Archive of SID

آینده‌پژوهی دفاعی، سال چهارم، شماره ۱۳، تابستان ۱۳۹۸

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۳۰

از صفحه ۶۹ تا صفحه ۸۸

# مدل‌سازی و حل مسأله تعارض دولت – تروریست با استفاده از بازی دیفرانسیلی

وحید شادرام*[۱]

حمید بیگدلی[۲]

حمید همت[۳]

**چکیده**

تروریسم یکی از مسائل و مشکلات مهم در سراسر جهان است. گروه‌های تروریستی با استفاده از خشونت یا تهدید به استفاده از خشونت برای دستیابی به اهداف سیاسی، مذهبی، یا ایدئولوژیک اقدام به عمل می‌نماید. بررسی اقدامات تروریستی و نتایج منفی که برای دولت‌ها به همراه می‌آورد کمک می‌کند که عوامل مختلف تاثیرگذار بر روی تصمیم‌گیری‌های آنها را بهتر مورد بررسی قرار دهیم و گامی در جهت کاهش این وقایع در آینده برداریم. در این مقاله، برای تحلیل رفتار متقابل موجود میان این دو گروه، از نظریه بازی‌ها استفاده شده است. باتوجه به بحث پیوستگی زمان در دنیای واقعی، مدل بازی دیفرانسیلی، به کار گرفته شده است تا بوسیله آن مسائل در حال وقوع را به‌صورت پیوسته و در طول یک بازه زمانی مدل کرده و نتایج واقعی‌تر را ارائه داد. در این پژوهش ابتدا عوامل تاثیرگذار و اهداف مورد نظر دولت و گروه تروریستی مدل‌سازی شده است. سپس مدل بازی و معادله همیلتون-ژاکوبی-بلمن شرح داده شده است. با انجام این کار، میزان هزینه نظامی و میزان تجهیزات نظامی تعادلی در وضعیت راهبرد مارکفی به‌دست می‌آید. سرانجام، با استفاده از تحلیل عددی و تخصیص مقادیر منطقی به هرکدام از متغیرهای اثرگذار در تعادل، تحلیلی از نحوه تغییر هزینه‌های تعادلی صورت گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:**

***بازی دیفرانسیلی، تروریسم، تعادل نش، راهبرد مارکفی.***

---

[۱]. کارشناس ارشد مهندسی سیستم‌های اقتصادی و اجتماعی گرایش اقتصاد

[۲]. پژوهش‌گر پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

[۳]. عضو هیئت علمی دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

* نویسنده مسئول: E-mail: vahidshadram90@gmail.com

www.SID.ir

Archive of SID

**مقدمه**

تروریسم، تهدید استفاده از خشونت توسط افراد یا گروه‌ها در مقابل افراد غیرمبارز برای به‌دست آوردن اهداف اجتماعی و سیاسی با فراگیر کردن هراس در جوامع می‌باشد. تروریست‌ها با گسترده‌تر کردن گروه‌های خود و انجام عملیات در مکان‌های مختلف، اضطراب را در جامعه افزایش می‌دهند. به‌طور مثال اقدامات بمب‌گذاری در مکان‌های عمومی یا خیابان‌ها باعث ایجاد احساس رعب و وحشت در میان شهروندان می‌شود، حتی با وجود این‌که احتمال قربانی شدن در جامعه بسیار ناچیز باشد.

ساندلر و همکاران اولین افرادی بودند که تروریسم را با استفاده از نظریه بازی‌ها مدل‌سازی کردند که در آن تصمیم‌های تروریست‌ها توسط سیاست‌های اتخاذی دولت‌ها و بلعکس تصمیم‌های دولت‌ها توسط اقدامات تروریست‌ها محدود شده باشد. تروریست‌ها با محدودیتی مواجه هستند که باعث می‌شود حداکثرسازی مطلوبیتشان به‌صورت تصادفی در نظر گرفته شود، اما در مقابل دولت‌ها باتوجه به محدودیت بودجه و احتمال به قدرت رسیدن مجدد، باید مطلوبیت و یا سطح رفاه کشور را افزایش دهند.

در بحث اطلاعات نامتقارن در قالب نظریه بازی‌ها در سال ۱۹۹۳، مدل دیگری توسط لاپان و ساندلر پیاده‌سازی شد. در این مقاله تروریست‌ها می‌دانند که دولت‌ها دارای چه توانایی‌هایی هستند، اما دولت‌ها درباره قدرت تروریست‌ها اطلاعی نداشته و باید اطلاعات خود را با توجه به حملات اولیه‌ای که توسط آنها انجام می‌شود بروزرسانی کنند. اورگارد مدل لاپان و ساندلر را به این صورت بررسی کرد که در آن تروریست‌ها کمتر انتقام‌جو بوده و منابع باقی مانده در آخر حملات را استفاده نمی‌کنند. مطالعات اخیر در زمینه مدل‌هایی است که در آن‌ها اطلاعات در تحلیل نظریه بازی تروریسم به‌صورت ناقص می‌باشد(Sandler; 2005). همچنین مطالعات برروی تکامل رفتارهای آزادی‌خواهانه برای کاهش خشونت نیز سوق پیدا کرده است. (Sandler; 2003).

بازی‌های ذکر شده در بالا، بازی‌های فرم گسترده و یا در قالب نرمال بوده‌اند. باتوجه به اهمیت ویژگی پیوستگی زمان، استفاده از مدل‌هایی که به‌صورت پویا درنظر گرفته شوند، اهمیت پیدا می‌کنند. یکی از گرایش‌های نو ظهور در گسترش رابطه بین نظریه بازی‌ها و مباحث دفاعی و نظامی، استفاده از بازی‌های پویا در چارچوب‌های مختلف می‌باشد. بازی دیفرانسیلی دسته‌ای از بازی‌های پویا به حساب می‌آید و برای مطالعه سیستم‌هایی به کار می‌رود که در طول زمان پیوسته تغییر کرده و پویایی سیستم در آن‌ها می‌تواند به وسیله

www.SID.ir

Archive of SID

معادلات دیفرانسیل توصیف شود. بازی‌های دیفرانسیلی از گسترش نظریه کنترل بهینه، که خود مسئله بهینه‌سازی پویا در زمان پیوسته می‌باشد، به وجود آمده‌اند. ابزارهای تحلیلی بازی‌های دیفرانسیلی تحت تاثیر ابزارهای تحلیلی کنترل بهینه، مانند معادلات برنامه‌ریزی پویای همیلتون-ژاکوبی-بلمن و قواعد بیشینه‌سازی، بوده‌اند. یک بازی دیفرانسیلی برخلاف نظریه کنترل بهینه که تنها یک عامل حداکثر کننده تابع هدف وجود دارد، شامل دو یا چند بازیکن می‌باشد. هر بازیکن می‌تواند یک عامل تصمیم‌گیری، مثل یک بنگاه اقتصادی، یک خانواده و یا یک فرد باشد.

آغاز بازی‌های دیفرانسیلی، به سال ۱۹۴۰ برمی‌گردد. زمانی‌که ایزاک، برای مدل کردن تقابل هواپیما و موشک، از اصطلاح‌های متغیر وضعیت و متغیر کنترل استفاده کرد، اما کار ایزاک تا سال ۱۹۶۵، به دلایل مختلف انتشار نیافت (Isaac; 1964). در همان زمان، نظریه کنترل بهینه با انتشار کتاب‌های نظریه کنترل بهینه پونتریاگین در سال ۱۹۶۲ و کتاب برنامه‌ریزی پویا بلمن در سال ۱۹۵۷ به بلوغ خود نزدیک می‌شد. اما با گذشت سال‌ها و تلاش-های بسیار برای پیشرفت این مبحث، در سال ۲۰۰۰، داکنر و همکاران با انتشار کتاب بازی‌های دیفرانسیلی در اقتصاد و علوم مدیریتی، توضیح جامعی از بازی‌های دیفرانسیلی را ارائه کردند (Dockner and et al; 2000).

انگیزه و ایده اصلی این پژوهش برگرفته از مقاله سال ۲۰۰۷ ساندلر است که در آن الگوی بازی رفتارهای متقابل یک دولت و گروه تروریستی را در وضعیت فرم گسترده مورد بررسی قرار داده است (Sandler; 2007). باتوجه به ذات پیوسته زمان و تصمیم‌گیری‌هایی که نیاز است در طول زمان گرفته شود، این تنش را به صورت پیوسته مدل می‌کنیم تا بتوانیم نتایج دقیق‌تری را نسبت به این دو گروه ارائه کرده و پیش بینی از نحوه اثرگذاری عوامل مختلف بر تصمیم‌گیری این گروه‌ها داشته باشیم. در مقاله ساندلر، دولت برای دفاع از خود سطح بازدارندگی را در نظرمی‌گرفت اما به صورت مشخص تعیین نکرده است که این میزان از چه عواملی تشکیل شده است. ما با توجه به اهمیت اثرگذاری میزان هزینه نظامی و سطح تجهیزات نظامی بر روی رفاه کشور و اهمیت آنها برای برقراری امنیت و کاهش تهدید، راهبرد دولت را میزان هزینه نظامی آن در نظر می‌گیریم. برای گروه تروریستی نیز، با در نظر گرفتن میزان هزینه‌ها و تجهیزات نظامی که در اختیار دارد، مسأله را مدل‌سازی می‌کنیم.

در این مقاله، در بخش اول ابتدا به ارائه توضیحاتی از بازی‌های دیفرانسیلی و روش‌های حل آن می‌پردازیم. سپس مدل‌های حداکثرسازی دولت و گروه تروریستی را ارائه می‌کنیم. ابتدا با استفاده از مدل نظریه بازی دیفرانسیلی که دجر و سن در سال ۱۹۸۴ ارائه کرد ( Deger and

www.SID.ir

Archive of SID

Sen; 1984)، مدل حداکثرسازی دولت را ارائه کرده، سپس در بخش بعد به بررسی مدل گروه تروریستی در قالب نظریه کنترل بهینه می‌پردازیم. مفاهیم و متغیرهای این مدل برگرفته از مقاله ساندلر در سال ۲۰۰۷ می‌باشد که رفتار گروه تروریستی را توسط حالت یک بازی فرم گسترده درنظر گرفته بود. در بخش بعد، مدل بازی را توضیح داده و تعادل نش را به‌دست می‌آوریم و با استفاده از تحلیل عددی در دو بخش مختلف برای هر دو گروه، نتایج حاصل را ارائه می‌کنیم.

## مبانی نظری و پیشینه‌های پژوهش

### بازی‌های دیفرانسیلی

همانطور که از نظریه بازی‌ها می‌دانیم، هر بازی به طور کلی از سه بخش زیر تشکیل شده است:

۱- بازیکنان عقلایی: $N = \{1,2, \dots, n\}$

۲- مجموعه راهبردهای شدنی[1] بازیکن $i \in N$، با $U^i$ نمایش داده می‌شود، به‌طوری‌که برای هر راهبرد بازیکن $i$، $u_i \in U^i$.

۳- اگر بازیکنان راهبرد $(u_1, u_2, \dots, u_N) \in U^1 \times U^2 \dots \times U^N$ را بازی کنند به‌ازای هر بازیکن $i \in N$ تابع حقیقی مقدار[2] $J^i(u_1, u_2, \dots, u_N)$، نمایانگر میزان سود بازیکن $i \in N$ است.

**تعریف:** نمایه راهبرد $(u_1^*, u_2^*, \dots, u_N^*)$ را تعادل نش نامیم هرگاه برای هر $i \in N$رابطه زیر برقرار باشد:

$$\forall u_i \in U^i \quad J^i(u_1^*, u_2^*, \dots, u_N^*) \geq J^i(u_1^* \dots, u_{i-1}^*, u_i, u_{i+1}^*, \dots, u_N^*)$$

این تعریف، به طور ساده‌تر بیان می‌دارد که: تعادل نش، در جایی اتفاق می‌افتد که هیچ کدام از بازیکنان انگیزه‌ای برای انحراف[3] نداشته باشند. انحراف در اینجا به این معنی است که بازیکنان تمایلی به استفاده از راهبردی به غیر از راهبردی که در تعادل نش از آن استفاده می‌کنند نخواهند داشت، زیرا با سود کمتری مواجه خواهند شد. با توجه به داشتن ساختار یک بازی راهبردی و تعریف تعادل نش، ابتدا ساختار اصلی بازی دیفرانسیلی را نوشته و سپس توضیحاتی را در مورد متغیرهای استفاده شده ارائه می‌دهیم.

---

[1]. Feasible
[2]. Real-Valued Function
[3]. Deviation

www.SID.ir

Archive of SID

برای هر بازیکن، مدل زیر را داریم:

$$\begin{aligned} Maximize\ J^i(u_i) &= \int_t^T e^{-r(s-t)}F(x(s),u_1,u_2,\dots,u_N,s)ds + e^{-r(T-t)}S\big(x(T)\big) \\ s.t \quad & \dot{x}(s) = f(x(s),u_1,u_2,\dots,u_N,s) \\ & x(t) = x \\ & u(s) \in U(x(s),s) \end{aligned}$$

که در آن

۱- بردار وضعیت[۱]، $x(s)$: متغیر $x(s)$ می‌تواند، نشان دهنده میزان منبع، سرمایه، ثروت و یا هر متغیر ایستای دیگری باشد. $\dot{x}(s)$ نمایانگر میزان تغییرات متغیر وضعیت است. برای بردار وضعیت داریم:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)) \in X \subseteq \mathbb{R}^n$$

اگر مسأله را ساده درنظر بگیریم، بردار وضعیت دارای یک یا دو بعد خواهد بود.

۲- بردار کنترلی[۲]، $u(s)$: اگر مسأله را به صورت کلی درنظر بگیریم، عامل کنترلی هر بازیکن، از $m$ – بعد[۳] تشکیل شده است، یعنی برداری می‌باشد. اما به مانند متغیر وضعیت، مسئله را در حالت ساده درنظر گرفته و متغیر کنترلی می‌نامیم. متغیر کنترلی می‌تواند میزان استخراج از یک منبع، میزان سرمایه‌گذاری، میزان مصرف و یا هر متغیر در جریان[۴] دیگری باشد. بردار کنترلی شدنی، عضو مجموعه $U(x(t),t)$ می‌باشد. یعنی داریم:

$$u(t) = U(x(t),t) \subseteq \mathbb{R}^m$$

۳- $r$ نشان دهنده نرخ تنزیل[۵] می‌باشد.

۴- اگر مجموعه $\Omega = \{(x,u,t) \,|\, x \in X, u \in U(x,t), t \in [0,T]\}$ را درنظر بگیریم، تابع $f: \Omega \to \mathbb{R}^n$ یک بردار $n$- بعدی، $(f_1(x,u,t), f_2(x,u,t), \dots, f_n(x,u,t))$، می‌باشد.

۵- تابع $S(x(T))$، در مسأله‌های با زمان متناهی اتفاق می‌افتد. معمولا به عنوان تابع ته‌مانده[۱] نامیده می‌شود. این تابع نشان دهنده میزان ارزش باقی مانده از متغیر

---

1. State Vector
2. Control Vector
3. M-dimensional
4. Flow
5. Discount Factor

www.SID.ir

Archive of SID

وضعیت در زمان انتهایی می‌باشد. در مسائل نامتناهی، با توجه به نرخ تنزیل ضرب شده در تابع ته‌مانده، دارای ارزش صفر می‌باشد و از مسأله حذف می‌شود.

**راهبرد مارکفی**

مسأله بازی دیفرانسیلی مانند هر مسأله کنترل بهینه، از روش‌های حل اصل حداکثرسازی پونتریاگین و یا با استفاده از رابطه همیلتون-ژاکوبی-بلمن حل می‌شود. اما برخلاف مسأله کنترل بهینه و به این دلیل که در حل مسأله حداکثرسازی، عمل بازیکنان دیگر روی مسأله هر بازیکن اهمیت دارد، دو جواب متفاوت به ما می‌دهد. بعد از حل به روش پونتریاگین، راهبرد تعادلی بازیکنان، راهبرد حلقه‌بازی، و بعد از حل معادله همیلتون-ژاکوبی-بلمن، راهبرد مارکف نتیجه می‌شود. اولین تفاوت میان این راهبردها به ساختار اطلاعاتی هر یک از راهبردها برمی‌گردد. راهبرد حلقه‌باز هر بازیکن، یک مسیر زمانی برنامه‌ریزی شده از اقدامات او است و بازیکنان برای انتخاب راهبرد تنها نیاز به دانستن زمان در آن بازی دارند. در حالی‌که در یک راهبرد مارکفی، علاوه بر زمان، وضعیت سیستم در آن زمان نیز باید مشخص و معلوم باشد. پس راهبرد مارکفی از نظر اطلاعات نیاز به معلومات بالاتری برای بازیکنان دارد و در موقعیت‌هایی که وضعیت بازی قابل مشاهده نیست با مشکل مواجه می‌شود و قابل به‌کارگیری نیست. اما راهبرد حلقه‌باز که نیازی به دانستن وضعیت بازی ندارد در این موقعیت‌ها مفیدتر است. تفاوت سوم به مسأله تعهد در میان این دو راهبرد برمی‌گردد. راهبرد حلقه‌بازی هیچ گونه انعطافی به بازیکنان جهت عکس العمل نشان دادن به وضعیت بازی در مراحل مختلف نمی‌دهد. در واقع در یک راهبرد حلقه‌باز بازیکنان باید در ابتدای بازی راهبرد خود را تا انتهای بازی ارائه دهند و در ادامه بازی توانایی تغییر آن را ندارند و باید به آن متعهد بمانند. اما در یک راهبرد مارکفی التزام و تعهد ضعیف‌تر است و بازیکنان می‌توانند در هر مرحله از بازی با توجه به وضعیت‌های مختلف، راهبردهای متفاوتی برای خود انتخاب کنند و از آنجایی که ممکن است مقدار واقعی متغیر وضعیت متفاوت از مقدار پیش‌بینی شده آن باشد، در راهبرد مارکفی بازیکنان این امکان را دارند که به این تفاوت‌ها عکس العمل نشان دهند. در واقع در راهبرد مارکفی بازیکنان در هر مرحله پس از انتخاب راهبرد خود، می‌توانند وضعیت بازی را دیده و از آن بازخورد بگیرند و ادامه مسیر بازی را به نفع خود تغییر دهند.

[1]. Scrap Function

www.SID.ir

Archive of SID

در ادبیات دفاع، به دلیل اهمیت بالای داشتن اطلاعات نسبت به وقایع و تصمیم‌های افراد دیگر، هر بازیکن نسبت به تاثیراتی که بر روی بازیکن دیگر به صورت مستقیم و غیرمستقیم دارد، واکنش مناسب را نشان می‌دهد. به همین جهت، باتوجه به این نکته، راهبرد مارکفی را در این مسأله مورد استفاده قرار می‌دهیم. به همین علت در این قسمت به ارائه مدل رابطه همیلتون-ژاکوبی-بلمن در وضعیت قطعیت اکتفا می‌کنیم. این رابطه را برای نظریه کنترل بهینه، بیان می‌کنیم:

تابع مشتق‌پذیر پیوسته $V: X \times [0,T] \to \mathbb{R}$ را در نظر بگیرید. این تابع مقدار حداکثر شده تابع هدف را نمایش داده و تابع ارزش نامیده می‌شود. با استفاده از این تابع، معادله همیلتون-ژاکوبی-بلمن را نتیجه می‌گیریم.

$$rV(x,t) - V_t(x,t) = \max_u \{F(x,u,t) + V_x(x,t)f(x,u,t) | u \in U(x,t)\}$$

با حداکثر کردن سمت راست این معادله می‌توانیم راهبرد بهینه را در مسأله کنترل بهینه به‌دست آوریم.

## مدل حداکثرسازی دولت

در این مدل مانند مقاله دجر و سن فرض می‌کنیم که دولت در راستای حداکثر کردن رفاه کشور اقدام می‌کند. تابع مطلوبیت دولت وابسته به میزان هزینه‌های درنظرگرفته شده برای بخش غیرنظامی (شامل سرمایه گذاری و مصرف) و همچنین امنیت و تهدید از منظر نظامی می‌باشد. در تحلیل رفتار دفاعی کشورها، تخصیص منابع میان بخش‌های نظامی و غیرنظامی از اهمیت زیادی برخوردار است. بنابراین، یک افزایش در میزان تخصیص منابع بیشتر به بخش‌های نظامی، تابع مطلوبیت را کاهش خواهد داد، درحالی‌که افزایش در بخش‌های غیرنظامی، این تابع را افزایش خواهد داد. در بحث امنیت و تهدید، از متغیرهای جایگزین برای تحلیل بهتری از نحوه اثرگذاری آنها روی تابع مطلوبیت کشورها استفاده می‌شود، زیرا این مفاهیم قابل مشاهده نیستند. به‌طورکلی، این موضوع مورد پذیرش برنامه‌ریزهای دفاعی کشورها قرار گرفته است که سهم‌های بیشتر تجهیزات نظامی، به امنیت بیشتر ختم می‌شود. امنیت وابسته به سطحی از میزان تجهیزات $S_1$ به نسبت درآمد ملی کل کشور $Y_1$ می‌باشد. برای بررسی این مدل فرض می‌کنیم که سطح تهدید را به‌صورت داده شده در نظر می‌گیریم و با $\theta_1$ نمایش می‌دهیم.

www.SID.ir

Archive of SID

بنابراین تابع مطلوبیت برای دولت دارای دو ویژگی خاص می‌باشد. ۱) همان‌طور که در بخش اول بحث شد، سطح‌های کامل سهام‌های نظامی یا هزینه‌های دفاعی با نسبت‌های مناسب در تابع مطلوبیت قرار داده شده‌اند. ۲) هزینه‌ها و تجهیزات نظامی با توجه به درآمد درنظرگرفته شده برای دولت دارای اهمیت هستند. برای مثال، یک دولت ممکن است مقدار کمی بر روی بخش‌های دفاعی خود هزینه کند، اما باتوجه به این‌که درآمد ملی آن کم می‌باشد؛ ممکن است که نسبت این هزینه به کل درآمد زیاد باشد. در نتیجه کشور همسایه و بزرگ‌تر، این میزان تخصیص از هزینه برروی بخش نظامی را به عنوان یک تهدید درنظر خواهد گرفت. به‌طور واضح، هزینه ۱۰ تا ۱۵ درصدی از درآمد ملی بر روی بخش‌های نظامی یک علامت تهاجمی برای کشور دوم می‌باشد.

تخصیص میان بخش‌های نظامی $M_1$ و غیرنظامی $C_1$ توسط رابطه زیر درنظر گرفته می‌شود.

$$Y_1 = C_1 + M_1 \quad (۱)$$

باتوجه به این‌که اشاره کردیم باید متغیرها را به عنوان نسبتی از درآمد ملی کل کشور درنظر بگیریم، متغیرهای نسبی به‌صورت $c_1 = C_1/Y_1$، $m_1 = M_1/Y_1$، $s_1 = S_1/Y_1$ درنظر می‌گیریم. بنابراین تابع رفاه کشور در طول زمان به‌صورت زیر می‌باشد

$$W_G = \int_0^\infty e^{-\rho_1 t} u(c_1, s_1, \theta_1) dt \quad (۲)$$

به‌طوری‌که $u(.)$ تابع مطلوبیت دولت بوده و $\rho_1$ نرخ ترجیحات زمانی می‌باشد. (فرض می‌کنیم این نرخ، ثابت باشد.)

باتوجه به معادله (۱)، و جایگذاری رابطه $m_1 = 1 - c_1$ در معادله (۲) نتیجه به‌دست خواهد آمد.

$$W_G = \int_0^\infty e^{-\rho_1 t} u(1 - m_1, s_1, \theta_1) dt \quad (۳)$$

تابع مطلوبیت تابعی مشتق‌پذیر بوده و مشتق‌های این تابع نسبت به متغیرهای $c_1, s_1, \theta_1$ را با $(u_i)$ نشان می‌دهیم. به‌طور مشابه، $u_{ij}$ مشتق $u_i$ نسبت به $j$ می‌باشد. بنابر فرض‌های ارائه شده در مقاله دجر و سن (۱۹۸۴)، داریم

$$u_1 > 0, u_2 > 0, u_3 < 0, u_{11} < 0, u_{22} < 0, u_{12} = u_{21} > 0$$

این ویژگی‌ها برای تابع مطلوبیت بیان می‌کند که با افزایش میزان هزینه‌های تخصیص یافته به بخش غیرنظامی مطلوبیت افزایش می‌یابد. همچنین به جهت اهمیت برقراری امنیت با

www.SID.ir

Archive of SID

وجود تجهیزات نظامی $W_G$ بیشتر، افزایش در میزان تجهیزات نظامی نیز تابع مطلوبیت را افزایش می‌دهد. افزایش تهدید باعث کاهش میزان مطلوبیت رفاه می‌شود.

همچنین رابطه بین تغییرات تجهیزات نظامی کل کشور و هزینه‌های نظامی به‌صورت زیر برای دولت می‌باشد

$$\dot{S}_1 = M_1 - \delta_1 S_1$$

به‌طوری‌که $\delta_1$ نرخ استهلاک تجهیزات می‌باشد. بادرنظر گرفتن $s_1 = S_1/Y_1$، معادله زیر به‌دست خواهد آمد

$$\begin{aligned} \dot{s}_1(t) &= m_1(t) - (\delta_1 + \beta_1)s_1(t) \\ &= m_1(t) - \alpha_1 s_1(t) \end{aligned} \qquad (۴)$$

در این معادله نرخ رشد کشور را با $\beta_1$ نمایش داده و ثابت درنظر می‌گیریم. همچنین $\delta_1$ نشان دهنده سطح استهلاک می‌باشد. در نتیجه مقدار $\alpha_1$ ثابت می‌باشد.

دولت سطح رفاه خود را باتوجه به معادله‌های (۳) و (۴) و درنظر داشتن متغیر هزینه‌های نظامی به عنوان متغیر کنترلی، حداکثر می‌کند.

## مدل حداکثرسازی گروه تروریستی

برای گروه تروریستی، فرض می‌کنیم که این گروه تابع مطلوبیت خود را که تابعی از هزینه نظامی، میزان تجهیزات نظامی و تهدیدی است که از جانب دولت به آن وارد می‌شود حداکثر می‌کند. فرض می‌کنیم که گروه تروریستی از جانب یک گروه خارجی که به‌صورت نامشخص اقدام می‌کند، حمایت می‌شود. این گروه باید با انتخاب میزان سطح هزینه‌های نظامی، مطلوبیت خود را افزایش دهد. درنتیجه، مدل حداکثرسازی تابع مطلوبیت برای گروه تروریستی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\max_{m_2} J_T = \int_0^{\infty} e^{-\rho_2 t} v(m_2, s_2, \theta_2) dt \qquad (۵)$$

$$\dot{s}_2(t) = z(t) + m_2(t) - (\alpha_2)s_2(t)$$

در رابطه بالا، $z(t)$ بیان کننده سطح حمایتی است که نسبت به گروه تروریستی انجام می‌شود. همچنین این رابطه بیان کننده نحوه تغییرات میزان تجهیزات نظامی گروه تروریستی در طول زمان را نشان می‌دهد. این تجهیزات براساس میزان هزینه‌های نظامی، حمایت‌هایی که به‌صورت مستقیم و غیرمستقیم انجام می‌گیرد، و سطح تجهیزات نظامی در زمان $t$ می‌باشد.

www.SID.ir

Archive of SID

$\alpha_2$، بیان کننده نرخ استهلاک است. $m_2$، متغیر کنترل برای گروه تروریستی است که با افزایش آن مطلوبیت گروه تروریستی افزایش پیدا می‌کند. $\rho_2$، نرخ ترجیحات زمانی بوده و مانند بخش قبل ثابت می‌باشد.

$$v_1 > 0, v_2 > 0, v_3 < 0, v_{11} < 0, v_{22} < 0, v_{12} = v_{21} > 0$$

این روابط ویژگی‌های تابع مطلوبیت را نشان می‌دهد که بیان کننده ترجیحات گروه تروریستی در طول زمان در راستای اهداف آنها می‌باشد. با افزایش هزینه نظامی و همچنین تجهیزات نظامی، میزان مطلوبیت گروه تروریستی به‌صورت کاهشی، افزایش پیدا می‌کند. همچنین در طرف مقابل، با افزایش تهدید خارجی، مطلوبیت گروه تروریستی به‌صورت افزایشی، کاهش پیدا می‌کند. باتوجه به اثرگذاری اقدامات متقابل بازیکنان بر روی مطلوبیت یکدیگر، در ادامه به حل مدل بازی می‌پردازیم.

## مدل بازی تروریست – دولت

همان‌طور که توضیح دادیم، تصمیمات گروه تروریستی بر روی اقداماتی که دولت می‌خواهد انجام دهد و همچنین تصمیمات دولت در قبال اقدامات تروریستی بر روی منافع آنها تاثیر متقابل خواهد داشت. هر کدام از بازیکنان، با تهدیدی از جانب گروه دیگر مواجه هستند. این تهدید را می‌توان به طرق مختلف در نظر گرفت. به عنوان مثال، خرید و فروش سلاح و تجهیزات نظامی از کشورهای دیگر، کمک‌های نظامی، میزان هزینه انجام شده بر روی انرژی هسته‌ای، ارتباط‌های نزدیک با ابرقدرت‌ها، افزایش در درآمدهای نفتی که منجر به افزایش خرید در زمینه سلاح‌های نظامی می‌شود عواملی هستند که از آنها می‌توان به عنوان تهدید نام برد. در این مدل فرض می‌کنیم که میزان تهدید برای دولت و گروه تروریستی به ترتیب برابر با میزان هزینه‌های نظامی درنظر گرفته شده توسط آنها باشد، $m_2$، که سطح هزینه‌های نظامی گروه تروریستی است بیان کننده سطح تهدید وارد شده به دولت در راستای حداکثرسازی رفاه خود می‌باشد. به همین ترتیب $m_1$، سطح تهدید وارد شده به گروه تروریستی را نشان می‌دهد.

## روش‌شناسی پژوهش (روش حل)

همانطور که قبلا مورد بحث قرار دادیم، در ادبیات دفاعی راهبرد مارکفی را درنظر می‌گیریم. بنابراین برای به دست آوردن این راهبرد در وضعیت تعادلی، ابتدا باید اقدام یک بازیکن را ثابت

www.SID.ir

Archive of SID

درنظر گرفته و سپس مسأله را حل کرد. بنابراین، فرض می‌کنیم $m_2^*$ یک مقدار ثابت درنظر گرفته شده از گروه تروریستی در تابع مطلوبیت دولت باشد، یعنی $u(c_1, s_1, m_2^*)$. به همین ترتیب، با جایگذاری $m_1^*$ در تابع مطلوبیت گروه تروریستی، مقدار تعادلی $m_2$ را به‌دست می‌آوریم. روابط همیلتون-ژاکوبی-بلمن برای دو گروه را در زیر بیان کرده و سپس در بخش بعدی باتوجه به اینکه فرم توابع مطلوبیت به صورت کلی در نظر گرفته شده است، یک راه حل خاص را ارائه می‌کنیم که با استفاده از آن می‌توانیم مقادیر تعادلی را برای هر دو گروه نتیجه بگیریم.

معادله همیلتون-ژاکوبی-بلمن برای دولت به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\rho_1 V(s_1,t) = \max_{m_1}\{u(1-m_1,s_1,m_2^*) + V_{s_1}(s_1,t)(m_1(t)-\alpha_1 s_1(t))\big|u \in U(s_1,t)\} \quad (۶)$$

با مشتق‌گیری از سمت راست رابطه (۶) نسبت به $m_1$ خواهیم داشت:

$$-u_{m_1}(1-m_1,s_1,m_2^*) + V_{s_1}(s_1,t) = 0$$

و به همین ترتیب، رابطه حداکثرسازی همیلتون-ژاکوبی-بلمن برای گروه تروریستی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\rho_2 W(s_2,t) = \max_{m_2}\{v(m_2,s_2,m_1^*) + W_{s_2}(s_2,t)\big(z(t)+m_2(t)-\alpha_2 s_2(t)\big)\big|v \in U(s_2,t)\} \quad (۷)$$

مانند حالتی که برای دولت درنظر گرفتیم، با مشتق‌گیری معادله (۷) نسبت به $m_2$ داریم:

$$v_{m_2}(m_2,s_2,m_1^*) + W_{s_2}(s_2,t) = 0$$

همانطور که مشاهده می‌شود، این معادلات به صورت کلی بوده و برای حل آنها باید تابعی با شرایط خاص در نظر بگیریم. در ادامه با معرفی تابع کاب داگلاس، سعی در حل این مدل خواهیم داشت.

## راه‌حل‌های صریح

باتوجه به اینکه تابع مطلوبیت را برای گروه تروریستی و دولت به صورت کلی در نظر گرفتیم، برای حل این مدل، حالت خاصی از این توابع را درنظر می‌گیریم. تابع کاب داگلاس، یکی از مهم‌ترین توابعی است که در علم اقتصاد کلان دارای کاربردهای فراوانی است. بنابراین ما یکی از حالت‌های خاص این تابع که در ویژگی‌های ذکر شده برای توابع مطلوبیت دولت و گروه تروریستی صدق می‌کند را درنظر می‌گیریم. این تابع را برای دولت به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

www.SID.ir

Archive of SID

$$u(m_1, s_1, m_2^*) = (1 - m_1)^{\alpha} s_1^{\beta} {m_2^*}^{1-\alpha-\beta} \quad (۸)$$

تابع گروه تروریستی نیز به‌صورت زیر خواهد بود:

$$v(m_2, s_2, m_1^*) = m_2^{\gamma} s_2^{\varphi} {m_1^*}^{1-\varphi-\gamma} \quad (۹)$$

به طوری که در این روابط، مقادیر و روابط به‌صورت زیر تعریف می‌گردند:

$\alpha, \beta, \gamma, \varphi > 0$

$\alpha, \beta < 1$

$\gamma, \varphi < 1$

همانطور که می‌دانیم در تابع کاب داگلاس، توان‌های ارائه شده برای هر متغیر نشان دهنده میزان اثرگذاری هرکدام از متغیرها بر روی سطح مطلوبیت می‌باشد.

در ادامه با جایگذاری روابط (۸) و (۹) در معادله‌های حداکثرسازی دولت و گروه تروریستی به روابط زیر می‌رسیم.

$$-{u_{m_1}}(1 - m_1, s_1, m_2^*) + {V_{s_1}}^1(s_1, t) = 0$$

$$-\alpha(1 - m_1)^{\alpha-1} s_1^{\beta} {m_2^*}^{1-\alpha-\beta} + {V^1}_{s_1}(s_1, t) = 0$$

همانطور که از این معادله مشاهده می‌شود، تابع $V^1$ به صورت کلی بیان شده است. بنابراین، مانند مقاله مرتون (۱۹۷۱) و مقاله ترنوفسکی (۱۹۹۳) تابع زیر را به صورت حدسی برای آن تعریف می‌کنیم:

$$V^1(s_1, t) = X^1(s_1, t) = s_1^{\beta} {m_2^*}^{1-\alpha-\beta} \quad (۱۰)$$

مشتق این تابع نسبت به $s_1$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$${X_{s_1}}^1 = \beta {s_1}^{\beta-1} {m_2^*}^{1-\alpha-\beta}$$

با جایگذاری در مشتق رابطه (۶) به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$-\alpha(1 - m_1)^{\alpha-1} s_1^{\beta} {m_2^*}^{1-\alpha-\beta} + \beta {s_1}^{\beta-1} {m_2^*}^{1-\alpha-\beta} = 0$$

www.SID.ir

Archive of SID

با توجه به اینکه $m_2^{*1-\alpha-\beta}$ مقداری ثابت درنظر گرفته شده است، می‌توانیم از دوطرف رابطه آن را حذف کنیم. همچنین باتوجه به مثبت بودن $s_1$ این مقدار نیز از دوطرف رابطه حذف می‌شود.

$$-\alpha(1-m_1)^{\alpha-1}+\beta {s_1}^{-1}=0$$

همچنین، همان‌طور که می‌دانیم در تعادل تغییرات صفر می‌باشند بنابراین رابطه زیر را از محدودیت دولت نتیجه می‌گیریم:

$$\dot{s_1}=0 \;\Rightarrow\; m_1=\alpha_1 s_1 \;\Rightarrow\; {s_1}^*={m_1}^*/\alpha_1$$

با جایگذاری در رابطه بالا و ساده‌سازی، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$-\alpha(1-{m_1}^*)^{\alpha-1}+\beta\frac{\alpha_1}{{m_1}^*}=0$$

همان‌طور که قبلا تعریف شد، این متغیر نشان دهنده نرخ استهلاک میزان تجهیزات نظامی، و نرخ رشد کشور می‌باشد.

اما برای گروه تروریستی، نیز این روابط را می‌توانیم به‌دست آوریم:

$$v_{m_2}(m_2,s_2,m_1^*)+{V_{s_2}}^2(s_2,t)=0$$

با درنظر داشتن تابع کاب داگلاس معرفی شده برای گروه تروریستی داریم:

$$\gamma(m_2)^{\gamma-1}s_2^{\varphi}{m_1^*}^{1-\varphi-\gamma}+{V^2}_{s_2}(s_2,t)=0$$

مانند بالا برای حل این معادله از روش حدسی استفاده می‌کنیم:

$$V^2(s_2,t)=X^2(s_2,t)=s_2^{\varphi}{m_1^*}^{1-\varphi-\gamma}$$

$${X_{s_2}}^2=\varphi s_2^{\varphi-1}{m_1^*}^{1-\varphi-\gamma}$$

با جایگذاری در مشتق رابطه (۷) خواهیم داشت:

www.SID.ir

Archive of SID

$$\gamma(m_2)^{\gamma-1}s_2^{\varphi}m_1^{*1-\varphi-\gamma}+\varphi s_2^{\varphi-1}m_1^{*1-\varphi-\gamma}=0$$

از دو طرف این معادله $s_2^{\varphi}m_1^{*1-\varphi-\gamma}$ حذف می‌شود.

$$\gamma(m_2)^{\gamma-1}+\varphi s_2^{-1}=0$$

باتوجه به اینکه تغییرات در تعادل برابر صفر است، رابطه زیر را داریم:

$$\dot{s}_2=z+m_2-\alpha_2 s_2=0$$

که نتیجه می‌شود:

$$s_2{}^*=\frac{z+m_2{}^*}{\alpha_2}$$

با جایگذاری این مقدار در تابع (۷) گروه تروریستی به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\gamma(m_2{}^*)^{\gamma-1}+\varphi\frac{\alpha_2}{z+m_2{}^*}=0$$

رابطه فوق نشان می‌دهد هزینه نظامی گروه تروریستی در تعادل، تابعی از $\gamma$، $\varphi$، $z$، و $\alpha_2$ می‌باشد.

## یافته‌های پژوهش (تحلیل عددی)

در این بخش باتوجه به متغیرهای موجود در مقادیر تعادلی نش، در جهت ارائه تحلیل دقیق‌تر با استفاده از مقادیری که در مقاله‌های دیگر به صورت حقایق اثبات شده درنظر گرفته شده است، به تحلیل مدل می‌پردازیم.

### دولت

ابتدا به تحلیل مقدار تعادلی دولت می‌پردازیم. فرض می‌کنیم کهنرخ استهلاک را برابر ۰,۱ و نرخ رشد کشور را برابر با ۰,۲ درنظر می‌گیریم. درنظر گرفتن مقادیر مختلف برای نرخ رشد کشور، شرایط را برای ارائه تحلیل‌های مختلف ارائه می‌کند. بطور مثال، هرچقدر که این نرخ بیشتر باشد فرض می‌کنیم که کشور در دوران رشد خود قرار داشته و هرچقدر این مقدار کم باشد کشور در دوران اقتصادی ضعیفی قرار دارد. با درنظر گرفتن این مقادیر، متغیر $\alpha_1$ برابر با ۰,۳ خواهد شد.

بحث بعدی مربوط به اثرگذاری مقادیر بر روی تابع مطلوبیت کشور است. باتوجه به اینکه این مقادیر نشان دهنده میزان اثرگذاری هرمتغیر برروی تابع مطلوبیت می‌باشد، می‌توانیم با درنظر گرفتن مقادیر مناسب، تحلیلی دقیق ارائه کنیم. در صورتی که مجموع $\alpha,\beta$ برابر یک

www.SID.ir

Archive of SID

باشد، بدین معنی است که میزان اثرگذاری هزینه‌های نظامی گروه تروریستی اثری بر تابع مطلوبیت کشور نخواهد داشت. بنابراین، این مقادیر را باید به صورتی درنظر بگیریم که همزمان اثرگذاری این هزینه‌ها برروی تابع مطلوبیت کشور را مشاهده کنیم. باتوجه به اهمیت هردوی موارد هزینه نظامی و تجهیزات نظامی برای دولت، مقدار $\alpha, \beta$ را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم و آن را کمتر از ۰٫۵ تعریف می‌کنیم. در این حالت، اثر هزینه‌های نظامی گروه تروریستی نیز اثر مثبت را بر تصمیم‌گیری‌های حاصل می‌گذارد. بنابراین جدول زیر را به عنوان مقادیر درنظر گرفته شده ارائه می‌کنیم:

**جدول (۱) مقادیر تعیین شده برای دولت**

| متغیرها | مقادیر |
|---|---|
| $\alpha_1$ | 0.3 |
| $\alpha$ | 0.3 |
| $\beta$ | 0.3 |

اما برای بررسی اثرگذاری هرکدام از این متغیرها، با ثابت در نظر گرفتن آنها، می‌توانیم اثر آنها را بر روی هزینه نظامی تعادلی مورد بررسی قرار دهیم.

### نحوه اثرگذاری $\alpha$ بر هزینه نظامی

در این بخش $\alpha$ را متغیر درنظر گرفته و اثرگذاری آن را بر روی متغیرنظامی نشان می‌دهیم. با جایگذاری موارد بالا در مقدار تعادلی هزینه نظامی دولت، به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$-\alpha(1-{m_1}^*)^{\alpha-1}+0.3\frac{0.3}{{m_1}^*}=0$$

با استفاده از قاعده مشتق گیری ضمنی، نشان داده می‌شود که $\frac{\partial {m_1}^*}{\partial \alpha}<0$ یعنی با افزایش $\alpha$، میزان هزینه نظامی کاهش پیدا می‌کند. این بدان معنا است که در صورت افزایش میزان اثرگذاری هزینه نظامی در مطلوبیت کشور، میزان هزینه نظامی کاهش پیدا کرده و به تبع آن مقدار مطلوبیت افزایش پیدا می‌کند.

حال با متغیر در نظر گرفتن $\beta$، سعی می‌کنیم نحوه اثرگذاری این متغیر بر میزان تجهیزات نظامی را بر روی هزینه‌های نظامی و در نتیجه تابع مطلوبیت بررسی کنیم.

$$-0.3(1-{m_1}^*)^{-0.7}+\beta\frac{0.3}{{m_1}^*}=0$$

www.SID.ir

Archive of SID

ثابت می‌شود که $\frac{\partial m_1^*}{\partial \beta} > 0$ برقرار است. یعنی، با افزایش اثرگذاری میزان تجهیزات نظامی بر روی مطلوبیت کشور، سطح هزینه‌های نظامی افزایش پیدا کرده که به تبع آن دو نتیجه را می‌توان گرفت. اول اینکه، باتوجه به رابطه $s_1^* = m_1^*/\alpha_1$، میزان تجهیزات نظامی افزایش پیدا می‌کند. دوم در مورد اثرگذاری این نتیجه بر روی مطلوبیت کشور، دو وضعیت مختلف به صورت همزمان رخ می‌دهد. از یک طرف به دلیل افزایش تجهیزات نظامی و اثر مستقیم آن بر روی مطلوبیت کشور، این میزان افزایش پیدا می‌کند و از طرف دیگر با توجه به اثر منفی افزایش هزینه‌های نظامی بر روی مطلوبیت کشور، نحوه تغییر مطلوبیت کشور به طور کل نامشخص می‌ماند. زیرا وابسته به چند متغیر مختلف و نیاز به درنظر گرفتن شرایط خاص می‌باشد. به این معنی که در صورتی که کشور توسعه یافته درنظر بگیریم، نتیجه متفاوت از درنظر گرفتن کشور در حال توسعه می‌باشد.

**گروه تروریستی**

مقادیری که برای گروه تروریستی درنظر می‌گیریم به صورت زیر می‌باشد. تفاوتی که در اینجا وجود دارد، مربوط به وجود متغیر حمایت مالی از جانب گروه‌های خارجی می‌باشد.

**جدول (۲) مقادیر تعیین شده برای گروه تروریستی**

| متغیرها | مقادیر |
|---|---|
| $\alpha_2$ | 0.3 |
| $\gamma$ | 0.3 |
| $\varphi$ | 0.3 |
| Z | 100 |

باتوجه به معادله‌های زیر که مقادیر تعادلی هزینه‌های نظامی و تجهیزات نظامی را نشان می‌دهد، به تحلیل عددی این مقادیر می‌پردازیم.

$$\gamma(m_2^*)^{\gamma-1} + \varphi\frac{\alpha_2}{z + m_2^*} = 0$$

$$s_2^* = \frac{z + m_2^*}{\alpha_2}$$

ابتدا فرض می‌کنیم که $\varphi$ متغیر بوده و مقادیر عددی دیگر متغیرها را وارد معادلات فوق می‌کنیم.

$$0.3(m_2^*)^{-0.7} + \varphi\frac{0.3}{100 + m_2^*} = 0$$

www.SID.ir

Archive of SID

نتیجه گرفته می‌شود که $\frac{\partial m_2{}^*}{\partial \varphi} < 0$ می‌باشد. این رابطه بیان می‌کند که با افزایش اثرگذاری هزینه‌های نظامی بر روی گروه تروریستی، میزان هزینه نظامی تعادلی افزایش پیدا می‌کند. در نتیجه، میزان تابع مطلوبیت این گروه نیز به تبع آن افزایش پیدا خواهد کرد. که این نتیجه با تصمیم‌گیری که این نوع از گروه‌ها انجام می‌دهند مطابقت دارد. به راحتی نشان داده می‌شود که $\frac{\partial s_2{}^*}{\partial \varphi} < 0$ نیز برقرار است.

حال اثرگذاری تجهیزات نظامی را بر روی مقادیر تعادلی بررسی می‌کنیم. $\gamma$، نقش متغیر ایفا کرده و دیگر مقادیر را ثابت درنظر می‌گیریم.

$$\gamma(m_2{}^*)^{\gamma-1} + 0.3\frac{0.3}{100 + m_2{}^*} = 0$$

نتیجه‌ای که از این معادله گرفته می‌شود بصورت $\frac{\partial m_2{}^*}{\partial \gamma} > 0$ است. یعنی با افزایش اثرگذاری تجهیزات نظامی بر روی مطلوبیت گروه تروریستی، میزان هزینه‌های نظامی و به تبع آن تجهیزات نظامی و تابع مطلوبیت افزایش پیدا خواهند کرد. در ادامه به بررسی اثر آن بر روی هزینه‌های نظامی می‌پردازیم.

$$0.3(m_2{}^*)^{-0.7} + 0.3\frac{0.3}{z + m_2{}^*} = 0$$

ثابت می‌شود که $\frac{\partial m_2{}^*}{\partial z} < 0$ برقرار است. این رابطه بیان می‌کند که با افزایش حمایت مالی از جانب گروه‌های دیگر میزان هزینه‌های کاهش پیدا می‌کند. به تبع آن باعث کاهش مطلوبیت گروه تروریستی نیز می‌شود. لازم به ذکر است نتایج گرفته شده با استفاده از نرم‌افزار متمتیکا[1] می‌باشد.

## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

هدف از این پژوهش، بررسی نحوه تصمیم‌گیری گروه‌های تروریستی و دولت مورد هدف واقع شده در زمان پیوسته می‌باشد. باتوجه به این موضوع که هردو گروه در زمان پیوسته برنامه‌های خود را طرح‌ریزی می‌کنند، درنظر گرفتن قالب پیوسته اهمیت پیدا می‌کند. پیوستگی، وضعیتی کلی‌تری از گسستگی ارائه می‌کند که به پژوهشگران کمک می‌کند به بررسی دقیق‌تر و واقع‌گرایانه‌تر از رفتارهای عوامل مختلف در وضعیت‌های مختلف بپردازند. در این پژوهش، ابتدا تعادل نش را به دست آوردیم، سپس با انجام تحلیل عددی به بررسی اثرگذاری متغیرهای مختلف در مدل پرداختیم. رفتار دولت در انتخاب سطح هزینه‌های نظامی و به تبع آن میزان

[1]. Mathematica

www.SID.ir

Archive of SID

تجهیزات نظامی در نقطه تعادل وابسته به متغیرهایی نظیر میزان اثرگذاری هزینه نظامی، میزان اثرگذاری تجهیزات نظامی، سطح استهلاک تجهیزات، و نرخ رشد کشور می‌باشد. نشان دادیم با افزایش سطح اثرگذاری هزینه‌های نظامی، این هزینه‌ها کاهش یافته و در نتیجه مطلوبیت کشور افزایش خواهد یافت. با افزایش سطح اثرگذاری تجهیزات نظامی، میزان هزینه‌های نظامی افزایش می‌یابد.

اما در خصوص رفتار گروه تروریستی، نتیجه را به صورت خلاصه بیان می‌کنیم. گروه تروریستی با افزایش میزان اثرگذاری هزینه‌های نظامی بر مطلوبیتش، این هزینه‌ها را کم خواهد کرد. از طرف دیگر، این گروه با افزایش اثرگذاری تجهیزات نظامی نیز میزان هزینه‌های تخصیص یافته به بخش نظامی را افزایش خواهد داد. همچنین، با افزایش حمایت مالی از جانب گروه‌های دیگر میزان هزینه‌های کاهش پیدا می‌کند.

## منابع


- Arce M, D. G., & Sandler, T. (2005). Counterterrorism: A game-theoretic analysis. *Journal of conflict resolution*, 49, 183-200.
- Arce, D. G., & Sandler, T. (2007). Terrorist signalling and the value of intelligence. *British Journal of Political Science*, *37*(4), 573-586.
- Cornes, R., & Sandler, T. (1996). *The theory of externalities, public goods, and club goods*. Cambridge University Press.
- Daniel, G., Arce, M., & Sandler, T. (2003). An evolutionary game approach to fundamentalism and conflict. *Journal of Institutional and Theoretical Economics JITE*, *159*(1), 132-154..
- Daniel, G., Arce, M., & Sandler, T. (2005). The dilemma of the prisoners' dilemmas. *Kyklos*, *58*(1), 3-24.
- Deger, S., & Sen, S. (1984). Optimal control and differential game models of military expenditure in less developed countries. *Journal of Economic Dynamics and Control*, *7*(2), 153-169.
- Dockner, E. J., Jorgensen, S., Van Long, N., & Sorger, G. (2000). *Differential games in economics and management science*. Cambridge University Press.
- Enders, W., & Sandler, T. (1993). The effectiveness of antiterrorism policies: A vector-autoregression-intervention analysis. *American Political Science Review*, *87*(4), 829-844.
- Enders, W., & Sandler, T. (1995). Terrorism: Theory and applications. *Handbook of defense economics*, *1*, 213-249.
- Enders, W., & Sandler, T. (2002). Patterns of transnational terrorism, 1970–1999: Alternative time-series estimates. *International Studies Quarterly*, *46*(2), 145-165.


www.SID.ir

Archive of SID


- Enders, W., & Sandler, T. (2004). What do we know about the substitution effect in transnational terrorism? *Researching terrorism: Trends, achievements, failures*, *119*, 137.
- Enders, W., & Sandler, T. (2005). After 9/11: Is it all different now?. *Journal of Conflict Resolution*, *49*(2), 259-277.
- Enders, W., & Sandler, T. (2005). Transnational terrorism 1968-2000: Thresholds, persistence, and forecasts. *Southern Economic Journal*, 467-482.
- Enders, W., & Sandler, T. (2006). Distribution of transnational terrorism among countries by income class and geography after 9/11. *International Studies Quarterly*, *50*(2), 367-393.
- Enders, W., & Sandler, T. (2006). The Political Economy of Terrorism (Cambridge University.
- Enders, W., Sandier, T., & Cauley, J. (1990). UN conventions, technology and retaliation in the fight against terrorism: An econometric evaluation. *Terrorism and Political Violence*, *2*(1), 83-105.
- Enders, W., Sandler, T., & Cauley, J. (1990). Assessing the impact of terrorist-thwarting policies: An intervention time series approach. *Defence and Peace Economics*, *2*(1), 1-18.
- Hartley, K., & Sandler, T. (Eds.). (1995). *Handbook of Defense Economics: Defense in a globalized world*. Elsevier.
- Lapan, H. E., & Sandler, T. (1988). To bargain or not to bargain: That is the question. *The American Economic Review*, *78*(2), 16-21.
- Lapan, H. E., & Sandler, T. (1993). Terrorism and signalling. *European Journal of Political Economy*, *9*(3), 383-397.
- Lee, D. R., & Sandler, T. (1989). On the optimal retaliation against terrorists: The paid-rider option. *Public Choice*, *61*(2), 141-152.
- Merton, R.C. (1971). Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-time model. *Journal of Economic Theory*, 3, 373-413.
- Sandler, T. (2003). Terrorism & game theory. *Simulation & Gaming*, *34*(3), 319-337.
- Sandler, T. (2005). Collective versus unilateral responses to terrorism. In *Policy Challenges and Political Responses* (pp. 75-93). Springer, Boston, MA.
- Sandler, T., & Enders, W. (2007). An economic perspective on transnational terrorism. In *The Economic Analysis of Terrorism* (pp. 29-44). Routledge.
- Sandler, T., & Lapan, H. E. (1988). The calculus of dissent: An analysis of terrorists' choice of targets. *Synthese*, *76*(2), 245-261.
- Sandler, T., & Sargent, K. (1995). Management of transnational commons: coordination, publicness, and treaty formation. *Land Economics*, 145-162.
- Sandler, T., & Siqueira, K. (2006). Global terrorism: deterrence versus pre-emption. *Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique*, *39*(4), 1370-1387.
- Sandler, T., Tschirhart, J. T., & Cauley, J. (1983). A theoretical analysis of transnational terrorism. *American Political Science Review*, *77*(1), 36-54.


www.SID.ir

Archive of SID


- Selten, R. (1988). A simple game model of kidnapping. In *Models of strategic rationality* (pp. 77-93). Springer, Dordrecht.
- Siqueira, K. (2005). Political and militant wings within dissident movements and organizations. *Journal of Conflict Resolution*, *49*(2), 218-236.
- Siqueira, K., & Sandler, T. (2006). Terrorist backlash, terrorism prevention, and policy delegation. *Unpublished manuscript, University of Texas at Dallas*.
- Siqueira, K., & Sandler, T. (2006). Terrorists versus the government: Strategic interaction, support, and sponsorship. *Journal of Conflict Resolution*, *50*(6), 878-898.
- Turnovsky, S. J. (1993). Macroeconomic policies, growth, and welfare in a stochastic economy. *International Economic Review*, 953-981.
- Turnovsky, S. J. (2000). *Methods of macroeconomic dynamics*. Mit Press.


www.SID.ir