

مجله مخاطرات محیط طبیعی، دوره ششم، شماره ۱۴، زمستان ۱۳۹۶

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۰۸/۲۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۰۴/۲۹

صفحات: ۸۷-۱۰۲

## عملکرد توابع مفصل ارشمیدسی در تخمین سیل سالانه، مطالعه موردی: حوزه آبخیز قره سو

ساناز زراعتی<sup>۱</sup>، محمد ذونعمت کرمانی<sup>۲\*</sup>

### چکیده

سیل به عنوان یکی از ویرانگرترین خطرهای طبیعی شناخته شده است که آسیب‌های زیادی به جوامع انسانی، تاسیسات، مراکز صنعتی و اراضی کشاورزی وارد می‌کند. تخمین میزان دبی سیلاب در محل تلاقی رودخانه‌ها - با توجه به قرار گرفتن بسیاری از زیر ساخت‌ها در این مناطق - با توجه به مسائل اقتصادی و محیط زیستی از اهمیت زیادی برخوردار است. در مطالعه حاضر با توجه به آمار دبی اوج سالانه موجود در بازه زمانی سال‌های ۱۳۵۸ لغایت ۱۳۷۹ در حوزه آبخیز رودخانه قره‌سو در استان کرمانشاه، با استفاده توابع مفصل در چهار مدل: (۱) رگرسیون (۲) جمع (۳) عامل وزنی (۴) نزدیکترین ایستگاه، اقدام به تخمین میزان دبی اوج سالانه در محل تلاقی جریان‌های بالادست (ایستگاه هیدرومتری قره‌باغستان) شده است. بدین منظور ابتدا همگنی و کیفیت داده‌ها مورد بررسی قرار گرفت. سپس برازش توزیع‌های احتمالاتی مناسب به سری داده‌ها صورت گرفت و با توجه به توابع توزیع حاشیه-ای ایستگاه‌های بالادست تابع توزیع توام در محل تلاقی جریان‌ها با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی بدست آمد که بهترین تابع مفصل برای ایستگاه‌های بالادست تابع مفصل گامبل انتخاب شد. نتایج حاصل نشان داد مدل مفصل با استفاده از رابطه رگرسیونی، با ضریب تعیین ۰/۷۱۱، خطای جذر میانگین مربعات ۰/۳۸۷/۷۹، ضریب همبستگی تائو کندال ۰/۸۷۲ و ضریب رواسپیرمن ۰/۶۷۷ دارای دقت بیشتر بوده و برای تخمین دبی اوج نسبت به سایر مدل‌ها ارجحیت دارد. در نهایت مقادیر دبی برای دوره بازگشت‌های مختلف با توجه به مدل منتخب بدست آمد.

واژگان کلیدی: تابع توزیع توام، تابع مفصل گامبل، تخمین سیلاب، کرخه

szerati69@gmail.com

zounemat@uk.ac.ir

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان (نویسنده مسئول)

۲- دانشیار، بخش مهندسی آب، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان (نویسنده مسئول)

## مقدمه

سیل هر ساله خسارات فراوانی به مزارع، زمین‌های کشاورزی، راه‌ها، سدها، پل‌ها و جاده‌ها وارد می‌کند و موجب خسارات جانی و مالی فراوانی می‌شود. از این رو تحلیل فراوانی سیل در محل یا نزدیکی تلاقی آبراهه‌ها برای زیرساخت‌ها ضروری است که می‌توان با شناخت عوامل موثر در بروز سیلاب و کنترل سیلاب اقدامات مدیریتی و فنی لازم را اعمال نمود. روش‌های آماری تک متغیره اندکی به منظور تخمین دبی در شاخه‌های فرعی برای بدست آوردن سیل طرح در جریان اصلی وجود دارد. اما تحلیل فراوانی تک متغیره، به علت عدم در نظر گیری وابستگی بین متغیرهای تصادفی سیلاب (دبی اوج، تداوم زمانی و حجم سیلاب) به طور مستقل یا توأم، می‌تواند با خطا همراه باشد (یو<sup>۱</sup>، ۲۰۰۱). در همین راستا محققانی چند نسبت به مدل‌سازی دو متغیره دبی جریان اهتمام ورزیده‌اند. رینال و سالاس<sup>۲</sup> (۱۹۸۷) اولین کسانی بودند که از توزیع دو متغیره مقادیر حدی در زمینه خطر توأم سیل در نقاط تلاقی رودخانه‌ها در کالیفرنیا استفاده کردند. موریس و کالیس<sup>۳</sup> (۱۹۸۷) احتمال وقوع سیل را در محل تلاقی آبراهه‌های فرعی برآورد کردند که بدین منظور از توابع احتمال دو متغیره به منظور بیان وابستگی سطح آب در جریان اصلی و آبراهه‌های فرعی استفاده کردند. لازم به ذکر است که در تحلیل فراوانی وقایع با استفاده از توابع توزیع خانواده‌های چند متغیره فرض بر این است که توابع توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی تشکیل دهنده واقع، از همان خانواده (با توزیع مشابه) هستند که این موضوع باعث ایجاد محدودیت‌هایی در استفاده از این روش‌ها می‌شود (فور<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۰۴). تابع مفصل برای اولین بار توسط اسکالر<sup>۵</sup> (۱۹۵۹) معرفی گردید. توابع مفصل ابزاری برای مدل‌سازی همبستگی بین چند متغیر تصادفی می‌باشند که امکان ترکیب چند توزیع یک متغیره با خانواده‌های مختلف معلوم را برای ساخت یک توزیع چند متغیره به وجود می‌آورند. به منظور برطرف کردن این کاستی‌ها، توابع مفصل<sup>۶</sup> معرفی شده‌اند. از این رو توابع مفصل ابزار ریاضی مفیدی برای رسیدگی به مسائل چند متغیره‌ای هستند که در هیدرولوژی به کار می‌روند. توابع مفصل مزایای گوناگونی در مدل کردن توزیع‌های توأم دارند. از جمله مزایای آنها می‌توان به انعطاف پذیری در انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای اختیاری و ساختار وابسته، توسعه به بیش از دو متغیر و آنالیز جداگانه توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابسته اشاره کرد. همچنین استفاده از توابع مفصل در مواردی که با مشکل کمبود یا نبود آمار و اطلاعات مواجه هستیم روشی کارآمد می‌باشد زیرا به تعداد داده‌های کم حساس نمی‌باشد و بر این مشکل فائق آمده است.

1- Yue

2- Raynal and Salas

3- Morris and Calise

4- Favre

5- Sklar

6- Copula Functions

این توابع اولین بار در مطالعات هیدرولوژی بوسیله دی‌میچل و سالوادوری<sup>۱</sup> (۲۰۰۳) برای ایجاد یک مدل دومتغیره توصیف کننده شدت و مدت بارش بکار برده شدند. پس از آن مفهوم توابع مفصل به سرعت در زمینه‌های مختلف هیدرولوژی به کار گرفته شد. شیائو<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۰۶) تحلیل فراوانی دو متغیره حداکثر سیلاب و حجم را با استفاده از توابع مفصل بیان نمودند. ژانگ و سینگ<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) از تابع مفصل برای استخراج توزیع دو متغیره حداکثر سیلاب\_حجم، حجم\_تداوم سیل و حداکثر سیلاب\_تداوم سیل استفاده کردند. گریمالدی و سریلاندی<sup>۴</sup> (۲۰۰۶) تحلیل فراوانی چند متغیره سیلاب را با استفاده از توابع مفصل چند متغیره تشریح نمودند. سالوادوری و دی میشل<sup>۵</sup> (۲۰۰۴) مفصل سه متغیره را برای بررسی ساختار زمانی طوفان‌های پی در پی به کار گرفته‌اند. ژانگ و سینگ (۲۰۰۷b) از تابع مفصل گامبل-هوگارد خانواده مفصل ارشمیدسی برای تعیین توزیع سه متغیره حداکثر جریان\_حجم\_مدت و دوره بازگشت شرطی استفاده نمودند. ژانگ<sup>۶</sup> و همکاران (۲۰۱۱) برای تحلیل وقایع حدی و رفتار هیدرولوژیک آنها در حوزه رودخانه پی‌ارل چین از توابع مفصل استفاده نمودند. ردی و گنگولی<sup>۷</sup> (۲۰۱۲) به تحلیل فراوانی دو متغیره سیلاب شامل دبی حداکثر سالانه\_حجم سیلاب و حجم\_تداوم سیل با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی پرداختند. ونگ<sup>۸</sup> و همکاران (۲۰۰۹) از توابع مفصل برای آنالیز خطر سیل در محل تلاقی رودخانه استفاده نمودند. بندر<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از داده‌های دبی ساعتی ثبت شده در دو رودخانه در اوهی آلمان اقدام به تحلیل فراوانی سیل یک متغیره در بالادست و پایین محل تلاقی رودخانه اصلی نمودند و همچنین با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی اقدام به تحلیل آماری دو متغیره هردو جریان بالادست محل تلاقی نمودند. کائو<sup>۱۰</sup> و همکاران (۲۰۱۲) برای تخمین دبی محل تلاقی جریان‌ها از تابع مفصل در سه مدل جمع، عامل وزنی و نزدیکترین ایستگاه استفاده کردند در صورتی که در تحقیقات سایر محققین فقط از مدل جمع استفاده شد (بندر و همکاران ۲۰۱۳؛ شیائو و همکاران ۲۰۰۶). سعد<sup>۱۱</sup> و همکاران (۲۰۱۵) اثرات سیل بهاری را در فراوانی سیل، شدت و مدت بارش و همچنین رویدادهای دما و مدل‌سازی خطر سیل چند متغیره بر اساس مفصل‌های ارشمیدسی تو در تو<sup>۱۲</sup> فرانک<sup>۱۳</sup> و کلایتون<sup>۱۴</sup> مورد بررسی قرار دادند. اسکالت و اسکامن<sup>۱۵</sup> (۲۰۱۵) سیلاب‌های محل تلاقی را با مفصل

1- De Michele and Salvadori,

2- Shiau

3- Zhang and Singh

4- Grimaldi and Serinaldi

5- Salvadori and Michele

6- Zhang

7- Reddy and Ganguli

8- Wang

9- Bender

10- Kao

11- Saad

12- Nested

13- Frank

14- Clayton

15- Schulte and Schumann

سه متغیره جو<sup>۱</sup> و مفصل‌های جفتی مورد بررسی قرار دادند. نتایج قابلیت توابع مفصل را در پیوند توابع توزیع حاشیه‌ای متغیرها با حفظ ساختار وابستگی آنها را نشان داد. فن<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۱۶) مدل ترکیبی گوسی را برای آنالیز دو متغیره خطر هیدرولوژیکی برای ایستگاه یی چانگ<sup>۳</sup> در چین را پیشنهاد دادند. آنها از مدل ترکیبی گوسی<sup>۴</sup> برای تعیین توزیع‌های حاشیه‌ای متغیرهای سیل استفاده کردند و توزیع‌های احتمالی توأم جفت متغیرهای سیل را بر اساس توابع مفصل بدست آوردند. نتایج نشان داد که تجزیه و تحلیل دو متغیره هیدرولوژیکی می‌تواند نقش موثری در کنترل و کاهش خطرات ناشی از سیل را ایفا کند. دووان<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۱۶) از مفصل برای آنالیز فراوانی سیل دو متغیره در حوضه رودخانه هووای استفاده کردند. توزیع دو متغیره ویژگی‌های سیل بر اساس روش مفصل ساخته شد. نتایج نشان داد که مفصل می‌تواند به عنوان یک ابزار انعطاف پذیر برای پیوند توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره و ارائه اطلاعات مفید برای کاهش و کنترل خطر جاری شدن سیل استفاده شود. محمدپور و خدادادی (۱۳۹۱) فراوانی سیل سه متغیره را با استفاده از توابع مفصل خانواده پلاکت مورد بررسی قرار دادند. عبدالحسینی (۱۳۹۱) کاربرد توابع مفصل را در تحلیل فراوانی چند متغیره جریان‌های کم در حوزه آبخیز دریای خزر مورد بررسی قرار داد. عباسیان و همکاران (۱۳۹۳) تحلیل‌های توأم متغیرهای سیلاب را با استفاده از توابع مفصل انجام دادند و توزیع‌های حاشیه‌ای از میان توزیع‌های پارامتری و ناپارامتری برگزیده شدند. رحیمی و همکاران (۱۳۹۳) از توابع مفصل ارشمیدسی برای تحلیل ساختار وابستگی بین متغیرهای سیل استفاده کردند و همچنین دوره بازگشت‌های توأم متغیرهای سیل را مورد بررسی قرار دادند.

در این پژوهش از تابع مفصل به عنوان یک مدل رگرسیونی خطی برای تخمین دبی اوج در محل تلاقی جریان‌ها با استفاده از جریان‌های بالادست استفاده شده است. زیرا روش احتمال توأم قابلیت برآورد فراوانی سیل را دارد اما برآورد توزیع احتمال توأم که نقش اساسی در این روش دارد با استفاده از توابع توزیع چند متغیره به علت در نظرگرفتن توابع توزیع‌های حاشیه‌ای یکسان کارایی مطلوبی ندارد. بنابراین توابع مفصل با عدم محدودیت انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای با ارائه راهکاری می‌توانند دبی سیلابی را برآورد کنند.

## داده‌ها و روش‌ها

### الف- معرفی منطقه و داده‌های مورد مطالعه

منطقه مطالعاتی زیرحوضه قره‌سو واقع در استان کرمانشاه و در شمال غربی حوزه آبخیز کرخه می‌باشد. وسعت حوزه مورد نظر ۵۳۵۴ کیلومتر مربع بوده و ارتفاع متوسط آن از سطح دریاهای آزاد حدود ۱۲۰۰ متر است. همچنین

1- Joe

2- Fan

3- Yichang

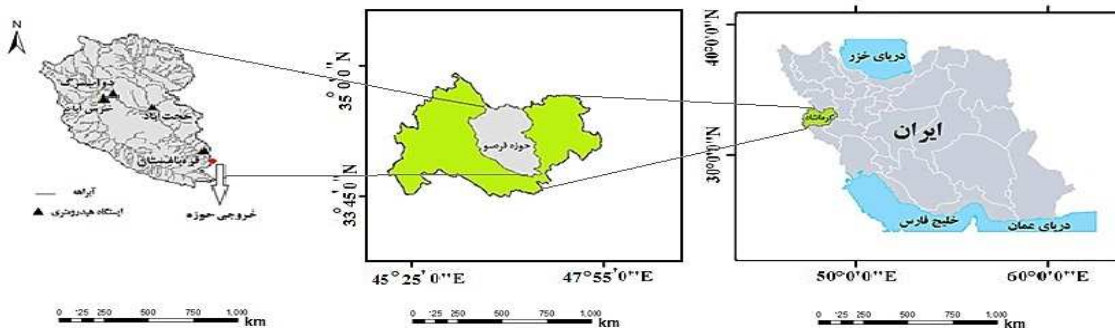
4- Gaussian

5- Duan

متوسط بارش در کل حوزه ۴۴۶/۲۵ میلیمتر است. این حوزه در محدوده طول‌های جغرافیایی ۴۶ درجه و ۲۲ دقیقه تا ۴۷ درجه و بین عرض‌های جغرافیایی ۳۴ درجه تا ۳۴ درجه و ۵۵ دقیقه قرار گرفته است. از مهمترین رودخانه‌های داخل حوزه قره‌سو، راز‌آور و مرگ می‌باشند که از ارتفاعات بلند زاگرس سرچشمه گرفته و تمامی آنان سرانجام به رودخانه قره‌سو منتهی می‌شوند. رودخانه‌های مرگ و راز‌آور از شاخه‌های رودخانه قره‌سو در جنوب غربی بخش مرکزی شهرستان کرمانشاه و در منطقه رباط ماهیدشت جریان دارند که در محل ایستگاه هیدرومتری پل کهنه (قبل از ایستگاه قره‌باغستان) به یکدیگر می‌پیوندند. ایستگاه‌های هیدرومتری مورد استفاده و جانمایی آنها و موقعیت حوزه آبخیز قره‌سو در این طرح در جدول (۱) و شکل ۱ آورده شده است.

جدول ۱: مشخصات ایستگاه‌های مورد مطالعه

سال تاسیس	مساحت حوزه آبریز (Km <sup>2</sup> )	مختصات			نام رودخانه	نام ایستگاه	شماره ایستگاه
		ارتفاع از سطح دریا (m)	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی			
۱۳۵۳	۱۴۶۸	۱۳۳۸	۳۴° و ۳۰'	۴۷° و ۴۴'	آب مرگ	خرس آباد	۱
۱۳۳۲	۱۲۶۰	۱۲۹۰	۳۴° و ۳۳'	۴۷° و ۴۷'	قره سو	دوآب مرگ	۲
۱۳۳۱	۱۳۲۵	۱۳۰۰	۳۴° و ۲۹'	۴۷° و ۰۰'	راز‌آور	حجت آباد	۳
۱۳۳۲	۵۲۶۵	۱۳۸۰	۳۴° و ۱۴'	۴۷° و ۱۵'	قره سو	قره باغستان	۴



شکل ۱: موقعیت مکانی حوزه آبخیز قره‌سو و ایستگاه‌های هیدرومتری مورد مطالعه واقع در استان کرمانشاه (۱- خرس آباد؛ ۲- دوآب مرگ؛ ۳- حجت آباد و ۴- قره‌باغستان)

همچنین بررسی خصوصیات فیزیوگرافی یک حوزه نه فقط بطور مستقیم بر رژیم آبی حوزه (از جمله رواناب سالیانه) حجم سیلاب‌ها و شدت فرسایش خاک اثر می‌گذارد، بلکه بطور غیرمستقیم و با تاثیر بر آب و هوا، وضعیت اکولوژی و پوشش گیاهی نیز به میزان زیادی رژیم آبی حوزه را تحت تاثیر قرار می‌دهد. همچنین آگاهی به

خصوصیات فیزیوگرافی یک حوضه می‌تواند تصویر نسبتاً دقیقی از کارکرد کمی و کیفی سیستم هیدرولوژی آن حوضه بدست دهد. از این رو تعدادی از مهمترین خصوصیات فیزیوگرافی حوضه محاسبه و در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۲: مشخصات فیزیوگرافی حوضه آبریز رودخانه قره سو

ردیف	پارامتر	واحد	مقدار
۱	ضریب گراولیوس	---	۲/۳
۲	طول مستطیل معادل	km	۱۶۳/۳۵
۳	عرض مستطیل معادل	km	۱۴/۸۲
۴	نسبت طول به عرض	--	۱۱/۰۲
۵	بالا ترین ارتفاع حوضه	m	۲۴۶۰/۰۰
۶	پایین ترین ارتفاع حوضه	m	۱۲۶۰/۰۰
۷	شیب متوسط حوضه	%	۲/۳۸
۸	طول آبراهه اصلی	km	۱۵۲/۰۰
۹	بالا ترین ارتفاع آبراهه	m	۱۳۱۲/۰۰
۱۰	شیب متوسط وزنی آبراهه اصلی	%	۰/۰۳
۱۱	زمان تمرکز (روش scs)	hr	۴۹/۴۳

در این تحقیق به دلیل عدم همپوشانی داده‌های ایستگاه‌ها بعد از تکمیل داده به آمار سال‌های ۱۳۵۸ و ۱۳۷۹ بسنده شد. شایان ذکر است برای تکمیل و تطویل آمار دبی روزانه ایستگاه‌ها به شرح زیر عمل شده است. برای تکمیل داده‌های ایستگاه حجت‌آباد با توجه به نزدیکی این ایستگاه به ایستگاه آب‌سنجی قره‌باغستان و آمار بلند مدت آن، از آمار ایستگاه قره‌باغستان برای تطویل آبدهی استفاده شد و سپس به منظور تکمیل آمار آبدهی روزانه ایستگاه‌های دیگر از روش رگرسیون و همبستگی بین حوزه‌های همجوار استفاده شد. در جدول (۳) خصوصیات آماری مربوط به داده‌های مورد استفاده آورده شده است. در این مقاله برای بررسی همگنی و کیفیت داده‌ها، از آزمون جرم‌مضاعف و ران‌تست استفاده شده است (علیزاده، ۱۳۸۷).

جدول ۳: خصوصیات آماری داده‌های مورد استفاده

مشخصه‌های آماری ایستگاه‌ها	نام ایستگاه‌ها			
	قره‌باغستان	حجت‌آباد	دوآب‌مرگ	خرس‌آباد
میانگین	۱۷۱/۲۰	۸۸/۳۱	۴۷/۴۸	۳۲/۱۴
انحراف معیار	۱۳۶/۲۲	۷۵/۶۸	۳۷/۰۸	۲۲/۳۱
بیشینه	۴۹۶/۶۱	۳۱۶	۱۲۳/۹۲	۹۲/۰۵
کمینه	۳۹/۶۰	۲۸/۳۰	۷/۸۰	۷/۶۲
ضریب تغییرات	۰/۷۹	۰/۸۵	۰/۷۸	۰/۶۹
ضریب چولگی	۱/۴۱	۲/۱۸	۰/۹۹	۱/۰۶

## ب- تابع مفصل

تابع مفصل، یک تابع توزیع است که دارای توزیع‌های حاشیه‌ای یک متغیره یکنواخت بر فاصله  $[0, 1]$  است. برای  $d$  متغیر تصادفی  $\{X_1, \dots, X_d\}$  می‌توان تابع توزیع تجمعی  $H_{X_1, \dots, X_d}$  را با استفاده از یک مفصل ساخت. برای متغیرهای تصادفی پیوسته  $d$  بعدی  $\{X_1, \dots, X_d\}$  با توابع توزیع‌های حاشیه‌ای  $u_j = F_{X_j}(x_j)$ ,  $j = 1, \dots, d$ ، اسکالر نشان داد که یک مفصل واحد  $C_{U_1, \dots, U_d}$  به صورت (رابطه ۱) وجود دارد.

$$C_{U_1, \dots, U_d}(U_1, \dots, U_d) = H_{X_1, \dots, X_d}(F_{X_1}^{-1}(U_1) \dots F_{X_d}^{-1}(U_d)) \quad \text{رابطه (۱)}$$

مفصل  $C_{U_1, \dots, U_d}$  نگاشتی از  $[-\infty, \infty]^d$  به  $[0, 1]^d$  می‌باشد. اگر متغیرها  $(Y_1, \dots, Y_d)$  با توابع توزیع حاشیه‌ای دلخواه  $(G_1, \dots, G_d)$  و توابع توزیع توأم ساخته شده با مفصل به صورت (رابطه ۲) در نظر گرفته شود:

$$C_{Y_1, \dots, Y_d}(Y_1, \dots, Y_d) = C(G_1(y_1), \dots, G_d(y_d)) \quad \text{رابطه (۲)}$$

پارامترهای وابستگی بین متغیرهای  $(Y_1, \dots, Y_d)$  تنها به پارامترهای مفصل  $C$  بستگی داشته و در نتیجه پارامترهای وابستگی مستقل از پارامترهای توزیع‌های حاشیه‌ای می‌باشند. و از این رو مفصل  $C_{U_1, \dots, U_d}$  فقط به ارتباط بین متغیرها مربوط می‌شود و یک ویژگی ریاضی کامل از ساختار وابستگی کامل را بیان می‌کند.

تابع مفصل دارای خانواده‌های متعددی است که تعدادی از آن‌ها توسط نلسن<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) بیان شده‌اند. در این میان توابع مفصل ارشمیدسی دارای بیشترین کاربرد خصوصاً در علوم هیدرولوژی می‌باشند. دلیل این امر نیز توانایی پوشش همبستگی مثبت و منفی داده‌ها، سهولت ایجاد آن‌ها و همچنین تعداد زیاد این خانواده از تابع مفصل می‌باشد. به این دلیل از این توابع در این تحقیق استفاده شد. در جدول (۴) برخی از توابع مفصل ارشمیدسی مهم آورده شده است. لازم به ذکر است که پارامتر تابع مفصل متناسب با همبستگی میان جفت داده‌ها تغییر می‌کند.

<sup>1</sup> Nelsen

جدول ۴: برخی از توابع مفصل ارشمیدسی

نام	تابع مفصل چند متغیره $C_1^n(u)$	تابع مولد $(\phi)$	محدوده‌ی پارامتر $(\theta \in)$
کلایتون <sup>۱</sup>	$(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} + \dots + u_n^{-\theta} - n + 1)^{-1/\theta}$	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$	$[-1, \infty) \setminus \{0\}$
فرانک <sup>۲</sup>	$-\frac{1}{\theta} \ln(1 + \frac{(e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1) \dots (e^{-\theta u_n} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)^{n-1}})$	$-\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$
گامبل <sup>۳</sup>	$\exp\left(-\left[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta + \dots + (-\ln u_n)^\theta\right]^{1/\theta}\right)$	$(-\ln t)^\theta$	$[1, \infty)$
جو <sup>۴</sup>	$1 - \left\{1 - \prod_{i=1}^n (1 - (1 - u_i)^\theta)\right\}^{1/\theta}$	$-\ln[1 - (1 - t)^\theta]$	$[1, \infty)$

ب\_مدل‌های آماری و الگوریتم حل

در مدل رگرسیون مفصل به منظور برآورد دبی، یک مدل رگرسیونی بین ایستگاه‌های بالادست و پایین‌دست بدست آمد و سپس با قراردادن مقادیر شبیه‌سازی شده مقادیر بالادست حاصل از تابع مفصل در رابطه رگرسیونی، مقادیر دبی پایین‌دست حاصل شد. (رابطه ۳) شکل کلی مدل رگرسیون چند متغیره خطی، که در تحقیق حاضر به کار برده شده است، را نشان می‌دهد.

$$\tilde{X}_4 = a * \tilde{X}_1 + b * \tilde{X}_2 + c * \tilde{X}_3 \tag{۳} \text{رابطه}$$

همچنین سایر مدل‌های مورد استفاده در این تحقیق از قرار زیر هستند (کائو و چانگ<sup>۵</sup>، ۲۰۱۲)

$$\tilde{X}_4 = \tilde{X}_3 \tag{۴} \text{رابطه}$$

$$\tilde{X}_4 = \tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \tilde{X}_3 \tag{۵} \text{رابطه}$$

$$\tilde{X}_4 = \tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + w * \tilde{X}_3 \tag{۶} \text{رابطه}$$

در رابطه‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ متغیرهای  $\tilde{X}_1$ ،  $\tilde{X}_2$  و  $\tilde{X}_3$  مقادیر شبیه‌سازی شده از توابع مفصل برای هر یک از ایستگاه‌های بالادست می‌باشند و متغیر  $\tilde{X}_4$  ایستگاه پایین‌دست حاصل از مقادیر بالادست می‌باشد.  $a$ ،  $b$  و  $c$  ضرایب رابطه رگرسیون خطی چند متغیره می‌باشند. مدل معرفی شده در (رابطه ۴) با توجه به نزدیک‌ترین ایستگاه به ایستگاه پایین‌دست در منطقه زهکشی بدست می‌آید که در اینجا ایستگاه شماره ۳ نزدیک‌ترین ایستگاه به ایستگاه

1- Clayton  
2- Frank  
3- Gumbel  
4- Joe  
5- Kao and Chang



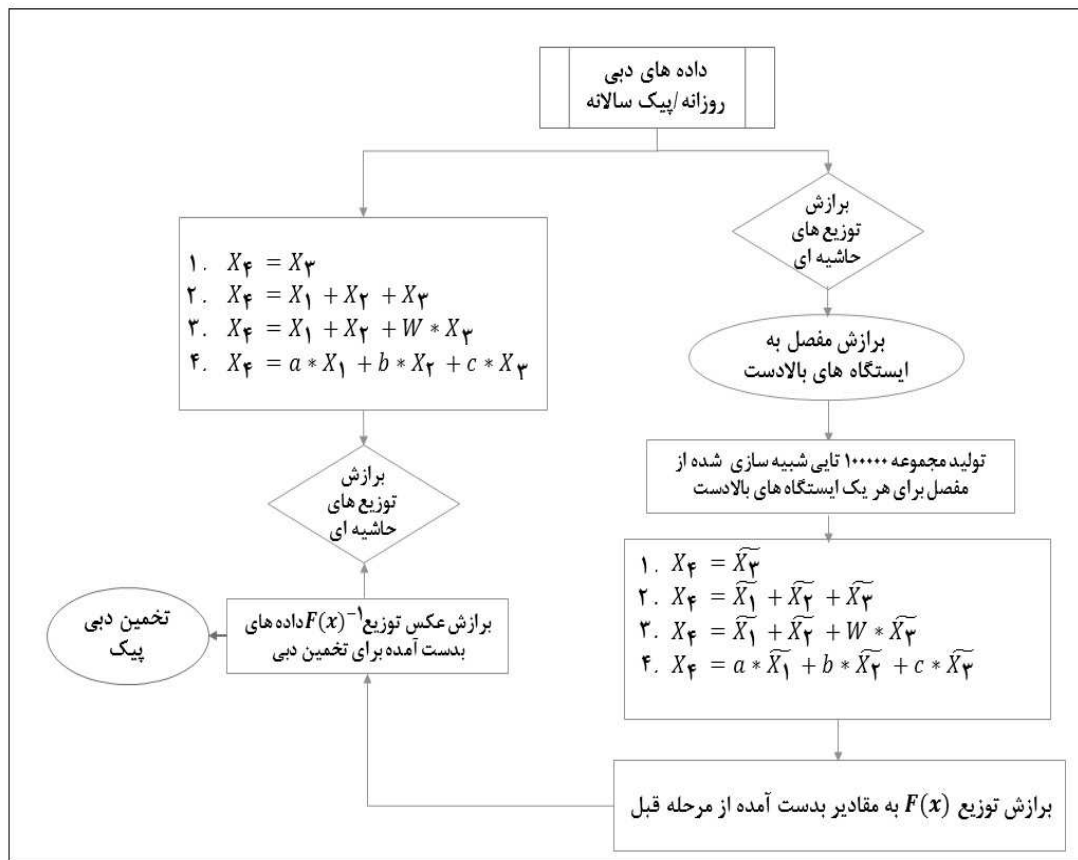
پایین دست شماره ۴ می باشد. در نتیجه مقادیر دبی اوج تنها با توجه به مقادیر شبیه سازی شده حاصل از مفصل با توجه به نزدیکترین ایستگاه ( شماره ۳ ) بدست می آید.

مدل رابطه ۵ به منظور برآورد دبی، فرض شده است که پیشامدهای احتمال مقادیر دبی در ایستگاه های بالادست به طور همزمان اتفاق افتاده است و مقادیر احتمال دبی پایین دست از جمع مجموعه شبیه سازی شده مقادیر بالادست توسط تابع مفصل حاصل می شود. مدل رابطه ۶ همانند مدل دوم است با این تفاوت که یک عامل وزنی با توجه به مناطق مختلف زهکشی با توجه به (رابطه ۷) در نظر گرفته می شود.

$$W = \frac{S_3 + S_4}{S_3} \quad \text{رابطه (۷)}$$

که  $S_3$  مساحت زیرحوزه مربوط به ایستگاه بالادست شماره ۳ است که از نظر مساحت نزدیکترین ایستگاه به ایستگاه پایین دست می باشد.  $S_4$  مساحت زیرحوزه مربوط به ایستگاه پایین دست شماره ۴ است. در شکل ۲ الگوریتم تحلیل مدل ها در قالب فلوچارت آورده شده است.

که  $S_3$  مساحت زیرحوزه مربوط به ایستگاه بالادست شماره ۳ است که از نظر مساحت نزدیکترین ایستگاه به ایستگاه پایین دست می باشد.  $S_4$  مساحت زیرحوزه مربوط به ایستگاه پایین دست شماره ۴ است. در شکل ۲ الگوریتم تحلیل مدل ها در قالب فلوچارت آورده شده است.



شکل ۲: الگوریتم تحلیل مدل ها،  $X$  مقادیر اوج اولیه،  $\tilde{X}$  مقادیر دبی شبیه سازی شده

### نتایج و بحث

انتخاب مناسب ترین مدل به منظور برآورد دبی اوج در محل تلاقی جریان ها نیاز به ارزیابی مقایسه ای برای تشخیص قابلیت ها و محدودیت های مدل های انتخابی دارد. در این بخش چهار روش برای تخمین دبی اوج در محل تلاقی جریان ها استفاده شد سه مدل اول براساس سه سناریو بررسی شده توسط کائو و چانگ<sup>۱</sup> (۲۰۱۲) می باشند و مدل دیگر مدل رگرسیونی مفصل است که مورد بررسی قرار می گیرد. توزیع های برازش داده شده در جدول (۵) و مفصل-های استفاده شده برای هر مدل در جدول (۶) آورده شده است.

<sup>1</sup> - Kao and Chang

جدول ۵: توزیع‌های برازش داده شده به مدل‌ها برای داده‌های اولیه و داده‌های شبیه‌سازی شده اوج

توزیع‌های برازش داده شده به مدل	توزیع‌های برازش داده شده به مدل شبیه سازی شده	مدل
Log logestic	kumuraswamy	نزدیک‌ترین ایستگاه
Log-pearson3	Pearson 6	جمع
burr	Dagum	عامل وزنی
Dagum	Log-pearson3	رگرسیون مفصل

جدول ۶: مفصل سه متغیره برازش داده به داده‌های دبی اوج

پارامتر ( $\theta$ )	تابع مفصل	داده‌ها (m <sup>3</sup> /s)
۱/۴۸۱	گامبل	دبی اوج

به منظور بررسی صحت مقادیر تخمین زده شده توسط مدل‌ها، خطای جذر میانگین مربعات<sup>۱</sup> و ضریب تعیین<sup>۲</sup> بین مقادیر مشاهداتی و تخمین زده شده حاصل از داده‌های اوج محاسبه گردید که در جدول (۷) آورده شده است. با توجه به نرمال نبودن نتایج مورد ارزیابی با عنایت به آزمون نکویی برازش، برای بررسی میزان همبستگی بین مقادیر مشاهداتی و تخمین‌زده شده از ضریب همبستگی تائوکندال و رواسپیرمن استفاده شد.

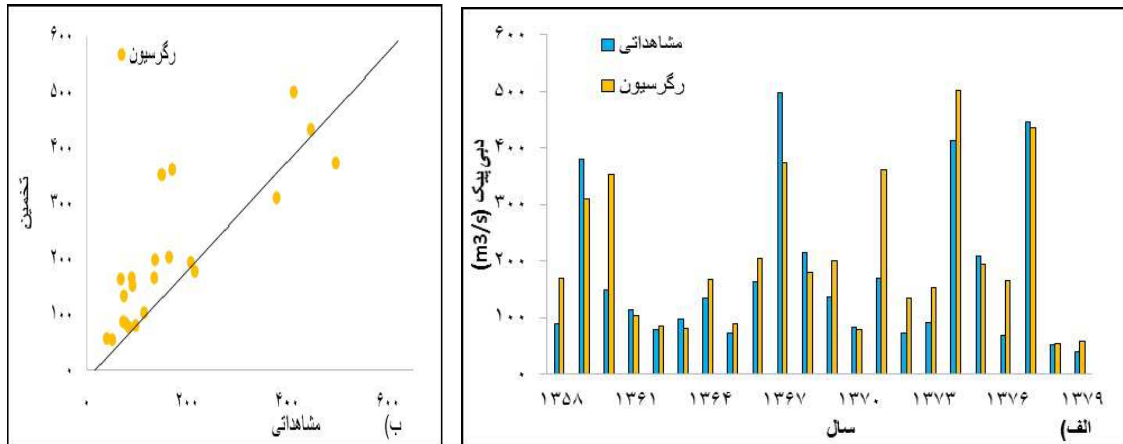
جدول ۷: مقادیر ضریب راندمان، خطای جذر میانگین مربعات، ضریب همبستگی، ضریب تائوکندال و ضریب رواسپیرمن

مدل	$R^2$	RMSE ( $m^2/s$ )	Spearman Rho	Kendall's Tau
نزدیک‌ترین ایستگاه	۰/۲۴۰	۱۸۵/۷۰۳	۰/۵۵۰	۰/۵۱۱
عامل وزنی	۰/۳۹۶	۱۱۱/۵۲۶	۰/۸۰۴	۰/۶۶۴
جمع	۰/۵۳۵	۹۵/۳۰۰	۰/۸۱۲	۰/۶۷۰
رگرسیون	۰/۷۱۱	۷۹/۳۸۷	۰/۸۷۲	۰/۶۷۱

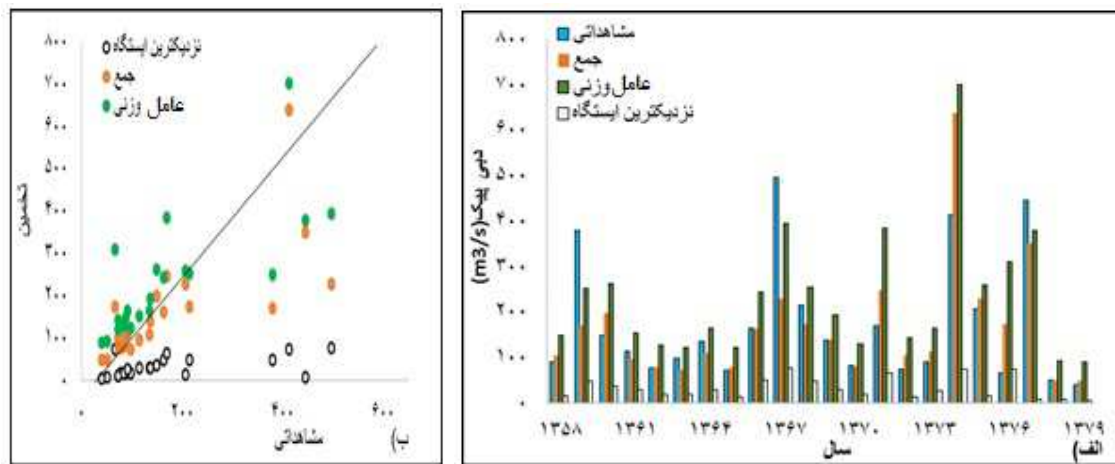
افزون بر این نمودار مقادیر مشاهداتی و تخمین زده شده و نمودار پراکنش برای هر یک از مدل‌ها در شکل ۳ و ۴ آورده شده است.

<sup>۱</sup>- RMSE (Root-Mean-Square-Error)

<sup>۲</sup>- (Coefficient of determination)



شکل ۳: نمودار الف) مقادیر تخمین زده شده وب) پراکنش مدل مفصل با استفاده از رابطه رگرسیونی



شکل ۴: نمودار الف) مقادیر تخمین زده شده وب) پراکنش مدل مفصل با استفاده از مدل های جمع، عامل وزنی و نزدیکترین ایستگاه

مقادیر دوره بازگشت حاصل از مدل مفصل با توجه به رابطه رگرسیونی در جدول (۸) آورده شده است.

جدول ۸: دوره بازگشت حاصل از مدل مفصل با استفاده از رابطه رگرسیونی

دوره بازگشت (year)	۲	۵	۱۰	۲۵	۵۰	۱۰۰	۲۰۰
دبی اوج (m3/s)	۱۶۳/۱۴	۳۰۰/۱۳۸	۴۲۲/۸۳۶	۶۲۰/۸۶۵	۸۰۴/۰۳۶	۱۰۲۱/۷۰۹	۱۲۷۹/۷۲۹

یافته‌های تحقیق بیانگر آن است که مدل مفصل با استفاده از رابطه جمع نتایج نسبتاً قابل قبولی داشته که همسو با نتایج سایر محققین ( ونگ<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۰۹؛ کائو و چانگ<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲ و بندر<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۱۳) می‌باشد، با این حال ذکر این نکته ضروری است که در مدل حاضر تمرکز اصلی فقط بر روی داده‌های دبی اوج سالانه می‌باشد و تاثیر هیچ یک از خصوصیات فیزیوگرافی حوزه در نظر گرفته نمی‌شود. همچنین استفاده از رابطه عامل وزنی و نزدیکترین ایستگاه در این تحقیق و در تحقیقات دیگر محققین (کائو و چانگ، ۲۰۱۲) نشان داد که مدل عامل وزنی تحت تاثیر عوامل مختلف عملکرد متفاوتی از خود نشان می‌دهد؛ به این علت که فقط مساحت یک ایستگاه را که به مساحت ایستگاه پایین دست نزدیک می‌باشد را در عامل وزنی تاثیر می‌دهد. که به این معنی است که خصوصیات فیزیوگرافی سایر زیر حوضه‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. در نتیجه فقط دبی یک منطقه زهکشی تحت تاثیر مساحت بوده و از این رو نمی‌توان به عنوان یک روش صحیح در نظر گرفته شود. همچنین مدل نزدیکترین ایستگاه که بر اساس مشارکت نزدیکترین ایستگاه به ایستگاه محل تلاقی می‌باشد که این مورد به تنهایی برای تخمین دبی اوج حوزه کافی نمی‌باشد زیرا مولفه‌های هر یک از ایستگاه‌ها با یکدیگر در ارتباط هستند و تغییر یکی بر دیگری تاثیر گذار بوده و مستقل از هم نمی‌باشند. نتایج نشان داد در مطالعه موردی مدل مفصل با استفاده از رابطه رگرسیونی نسبت به دیگر روش‌های مورد استفاده دقت بیشتری داشته است؛ زیرا در این مدل تاثیر دبی هر یک از ایستگاه‌های بالادست با توجه به ضرابی است که برای هر یک از ایستگاه‌ها در نظر گرفته می‌شود. دیگر مدل‌ها به ترتیب روش عامل وزنی، جمع و نزدیکترین ایستگاه بهترین عملکرد را داشته‌اند.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق مهمترین مسئله در ارزیابی تخمین سیلاب، در نظر داشتن احتمال توأم در محل تلاقی جریان‌های بالادست است که این مهم توسط تابع مفصل در نظر گرفته شده است. بنابراین برای برآورد دبی در محل تلاقی جریان‌ها از توابع مفصل ارشمیدسی استفاده شد. این توابع به علت توانایی پوشش همبستگی مثبت و منفی داده‌ها، سهولت ایجاد آن و وجود تعداد بسیار زیادی از مفصل‌ها در این خانواده عملکرد بسیار مناسبی دارند که نتایج صحت این امر را تایید می‌کند. از این رو بعد از تعیین توابع توزیع حاشیه‌ای ایستگاه‌های بالادست بهترین تابع مفصل ارشمیدسی تابع مفصل گامبل انتخاب شد. سپس به منظور تخمین دبی اوج سالانه از چهار روش مبتنی بر توابع مفصل شامل جمع، عامل وزنی، نزدیکترین ایستگاه و مدل رگرسیون با استفاده از داده‌های سالانه استفاده گردید که بعد از تعیین سناریو منتخب مقادیر دبی برای دوره بازگشت‌ها مختلف بدست آمد. یافته‌های پژوهش مبین این نکته است که استفاده از توابع مفصل برای تابع توزیع چند متغیره ابزاری قوی برای کاهش فرضیات در اکثر توابع توزیع چند متغیره با توابع توزیع یکسان می‌باشد. همچنین به دلیل ورودی‌های محدودتر و کاهش صرف زمان در شرایطی

<sup>1</sup> - Wang

<sup>2</sup> - Kao and Chang

<sup>3</sup> - Bender

که آمار و اطلاعات کافی از داده‌ها و مشخصات فیزیوگرافی حوضه در دسترس نباشد در مقایسه با سایر مدل‌ها عملکرد قابل توجیهی دارد. به طوریکه از محاسبات پیچیده اجتناب کرده و کاربری آن نیز سهل است. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که مدل مفصل با در نظر گرفتن ساختار همبستگی بین متغیرهای مورد بررسی و در نظر گرفتن توزیع‌های حاشیه‌ای از خانواده‌های مختلف توزیع‌های آماری محدودیت توابع توزیع چند متغیره را ندارد. همچنین استفاده از رابطه رگرسیونی در مدل مفصل برای تخمین دبی اوج در حوزه قره‌سو با استفاده از داده‌های اوج با ضریب تعیین  $0/711$ ، جذر میانگین مربعات خطای  $79/387$ ، ضریب همبستگی تائوکندال  $0/872$  و ضریب رواسپیرمن  $0/677$  نسبت به دیگر مدل‌ها مناسب‌تر می‌باشد. در ادامه باید توجه داشت که دیگر پارامترها نظیر بارش در تعیین حداکثر سیل محتمل نقش اساسی دارند که در تعیین مناسب‌ترین مدل و افزایش دقت مدل تاثیر گذار است که پیشنهاد می‌شود طی تحقیق‌های آتی مورد مطالعه قرارگیرد.

## منابع

- رحیمی، لیلا؛ دهقانی، امیراحمد؛ عبدالحسینی، محمد و قربانی، خلیل (۱۳۹۳). تحلیل فراوانی سیلاب با استفاده از توابع مفصل ارشمیدسی بر مبنای سری حداکثر سالانه (مطالعه موردی ایستگاه هیدرومتری آراز کوسه در استان گلستان)، نشریه آبیاری و زهکشی ایران، دوره ۸، شماره ۲، صص ۳۴۵-۳۵۰.
- عباسیان، محمدصادق؛ جلالی، سهیل و موسوی ندوشنی، سید سعید (۱۳۹۳). تحلیل فراوانی چند متغیره سیلاب با استفاده از تابع مفصل و توزیع‌های حاشیه‌ای پارامتری و ناپارامتری، مجله عمران مدرس، دوره ۱۴، شماره ۴، صص ۹۲-۸۱
- عبدالحسینی، محمد (۱۳۹۱). کاربرد کوپلا در تحلیل فراوانی چند متغیره‌ی جریان‌های کم و ارزیابی رگرسیون کوپلایی به منظور استفاده در تحلیل متغیرهای غیر مستقل، رساله دکترای تخصصی، دانشگاه صنعتی اصفهان .
- علیزاده، امین (۱۳۸۷). اصول هیدرولوژی کاربردی، انتشارات آستان قدس رضوی، چاپ ۲۸، صص ۷۲۹-۷۲۰.
- محمدپور، عثمان؛ خدادادی، احمد (۱۳۹۱). تحلیل فراوانی سیل سه متغیره با استفاده از تابع مفصل خانواده پلاکت، برآورد پارامترها با استفاده از الگوریتم ژنتیک، نهمین کنگره بین المللی مهندسی عمران دانشگاه صنعتی اصفهان. اردیبهشت ماه، اصفهان، ایران ۷۵-۶۳.
- Bender, J. Wahl, T. Mudersbach, and Jensen, C. (2013). "Flood Frequency Analysis and river confluences—univariate vs multivariate extreme value statistics", ICWRER 2013 Proceedings, pp. 216-328.
- De Michele, C. and Salvadori, G. (2003). "A generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas", Journal of Geophysical Research, volume 108, pp. 1-11.
- Duan, K. Mei, Y. and Zhang, L. (2016). "Copula-based bi-variate flood frequency analysis in a changing climate\_A case study in the Huai River Basin, China", Journal of Earth Science, volume 27, number 1, pp. 37-46.
- Fan, Y.R. Huang, W.W. Huang, G.H. Li, Y.P., Huang, K. and Li, Z (2016). "Hydrologic risk analysis in the Yangtze River basin through coupling Gaussian mixtures into copulas", Advances in Water Resources, volume 88, pp. 170-185.
- Favre, A. C. Adlouni, S. Perreault, L. Thiémondge, N. and Bobée, B. (2004). "Multivariate hydrological frequency analysis using copulas", Journal of Water Resources Research, volume 40, pp. W01101.
- Grimaldi, S. and Serinaldi, F. (2006). " Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis", Journal of Advances in Water Resources, volume 29, number 8, pp. 1155-1167.
- Kao, SH.CH. And Chang, N.B. (2012). " Copula\_based flood frequency analysis at ungauged basin confluences Nashvill, Tennessee", Journal of Hydrologic Engineering, volume 17, pp. 790-799 .
- Morris, C.D., and Calise, S.J. (1987). "Bivariate analysis of concurrent flooding. Hydrologic frequency modeling: Proceedings of the International Symposium on Flood Frequency and Risk Analysis", Springer Netherlands, pp. 615-632.
- Nelsen Roger, B. (2007). "An introduction to copulas", Springer, pp. 125-129.

- Raynal, A. and Salas, J.D (1987). "A probabilistic model for flooding downstream of the junction of two rivers. Hydrologic frequency modeling, Proceedings of the International Symposium on Flood Frequency and Risk Analysis", Springer Netherlands, pp. 595-602.
- Reddy, M.J., and Ganguli, P. (2012). "Bivariate flood frequency analysis of upper Godavari River flows using Archimedean Copulas", *Journal of Water Resour Manage*, volume 26, pp. 3995-4018.
- Saad, C. El-Adlouni, S. St-Hilaire, A. and Gachon, P. (2015). "A nested multivariate copula approach to hydro meteorological simulations of spring floods: the case of the Richelieu River (Québec, Canada) record flood", *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, volume 29, number 1, pp. 275-294.
- Salvadori, G. and De Michele, C. (2004). "Frequency analysis via copulas: theoretical aspects and applications to hydrological events", *Journal of Water Resources Research*, volume 40, pp. W12511.
- Schulte, M. and Schumann, A.H. (2015). "Extensive Spatio-temporal assessment of flood events by application of pair-copulas", *Proceedings of the International Association of Hydrological Sciences*, volume 370, pp. 177.
- Shiau, J.T. Wang, H.Y. and Tsai, C.T. (2006). "Bivariate frequency analysis of floods using copulas", *Journal of Water Resour*, volume 42, pp. 1549-1564.
- Sklar, A. (1959). "Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges", *Publ. Inst. Stat. Univ. Paris*, pp. 229-231.
- Wang, C. Chang, N.B. and Yeh, G.T. (2009). "Copula-based flood frequency (COFF) analysis at the confluences of river systems", *Hydrological Processes*, volume 23, number 10, pp. 1471-1786.
- Yue, S. (2001a). "A bivariate extreme value distribution applied to flood frequency analysis". *Journal of Nordic Hydrology*, Volume 32, pp. 49-64.
- Zhang, L. and Singh, V. P. (2006). "Bivariate flood frequency analysis using the copula method", *Journal of Hydrologic engineering*, volume 11, pp. 150-164.
- Zhang, L. and Singh, V. P. (2007b). "Trivariate flood frequency analysis using the Gumbel-Hougaard copula", *Journal of Hydrologic Engineering*, volume 12, pp. 431-439.
- Zhang, Q. Chen, Y. Chen, X. and Li, J. (2011). "Copula-based analysis of hydrological extremes and implications of hydrological behaviors in the Pearl river basin, China", *Journal of Hydrologic Engineering*, volume 16, pp. 598-607.

## Performance of Archimedean copula functions in annual flood estimation, Case study: Qarah-Soo Watershed

Sanaz Zeraati<sup>1</sup>, Mohammad Zounemat-Kermani<sup>\*2</sup>

Received: 2016-11-10

Accepted: 2017-07-20

### Abstract

Flood is known as one of the most devastating natural hazards which cause great damages to human societies, municipal, industrial and agricultural centers. Flood estimation in confluence points of rivers – for being the location for many infrastructures – due to economic and environmental matters receives a great importance. It is possible to estimate the flooding likelihood by examining the number of floods with specified return period. In this study, according to the statistical data of peak flows between 1358 to 1379 Hijri-Shamsi in the basin of the Qarah-Soo in Kermanshah Province, annual peak flows were estimated using copula in four models of 1) regression 2) summation 3) weight factor and 4) the nearest stations. For this, first, homogeneity and data quality were investigated. The probability distributions were fit to the data series and with regard to marginal distribution functions of upstream stations, joint distribution function at the confluence was obtained by the Archimedean copula functions. Based on the best copula function for upstream stations, Gumbel copula function was selected. Results showed that copula function in the form of regression was superior to the other models with a coefficient of determination equals to 0.711, RMSE equals to 79.387, Kendall's tau correlation coefficient equals to 0.872 and Spearman Rho coefficient equals to 0.677. Eventually, discharge amounts for different return periods were calculated according to the selected model.

**Keywords:** Joint distribution function, Gumbel copula function, flood estimation, Karkheh.

<sup>1</sup>- MSc graduate student of Water Resources Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

<sup>2\*</sup>- Associate Professor, Water Engineering Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman Email: zounemat@uk.ac.ir