشد، تجمیع رتبه‌بندی گفته می‌شود. علاوه‌بر این کاربرد، مسئله تجمیع رتبه‌بندی دارای کاربردهای گسترده در علوم مختلف از جمله علوم اجتماعی و آمار و احتمال است و مورد مطالعه فراوان قرار گرفته است و برای آن در حوزه‌های کاربردی مختلف، راهکارهایی متفاوت ارائه شده است. از نظر تئوری و در علوم ریاضی و کامپیوتر نیز مسئله تجمیع رتبه‌بندی به‌طور گسترده مطالعه شده است. در این مقاله برای اولین بار، به مطالعه کاربرد تجمیع رتبه‌بندی در حوزه ارزیابی عملکرد می‌پردازیم. در این کاربرد، عملکرد کارکنان یک سازمان توسط تعدادی ارزیاب (که در مدل ارزیابی ۳۶۰ درجه تعدادی از همان کارکنان هستند) را در اختیار داریم و هدف، ارائه یک ارزیابی نهایی از کارکنان است که بیشترین میزان مشابهت را با همه ارزیابی‌های ارائه شده دارد. نشان می‌دهیم با استفاده از این روش ضمن به‌دست آوردن رتبه‌بندی با بیشترین مطابقت، می‌توان استنتاجات دیگری را از جمله کیفیت عملکرد ارزیاب‌ها و نیز روابط غیررسمی بین افراد به‌دست آورد.

کلیدواژه‌ها: تجمیع رتبه‌بندی، رتبه‌بندی بهینه، رتبه‌بندی کیمنی، ارزیابی عملکرد.

---

* نویسنده مسئوول مقاله E-mail: zarei@sharif.ir

www.SID.ir

Archive of SID

۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردها ناگزیر به تجمیع اطلاعات از منابع اطلاعاتی مختلف هستیم. اطلاعاتی که لزوماً با یکدیگر سازگار نیستند. تجمیع اطلاعات ناسازگار که در حوزه وسیعی از علوم مختلف چون علوم اجتماعی، علوم کامپیوتر، بیوانفورماتیک و آمار و احتمال مطرح می‌گردد، مورد توجه و مطالعه زیادی قرار گرفته است [۱، ۲، ۳]. به‌طور کلی مرتب کردن اعضای یک مجموعه بر اساس ترجیحات مختلف ارزیابی‌کنندگان یا به‌طور خاص ترکیب کردن k لیست مرتب در یک لیست به نوعی تجمیع اطلاعات ناسازگار است که با عنوان تجمیع رتبه‌بندی[۱] شناخته می‌شود. ورودی مسئله تجمیع رتبه‌بندی، رتبه‌بندی‌های $R_1, R_2, \ldots, R_m$ است که می‌تواند از منابع مختلفی به‌دست آمده باشد و هدف، ترکیب این رتبه‌بندی‌ها و تولید یک رتبه‌بندی نهایی R است. تکنیک‌های تجمیع رتبه‌بندی برای حل مسائلی در حوزه‌های مختلف به‌کار رفته‌اند. به‌عنوان مثال، برای طراحی موتور فراجست‌وجوی وب، ترکیب کردن رتبه‌بندی‌های حاصل از موتورهای مختلف جست‌وجو، در یک رتبه‌بندی مورد نیاز است [۴]. از دیگر کاربردهای این مسئله می‌توان به رتبه‌بندی مراکز خدماتی، فروشگاه‌ها، هتل‌ها و نیروی انسانی براساس رتبه‌بندی حاصل از ارزیابی افراد مختلف اشاره کرد.

مسئله تجمیع رتبه‌بندی به اوایل قرن هجدهم برمی‌گردد، زمانی که کوندورست[۲] و بوردا[۳] هرکدام برای انتخابات با بیش از دو کاندیدا سیستم‌های انتخاباتی ارائه دادند [۵، ۶]. این موضوع به همراه توسعه تکنیک‌هایی برای تجمیع رتبه‌بندی‌های مختلف درقالب یک رتبه‌بندی، هسته اصلی تئوری انتخاب را تشکیل می‌دهد.

مسئله تجمیع رتبه‌بندی در چارچوب‌های مختلفی مطرح می‌گردد. به‌طور کلی فرض می‌شود که n عنصر و k ارزیاب داریم که هر کدام لیست مرتبی از عناصر را براساس ترجیحات خود ارائه می‌دهند. این رتبه‌بندی‌ها می‌تواند کامل، جزئی و شامل برابری یا فاقد آن باشد. در یک رتبه‌بندی کامل یا ترتیب خطی، تمام عناصر در رتبه‌بندی وجود دارند و هیچ دو عنصری دارای اولویت یکسان در آن رتبه‌بندی نیستند. اگر در یک رتبه‌بندی ترتیب میان برخی عناصر ارزیابی شونده از سوی ارزیاب‌ها نادیده گرفته شود، رتبه‌بندی جزئی داریم و زمانی که در یک رتبه‌بندی، دو عنصر با اولویت برابر وجود داشته باشد، آن رتبه‌بندی ضعیف نامیده می‌شود [۷، ۸]. در بسیاری از کاربردهای عملی، نظیر رتبه‌بندی داده‌ها، امکان برابری اولویت‌ها و نیز رتبه‌بندی‌های جزئی رایج است. بنابراین ضرورت دارد که تکنیک‌های ریاضی در زمینه تجمیع رتبه‌بندی، در این موارد نیز کارآمد باشد. در یک مسئله تجمیع رتبه‌بندی، هدف ارائه یک رتبه‌بندی کلی روی

www.SID.ir

Archive of SID

عناصر ارزیابی شونده است؛ به نحوی که کمترین میزان مغایرت را با رتبه‌بندی‌های ورودی داشته باشد یا به عبارتی بیشترین میزان رضایت ارزیابی‌کنندگان را حاصل کند [۷]. معیارهای مختلفی برای اندازه‌گیری میزان شباهت دو رتبه‌بندی متفاوت طراحی شده است. معیارهایی نظیر ضریب همبستگی رتبه‌بندی و معیار فاصله که در بخش بعدی به‌صورت دقیق بیان خواهند شد. از جمله معیارهای فاصله می‌توان به فاصله کیمنی[۱]، فاصله کندال تائو[۲]، فاصله اسپیرمن[۳] که برای اندازه‌گیری فاصله میان رتبه‌بندی‌ها طراحی شده است، اشاره کرد [۹، ۱۰].

چنانچه بیان شد، مسئله تجمیع رتبه‌بندی دارای کاربردهای فراوان در حوزه وسیعی از علوم مختلف است. از جمله می‌توان به مسئله کوچک‌ترین مجموعه یالی بازخوردی[۴] روی تورنمنت اشاره کرد. برای گراف جهت‌دار G، یک مجموعه یالی بازخوردی یک زیرمجموعه از یال‌های گراف است که از هر دوری از گراف شامل حداقل یک یال است. مسئله «مجموعه یالی بازخوردی کمینه»، مسئله یافتن یک مجموعه یالی بازخوردی با اندازه کمینه است. یعنی کوچکترین زیر مجموعه از یال‌های گراف که حذف آن‌ها گراف را بدون دور می‌کند. اندازه این مجموعه دقیقاً برابر با کمترین تعداد یال‌های برگشتی در یک ترتیب خطی روی رئوس گراف است. این مسئله در مطالعه تجمیع رتبه‌بندی و نیز به خودی خود حائز اهمیت است. به‌عنوان مثال، در یک تورنمنت ورزشی میان مجموعه‌ای از افراد، هر فرد با دیگری به رقابت می‌پردازد، نتیجه این رقابت‌ها را می‌توان به‌صورت یک یال جهت‌دار میان هر دو شخص در نظر گرفت. به این ترتیب مسئله به‌صورت یک گراف جهت‌دار مدل می‌شود و هدف ارائه یک رتبه‌بندی از تمام افراد بر اساس نتیجه این رقابت‌ها است. امکان ارائه چنین رتبه‌بندی به نحوی که تمام برتری‌های میان افراد (بر اساس نتایج) ارضا شود، مستلزم آن است که گراف جهت‌دار نتیجه بازی‌ها، بدون دور باشد. این در حالی است که معمولاً جز این است و به این ترتیب هدف، ارائه کوچکترین مجموعه یالی بازخوردی خواهد بود. مسئله کوچک‌ترین مجموعه یالی بازخوردی روی گراف بدون جهت در زمان چندجمله‌ای با محاسبه درخت پوشای بیشینه قابل محاسبه است [۱۱]. این درحالی است که محاسبه آن روی گراف جهت‌دار $NP-$ کامل است و به عبارتی، هیچ الگوریتم سریعی برای حل آن در حالت کلی وجود ندارد [۱۲، ۱۳].

یکی از مسائل کاربردی که در حوزه‌های مختلفی مطرح می‌گردد، **ارزیابی عملکرد** است. ارزیابی عملکرد کارکنان یک سازمان که با اهداف مختلفی از جمله مقایسه عملکرد کارکنان، تصمیم‌گیری‌های سازمانی و ارتقاء شغلی انجام می‌گیرد، نقش مهمی در بهبود عملکرد کلی سازمان و بقای آن دارد. عدم استفاده از یک روش سیستماتیک برای ارزیابی عملکرد کارکنان،

www.SID.ir

Archive of SID

منجر به ارائه ارزیابی‌های ناکارآمد و اثر سوء بر عملکرد سازمان خواهد شد. بنابراین طراحی و پیاده‌سازی یک سیستم ارزیابی عملکرد و توسعه روشی سیستماتیک برای استفاده منظم از آن در هر سازمان اهمیت ویژه‌ای می‌یابد. افزایش دقت و کارآمدی روش‌های ارزیابی عملکرد همواره مورد توجه مدیران و کارکنان سازمان‌ها بوده و مطالعه فراوان در این زمینه صورت گرفته است. روش‌های مختلفی برای ارزیابی عملکرد توسعه یافته است که هر کدام برای موقعیت‌ها و سازمان‌های مختلفی مناسب است. در این مقاله با رویکرد نظریه گراف و کاربرد تکنیک‌های تجمیع رتبه‌بندی به مطالعه مسئله ارزیابی عملکرد کارکنان روی یک نمونه داده می‌پردازیم.

۲- روش‌های موجود ارزیابی عملکرد

فرآیند ارزیابی عملکرد کارکنان به شکل سنتی مبتنی بر رویکردهای تجربی و آماری است. اما امروزه ارزیابی کارکنان و انتخاب آنها یک فرآیند تصمیم‌گیری پیچیده است. امروزه روش‌های تصمیم‌گیری مبتنی بر منطق فازی[۱] در ارزیابی عملکرد بسیار مورد توجه قرار گرفته و تکنیک‌های ارزیابی فازی فراوانی برای این منظور توسعه یافته است. از تکنیک‌های مورد استفاده مرتبط می‌توان به فرآیند تحلیل سلسله مراتبی PHA[۲]، $FAHP$[۳]، $TOPSIS$ و $FTOPSIS$ اشاره کرد [۱۴].

رحمتی و نوربهبهانی روش جدیدی براساس $TOPSIS$ فازی برای ارزیابی عملکرد کارکنان ارائه دادند [۱۵]. در این روش ابتدا به کمک منطق فازی وزن هر کدام از معیارهای ارزیابی محاسبه، سپس بر اساس $TOPSIS$ فازی، عملکرد هر کارمند بر اساس معیارهای وزن‌دار امتیازبندی شده است. این مدل در «گروه صنعتی انتخاب» آزمایش شده است. مهربان‌پور و همکاران با به‌کارگیری روش دیمتل و روش فرآیند تحلیل شبکه (ANP) مدلی برای ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی واحدهای تابعه شرکت‌های هلدینگ ارائه کرده‌اند [۱۶]. همچنین، ناهید تیتکانلو و کرامتی مدلی جدید در چارچوب نظریه شواهد جهت مدل‌سازی عدم قطعیت و تجمیع داده‌ها در فرآیند بازخورد ۳۶۰ درجه معرفی کرده‌اند [۱۷]. ترکاشوند و آذر نیز به ارزیابی عملکرد آموزشی و پژوهشی با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند [۱۸]. نهایتاً، قدرتیان کاشان و انواری رستمی به ارائه مدل ارزیابی جامع عملکرد برای رتبه‌بندی شرکت‌ها پرداختند که بر اساس مدل ارزیابی متوازن شرکت‌ها ارائه شده است [۱۹].

با توجه به وجود روش‌ها و تکنیک‌های کاربردی مختلف برای ارزیابی عملکرد، انتخاب روشی که

www.SID.ir

Archive of SID

بیشترین کارایی را با توجه به اهداف سازمان برای آن فراهم کند، اهمیت زیادی دارد. جعفری و همکاران چارچوبی برای انتخاب روش‌های مختلف ارزیابی ارائه دادند و برخی روش‌های ارزیابی عملکرد را با یکدیگر مقایسه کردند که می‌تواند در بهبود اهداف علمی و عملی مورد استفاده قرار گیرد [۲۰]. دیکنزو[۱] و رابینز[۲] سه روش کلی برای اندازه‌گیری ارزیابی عملکرد یعنی استانداردهای نسبی[۳]، استانداردهای مطلق[۴] و اهداف[۵] را معرفی کردند. در روش **استاندارد مطلق**، کارکنان با یک استاندارد مقایسه می‌گردند و ارزیابی آن‌ها مستقل از دیگر کارکنان است. در روش **استاندارد نسبی**، اشخاص با بقیه مقایسه می‌گردند و بر این اساس ارزیابی می‌شوند. رویکرد سوم ارزیابی، از **اهداف** استفاده می‌کند و کارکنان بر اساس چگونگی تکمیل اهداف تعیین شده سازمان، ارزیابی می‌شوند [۲۰].

محبوب‌ترین روش‌ها در دسته استاندارد نسبی، روش‌های رتبه‌بندی گروهی، رتبه‌بندی فردی و مقایسه زوجی است. در روش رتبه‌بندی فردی، کارکنان به ترتیب اولویت از بالا تا پایین مرتب می‌شوند، همچنین فرض می‌شود تفاوت بین افراد در اولویت‌های اول و دوم و تفاوت میان افراد در اولویت‌های بیست‌ویک و بیست‌ودو برابر است. در این روش ارزیاب، کارکنان را بر اساس یک استاندارد مشخص با سایر کارکنان مقایسه و آن‌ها را رتبه‌بندی می‌کند [۲۰، ۲۱].

ارزیابی عملکرد در سازمان‌ها ممکن است توسط مراجع مختلف ارزیابی یا بر اساس معیارهای مختلف انجام و یا در بازه‌های زمانی مختلف، به‌صورت هفتگی، ماهیانه و سالانه تکرار شود. بنابراین تجمیع نتایج ارزیابی‌های صورت گرفته توسط افراد و در دوره‌های مختلف به‌صورت یک ارزیابی نهایی از عملکرد کارکنان، ضرورت می‌یابد. به‌عنوان مثال، نتیجه ارزیابی‌های ماهانه کارکنان سازمان‌ها در انتهای سال تجمیع و به‌صورت یک ارزیابی نهایی گزارش می‌شود. هر چه میزان مشابهت ارزیابی نهایی به ارزیابی‌های اولیه بیشتر باشد، ارزیابی نهایی دقیق‌تری از عملکرد کلی کارکنان خواهیم داشت و منجر به تصمیمات بهتر مدیران سازمانی در رابطه با امور مرتبط با کارکنان و پیشبرد اهداف و ارتقاء عملکرد کلی سازمان خواهد بود. بنابراین استفاده از یک روش کارآمد برای تجمیع نتایج ارزیابی‌ها، در هر سازمان ضروری است. روش‌های موجود ارزیابی عملکرد، معمولاً از روش میانگین‌گیری برای این منظور استفاده می‌کنند.

در این مقاله با رویکردی مبتنی بر نظریه گراف و با استفاده از تکنیک‌های مختلف تجمیع رتبه‌بندی، روش جدیدی برای تجمیع ارزیابی‌های مختلف موجود و با هدف مشابهت هر چه بیشتر ارزیابی نهایی به هرکدام از ارزیابی‌های اولیه ارائه می‌دهیم .

www.SID.ir

Archive of SID

۳- تجمیع رتبه‌بندی

مسئله تجمیع رتبه‌بندی در حوزه‌های مختلف و با عناوین مختلفی از جمله مسئله رتبه میانه، مسئله انتخاب اجتماعی و رتبه‌بندی کیمنی مطرح شده است [۱، ۲۲، ۲۳]. روش‌های مختلفی نیز تاکنون برای تجمیع رتبه‌بندی ارائه شده است. نخستین تلاش‌هایی که منجر به شکل‌گیری ایده مسئله تجمیع رتبه‌بندی شد، در حوزه مسائل انتخاباتی و مربوط به نیکولاس کازانس [۱] در سال ۱۴۳۵ برای انتخاب امپراطور روم بوده است [۲۴]. پس از آن، بوردا در سال ۱۷۸۱روشی مشابه روش کازانس ارائه داد. در روش بوردا رأی دهندگان براساس ترجیحات خود به هر کاندیدا امتیاز می‌دهند. این امتیازدهی به این صورت است که آخرین انتخاب امتیاز ۰، دومین آخرین انتخاب امتیاز ۱ و به همین ترتیب امتیازدهی انجام می‌شود. مجموع امتیازات هر کاندیدا در تمام برگه‌های رأی محاسبه و کاندیدای با بیشترین امتیاز برنده خواهد بود [۵].

در همان دوره، کوندورست روشی را برای مقایسه جفت عناصر یک رتبه‌بندی ارائه کرد. برنده کوندورست عنصری است که در مقایسه دو به دو با تمام کاندیداهای دیگر برنده باشد. او مفهومی را بیان کرد که از آن با عنوان پارادوکس کوندورست یا پارادوکس رأی‌گیری یاد می‌شود و بیانگر وضعیتی است که تجمیع ترجیحات ارزیاب‌ها می‌تواند شامل دور باشد. به‌عنوان مثال اگر سه نامزد x ، y و z و سه ارزیاب با ارزیابی‌های زیر داشته باشیم:

$$x \succ y \succ z$$
$$y \succ z \succ x$$
$$z \succ x \succ y$$

طبق ارزیابی‌های فوق میان x و y برتری x ، میان y و z برتری y و میان x و z نیز برتری z را داریم اما چنانچه می‌بینیم دور $x \succ y \succ z \succ x$ را داریم و خاصت تراگذری برقرار نیست. پارادوکس کوندورست نشان داد که در یک انتخابات لزوماً برنده کوندورست نداریم. پس از آن قانون بلک[۲]، که قواعد بوردا و کوندورست را ترکیب می‌کند، ارائه شد. اگر در یک انتخابات برنده کوندورست وجود داشته باشد، قانون بلک آن را انتخاب می‌کند، در غیر این صورت روش بوردا برای انتخاب برنده اعمال می‌شود [۲۵].

۱-۳- روش‌های مختلف تجمیع رتبه‌بندی

تجمیع رتبه‌بندی‌ها می‌تواند بر اساس پارامترهای مختلفی ارزیابی و میزان شباهت و مغایرت رتبه‌بندی‌ها بر اساس این پارامترها با یکدیگر مقایسه گردد. از جمله می‌توان به معیار فاصله و

www.SID.ir

Archive of SID

ضریب همبستگی رتبه‌بندی اشاره نمود.

در سال ۱۹۳۸ کندال[۱] ضریب همبستگی رتبه‌بندی τ را معرفی کرد. اگر A و B دو رتبه‌بندی متفاوت بدون برابری اولویت میان عناصر باشند، $K(A,B)$ کمترین تعداد جابجایی مورد نیاز عناصر مجاور در یک رتبه‌بندی برای تبدیل آن به رتبه‌بندی دیگر باشد و n تعداد کل عناصر کاندیدا باشد، ضریب رتبه‌بندی کندال به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۲۶، ۲۷]:

$$\tau = ۱ - \frac{۲K(A,B)}{n(n-۱)/۲} \qquad (۱)$$

به‌عنوان مثال رتبه‌بندی‌های $A =< x,y,z,w >$ و $B =< y,z,x,w >$ را در نظر بگیرید. با جابجایی دو عنصر مجاور x و z در رتبه‌بندی B و سپس جابجایی x و y در آن، رتبه‌بندی B به رتبه‌بندی A تبدیل می‌شود. با توجه به اینکه با کمتر از این تعداد جابجایی عناصر مجاور، امکان چنین تبدیلی وجود ندارد، $K(A,B) = ۲$ و $\tau = ۱ - \frac{۲*۲}{۴(۴-۱)/۲} = \frac{۱}{۳}$.

پس از آن کندال توسیع این ضریب، یعنی τ_b، را برای رتبه‌بندی‌های **ضعیف** که درآن امکان برابری ترتیب دو عنصر وجود دارد ارائه داد. برای این منظور ابتدا برای هر رتبه‌بندی A از n شی، ماتریس امتیاز مرتبه n با درایه‌های $a_{i,j}$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$a_{ij} = \begin{cases} +۱ & \text{اگر رتبه عنصر } i \text{ بالاتر از عنصر } j \text{ باشد.} \\ -۱ & \text{اگر رتبه عنصر } j \text{ بالاتر از عنصر } i \text{ باشد.} \\ ۰ & \text{اگر اولویت عنصر برابر باشد یا اینکه } i = j. \end{cases}$$

ضریب همبستگی رتبه‌بندی τ_b برای دو رتبه‌بندی A و B به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_{b(A,B)} = \frac{\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{n}\left(a_{ij}b_{ij}\right)}{\sqrt{\left(\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{n}a_{ij}^{۲}\right)\left(\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{n}b_{ij}^{۲}\right)}} \qquad (۲)$$

در [۷، ۲۸] برخی از ناکارآمدی‌های ضریب همبستگی τ_b تشریح شده است. کندال ضریب رتبه‌بندی τ_a را نیز با جایگزینی مخرج کسر رابطه (۲) با مقدار $n(n-۱)$ معرفی کرد. اما این ضریب نیز مشکلات اساسی داشت. از جمله آنکه ضریب همبستگی τ_a یک رتبه‌بندی دارای برابری اولویت، با خودش کمتر از یک است.

اموند و میسون ضریب همبستگی کندال τ را توسعه و ضریب همبستگی رتبه‌بندی τ_x را معرفی کردند [۷]. آن‌ها برای این منظور ماتریس امتیاز رتبه‌بندی را به‌صورت زیر تعریف کردند:

www.SID.ir

Archive of SID

$$a_{ij}=\begin{cases}+1 & \text{اگر رتبه عنصر } i \text{ بالاتر از، یا برابر با عنصر } j \text{ باشد.}\\ -1 & \text{اگر رتبه عنصر } j \text{ بالاتر از عنصر } i \text{ باشد .}\\ 0 & \text{اگر } i=j \text{ .}\end{cases}$$

ضریب همبستگی رتبه‌بندی τ_x بین دو رتبه‌بندی A و B به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_x(A,B)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}b_{ij}}{n(n-1)}$$

برای رتبه‌بندی‌های کامل، ضریب رتبه‌بندی کندال τ و ضریب رتبه‌بندی τ_x با یکدیگر برابر است. اما در رتبه‌بندی‌های شامل برابری اولویت، τ_x با τ_a و τ_b تفاوت دارد [۷].

در سال ۱۹۶۲ کیمنی[۱] و اسنل[۲] مسئله را از دیدگاه دیگری بررسی کردند و مجموعه‌ای از اصول را برای تعریف معیار فاصله، $d(A,B)$، بین دو رتبه‌بندی **ضعیف** A و B روی n عنصر ارائه دادند [۷، ۲۲، ۲۹]. اصول آن‌ها به شرح زیر است:

* اصل ۱.۱: $d(A,B)\geq 0$ و برابری برقرار است اگر و تنها اگر دو رتبه‌بندی A و B یکسان باشند .

* اصل ۲.۱: $d(A,B)=d(B,A)$

* اصل ۳.۱: $d(A,B)+d(B,C)\geq d(A,C)$ و برابری اتفاق می‌افتد اگر و تنها اگر B بین A و C باشد.

(گوییم رتبه‌بندی B بین رتبه‌بندی‌های A و C قرار دارد اگر برای هر جفت عنصر $\{x,y\}$ ترتیب آن‌ها در رتبه‌بندی B با ترتیب آن‌ها در رتبه‌بندی A یا C برابر باشد، یا اینکه در رتبه‌بندی B دوعنصر x و y اولویت یکسانی داشته باشند؛ در حالی که در دو رتبه‌بندی دیگر ترتیب‌های متفاوتی دارند [۲۲].)

* اصل ۲: اگر A' حاصل از جایگشتی روی عناصر A و B' حاصل از همان جایگشت روی B باشد، در این صورت $d(A,B)=d(A',B')$.

* اصل ۳: اگر A و B به جز در k عنصر، با یکدیگر یکسان باشند، آنگاه $d(A,B)$ را می‌توان با در نظر گرفتن تنها این k عنصر محاسبه کرد .

* اصل ۴: کمترین فاصله ناصفر برابر با ۱ است.

کیمنی و اسنل ثابت کردند یک معیار فاصله که در اصول آن‌ها صدق کند، وجود دارد و یکتا است

www.SID.ir

Archive of SID

[۷، ۲۲]. این فاصله به‌صورت زیر قابل محاسبه است. برای رتبه‌بندی‌های A و B، برای هر جفت x, y ترتیب عناصر مقایسه می‌شود. اگر x و y در دو رتبه‌بندی ترتیب یکسانی داشته باشند، برای این جفت مقدار ۰، اگر یک رتبه‌بندی x را بر y و رتبه‌بندی دیگر y را بر x ترجیح دهد، مقدار ۲ و چنانچه اولویت x و y در یکی از رتبه‌بندی‌ها به‌صورت برابری و در دیگری به‌صورت ترجیحی باشد، مقدار ۱ برای این جفت در نظر گرفته می‌شود. $d(A,B)$ برابر با مجموع این مقادیر است [۲۲].

معیار فاصله فوق بر اساس ماتریس امتیاز کندال به‌صورت زیر محاسبه می‌شود[۷]:

$$d(A,B) = ۱/۲ \sum_{i=۱}^{n} \sum_{j=۱}^{n} |a_{ij} - b_{ij}|$$

به همین ترتیب برای یک مجموعه S از رتبه‌بندی‌های ورودی مسئله و رتبه‌بندی R ، فاصله R و S به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d(R,S) = \sum_{R_i \in S} d(R, R_i)$$

از دیگر معیارهای فاصله می‌توان به فاصله کندال بین دو رتبه‌بندی **کامل** A و B اشاره کرد که برابر با تعداد جفت‌های x, y است که دارای ترتیب متفاوتی در دو رتبه‌بندی A و B هستند. این فاصله برابر با $K(A,B)$ است که پیش از این در تعریف ضریب رتبه‌بندی کندال معرفی شد.

مسئله تجمیع رتبه‌بندی کیمنی در جست‌وجوی یک رتبه‌بندی است که فاصله کیمنی این رتبه‌بندی را با رتبه‌بندی‌های ورودی کمینه کند. برای رتبه‌بندی‌های فاقد برابری، فاصله کیمنی و فاصله کندال با یکدیگر برابر است و آن را فاصله «مرتب‌سازی حبابی[۱]» می‌نامند. این فاصله را می‌توان در زمان $O(n\log n)$ محاسبه کرد. با این وجود، یافتن رتبه‌بندی تجمیعی کیمنی یعنی رتبه‌بندی با کمترین مجموع فاصله از تمام رتبه‌بندی‌های داده شده، یک مسئله NP – سخت است [۳۰].

یکی دیگر از معیارهای فاصله شناخته‌شده بین دو جایگشت، فاصله اسپیرمن[۲] است. اگر σ و ρ دو جایگشت مختلف روی مجموعه n عدد باشد که می‌تواند متناظر با دو رتبه‌بندی مختلف روی مجموعه S از n عنصر باشد، فاصله اسپیرمن به‌صورت زیر تعریف می‌شود[۹]:

$$\mathcal{F}(\sigma, \rho) = \sum_{i \in S} |\sigma(i) - \rho(i)|$$

www.SID.ir

Archive of SID

در این رابطه، $\sigma(i)$ موقعیت عنصر i در جایگشت σ است. با تقسیم $\mathcal{F}(\sigma,\rho)$ بر $|S|^۲/۲$ که بیشترین مقدار فاصله اسپیر من است، فاصله نرمال‌شده به‌دست می‌آید که مقداری بین ۰ و ۱ است.

می‌توان تعمیمی از معیار فاصله را برای حالتی که یک رتبه‌بندی کامل و دیگری جزئی باشد، به‌صورت زیر بدست آورد. اگر π_j یک ترتیب جزئی و σ ترتیب کامل باشد، فاصله بین آن‌ها که آن را فاصله القایی می‌نامیم، برابر است با فاصله بین π_j و فاصله تصویر σ نسبت به π_j که به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\mathcal{F}\left(\sigma_{|\pi_j},\pi_j\right)$$

دی‌ورک [1] و همکاران نشان دادند، تجمیع رتبه‌بندی بهینه براساس معیار فاصله اسپیرمن برای لیست‌های کامل را می‌توان در زمان چندجمله‌ای با یافتن تطابق کامل کمینه (با وزن کمینه) در یک گراف دوبخشی یافت [۴]. مجموعه رتبه‌بندی‌های $\pi_۱,\pi_۲,\dots,\pi_k$ بر روی مجموعه n عضوی S مفروض است. گراف کامل دو بخشی وزن‌دار $G=(C,P,W)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود. نخستین بخش $C=۱,۲,\dots,n$ نشان‌دهنده مجموعه عناصری است که مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. مجموعه دوم $P=۱,۲,\dots,n$ نشان‌دهنده n موقعیت ممکن برای آن‌ها است. وزن یال‌ها به‌صورت $W(c,p)=\sum_{i=۱}^{k}|\pi_i(c)-p|$ تعریف می‌شود. نشان داده می‌شود جایگشتی که فاصله اسپیرمن را کمینه می‌کند، با یافتن تطابق کامل کمینه در این گراف به‌دست می‌آید. آن‌ها همچنین نشان دادند اگر $\pi_۱,\pi_۲,\dots,\pi_k$ لیست‌های کامل رتبه‌بندی باشد و موقعیت‌های میانه کاندیداها در این لیست‌ها تشکیل یک جایگشت دهد، این جایگشت تجمیع بهینه اسپیرمن است.

طبق قضیه زیر فاصله کندال بین هر دو جایگشت کامل را می‌توان با تقریب خوبی با استفاده از فاصله اسپیرمن محاسبه کرد.

قضیه [۹] برای دو جایگشت σ و ρ داریم:

$$K(\sigma,\rho)\le\mathcal{F}(\sigma,\rho)\le ۲K(\sigma,\rho)$$

که $K(\sigma,\rho)$ برابر با فاصله کندال بین دو جایگشت است.

بنابراین یک جایگشت σ که میانگین فاصله اسپیرمن یعنی مقدار $\frac{۱}{k}\sum_{i=۱}^{k}\mathcal{F}(\sigma,\pi_i)$ را برای مجموعه جایگشت‌های $\pi_۱,\pi_۲,\dots,\pi_k$ کمینه کند، یک راه‌حل ۲- تقریب برای مسئله تجمیع

www.SID.ir

Archive of SID

رتبه‌بندی کیمنی است.

الگوریتم تقریبی شناخته‌شده دیگری برای مسئله تجمیع رتبه‌بندی کامل، الگوریتم $Pick-A-Perm$ است که یکی از k ورودی مسئله را به‌صورت تصادفی انتخاب می‌کند و امید ریاضی ضریب تقریب آن ۲ است [۱۲].

یک مسئله مرتبط با تجمیع رتبه‌بندی مسئله مجموعه یالی بازخوردی (FAS[۱]) در گراف جهت‌دار به‌خصوص در تورنمنت است. یک تورنمنت $G=(V,A)$ گرافی جهت‌دار است که به ازای هر جفت رأس $i,j\in A$ یا $(i,j)\in A$ یا $(j,i)\in A$. کوچک‌ترین مجموعه یالی بازخوردی در تورنمنت، کوچک‌ترین مجموعه یالی A' است به‌نحوی‌که $(V,A\backslash A')$ بدون دور باشد.

در مسئله FAS- تورنمنت، هدف یافتن یک جایگشت π روی رئوس V است که تعداد جفت‌های (i,j) که $i<_\pi j$ و $(j,i)\in A$ کمینه باشد. این یال‌ها را یال‌های برگشتی می‌نامند. تعمیمی از این مسئله، یعنی FAS- تورنمنت وزن‌دار، یافتن کوچکترین مجموعه یالی بازخوردی روی تورنمنت وزن‌دار است. در این مسئله به هر جفت (i,j) وزن $w_{ij}\geq 0$ نسبت داده شده است و هدف یافتن جایشگت π روی V است که مقدار $\sum_{i,j:i\leq_\pi j} w_{ji}$ را کمینه کند. به وضوح حالت بدون وزن مسئله را می‌توان به عنوان مسئله وزن‌دار با وزن‌های صفر و یک در نظر گرفت.

تجمیع رتبه‌بندی حالت خاصی از مسئله FAS- تورنمنت وزن‌دار است. هر کدام از عناصر مورد ارزیابی مسئله را به‌عنوان رأسی از گراف در نظر می‌گیریم. اکنون کافیست به ازای هر جفت (i,j)، وزن را برابر با نسبت تعداد رتبه‌بندی‌های ورودی مسئله که در آن i قبل از j آمده است، به تعداد کل رتبه‌بندی‌های ورودی در نظر بگیریم.

آیلون[۲] و همکاران الگوریتم تصادفی $KwikSort$ را برای مسئله FAS- تورنمنت ارائه دادند که به طور متوسط ۳- تقریب است. در این الگوریتم رأس دلخواه i به تصادف انتخاب و رأس محور نامیده می‌شود. سپس رئوس مجاور با i که یالی به سمت رأس محور دارند در سمت چپ و رئوسی که از رأس محور به آن‌ها یال وارد شده در سمت راست رأس محور قرار می‌گیرند. این روند به‌طور بازگشتی تکرار می‌شود [۱۲]. آن‌ها سپس به مسئله FAS- تورنمنت وزن‌دار پرداختند. برای ورودی (V,w) از مسئله FAS- تورنمنت وزن‌دار، تورنمنت بیشین بدون وزن[۳] $G_w=(V,A_w)$ به این صورت تعریف می‌شود. $(i,j)\in A_w$ اگر $w_{ij}>w_{ji}$ و اگر $w_{ij}=w_{ji}$ در این صورت به دلخواه $(i,j)\in A_w$ یا $(j,i)\in A_w$.

www.SID.ir

Archive of SID

قید احتمال و قید نابرابری مثلثی که در تحلیل نتیجه اجرای الگوریتم در نظر گرفته می‌شود، به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

قید احتمال: به ازای هر دو رأس i,j، $w_{ij} + w_{ji} = ۱$.

قید نابرابری مثلثی: برای تمام رئوس i,j,k ، $w_{ij} \leq w_{ik} + w_{kj}$.

الگوریتم $KwikSort$ روی تورنمنت بیشین بدون وزن الگوریتمی ۵- تقریب در صورت برقراری قید احتمال و الگوریتمی ۲- تقریب در صورت برقراری قید نابرابری مثلثی است [۱۲]. آن‌ها همچنین با تبدیل نمونه مسئله تجمیع رتبه‌بندی به یک FAS - تورنمنت وزن‌دار و اجرای الگوریتم $KwikSort$ الگوریتم ۲- تقریب دیگری به‌دست آوردند.

الگوریتم دیگری که به آن پرداختند، یک الگوریتم $\frac{۱۱}{۷}$ تقریبی برای مسئله تجمیع رتبه‌بندی است که با اجرای هم‌زمان الگوریتم $Pick-A-Perm$ و الگوریتم $KwikSort$ روی تورنمنت بیشین بدون وزن و انتخاب بهترین راه‌حل به‌دست می‌آید.

آیلون و همکاران، علاوه‌بر الگوریتم‌های فوق مسئله FAS- تورنمنت وزن‌دار را به‌صورت برنامه‌ریزی خطی مدل کردند و الگوریتم $LP-KwikSort$ را ارائه دادند. آن‌ها ثابت کردند در صورت برقراری قید احتمال، این الگوریتم یک رتبه‌بندی با ضریب تقریب ۲.۵ است و در صورتی که علاوه بر قید احتمال، نابرابری مثلثی نیز برقرار باشد، الگوریتمی با ضریب تقریب ۲ است. همچنین بهترین نتیجه میان $LP-KwikSort$ و $Pick-A-Perm$ الگوریتم دیگری با ضریب تقریب $\frac{۴}{۳}$ برای مسئله تجمیع رتبه‌بندی خواهد بود.

کوپراسمیت[۱] و همکاران الگوریتم $INCR-INDEG$ را برای FAS - تورنمنت در حالت وزن‌دار و بدون وزن ارائه دادند. این الگوریتم که رئوس را به ترتیب درجه ورودی (وزن‌دار) مرتب می‌کند، یک الگوریتم ۵- تقریب برای هر دو حالت است [۱۰].

۴- به‌کارگیری روش تجمیع رتبه‌بندی در ارزیابی عملکرد

۴-۱- تعاریف و مقدمات

تعریف ۱.۴. فرض کنید C مجموعه‌ای از عناصر (کاندیدا) باشد. یک رتبه‌بندی یا لیست مرتب R از عناصر مجموعه C عبارت است از جایگشتی مانند $R = < c_۱, c_۲, \dots, c_d >$ از عناصر مجموعه $S \subseteq C$ که به ازای هر i داریم $c_i \in S$. اگر در یک رتبه‌بندی c_i قبل از c_j ظاهر گردد، گوییم در این رتبه‌بندی c_i در اولویت بالاتری نسبت به c_j قرار دارد و به‌صورت $c_i <$

www.SID.ir

Archive of SID

c_j نیز نشان داده می‌شود.

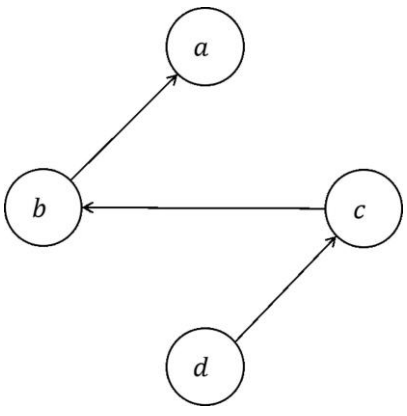
اگر مجموعه S با C برابر باشد، یعنی ترتیبی از تمام عناصر داشته باشیم، آن ترتیب را یک **رتبه‌بندی کامل** و در غیر این صورت آن را **رتبه‌بندی جزئی** می‌نامیم.

اگر در یک رتبه‌بندی دو عنصر با اولویت برابر داشته باشیم، این دو عنصر را برابر و چنین رتبه‌بندی را **رتبه‌بندی ضعیف** می‌نامیم.

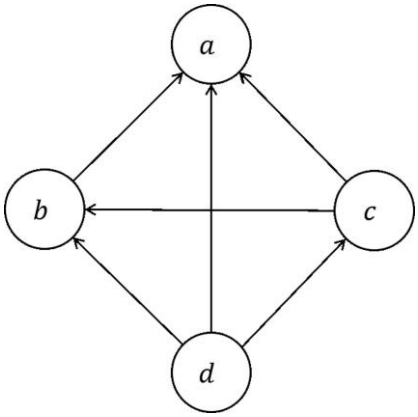
تعریف ۲.۴. در یک مسئله **تجمیع رتبه‌بندی**، m رتبه‌بندی $R_1, R_2, \dots, R_m$ روی مجموعه عناصر داده شده است و هدف ارائه بهترین رتبه‌بندی روی عناصر مجموعه بر حسب m رتبه‌بندی ورودی است. چنین رتبه‌بندی را **رتبه‌بندی تجمیعی** می‌نامیم.

تعریف ۳.۴. فرض کنید R_i یک رتبه‌بندی روی عناصر $c_1, c_2, \dots, c_d$ باشد. گراف جهت‌داری را که به‌صورت زیر ایجاد می‌گردد، یک **گراف رتبه‌بندی** متناظر با رتبه‌بندی R_i می‌نامیم و به‌صورت $G^i = (V, E)$ نشان می‌دهیم. به ازای هر عنصر یک رأس در نظر می‌گیریم (V برابر با مجموعه عناصر است) و ترتیب بین عناصر در این رتبه‌بندی را با یالی جهت‌دار میان آن‌ها، از رأس با اولویت پایین‌تر به رأس با اولویت بالاتر نمایش می‌دهیم.

گراف‌های رتبه‌بندی را به دو دسته **گراف رتبه‌بندی متوالی** و **گراف رتبه‌بندی کلی** تقسیم می‌کنیم. در **گراف رتبه‌بندی متوالی** تنها ترتیب میان عناصر متوالی را به‌صورت یالی جهت‌دار در نظر می‌گیریم. در **گراف رتبه‌بندی کلی** ترتیب میان تمام عناصر را با یالی جهت‌دار در نظر می‌گیریم. به‌عنوان مثال، در رتبه‌بندی $< a, b, c, d >$ دو گراف متناظر به صورت شکل ۱ خواهد بود. گراف رتبه‌بندی متوالی متناظر با رتبه‌بندی R_i را با G_s^i نشان می‌دهیم و گراف رتبه‌بندی کلی متناظر با رتبه‌بندی R_i را با G_t^i نشان می‌دهیم.



شکل ۱.الف. گراف رتبه‌بندی متوالی



شکل ۱.ب. گراف رتبه‌بندی کلی

www.SID.ir

Archive of SID

علیرضا زارعی و همکار ـــ

۲-۴- تجمیع ارزیابی عملکرد

فرض کنید که عملکرد کارکنان یک سازمان توسط m ارزیاب به‌صورت $< x_1, x_2, \dots, x_d >$ ارائه شده است و هدف ارائه یک ارزیابی نهایی از آنان است، به نحوی که بیشترین میزان شباهت را به تمام ارزیابی‌ها داشته باشد. فرض کنید این رتبه‌بندی‌ها جزئی و بدون برابری است. ارزیابی‌های ارائه شده توسط افراد مختلف را به‌عنوان ورودی مسئله تجمیع رتبه‌بندی در نظر می‌گیریم و به این ترتیب هدف ارائه یک رتبه‌بندی تجمیعی است که آن را **ارزیابی تجمیعی** می‌نامیم. اکنون مسئله ارزیابی تجمیعی را به‌صورت یک گراف مدل‌سازی می‌کنیم.

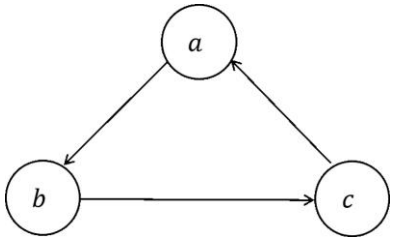
تعریف ۴.۴. یک **گراف ارزیابی متوالی**، گرافی جهت‌دار است که در آن رأسی متناظر با هر کدام از افراد ارزیابی‌شونده داریم و بین هر جفت رأسی که افراد متناظر با آن‌ها در حداقل یک ارزیابی و در اولویت‌های متوالی ظاهر شده است، از رأس با اولویت پایین‌تر به رأس با اولویت بالاتر یال وصل می‌کنیم. گراف ارزیابی متوالی را با G_s نشان می‌دهیم.

تعریف ۵.۴. یک **گراف ارزیابی کلی**، گرافی جهت‌دار است که در آن رأسی متناظر با هر کدام از افراد ارزیابی‌شونده داریم و بین هر جفت رأسی که افراد متناظر با آن‌ها در حداقل یک ارزیابی ظاهر شده است از رأس با اولویت پایین‌تر به رأس با اولویت بالاتر یال وصل می‌کنیم. گراف ارزیابی کلی را با G_t نشان می‌دهیم.

می‌توان دید که گراف ارزیابی متوالی، اجتماع گراف‌های رتبه‌بندی متوالی متناظر با هر کدام از ارزیابی‌های ورودی و به همین ترتیب گراف ارزیابی کلی، اجتماع گراف‌های رتبه‌بندی کلی متناظر با هر کدام از ارزیابی‌های ورودی مسئله است.

$$G_s = \bigcup_{i=1,\dots,m} G_s^i \quad and \quad G_t = \bigcup_{i=1,\dots,m} G_t^i$$

یافتن یک ارزیابی تجمیعی متناظر با یافتن یک ترتیب روی رئوس گراف ارزیابی است و ارائه یک ترتیب روی رئوس گراف ارزیابی مستلزم آن است که گراف بدون دور باشد. به‌عنوان مثال در گراف ارزیابی نشان داده شده در شکل ۲، هر ترتیبی روی رئوس آن فاقد اعتبار خواهد بود. مثلاً در ترتیب $< c, b, a >$، داریم $c < a$ در حالی که با توجه به تعریف گراف ارزیابی وجود یال (c, a) به معنای برتری a بر c است.



شکل ۲. گراف ارزیابی

www.SID.ir

Archive of SID

بنابراین هدف، بدون‌دورسازی گراف‌های ارزیابی است تا ارائه یک ترتیب روی رئوس آن امکان‌پذیر باشد. برای این منظور، حذف یال‌های گراف ارزیابی را در نظر می‌گیریم. حذف یال‌ها باید به نحوی باشد که گراف بدون دور حاصل تا حد امکان شبیه به گراف اولیه باشد. برای اندازه‌گیری میزان شباهت گراف بدون دور حاصل به گراف اولیه معیار هزینه بدون دورسازی را تعریف می‌کنیم. هر چه مقدار این معیار کمتر باشد، گراف حاصل به گراف اولیه شبیه‌تر و نتایج حاصل دارای کارآمدی بیشتری خواهد بود.

تعریف ۶.۴. فرض کنید $G = (V, E)$ یک گراف ارزیابی (گراف ارزیابی متوالی یا گراف ارزیابی کلی) و $G' = (V', E')$ گراف جهت‌دار بدون دور حاصل از حذف یال‌های G باشد. تعداد یال‌های حذف شده از گراف را برابر با **هزینه بدون دورسازی گراف ارزیابی** G در نظر می‌گیریم و آن را با $c_{cr}(G)$ نشان می‌دهیم، یعنی $c_{cr}(G) = |E| - |E'|$.

۵- الگوریتم‌های پیشنهادی

برای بدون‌دورسازی گراف‌های ارزیابی بدون وزن چهار الگوریتم ارائه شده است که به علت محدودیت فضا شبه‌کد آن‌ها در بخش پیوست آمده است. در الگوریتم‌های ۱ و ۲ ابتدا دور دلخواهی از گراف ارزیابی انتخاب می‌شود. در الگوریتم ۱ نخستین یال این دور و در الگوریتم ۲ آخرین یال آن حذف می‌شود. روند انتخاب دور و حذف یال از آن در هر دو الگوریتم تا زمانی که گراف بدون دور شود ادامه می‌یابد. در انتها آنچه باقی مانده است، یعنی G'، گراف ارزیابی بدون دور است و بنابراین ارائه یک ترتیب روی رئوس آن ممکن است.

در الگوریتم ۳ نیز نظیر دو الگوریتم قبلی ابتدا دور دلخواهی از گراف ارزیابی انتخاب می‌شود و سپس به تصادف یالی از آن را حذف می‌کنیم. این روند تا زمانی که گراف ارزیابی بدون دور ایجاد شود، ادامه می‌یابد.

پیچیدگی زمانی الگوریتم‌های فوق از مرتبه $O\big((n+m)(c+1)\big)$ است که n تعداد رئوس، m تعداد یال‌ها و c تعداد دورهای گراف خواهد بود. در خط ۴ الگوریتم‌های ۱ تا ۳ وجود یا عدم وجود دور در گراف بررسی می‌شود. بنابراین این خط $c+1$ بار اجرا می‌شود (آخرین مرتبه اجرای این خط زمانی است که گراف فاقد دور باشد). هر بار بررسی و یافتن دور در صورت وجود، با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی عمق اول[1] و در زمان $O(m+n)$ ممکن است.

الگوریتم۴، برای بهبود عملکرد الگوریتم‌های قبلی ارائه شده است. الگوریتم ۴، الگوریتم ۳ را

www.SID.ir

Archive of SID

چندین مرتبه تکرار می‌کند و بهترین نتیجه یعنی گراف ارزیابی بدون دور را که دارای کمترین هزینه بدون‌دورسازی است، به‌عنوان خروجی برمی‌گزیند.

با توجه به زمان اجرای الگوریتم ۳، به وضوح پیچیدگی زمانی اجرای الگوریتم ۴ از مرتبه $O\big(d(c+1)(n+m)\big)$ خواهد بود.

تاکنون وقوع رابطه برتری میان هر جفت فرد را که متناظر با یالی جهت‌دار در گراف‌های ارزیابی است، حداکثر یک بار در نظر گرفتیم. در حالی که ممکن است دو فرد در بیش از یک ارزیابی و با ترتیب‌های برتری مشابه، ظاهر شده باشند. بنابراین به نظر می‌رسد که ترتیب میان چنین افرادی که در تعداد بیشتری از رتبه‌بندی‌ها با ترتیب یکسان ظاهر شده‌اند، دارای اهمیت بالاتری باشد. هم‌چنین در گراف‌های ارزیابی کلی فاصله میان دو فرد در یک رتبه‌بندی قابل توجه است. مثلاً در گراف رتبه‌بندی کلی که متناظر با ارزیابی $< a,b,c,d >$، است، یال‌های $(b,a),(c,a),(c,b)$ را داریم. از دیدگاه ارزیابی که این رتبه‌بندی را ارائه داده است، برتری a بر c بیش از میزان برتری a بر b یا برتری b بر c است. بنابراین فاصله بین دو فرد در یک ارزیابی نیز دارای اهمیت است. با توجه به موارد فوق، گراف‌های ارزیابی وزن‌دار را تعریف می‌کنیم.

تعریف ۱.۵. در یک ارزیابی R_k به‌صورت $< x_1, x_2, \dots, x_m >$، **فاصله مرتب** دو فرد x_i و x_j را با $d_k(x_i,x_j)$ نشان می‌دهیم و مقدار آن برابر است با تعداد افراد x_t که در ارزیابی R_k ، دارای اولویت بالاتر نسبت به x_j هستند و اولویت x_i بالاتر از x_t است. بنابراین اگر در رتبه‌بندی R_k، x_i و x_j با اولویت نسبی x_i ظاهر شود، $d_k(x_i,x_j)=j-i$ وگرنه $d_k(x_i,x_j)=0$.

تعریف ۲.۵. یک **گراف ارزیابی (متوالی یا کلی) وزن‌دار** $\bar{G}=(V,E,w)$ ، یک گراف ارزیابی با تابع وزن w روی یال‌هاست که در آن وزن هر یال برابر با مجموع فاصله مرتب افراد متناظر با رئوس، در تمام ارزیابی‌هایی است که در آنها ظاهر شده‌اند:

$$w(x_i,x_j)=\sum_{k=1,\dots,m} d_k(x_i,x_j) \text{ for all } (x_i,x_j)\in E$$

با توجه به اینکه در گراف‌های ارزیابی متوالی تنها یال میان رئوس متناظر با افراد متوالی را در نظر می‌گیریم، فاصله مرتب میان آن‌ها برابر با ۱ و در نتیجه وزن یال‌ها برابر با تعداد رتبه‌بندی‌هایی است که شامل ترتیب متناظر میان افراد باشد. به‌عنوان مثال، چنانچه دو فرد a و b با ترتیب متوالی $a<b$ در دو ارزیابی مختلف R_1 و R_2 ظاهر شود، وزن یال (a,b) در

www.SID.ir

Archive of SID

گراف ارزیابی وزن‌دار، برابر با ۲ خواهد بود.

تعریف ۳.۵. هزینه بدون‌دورسازی گراف ارزیابی وزن‌دار$\overline{G}$، برابر با مجموع وزن یال‌های حذف شده از گراف است. بنابراین :

$$c_{cr}(\bar{G}) = \sum_{e \in E \setminus E'} \big(w(e)\big).$$

الگوریتم ۵ (نوشته شده در پیوست به علت محدودیت تعداد صفحات) برای بدون‌دورسازی گراف ارزیابی وزن‌دار با کمترین هزینه بدون‌دورسازی ارائه شده است. در این الگوریتم هر بار دوری از گراف انتخاب و یالی از دور با وزن کمینه حذف می‌شود و این روند تا زمانی که گراف بدون دور شود ادامه می‌یابد. $\overline{G'}$ گراف ارزیابی وزن‌دار بدون دور حاصل است.

زمان اجرای الگوریتم۵ از مرتبه $O(c+1)\big((n+m)(n)\big)$ خواهد بود. با توجه به اینکه اندازه دور در گراف با n رأس برابر با $O(n)$ است، یافتن یال با کمترین وزن زمان اجرای $O(n)$ خواهد داشت.

فرض کنید G' گراف ارزیابی بدون دور حاصل از اجرای یکی از الگوریتم‌های فوق باشد. اکنون ارائه یک ترتیب روی رئوس گراف ممکن است و این ترتیب متناظر با یک ارزیابی تجمیعی روی تمام افراد ارزیابی شونده است. برای این منظور یک ترتیب توپولوژیک روی G' در زمان $O(n+m)$ می‌یابیم.

۶- نتایج پیاده‌سازی

در این بخش به پیاده‌سازی الگوریتم‌های ارائه شده در بخش قبلی روی یک نمونه داده حقیقی و ارزیابی کارایی الگوریتم‌ها و مقایسه آنها می‌پردازیم.

به‌عنوان نمونه واقعی، که به دلیل رعایت ملاحظات محرمانگی از ذکر نام واقعی آن اجتناب می‌شود، نتیجه ارزیابی ۲۵ نفر کارکنان یک سازمان را به‌صورت زیر دراختیار داریم. در این ارزیابی از هر نفر خواسته شده است تا ۵ نفر دیگر از همکاران خود را به‌صورت یک تا ۵ رتبه‌بندی کند. بنابراین، هر ارزیاب یک رتبه‌بندی به‌صورت $< x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 >$ از ۵ نفر از دیگر کارکنان را براساس نظر خود ارائه داده است. هدف ارائه یک ارزیابی نهایی از تمام کارکنان است که بیشترین میزان مشابهت را با ارزیابی‌های ارائه شده توسط آن‌ها دارد.

داده‌های مربوط به ارزیابی کارکنان در جدول ۱ نشان داده شده است. در نخستین ستون هر

www.SID.ir

Archive of SID

جدول، فرد ارزیابی‌کننده و در ستون دوم و سوم ۵ نفر ارزیابی شده توسط ارزیاب و اولویت‌های آنها در ۵ ردیف مشخص شده است.

گراف ارزیابی متوالی در این نمونه، گرافی با ۲۵ رأس و۹۷ یال و گراف ارزیابی کلی گرافی با ۲۵ رأس و ۲۱۰ یال خواهد بود. در شکل ۳ گراف ارزیابی متوالی و در شکل ۴ گراف ارزیابی کلی متناظر با داده‌های ارزیابی کارکنان را داریم. در بخش بعدی نتایج اجرای الگوریتم‌ها روی گراف‌های ارزیابی G_s و G_t آمده است.

هزینه بدون دورسازی گراف‌های ارزیابی در هر کدام از الگوریتم‌ها محاسبه و یک ترتیب توپولوژیک روی گراف ارزیابی بدون دور حاصل که متناظر با یک ارزیابی تجمیعی است، ارائه شده است. دقت شود که در ترتیب‌های ارائه شده، نخستین فرد از سمت چپ دارای پایین‌ترین اولویت است واولویت افراد به ترتیب افزایش می‌یابد.

۱-۶- نتایج پیاده‌سازی الگوریتم‌ها

در این بخش یک ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف‌های ارزیابی بدون دور حاصل از اجرای هر کدام از الگوریتم‌ها که متناظر با ارزیابی تجمیعی است، ارائه شده است. تصویر گراف‌های ارزیابی بدون دور و یال‌های این گراف‌ها در بخش پیوست آورده شده است.

جدول۱. نتایج ارزیابی عملکرد کارکنان یک سازمان

فرد	اولویت	ارزیاب	فرد	اولویت	ارزیاب	فرد	اولویت	ارزیاب	فرد	اولویت	ارزیاب
B	۱	D	B	۱	X	D	۱	L	Y	۱	K
Q	۲	D	E	۲	X	H	۲	L	N	۲	K
V	۳	D	G	۳	X	J	۳	L	M	۳	K
J	۴	D	T	۴	X	W	۴	L	R	۴	K
O	۵	D	D	۵	X	N	۵	L	E	۵	K
I	۱	R	U	۱	B	L	۱	A	S	۱	J
F	۲	R	X	۲	B	I	۲	A	B	۲	J
M	۳	R	J	۳	B	S	۳	A	X	۳	J
K	۴	R	G	۴	B	P	۴	A	M	۴	J
E	۵	R	T	۵	B	J	۵	A	U	۵	J
L	۱	V	B	۱	G	I	۱	E	O	۱	Q
R	۲	V	V	۲	G	F	۲	E	F	۲	Q
H	۳	V	C	۳	G	H	۳	E	U	۳	Q

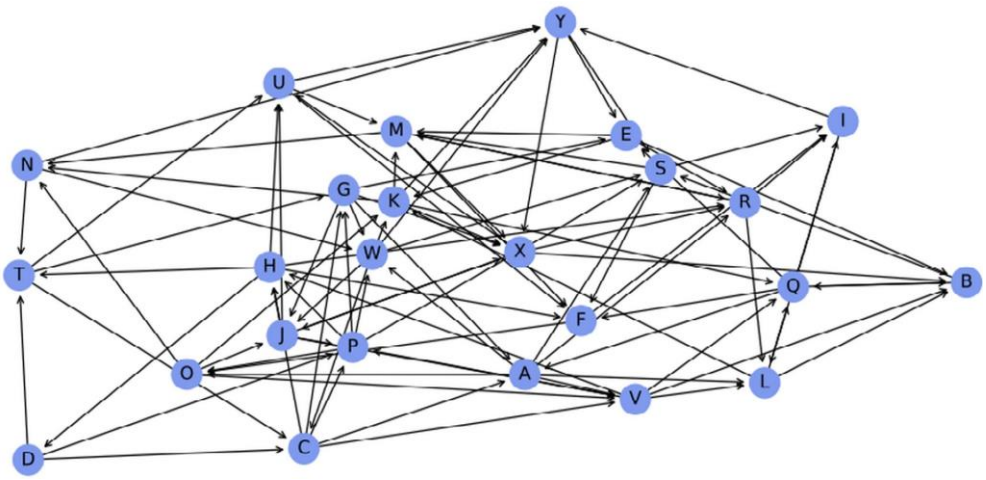
www.SID.ir

Archive of SID

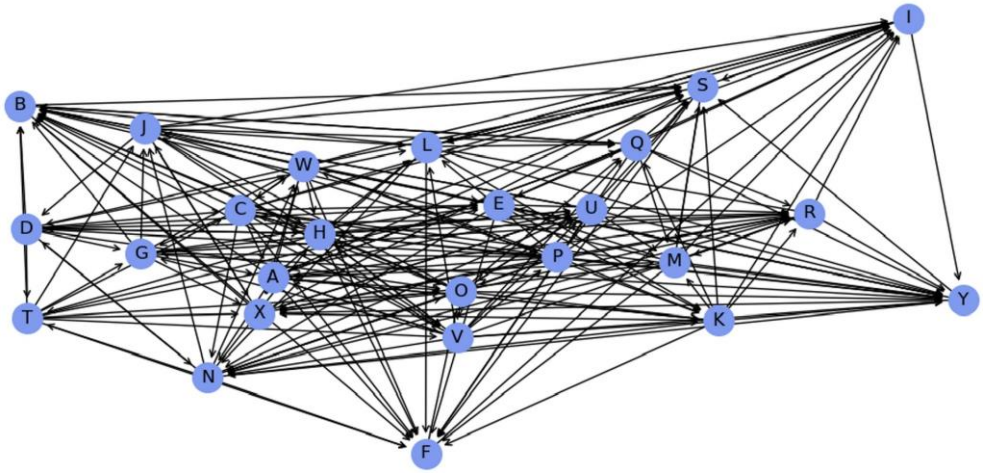
ارزیاب	اولویت	فرد	ارزیاب	اولویت	فرد	ارزیاب	اولویت	فرد	ارزیاب	اولویت	فرد	ارزیاب	اولویت	فرد
Q	۴	T	E	۴	C	G	۴	T	V	۴	P
Q	۵	N	E	۵	W	G	۵	H	V	۵	D
H	۱	I	M	۱	N	U	۱	R	O	۱	U
H	۲	R	M	۲	O	U	۲	A	O	۲	J
H	۳	M	M	۳	P	U	۳	G	O	۳	X
H	۴	E	M	۴	C	U	۴	P	O	۴	G
H	۵	Q	M	۵	D	U	۵	V	O	۵	T
W	۱	M	P	۱	N	F	۱	E			
W	۲	S	P	۲	K	F	۲	Y			
W	۳	A	P	۳	L	F	۳	W			
W	۴	Q	P	۴	V	F	۴	G			
W	۵	K	P	۵	A	F	۵	C			
Y	۱	R	C	۱	X	N	۱	S			
Y	۲	X	C	۲	Y	N	۲	Y			
Y	۳	K	C	۳	K	N	۳	I			
Y	۴	O	C	۴	W	N	۴	Q			
Y	۵	A	C	۵	P	N	۵	L			
T	۱	Y	S	۱	F	I	۱	F			
T	۲	U	S	۲	Q	I	۲	S			
T	۳	H	S	۳	B	I	۳	W			
T	۴	V	S	۴	L	I	۴	A			
T	۵	O	S	۵	A	I	۵	C			

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۳. گراف ارزیابی متوالی G_s



شکل ۴. گراف ارزیابی کلی G_t

www.SID.ir

Archive of SID

۱-۱-۶- نتیجه اجرای الگوریتم‌های ۱ تا ۴ روی گراف ارزیابی متوالی G_s :

با اجرای الگوریتم۱ روی گراف G_s ، گراف ارزیابی بدون دور حاصل دارای ۵۷ یال خواهد بود. بنابراین $c_{cr}(G_s) =$ ۴۰ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_s به‌صورت زیر است:

$X, R, O, N, T, U, V, P, W, J, H, D, C, Y, S, M, G, L, K, Q, F, E, B, I, A$

با اجرای الگوریتم ۲ روی گراف G_s ، گراف ارزیابی بدون دور حاصل دارای ۵۸ یال خواهد بود. بنابراین $c_{rc}(G_s) =$ ۳۹ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_s به‌صورت زیر است:

$F, I, D, E, K, M, B, C, G, J, P, H, A, O, V, N, W, Y, S, X, R, L, Q, T, U$

با اجرای الگوریتم ۳ روی گراف G_s، تعداد یال‌های گراف بدون دور حاصل ۶۴ یال خواهد بود. بنابراین $c_{cr}(Gs) =$ ۳۳ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_s به‌صورت زیر است:

$N, T, D, C, G, J, P, A, W, Y, S, O, V, L, K, X, Q, E, B, H, U, R, M, F, I$

با اجرای الگوریتم ۴ با مقدار $d =$ ۱۰، روی گراف G_s تعداد یال‌های گراف بدون دور حاصل ۶۷ یال خواهد بود و بنابراین $c_{cr}(G_s) =$ ۳۰ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_s به‌صورت زیر است:

$O, D, T, C, V, P, G, E, K, H, A, R, L, Q, M, N, W, Y, X, J, U, B, S, F, I$

همان‌طور که می‌بینیم الگوریتم ۴ دارای هزینه کمتری نسبت به الگوریتم‌های ۲،۱و۳ در بدون دورسازی گراف ارزیابی متوالی بدون وزن است. بنابراین گراف ارزیابی متوالی بدون دور حاصل از الگوریتم ۴ از نظر اندازه، به گراف ارزیابی اولیه شباهت بیشتری دارد.

۲-۱-۶- نتیجه اجرای الگوریتم‌های ۱ تا ۴ روی گراف ارزیابی کلی G_t

با اجرای الگوریتم ۱ روی گراف G_t، گراف ارزیابی بدون دور حاصل دارای ۱۱۳یال خواهد بود. بنابراین $c_{rc}(G_t) =$ ۹۷ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_t به‌صورت زیر است:

$T, V, P, W, G, Q, R, N, U, X, Y, S, L, M, O, J, H, D, E, B, C, K, F, I, A$

با اجرای الگوریتم ۲ روی گراف G_t ، گراف ارزیابی بدون دور حاصل دارای ۱۲۰ یال خواهد بود. بنابراین $c_{cr}(G_t) =$ ۹۰ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_t به‌صورت زیر است:

$D, C, H, G, J, P, E, A, K, M, B, F, O, V, I, L, N, W, T, Q, Y, X, U, S, R$

با اجرای الگوریتم۳ روی گراف G_t، تعداد یال‌های گراف بدون دور حاصل ۱۴۶ یال خواهد بود. بنابراین $c_{rc}(G_t) =$ ۶۴ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_t به‌صورت زیر است:

$T, C, V, W, D, G, J, P, H, E, A, N, O, K, Q, M, X, U, R, L, B, F, S, I, Y$

www.SID.ir

Archive of SID

با اجرای الگوریتم ۴ با مقدار $d = ۱۰$ ، روی گراف ارزیابی کلی G_t ، تعداد یال‌های گراف بدون دور حاصل ۱۵۲ یال خواهد بود و بنابراین $c_{cr}(G_t) = ۵۸$ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف G'_t به‌صورت زیر است:

$$D, T, C, V, P, G, W, J, A, O, N, H, U, L, K, Q, M, R, Y, E, X, B, S, F, I$$

همان طور که می‌بینیم، الگوریتم ۴ در بدون دورسازی گراف‌های ارزیابی کلی نیز دارای هزینه کمتری نسبت به الگوریتم‌های ۱، ۲ و ۳ است. بنابراین گراف ارزیابی کلی وزن‌دار بدون دور حاصل از الگوریتم ۴ از نظر اندازه به گراف ارزیابی اولیه شباهت بیشتری دارد.

۳-۱-۶- نتیجه اجرای الگوریتم ۵ روی گراف‌های ارزیابی وزن‌دار

مجموع وزن یال‌های گراف متوالی ارزیابی وزن‌دار $\overline{G_s}$ برابر با ۱۰۰ است. با اجرای **الگوریتم ۵** تعداد یال‌ها و مجموع وزن یال‌های گراف بدون دور حاصل به ترتیب ۵۸ و ۶۱ خواهد بود. بنابراین $c_{rc}(\overline{G_s}) = ۳۹$ است. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف $\overline{G_t}'$ به‌صورت زیر است:

$$X, R, O, V, P, L, N, W, K, Q, J, H, D, T, G, U, Y, E, B, S, M, F, I, C, A$$

مجموع وزن یال‌های گراف ارزیابی کلی وزن‌دار $\overline{G_t}$ برابر با ۵۰۰ است. با اجرای الگوریتم ۵ تعداد یال‌ها و مجموع وزن یال‌های گراف بدون دور حاصل به ترتیب ۱۴۷ یال و ۴۱۱خواهد بود. بنابراین $c_{rc}(\overline{G_t}) = ۸۹$. ترتیب توپولوژیک روی رئوس گراف $\overline{G_t}'$ به‌صورت زیر است:

$$T, C, W, H, V, A, K, N, G, J, D, P, L, O, Q, E, M, R, Y, X, U, B, F, I, S$$

با مقایسه نتایج حاصل از پیاده‌سازی الگوریتم‌ها روی نمونه داده موجود و مقایسه آن با ارزیابی‌های اولیه ارائه شده، موارد زیر قابل استنتاج است. الگوریتم‌های ۴ و ۳ به ترتیب دارای کمترین هزینه بدون‌دورسازی نسبت به دو الگوریتم ۱ و۲ روی هر دو گراف ارزیابی متوالی و کلی هستند. بنابراین گراف‌های بدون دور حاصل از این الگوریتم‌ها بر اساس اندازه به ترتیب شباهت بیشتری به گراف‌های ارزیابی اولیه دارد. از طرفی می‌توان دید نتایج حاصل از این الگوریتم‌ها در مقایسه با الگوریتم‌های ۱و۲ کارآمدتر است. چنان‌چه می‌بینیم در نتایج حاصل از این الگوریتم‌ها فرد با کد I دارای بالاترین اولویت است. در ارزیابی‌های فردی ارائه شده نیز I جزء افرادی است که بیش از سایرین در اولویت نخست ارزیابی قرار گرفته است. در ارزیابی تجمیعی حاصل از الگوریتم ۴ روی هر دو گراف ارزیابی متوالی و کلی افراد B, S, F, I به ترتیب دارای بالاترین اولویت هستند. افراد D, T, C, V, P, G در پایین‌ترین اولویت‌های ارزیابی

www.SID.ir

Archive of SID

تجمیعی گراف ارزیابی کلی و به‌طور مشابه در پایین‌ترین اولویت‌های ارزیابی تجمیعی گراف ارزیابی متوالی بعد از فرد با کد O قرار می‌گیرند.

عملکرد الگوریتم ۵ روی گراف ارزیابی کلی وزن‌دار بهتر است ودر ارزیابی تجمیعی حاصل، افراد S, I, F, B را به ترتیب در بالاترین اولویت‌ها قرار می‌دهد که مطابق با نتیجه الگوریتم۴ است و با ارزیابی‌های اولیه شباهت بیشتری دارد.

با مقایسه ارزیابی‌های تجمیعی حاصل از الگوریتم‌ها و ارزیابی‌های فردی اولیه می‌توان گفت ارزیابی فرد Q، با ترجیح O بر F ، غیرمنصفانه به نظر می‌رسد. فرد Q در ارزیابی فردی خود، O را در اولویت بالاتری نسبت به F ، قرار داده است این درحالی است که می‌بینیم F در ارزیابی تجمیعی نتیجه تمام الگوریتم‌ها روی هر دو گراف ارزیابی متوالی و کلی (بدون وزن و وزن‌دار) به جز در نتیجه ۲ در اولویت بالاتر از O قرار گرفته است.

۷- نتیجه‌گیری

ارزیابی عملکرد یکی از اصول مدیریت بهینه و کارآمد در هر سازمانی است و انجام آن با فراهم‌شدن ابزارهای فناوری اطلاعات بسیار تسهیل شده است. با این‌حال مسئله‌ای که هنوز به عنوان یک چالش مطرح است، تجمیع ارزیابی‌های مختلفی است که در بازه‌های زمانی مختلف و توسط مراجع ارزیابی گوناگون تهیه شده است. هم‌اکنون، تجمیع رتبه‌بندی‌ها و ارزیابی‌های مختلف از طریق نمره‌دهی به هرکدام از افراد ارزیابی شده در هر ارزیابی و گرفتن میانگین نمرات افراد در ارزیابی‌های مختلف انجام می‌شود. ولی به‌صورت نظری و نیز با ارئه مثال‌های واقعی اثبات می‌شود که نتیجه نهایی در این روش ناسازگاری جدی در تطبیق با واقعیت خواهد داشت. به‌طور خاص، ارزیابی‌های غیرمنصفانه و مغرضانه می‌تواند نتیجه نهایی را به شدت تحت تأثیر قرار دهد. به‌عنوان مثال، دانشجویی که در همه‌ی درس‌های خود با اختلاف اندکی نسبت به سایر دانشجویان هم‌دوره‌ی خود دارای نمره بهتری است و صرفاً در یک درس نمره خیلی پایینی گرفته باشد دارای معدل پایین‌تری نسبت به بقیه دانشجویان خواهد بود که نمی‌تواند با واقعیت تطبیق داشته باشد.

لذا تلاش‌های فراوانی برای ابداع روش‌های علمی‌تر و دقیق‌تر برای مسئله‌ی تجمیع رتبه‌بندی انجام شده‌است. این مسئله از نظر تئوری و در علوم ریاضی و کامپیوتر نیز مسئله جذابی است و تحقیقات گسترده‌ای روی آن انجام شده است. از نظر تئوری، این مسئله به‌صورت یک گراف مدل‌سازی می‌شود و هدف از آن حذف کم‌هزینه‌ترین زیرمجموعه از یال‌ها است به‌طوری که

www.SID.ir

Archive of SID

گراف حاصل بدون دور شود و بتوان برای آن ترتیب توپولوژیک ارائه داد.

در این مقاله مسئله تجمیع ارزیابی‌های عملکرد کارکنان به‌صورت معادل گرافی آن مدل‌سازی شده است و با ارائه‌ی الگوریتم‌های متعددی، مسئله‌ی تجمیع رتبه‌بندی حل شده است. نتیجه‌ی اجرای این الگوریتم‌ها برروی یک مجموعه داده واقعی نیز اجرا شده است تا کیفیت خروجی در عمل نیز بررسی شود. این نتایج تأییدکننده‌ی کارایی مناسب این راه‌کار است. علاوه‌برآن، به‌کارگیری این روش، استنتاج‌هایی نیز در مورد کیفیت ارزیابی‌های انجام شده به‌دست می‌دهد که می‌تواند مورد استفاده برای بهبود فرایند ارزیابی نیز باشد.

این پژوهش در دو زمینه قابل توسعه خواهد بود: به‌کارگیری و استفاده از این روش در کاربردهای دیگری از حوزه مدیریت و ارزیابی و نیز توسعه و بهبود روش‌های معرفی‌شده از دیدگاه نظری. در ارتباط با زمینه‌ی اول، چه در مورد ارزیابی عملکرد و چه در سایر کاربردهایی که با رتبه‌بندی‌های مختلف و تجمیع آنها سروکار دارد، می‌توان از این روش استفاده مؤثر کرد. در ارتباط با زمینه‌ی دوم، منظور توسعه‌ی روش‌های نظری و ریاضی مسئله‌ی تجمیع رتبه‌بندی است که توسط متخصصان حوزه علوم ریاضی و کامپیوتر می‌تواند اتفاق بیفتد.

۸- پی‌نوشت‌ها

۱. Rank Aggregation
۲. Condorcet
۳. Borda
٤. Kemeny Distance
٥. Kendall-Tau Distance
٦. Spearman’s Footrule Distance
۷. Feedback Arc Set
۸. Fuzzy Logic
۹. Analytic Hierarchy Process
۱۰. Fuzzy Analytic Hierarchy Process
۱۱. Decenzo
۱۲. Robbins
۱۳. Relative Standards
۱٤. Absolute Standards
۱٥. Objectives
۱٦. Nicolaus Cusanus
۱۷. Black Rule
۱۸. Kendall
۱۹. Kemeny
۲۰. Snell
۲۱. Bubble Sort
۲۲. Footrule Spearman
۲۳. Dwork
۲٤. Feedback Arc Set
۲٥. Ailon
۲٦. Unweighted Majority Tournament
۲۷. Coppersmith
۲۸. Depth First Search

www.SID.ir

Archive of SID

۹- منابع

[۱] Dwork C., Kumar R., Naor M., Sivakumar D., Rank aggregation revisited, ۲۰۰۱

[۲] Jackson B.N., Schnable P.S., Aluru S., Consensus genetic maps as median orders from inconsistent sources, *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, ۲۰۰۸, ۵, ۱۶۱–۱۷۱

[۳] Fagin R., Kumar R., Sivakumar D., Efficient similarity search and classification via rank aggregation, *In: Proceedings of the 2003 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, ۲۰۰۳, ۳۰۱–۳۱۲

[٤] Dwork C., Kumar R., Naor M., Sivakumar D., Rank aggregation methods for the web, *In: Proceedings of the 10th International Conference on World Wide Web*, ۲۰۰۱, ۶۱۳–۶۲۲

[۵] Borda J.-C. de, Mémoire sur les élections au scrutin: Histoire de l', *Paris, France*, ۱۷۸۱, ۱۲

[٦] de Caritat M.J.A.N., De Condorcet M., Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix, ۱۷۸۵

[۷] Emond E.J., Mason D.W., A new rank correlation coefficient with application to the consensus ranking problem, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, ۲۰۰۲, ۱۱, ۱۷–۲۸

[۸] Cook W.D., Kress M., Seiford L.M., An axiomatic approach to distance on partial orderings, *RAIRO-Operations Research*, ۱۹۸۶, ۲۰, ۱۱۵–۱۲۲

[۹] Diaconis P., Graham R.L., Spearman's footrule as a measure of disarray, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, ۱۹۷۷, ۳۹, ۲۶۲–۲۶۸

[۱۰] Coppersmith D., Fleischer L., Rudra A., Ordering by weighted number of wins gives a good ranking for weighted tournaments, *In: Proceedings of the Seventeenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithm*, ۲۰۰۶, ۷۷۶–۷۸۲

[۱۱] Demetrescu C., Finocchi I., Combinatorial algorithms for feedback problems in directed graphs, *Information Processing Letters*, ۲۰۰۳, ۸۶, ۱۲۹–۱۳۶

www.SID.ir

Archive of SID

[۱۲] Ailon N., Charikar M., Newman A., Aggregating inconsistent information: ranking and clustering, *Journal of the ACM (JACM)*, ۲۰۰۸, ۵۵, ۱–۲۷

[۱۳] Karp R.M., Reducibility among combinatorial problems, *In: Complexity of Computer Computations, Springer*, ۱۹۷۲, ۸۵–۱۰۳

[۱٤] Shaout A., Yousif M.K., Performance evaluation–Methods and techniques survey, *International Journal of Computer and Information Technology*, ۲۰۱٤, ۳, ۹٦٦–۹۷۹

[۱۵] Rahmati A., Noorbehbahani F., A new hybrid method based on fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS for employee performance evaluation, *In: 2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI)*, ۲۰۱۷, ۱٦۵–۱۷۱

[۱٦] Mehrabanpour, M., Raei Ezabadi, M. E., Akhlaghi FeyzAsar, R. Designing a Decision Support System for Ranking the Subsidiaries in Multi-disciplined Holding Companies. *Modern Research in Decision Making*, ۲۰۱۹,٤, ۳٦-۷۰.

[۱۷] Nahid Titkanlu, H., Keramati, A. Applying Evidence Theory to Aggregate Feedbacks in ۳٦۰ Degree Feedback Model. *Modern Research in Decision Making*, ۲۰۱۸, ۳, ۲۷۵-۲۹۹.

[۱۸] Torkashvand, A., Azar, A. Assessing the Teaching Researching Performance With the Help of Data Envelopment Analysis Model: Teaching Groups of Humanity Sciences Faculty, Tarbiat Modares University. *Management Research in Iran*, ۲۰۰٦, ۱۰, ۱-۲۳.

[۱۹] Anvary Rostamy, A. A., Ghodratian Kashan, S. A. Designing a comprehensive model to evaluate performance and rank of a company. *Management Research in Iran*, ۲۰۰٤, ۸, ۱۰۹-۱۳۵.

[۲۰] Jafari M., Bourouni A., Amiri R.H., A new framework for selection of the best performance appraisal method, *European Journal of Social Sciences*, ۲۰۰۹, ۷, ۹۲–۱۰۰

[۲۱] Dessler G., Human resource management, Prentice Hall, ۲۰۰۰

www.SID.ir

Archive of SID

[۲۲] Kemeny J.G., Mathematics without numbers, *Daedalus*, ۱۹۵۹, ۸۸, ۵۷۷–۵۹۱

[۲۳] Kemeny J., Snell J., Mathematical models in the social sciences. *Blaisdell*, New York, ۱۹۶۲, ۱۹۷۲

[۲٤] Sigmund P.E., Nicholas of Cusa and medieval political thought, ۱۹٦۳

[۲٥] Black D., others, The theory of committees and elections, ۱۹٥۸

[۲٦] Kendall M.G., A new measure of rank correlation, *Biometrika*, ۱۹۳۸, ۳۰, ۸۱–۹۳

[۲۷] Lapata M., Automatic evaluation of information ordering: Kendall's tau, *Computational Linguistics*, ۲۰۰٦, ۳۲, ٤۷۱–٤۸٤

[۲۸] Signorino C.S., Ritter J.M., Tau-b or not tau-b: Measuring the similarity of foreign policy positions, *International Studies Quarterly*, ۱۹۹۹, ٤۳, ۱۱٥–۱٤٤

[۲۹] Kemeny J.G., Snell L.J., Preference ranking: an axiomatic approach, *Mathematical Models in the Social Sciences*, ۱۹٦۲, ۹–۲۳

[۳۰] Bartholdi J., Tovey C.A., Trick M.A., Voting schemes for which it can be difficult to tell who won the election, *Social Choice and Welfare*, ۱۹۸۹, ٦, ۱٥۷–۱٦٥

www.SID.ir