

## بهینه‌یابی سبد سهام (با کاربرد مدل ارزش در معرض ریسک بر روی کارایی متقاطع)<sup>۱</sup>

مینا کاظمی میان‌گسگری<sup>۲</sup>، کیخسرو یاکیده<sup>۳</sup> و محمدحسن قلی‌زاده<sup>۴</sup>

### چکیده

مدل مارکوویتز، مبنای رویکرد مدرن در بهینه‌سازی سبد سهام است. مارکوویتز مدل خود را بر اساس میانگین و واریانس بر روی داده‌های تاریخی فرموله کرد. از آن زمان تاکنون، پژوهشگران زیادی روش حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را بهبود بخشیدند. یکی از مهم‌ترین بهبودها، جایگزین کردن شاخص ریسک نامطلوب بجای واریانس است. بهبود دیگری که به‌تازگی پیشنهاد شده، تولید داده بر اساس تحلیل پوششی داده‌ها و استفاده از داده‌های تولید شده به‌جای بازده تاریخی است. این بهبود جدید که اساساً اساس مسئله انتخاب سبد سهام را تغییر می‌دهد، فرصتی را فراهم می‌کند تا پژوهشگران انواع شاخص ریسک را بر روی داده‌های تولید شده به‌جای بازده تاریخی به کار گیرند. در این پژوهش، از تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس صورت‌های مالی، برای تولید کارایی متقاطع استفاده می‌شود. سپس ارزش در معرض ریسک که یکی از شاخص‌های مهم ریسک نامطلوب است، بر روی این مبنای جدید، تعدیل شده و با حل مدل خطی شناخته شده آن، وزن‌های بهینه در سبد سهام تعیین می‌شود. عملکرد روش پیشنهادی برای ۱۸۵ شرکت بورس اوراق بهادار تهران در سال‌های ۹۰ تا ۹۴، توسط معیار شارپ محاسبه شده و با عملکرد سبد بازار و عملکرد روش مارکوویتز بر روی کارایی متقاطع مقایسه می‌شود. معیار شارپ، عملکرد بهتری برای روش پیشنهادی نسبت به روش‌های دیگر، نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** بهینه‌سازی سبد سهام، مدل ارزش در معرض ریسک (VaR)، کارایی متقاطع

طبقه‌بندی موضوعی: G11, G32, C6

۱. کد DOI مقاله: 10.22051/jfm.2017.12040.1155

۲. کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه گیلان، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، Email: kazemimina55@gmail.com

۳. استادیار، دانشگاه گیلان، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، نویسنده مسئول، Email: yakideh@guilan.ac.ir

۴. دانشیار، دانشگاه گیلان، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، Email: gholizadeh@guilan.ac.ir

## مقدمه

یکی از دغدغه‌های اصلی سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار، تخصیص سرمایه به سهام شرکت‌ها و انتخاب سبدهای سهام است که از لحاظ دو هدف متضاد سودآوری و مخاطره‌بینه باشد. به‌منظور ایجاد چنین سبدهای متنوعی توسعه یافتند. نخستین نظریه درباره بهینه‌سازی سبدهای سهام، مدل میانگین-واریانس هری مارکوویتز<sup>۱</sup> است که در آن بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده هر سهم و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت و در نهایت بازده سبدهای سهام و ریسک سبدهای سهام را به‌صورت ریاضی تعریف کرد (مارکوویتز، ۱۹۵۲، ۷۹-۸۳)؛ اما استفاده از داده‌های تاریخی به‌عنوان نشانگر آینده از جهات مختلفی قابل نقداست، چیزی که روشن است این است که بازده تاریخی تنها یک نشانه از وضعیت محتمل شرکت در آینده است درحالی‌که انواع نسبت‌های مالی قادرند اطلاعات مفیدی از وضعیت حال و محتملا آتی یک شرکت ارائه دهند. تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۲</sup> روشی است که می‌تواند شرکت‌ها را بر اساس شاخص‌های چندگانه مورد ارزیابی قرار دهد. ادرسینگ و ژانگ<sup>۳</sup> در سال ۲۰۰۸ با معرفی کردن تعدادی از شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها نشان دادند که بین کارایی محاسبه‌شده و بازده شرکت‌ها در ماه‌های آینده همبستگی معناداری وجود دارد و در واقع کارایی را قدرت مالی<sup>۴</sup> حال شرکت‌ها تعبیر کردند. یک تعبیر از کارایی محاسبه‌شده در تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی خوش‌بینانه شرکت در بهترین شرایط ممکن است. با روش تحلیل پوششی داده‌ها برای هر شرکت می‌توان مجموعه‌ای از داده‌ها محاسبه کرد که تفسیر ریاضی آن، کارایی شرکت در شرایط محتمل است. منظور از این مجموعه از داده‌ها در اینجا کارایی متقاطع<sup>۵</sup> است که در قسمت مبانی نظری و پیشینه پژوهش به تشریح آن پرداخته می‌شود.

در سال ۲۰۱۴ لیم و همکاران<sup>۶</sup> کارایی متقاطع را به‌عنوان نشانه‌ای از بازده شرکت در شرایط محتمل و مختلف آینده تعبیر کردند و جدول کارایی متقاطع را به‌جای بازده شرکت در دوره‌های گذشته، مبنای محاسبات بهینه‌سازی سبدهای سهام قرار دادند و مدل مارکوویتز را بر روی این مبنای

1. Markowitz
2. Data Envelopment Analysis (DEA)
3. Edirisinghe & Zhang
4. Financial strength
5. Cross Efficiency
6. Lim & Oh & Zho

جدید اجرا کردند؛ اما مدل مارکویتز به دلیل استفاده از واریانس در محاسبه ریسک موردانتقاد قرار گرفته است.

مهم‌ترین دلیل این نقد، این است که سودهای که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند به‌عنوان ریسک شناخته می‌شوند. از این‌رو معیار جدیدی برای ریسک که فقط ریسک نامطلوب را بسنجد، برای پژوهش‌گران اهمیت پیدا کرد. معیارهای متفاوتی برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب ارائه شده که مهم‌ترین آن‌ها ارزش در معرض ریسک<sup>۱</sup> است که نقص‌های واریانس را ندارد، یعنی فقط نوسانات نامطلوب را بشمار می‌آورد. ارزش در معرض ریسک معیاری برای اندازه‌گیری حداکثر زیان احتمالی سبد سهام است که در سال ۱۹۹۴ از سوی وترستون ارائه شد. طبق تعریف، ارزش در معرض ریسک، حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد سهام برای دوره معین در آینده با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیشتر نمی‌شود.

گوه و ژانگ<sup>۲</sup> در سال ۲۰۱۲، با توجه به مفهوم ارزش در معرض ریسک، یک مدل ریاضی برای ساخت سبد سهام بدون در نظر گرفتن توزیع خاصی برای بازده ارائه کردند، البته گوه و ژانگ هم مانند مدل مارکویتز داده‌های تاریخی را مبنای محاسبات بهینه‌سازی سبد سهام قرار دادند. در این پژوهش با اجرای مدل ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع روشی جدید برای بهینه‌سازی سبد سهام ارائه شده و در پایان عملکرد روش پیشنهادی با سبد بازار و روش لیم و همکاران یعنی مدل مارکویتز بر روی کارایی متقاطع، مقایسه می‌شود.

### مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در یک نگاه کلی می‌توان، نظریه بهینه‌سازی سبد سهام<sup>۳</sup> را به دو گروه مدرن<sup>۴</sup> و فرا مدرن<sup>۵</sup> تقسیم کرد، در نظریه مدرن، سبد سهام بهینه با سبک سنگین کردن بازده و ریسک تعیین و به طور معمول ریسک واریانس یا انحراف معیار در نظر گرفته می‌شود. در نظریه فرا مدرن سبد سهام بهینه، بر اساس رابطه بازدهی و ریسک نامطلوب، به تدوین رفتار سرمایه‌گذار و انتخاب سبد بهینه سهام پرداخته می‌شود (استرادا<sup>۶</sup>، ۲۰۰۶، ۴۷-۴۵).

1. Value at Risk
2. Goh & Zhang
3. Portfolio optimization
4. Modern Portfolio Theory (MPT)
5. Post Modern Portfolio Theory (PMPT)
6. Estrada

از پیشگامان نظریه‌های مدرن انتخاب سبد دارایی، هری مارکوویتز است. وی پژوهشی تحت عنوان «انتخاب سبد دارایی» منتشر کرد که عموماً به‌عنوان اساس نظریه مدرن سرمایه‌گذاری در نظر گرفته می‌شود. قبل از مارکوویتز سرمایه‌گذاران با مفاهیم ریسک و بازده آشنا بودند ولی به طور معمول نمی‌توانستند آن را به صورت روش سیستماتیک بیان کنند.

مارکوویتز بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده سهم در دوره‌های گذشته و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت. او نشان داد که واریانس سبد به کوواریانس سهم‌ها بستگی دارد و آن را مطابق آنچه در تابع هدف مدل (۲) دیده می‌شود، فرموله کرد. با توجه به این که بازده سبد، جمع وزنی بازده سهم‌ها فرض شده است، با حل مدل (۱) و محاسبه مقدار  $E_{\Omega}^m$  به‌عنوان حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام می‌توان، تابع هدف حداکثر سازی بازده را با در نظر یک حد قابل قبول به محدودیت تبدیل می‌شود.

$$E_{\Omega}^m = \text{Max} \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i$$

st:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (1)$$

$$w_i \geq 0$$

در مدل (۲) که یکی از ویرایش‌های مدل مارکوویتز است این حد قابل قبول به صورت درصد  $1 - \gamma$  از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن تعریف شده است.  $E_{\Omega}^m$  می‌تواند با استفاده از مدل (۱) محاسبه شود و با در نظر گرفتن  $\gamma$  اسب در مدل (۲) جایگذاری گردد.

$$V_{\Omega} = \text{Min} \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n w_i w_l \psi_{il}$$

st:

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \geq (1 - \gamma) E_{\Omega}^m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

در این مدل  $\bar{T}_i$  میانگین بازده هر سهم و  $E_{\Omega}^m$  حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام است و عبارت  $(1 - \gamma) E_{\Omega}^m$  حداقل بازده مورد انتظار سبد را در قالب سهمی از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن نشان می‌دهد.

پژوهش‌های زیادی در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به پیروی از مدل مارکوویتز در داخل و خارج کشور صورت گرفته است. از آنجاکه این مدل غیرخطی است و برای حل آن روش ثابتی وجود ندارد، بسیاری از پژوهش‌ها بر شیوه حال این مدل متمرکز شده‌اند.

چنگ و یانگ<sup>۱</sup> (الگوریتم ژنتیک ۲۰۰۹)، راعی و علی بیک (روش حرکت تجمعی ذرات ۱۳۸۹)، الهی و یوسفی (۱۳۹۳)، جست‌وجوی شکار، قدوسی و تهرانی (روش تجزیه شبیه‌سازی شده، ۱۳۹۴) و ... تلاش‌هایی برای حل مدل غیرخطی مارکوویتز در داخل و خارج هستند.

مارکوویتز در مدل خود فرض کرد که بازده تاریخی، متغیر تصادفی با توزیع نرمال است پس با دو پارامتر میانگین و واریانس بازده در دوره‌های گذشته به‌طور کامل بیان می‌شود اما فرض نرمال بودن بازده تاریخی در بسیاری از موارد درست نیست، زیرا بسیاری از پژوهش‌ها نشان می‌دهد که شکل توزیع داده‌ها دارای دو انتهای ضخیم‌تر نسبت به توزیع نرمال است یا به عبارت دیگر به وجود آمدن سودها و زیان‌های غیرعادی، بیشتر از آن است که تابع توزیع نرمال پیش‌بینی می‌کند (پست و گئورگی<sup>۲</sup>؛ ۲۳۰-۲۳۲، ۲۰۰۸). به‌طور کلی، اگر توزیع بازده یک نوع دارایی، نرمال نباشد، آنگاه استفاده از واریانس به‌عنوان معیاری برای محاسبه ریسک، روش درستی نخواهد بود (بناتی و ریزی<sup>۳</sup>؛ ۴۲۴، ۲۰۰۷).

مشکل دیگر استفاده از واریانس این است که سودهای که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند، به‌عنوان ریسک شناخته شده و نامطلوب قلمداد می‌شوند. این در حالی است که از دید سرمایه‌گذاران کسب بازده‌های بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار نه تنها نامطلوب شمرده نمی‌شود بلکه سرمایه‌گذاران از آن استقبال می‌کنند. از سوی دیگر، واریانس به‌عنوان معیار ریسک

1. Chang & Yang
2. Gioegi & Post
3. Benati & Rizzi

برای سرمایه‌گذار ملموس و قابل‌درک نیست (گنورگی<sup>۱</sup>، ۲۰۰۲). در مجموع این مشکلات سبب شد تا پژوهش‌های جدیدی در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام با در نظر گرفتن معیارهای دیگری برای محاسبه ریسک انجام شود و نظریه فرامدرن مسئله بهینه‌سازی سبد سهام آغاز شد.

نخستین بار رام و فرگوسن<sup>۲</sup> (۱۹۹۳) در پژوهشی با عنوان "مدل پرتفوی فرامدرن تکامل می‌یابد" اصطلاح مدل فرامدرن پرتفوی را به صورت رسمی در ادبیات مالی به کار بردند و آن را به عنوان شروع تلاش‌هایی اطلاق کردند که معیارهای جدید ریسک را بکار می‌گیرند.

در این پژوهش، پژوهشگران نشان دادند که نظریه پرتفوی مدرن در شرایط خاصی عملکرد رضایت بخشی ندارد و عملکرد نامناسب مدل مدرن پرتفوی را ناشی از نادرست بودن فرض‌های این مدل، یعنی نرمال بودن توزیع داده‌ها و مناسب بودن واریانس به عنوان شاخص ریسک، دانستند. پژوهش‌های جدیدی برای معرفی معیاری کامل برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب انجام شده، که در آن میان معیار ارزش در معرض ریسک مورد استقبال زیادی قرار گرفت.

ارزش در معرض ریسک که یکی از شاخص‌های مهم ریسک نامطلوب است، نسبت به واریانس، هم‌خوانی بیشتری با ادراک سرمایه‌گذاران داشته، مستلزم فرض مربوط به توزیع بازده نیست و تنها انحراف‌های منفی نسبت به بازده مورد انتظار را به عنوان ریسک در نظر می‌گیرد.

ارزش در معرض ریسک حداقل مبلغی را مشخص می‌کند که به احتمال معینی طی دوره زمانی مشخص، انتظار می‌رود بیش از آن مبلغ از دست نرود. برای مثال یک بانک ممکن است اعلام کند ارزش در معرض ریسک روزانه خرید و فروش پرتفوی بانک، در سطح اطمینان ۹۵ درصد، ۱۰ میلیون است و این یعنی تنها در ۵ مورد از ۱۰۰ معامله روزانه، ممکن است زیانی بیش از ۱۰ میلیون اتفاق افتد. سابقه این معیار به وقتی برمی‌گردد که "نیل گولیدمن"<sup>۳</sup> ارزش در معرض ریسک را توسعه داد و در ۱۹۹۳ طی کنفرانسی، شرکت «جی.پی.مورگان»، سیستم ارزش در معرض ریسک را برای نخستین بار به مشتریان معرفی کرد.

از پژوهش‌های نظری که بر ارزش در معرض ریسک به عنوان ابزار سنجش ریسک تأکید دارند، می‌توان به پژوهش‌های «جوریون»<sup>۴</sup> (۱۹۹۶) و «ساندرز»<sup>۵</sup> (۱۹۹۹) و «بودنر»<sup>۶</sup> (۱۹۹۸) اشاره کرد.

1. Gioegi
2. Ram & Fergosen
3. Guldimmann
4. Jorion
5. Sanders
6. Bodner

ارزش در معرض ریسک، پاسخگوی پیچیدگی‌های ابزارهای مالی بوده و انواع ریسک را در یک عدد خلاصه می‌کند. از این رو، مدیران ارشد با انبوهی از محاسبه‌های ریسکی مواجه نمی‌شوند (حنیفی ۱۳۸۲، ۴-۵).

برخی از دلایل استفاده از ارزش در معرض ریسک (VaR) در مدیریت پرتفوی را می‌توان به شرح زیر بیان کرد:

۱. ارزش در معرض ریسک، به طور معمول برای سطوح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد و حتی بالاتر محاسبه می‌شود؛ بنابراین تمرکز آن، بر روی دنباله‌های توزیع است و با شکل توزیع داده‌ها ارتباط مفهومی ندارد. در حالی که واریانس و انحراف معیار در چارچوب توزیع‌های متقارن و نرمال بهتر درک می‌شود.

۲. ارزش در معرض ریسک چارچوبی برای اندازه‌گیری و تحلیل ریسک است که می‌توان آن را در مورد انواع دارایی‌ها به صورت یکسان به کاربرد. در نتیجه با استفاده از آن، پرتفوی متشکل از اوراق قرضه با پرتفوی تشکیل یافته از سهام قابل مقایسه خواهد بود.

۳. سرانجام و شاید از همه مهم‌تر اینکه ارزش در معرض ریسک توسعه مفهومی قابل درک و عینی است. مفاهیم آماری مثل واریانس و انحراف معیار پرتفوی برای مدیران تمامی شرکت‌ها یا مدیران و سرمایه‌گذاران چندان ملموس و قابل فهم نیستند. این در حالی است که ارزش در معرض ریسک همه پارامترهای مختلف اندازه‌گیری ریسک پرتفوی را در یک مبلغ قابل درک و محسوس خلاصه می‌کند.

روش‌های مختلفی برای برآورد ارزش در معرض ریسک وجود دارد که می‌توان آن‌ها را در سه گروه طبقه‌بندی کرد: روش‌های پارامتریک، روش‌های ناپارامتریک، روش‌های نیمه پارامتریک. بزرگ‌ترین مزیت استفاده از مدل‌های ناپارامتریک مانند شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت کارلو، این است که برخلاف مدل‌های پارامتریک، نیازی نیست فرض خاصی برای توزیع بازده دارایی‌ها در نظر گرفته شود. به کارگیری هر یک از این روش‌ها تا اندازه زیادی تحت تأثیر نیازهای تحلیل‌گران و مقامهای تصمیم‌گیرنده سازمان، نوع دارایی‌های مورد بررسی، میزان دقت و سرعت مورد نظر در محاسبه‌ها و دیگر ملاحظات قرار دارد. در زمینه اندازه‌گیری ریسک از شاخص ارزش در معرض ریسک و همچنین بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس حداقل سازی این شاخص در ایران، پژوهش‌های چندانی صورت نگرفته است. در پژوهش‌های لاتین نیز اگرچه، پژوهش‌های

متعددی در زمینه برآورد ارزش در معرض ریسک وجود داشته اما کمتر به مسئله بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس ارزش در معرض ریسک پرداخته شده است.

جوری<sup>۱</sup> (۲۰۰۴) دو روش میانگین-واریانس و حداقل سازی ارزش در معرض ریسک را برای هشت سهام در بازار نیویورک، باهم مقایسه کرده است. وی بدین نتیجه رسید که، نتایج بهینه‌سازی از روش ارزش در معرض ریسک بخصوص در داده‌های غیر نرمال، بهتر است. در پژوهش اقبال نیا (۱۳۸۴)، ارزش در معرض ریسک با استفاده از شاخص بازده نقدی محاسبه شده، ولی سبد بهینه تعیین نشده است. در پژوهش احمدی و شهریار (۱۳۸۶)، چهار شرکت انتخاب شده و ارزش در معرض ریسک آن‌ها به روش اقتصادسنجی سری زمانی محاسبه شده و میزان سهم هر کدام از شرکت‌ها تعیین می‌شود. این پژوهش نیز مدلی جامع برای بهینه‌سازی سبد سهام با ارزش در معرض ریسک ارائه نمی‌کند.

ابراهیم عباسی و بابک تیمور پور (۱۳۸۸) در پژوهشی، ارزش در معرض ریسک را به روش پارامتریک با استفاده از بازده‌های شرکت‌ها محاسبه کرده و به‌عنوان یک محدودیت به مدل مارکویتز، اضافه می‌شود ولی عملاً بازم واریانس معیار اندازه‌گیری ریسک سبد است. در پژوهش‌های، فلاح‌پور و یاراحمدی (تئوری مقدار حدی ۱۳۹۱)، عباسی (به سه روش پارامتریک، تاریخی، شبیه‌سازی مونت کارلو ۱۳۹۲)، صادقی و دهکردی (آنالیز موجک ۱۳۹۲)، کیانی و فرید (۱۳۹۳) به برآورد ارزش در معرض ریسک به روش‌های مختلف پرداخته شده است ولی به ارائه مدلی برای مسئله بهینه‌سازی سبد سهام توجه ای نشده است. میرفیض و عبدالهی (۱۳۹۲) به مدل‌سازی مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با الگوریتم مورچگان با معیارهای متفاوت ریسک از جمله ارزش در معرض ریسک پرداخته است.

گوه و ژانگ (۲۰۱۲) مبتنی بر مفهوم ارزش در معرض ریسک یک مدل برنامه ریاضی ارائه دادند که با حداقل کردن ارزش در معرض ریسک یک سبد، میزان هر سهم در سبد را مشخص می‌کند. این مدل از روش نا پارامتریک و با استفاده از داده‌های T دوره گذشته شرکت‌ها به تشکیل سبد سهام می‌پردازد. نقطه قوت این مدل عدم نیاز به فرض خاصی برای توزیع بازده شرکت‌ها است. طبق تعریف ارزش در معرض ریسک (VaR)، حداقل مقداری است که اگر بر روی بازده سبد بگذاریم، حداقل به احتمال  $(1-\alpha)$  درصد، بازده سبد مثبت می‌شود، مطابق رابطه (۳).



$$VaR_{1-\alpha} = \text{Min}\{\xi: P[(\xi + E_{\Omega}) \geq 0] \geq 1 - \alpha\} \quad (۳)$$

طبق رابطه ۳، با حداقل کردن ارزش در معرض ریسک (VaR) در T دوره زمانی، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به شکل زیر فرموله می‌شود:

$$\min \quad VaR$$

St:

$$VaR + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -Ky_i \quad i = 1, \dots, T \quad (۴)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$\sum_{i=1}^T y_i = [\alpha T]$$

$$\sum_{i=1}^n w_j \bar{r}_j \geq (1 - \gamma) E_{\Omega}^m$$

$$w_j \geq 0$$

$$y_i \in \{0,1\}$$

در مدل (۴)،  $r_{ij}$  بازده شرکت  $i$ ام در زمان  $j$ ام و  $w_j$  وزن شرکت  $i$ ام در سبد بهینه و  $T$  تعداد دوره زمانی گذشته،  $\pi$  تعداد شرکت‌ها،  $\alpha$  سطح اطمینان مورد نظر و  $K$ ، یک عدد ثابت بزرگ است. در این مدل  $\bar{r}_j$  میانگین بازده هر سهم و  $E_{\Omega}^m$  حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام است و عبارت  $(1 - \gamma) E_{\Omega}^m$  حداقل بازده مورد انتظار سبد را در قالب سهمی از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن نشان می‌دهد. با توجه به این که بازده سبد، جمع وزنی بازده سهم‌ها فرض شده است، همانند مدل مارکوویتز، مقدار  $E_{\Omega}^m$  می‌تواند با استفاده از مدل (۱) محاسبه شود و با در نظر گرفتن  $\gamma$  مناسب در مدل (۴) جایگذاری گردد.

مدل بهینه‌ساز (۴)، به دنبال پیدا کردن وزن‌های بهینه سهم‌ها، در واقع همان متغیر  $w_j$ ، در مدل است. مدل با انتخاب حداقل ارزش در معرض ریسک سبد، این وزن‌های بهینه را مشخص می‌کند. از این رو، با توجه به مفروض‌های این مدل، نیازی به محاسبه ارزش در معرض ریسک هر سهم نیست. با توجه محدودیت سوم در مدل (۴)، مدل اجازه می‌دهد در  $\alpha$  درصد اوقات متغیر  $Y$  برابر یک شود. وقتی متغیر برابر یک شود قید متناظر در دسته قیود نخست مدل زائد می‌شود، یعنی بازده سبد در  $\alpha$  درصد اوقات یا در  $[T\alpha]$  دوره زمانی، می‌تواند منفی باشد (رابطه ۵). در مابقی اوقات  $Y$  برابر صفر می‌شود یعنی بازده سبد بعلاوه ارزش در معرض ریسک در آن دوره‌ها باید بیش‌تر از صفر شود. مدل، مینیمم VaR‌هایی را که در این قیود صدق کند را انتخاب کرده و سبد بهینه از شرکت‌های منتخب تشکیل می‌شود (۶).

$$\text{VaR} + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -K \quad (5)$$

$$\text{VaR} \geq -\sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \quad (6)$$

اما مهم‌تر از ایراداتی که به واریانس به‌عنوان شاخص ریسک می‌توان وارد دانست انتقادی است که به مبنای محاسبات، بهینه‌سازی مدرن و فرامدرن سبد وارد است و آن استفاده از داده‌های تاریخی به‌عنوان نشانگر آینده است. مهم‌ترین نقد این است که دلیلی وجود ندارد آینده مطابق نظم موجود در گذشته، رخ دهد. بعلاوه این که اگر بازده شرکت در دوره‌های گذشته مبنا باشد، تقدم و تأخر داده‌های تاریخی شامل اطلاعات مفیدی از آینده است که در مدل مارکوفیتز ندیده گرفته می‌شود. مثلاً این نکته مهم است که آیا بازده‌های پایین، داده‌هایی مربوط به دوره‌های آخر یا نخست مورد بررسی هستند یا در خلال دوره‌ها به‌صورت نوسان‌های نامطلوب اتفاق افتاده‌اند؟ وقتی شرکتی در گذشته تاریخی دور بازده قابل قبولی داشته ولی در دوره‌های اخیر افت بازده نشان می‌دهد انتظار می‌رود آینده مطلوبی نداشته باشد، اما در مدل مارکوفیتز گذشته دور خوب، گذشته نزدیک بد را جبران می‌کند و بازده مورد انتظار را خوش‌بینانه ارزیابی می‌کند. در ذیل ابتدا به توضیح تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و مفهوم کارایی متقاطع که می‌تواند جایگزینی برای داده‌های تاریخی بازده فراهم کند پرداخته می‌شود.

تحلیل پوششی داده‌ها، تکنیکی ناپارامتریک برای سنجش و ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از پدیده‌ها (سازمان‌ها) با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه است (جهانشاهلو و حسین زاده، ۱۳۸۵). علت مقبولیت گسترده‌تر روش DEA نسبت به سایر روش‌ها، امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی است که در این فعالیت‌ها وجود دارد.

مدل‌های مختلفی از تحلیل پوششی داده‌ها وجود دارد و با توجه به مفروض‌های مسئله و ویژگی‌های مدل، مورداستفاده قرار می‌گیرد. یکی از مهم‌ترین مشکلات مدل‌های ارائه‌شده بهینه‌سازی سبد سهام، عدم در نظر گرفتن شاخص‌ها و معیارهای چندگانه در ارزیابی شرکت‌هایی است که در سبد قرار می‌گیرند.

با توجه به قابلیت روش تحلیل پوششی داده‌ها در به‌کارگیری شاخص‌های چندگانه، در پژوهش‌های متعددی از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مسائل مالی و انتخاب سبد سهام استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های (افشار کاظمی و خلیلی عراقی، ۱۳۹۱) و (ادرسینگ و ژانگ، ۲۰۰۸) و (چن<sup>۱</sup>، ۲۰۰۸) و (چانگ و لی<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲) و... اشاره کرد. ادرسینگ (ادرسینگ و همکاران، ۲۰۰۸) در پژوهشی به نام «انتخاب سبد سهام بر اساس قدرت شاخص‌های با به‌کارگیری تحلیل پوششی داده‌ها» قوت مالی شرکت را با وارد کردن شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی به مدل سی سی آر<sup>۳</sup> که یک مدل پایه تحلیل پوششی داده‌هاست و مجاز به استفاده از داده‌های منفی نیست، معرفی کرد و ثابت کرد که بین کارایی محاسبه‌شده و بازده ماه‌های بعد شرکت‌ها رابطه معناداری وجود دارد. لیم و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از ایده ادرسینگ و با اصلاح نقطه ضعف کار او (استفاده مدل CCR برای داده‌های منفی) یعنی استفاده از مدل RAM<sup>۴</sup> که مجاز به استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های منفی است، مفهوم کارایی متقاطع را به‌عنوان نشانگر بازده احتمالی شرکت در شرایط محتمل آینده معرفی و با نقد استفاده از داده‌های تاریخی، ماتریس کارایی متقاطع را مبنای محاسبه ریسک و بازده قرارداداند. آن‌ها با انجام مدل مارکویتز بر روی این ماتریس، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را حل کردند اما همچنان مشکلات استفاده از واریانس به‌عنوان معیار ریسک در پژوهش آن‌ها باقی است.

1. Chen
2. Chang & Lee
3. Charnes & Cooper & Rhodes (CCR)
4. Range Adjusted Measure

از این رو، در این پژوهش به ترکیب مدل ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع پرداخته شده است تا هم جایگزین بهتری برای داده‌های تاریخی و هم معیار کاراتری برای ریسک ارائه گردد. در این پژوهش، از مدل RAM که یک مدل جمعی با بازده به مقیاس متغیر است و به دلیل برخورداری از خاصیت پایداری در مقابل محورها، قابل کاربرد بر روی داده‌هایی است که ممکن است هم در ورودی‌ها و هم در خروجی‌ها مقادیر منفی مشاهده شود، استفاده می‌شود. فرم پوششی مدل RAM که یک مدل جمعی با بازده به مقیاس متغیر است، به شکل مدل (۷) است.

اندیس  $j$ : نشان‌دهنده هر یک از واحد تحت ارزیابی

اندیس  $i$ : نشانگر ورودی

اندیس  $r$ : نشانگر خروجی

$x_{ij}$ : مقدار ورودی  $i$  ام واحد  $j$  ام

$y_{rj}$ : خروجی  $r$  ام واحد  $j$  ام

$$\max \frac{1}{m+s} \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right)$$

st:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{io} \quad i = 1, \dots, m \quad (v)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^+ = y_{ro} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0$$

واحد تحت ارزیابی با اندیس 0 نشان داده می‌شود و در این مدل  $s_i^-$ ،  $s_r^+$  و  $\lambda_j$  متغیر هستند.

بازه‌های  $R_i^-$  و  $R_r^+$  به ترتیب برای ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت رابطه (۸) و (۹) تعریف می‌شود:

$$R_i^- = \max(x_{ij}, j = 1, \dots, n) - \min(x_{ij}, j = 1, \dots, n) \quad i = 1, \dots, n \quad (۸)$$

$$R_r^+ = \max(y_{rj}, j = 1, \dots, n) - \min(y_{rj}, j = 1, \dots, n) \quad r = 1, \dots, s \quad (۹)$$

دوگان مدل پوششی RAM که به فرم مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها معروف است، به صورت مدل (۱۰) است:

$$\min \quad e_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - w$$

st:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (۱۰)$$

$$u_r \geq \frac{1}{m+s} R_r^+ \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq \frac{1}{m+s} R_i^- \quad i = 1, \dots, m$$

آزاد در علامت w

در مدل (۱۰)،  $w$ ،  $u_r$  و  $v_i$  متغیر هستند.

این مدل برای ارزیابی هر واحد اجرا شده، مقدار ناکارایی واحد را محاسبه می‌کند. مقدار کارایی برابر است با یک منهای مقدار ناکارایی مطابق فرمول (۳۷-۲):

$$E_0 = 1 - (\sum_{i=1}^m v_i X_{io} - \sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} - w) \quad (11)$$

مدل (۱۰) برای ارزیابی هر واحد اجراشده و با جایگذاری در مدل (۱۱) مقدار کارایی هر سهم محاسبه می‌شود. فرم مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها از تفسیر جالبی برخوردار است و آن تخصیص بهترین وزن به واحد تحت ارزیابی است. به همین دلیل گاهی گفته می‌شود تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی خوش‌بینانه شرکت یا ارزیابی شرکت در بهترین شرایطی است که ممکن است برای شرکت تأمین شود. با حل این مدل مقدار ناکارایی شرکت‌ها محاسبه شده در واقع در مدل RAM در تابع هدف میزان ناکارایی محاسبه می‌شود و یک منهای ناکارایی برابر است با مقدار کارایی.

منظور از کارایی متقاطع محاسبه یک منهای مقدار تابع هدف مدل (۱۰)، با استفاده از وزن‌های بهینه حاصل از حل مدل برای واحدهای دیگر است. حال اگر مدل تحلیل پوششی داده‌ها را بتوان ارزیابی شرکت در بهترین شرایطی ممکن قلمداد کرد، کارایی متقاطع را باید ارزیابی شرکت در بهترین شرایط شرکتی دیگر دانست. بر این اساس ماتریس کارایی متقاطع، جدولی از حالات مختلف برای هر شرکت را نشان می‌دهد که هر کدام از این حالات به نفع یک شرکت است. چون شرایط در آینده به‌رحال به‌طور نسبی به نفع یکی از شرکت‌هاست، می‌توان کارایی متقاطع را ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آینده تعبیر کرد.

ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آتی را می‌توان نشانگری از بازده شرکت در شرایط محتمل آتی قلمداد کرد و به‌جای داده‌های تاریخی بازده که نشانگر بازده آتی قلمداد می‌شدند، بکار برد. در بخش روش پژوهش، نحوه تفسیر و کاربرد مدل گوه و ژانگ (۲۰۱۲) بر روی جدول کارایی متقاطع بیان می‌شود.

### روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از بعد هدف، از نوع پژوهش‌های کاربردی بوده و قلمرو مکانی و زمانی پژوهش، شرکت‌های پذیرفته‌شده بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ می‌باشد. در انجام این پژوهش گام‌های زیر طی شده است:

۱- تعیین شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی در مدل DEA

- ۲- محاسبه کارایی شرکت‌ها با اجرای مدل RAM اصلاح شده و تشکیل ماتریس کارایی متقاطع
- ۳- مدل سازی، روش ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع شرکت‌ها و محاسبه سبد بهینه سهام
- ۴- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی
- ۵- مقایسه روش پیشنهادی با مدل لیم و همکاران.

### (۱) تشریح مراحل پژوهش

#### ۱-۱- تعیین شاخص‌های مالی به عنوان ورودی و خروجی در مدل DEA

در این پژوهش به پیروی از ادرسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) از شاخص‌های مالی که منعکس کننده وضعیت فعلی شرکت‌ها و قوت مالی آن‌ها می‌باشد، به عنوان ورودی و خروجی مدل تحلیل پوششی داده‌ها استفاده می‌شود.

ادرسینگ، این طور استدلال کرده است که شاخص‌های ورودی نسبت‌های مالی از جنس سیاست گذاری و شاخص‌های خروجی نسبت‌های مالی از جنس نتیجه گیری هستند. این شاخص‌های مالی به تفکیک ورودی و خروجی در جدول ۱ بیان شده است.

جدول ۱

نام شاخص	خروجی / ورودی	تعریف
گردش حساب‌های دریافتی	ورودی	دفعات موفقیت شرکت در دریافت مطالبات خود
گردش موجودی کالا	ورودی	دفعات موفقیت شرکت برای خرید/ فروش یا تولید/ فروش
گردش دارایی	ورودی	فروش ایجاد شده از هر ریال از دارایی‌های تحت تملک شرکت
نسبت جاری	ورودی	نسبت دارایی جاری به بدهی جاری
نسبت آنی	ورودی	نسبت دارایی جاری منهای موجودی کالا به بدهی جاری
ضریب مالکانه	ورودی	نسبت دارایی به حقوق صاحبان سهام
نسبت بدهی	ورودی	نسبت کل بدهی به کل دارایی شرکت
بدهی به حقوق صاحبان سهام	ورودی	تأمین مالی بلندمدت توسط بستانکاران در مقابل صاحبان سهام

سهم	ورودی	تقسیم بدهی به حقوق صاحبان سهام
ROA	خروجی	نسبت به کارگیری دارایی‌ها.
ROE	خروجی	سود خالص ایجادشده در مقابل هر یک ریال حقوق صاحبان سهام.
حاشیه سود خالص	خروجی	درآمد خالص حاصل از یک ریال فروش
سود هر سهم	خروجی	نسبت سود خالص منهای سود تقسیمی سهام ممتاز بر تعداد سهام عادی
نرخ رشد درآمدها	خروجی	درجه تغییر در عایدات شرکت در طی دوره زمانی مشخص
نرخ رشد سود خالص	خروجی	درجه تغییر در سود و خالص شرکت در طی دوره زمانی مشخص
نرخ رشد هر سهم	خروجی	درجه تغییر در سود هر سهم شرکت در طی دوره زمانی مشخص

## ۲-۱- محاسبه کارایی شرکت‌ها با اجرای مدل RAM اصلاح شده و تشکیل ماتریس کارایی متقاطع

به دلیل وجود اعداد منفی در مقادیر ورودی و خروجی، از مدل RAM که مجاز به استفاده از اعداد منفی می‌باشد برای محاسبه کارایی هر شرکت استفاده می‌شود. کارایی به دست آمده یعنی هر شرکت در بهترین شرایط خود چه قوت مالی دارد.

حال با تشکیل ماتریس کارایی متقاطع، کارایی هر شرکت را در شرایطی که وضعیت برای دیگر شرکت‌ها بهتر است، به دست آورده یعنی با توجه به وزن‌های بهینه سایر شرکت‌ها، کارایی در شرایط محتمل برای هر شرکت به دست می‌آید. همان‌طور که گفته شد، در مدل RAM چون در تابع هدف میزان ناکارایی محاسبه می‌شود و یک منهای ناکارایی دقیقاً برابر است با مقدار کارایی، بنابراین کارایی متقاطع برای واحد  $j$  ام با استفاده از وزن‌های بهینه واحد  $k$  از رابطه ۱۲ محاسبه می‌شود:

$$E_j^K = 1 - \left( \sum_{i=1}^m v_i^k x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r^k y_{rj} - W \right) \quad (12)$$



به دلیل وجود اعداد منفی در مقادیر ورودی و خروجی مدل RAM، در ماتریس کارایی متقاطع اعداد منفی دیده می شود که می توان، با اضافه کردن قید زیر و اعمال اصلاحات بر روی مدل RAM مانع از حضور مقادیر منفی در جدول کارایی متقاطع شد.

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \geq -1 \quad j = 1, \dots, n \quad (13)$$

لازم به ذکر است که لیم و همکاران در پژوهش خود به منفی بودن اعداد کارایی متقاطع توجهی نکرده و این از ایرادهای پژوهش آنهاست. (گودرزی، ۱۳۹۴، ۴۳).  
حال ماتریس کارایی متقاطع به دست آمده، به وسیله مدل RAM اصلاح شده، به جای داده های تاریخی، مبنایی محاسبه بازده و ریسک سبد قرار می گیرد.

### ۳-۱- مدل سازی، روش ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع شرکت ها و محاسبه سبد بهینه سهام

در این پژوهش، با ترکیب دو مفهوم ارزش در معرض ریسک و کارایی متقاطع به تشکیل سبد بهینه سهام پرداخته می شود.

طبق مدل گوه و ژانگ در T دوره زمانی، ارزش در معرض ریسک یعنی حداقل مقداری که اگر روی بازده سبد گذاشته شود، تنها در  $[\alpha T]$  دوره زمانی بازده سبد کوچک تر از صفر می گردد، یعنی در  $(1-\alpha)$  درصد اوقات، بازده سبد بزرگ تر از صفر می شود.

از سوی دیگر، مفهوم کارایی متقاطع یعنی کارایی شرکت در شرایط محتمل آینده که هر یک از این شرایط در واقع به نفع یکی از شرکت ها تلقی می شود. حال اگر هر یک از این شرایط محتمل آینده تحت عنوان اوقات نام برده شود، آنگاه اوقات یا شرایط محتمل در آینده برابر با تعداد شرکت ها خواهد بود؛ اما از آنجایی که کارایی که به عنوان نشانگر بازده در آینده در این پژوهش بکار رفته، برخلاف بازده همواره مقدار بیشتر از صفر دارد، کاربرد مدل ارزش معرض ریسک بر روی آن همواره به ازای هر ترکیبی از سهم شرکت ها برقرار است و به مقدار ارزش در معرض ریسک صفر منجر می شود؛ بنابراین لازم است مدل ارزش معرض ریسک با تعریفی متناسب با مقادیر کارایی بازتعریف شود. می توان یک حد معین خیلی خوب به عنوان مثال  $0/98$  در نظر گرفت تا

مدل سیدی را بسازد که کارایی آن در اکثر اوقات بالای این مقدار باشد و در واقع مدل از بین شرکت‌های که تنها در  $[\alpha T]$  اوقات، کارایی کمتر از  $0/98$  داشته باشند، انتخاب می‌کند. به بیان دیگر شرکت‌هایی که حتی در شرایطی که اوضاع به نفع دیگر شرکت‌ها باشد، باز هم کارایی آن‌ها در اکثر اوقات از یک حد معین قابل قبول کمتر نمی‌شود، سید را می‌سازند.

$\min \quad VaR$

St:

$$VaR + \sum_{j=1}^n w_j r_{ij} \geq -k y_i + 0.98 \quad i = 1 \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1 \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = [an]$$

$$w_j \geq 0 \quad \forall i \in \{0, 1\}$$

$r_{ij}$  یعنی کارایی شرکت  $j$ ام در زمانی که شرایط به نفع شرکت  $i$ ام،  $w_j$  وزن بهینه هر شرکت در سید سهام و  $n$  تعداد شرکت‌ها که برابر است با تعداد دوره زمانی و  $\alpha$  سطح اطمینان مورد قبول مدل می‌باشد.

#### ۴-۱- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی

بعد از به دست آوردن سید بهینه در سال‌های مختلف، روش پیشنهادی ارزیابی می‌شود. برای ارزیابی عملکرد، ویلیام شارپ<sup>۱</sup> در سال ۱۹۶۴، معیاری ترکیبی از عملکرد سید سهام ارائه کرد که نسبت بازده به تغییر پذیری یا نسبت بازده بازار به ریسک کل نام دارد (RVAR). معیار شارپ از

1. Sharp

تقسیم میانگین بازده اضافی پرتفوی در یک دوره مشخص بر انحراف معیار بازدهها در همان دوره محاسبه می شود که به آن نسبت پاداش تغییرپذیر نیز می گویند. این معیار به صورت رابطه ۱۵، محاسبه می شود:

$$RVAR = (\overline{TR}_P - \overline{RF}_P) / SD_P \quad \text{رابطه ۱۵}$$

در رابطه بالا  $\overline{TR}_P$  یعنی میانگین بازده سبد در دوره زمانی معین،  $\overline{RF}_P$  میانگین بازده بدون ریسک و  $SD_P$ ، انحراف معیار بازده سبد در همان دوره زمانی معین می باشد. منظور از بازده اضافی در اینجا مقدار بازده بیشتر از بازده بدون ریسک است. این معیار برای ارزیابی عملکرد پرتفوی به کار می رود، هر پورتویی که مقدار بیشتری را به خود اختصاص دهد، نسبت به بقیه عملکرد بهتری دارد.

#### ۵-۱- مقایسه روش پیشنهادی با مدل لیم و همکاران :

برای مقایسه این دو روش، به طور جداگانه سبدهای بهینه تعیین شده به این ترتیب که، گام های ۱ و ۲ را به طور عینی تکرار کرده و در گام سه، مدل مارکوویتز را بر روی ماتریس کارایی متقاطع اجرا کرده و سبدهای بهینه را در دوره زمانی موردنظر حساب می شود و سپس مطابق گام چهارم، معیار شارپ آن را حساب کرده و با شارپ روش ارزش در معرض ریسک مقایسه می گردد.

#### تجزیه و تحلیل داده ها و آزمون فرضیه ها

از بین همه شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، ۱۸۵ شرکت که سال مالی آنها اسفند هر سال است و اطلاعات مورد نیاز پژوهش برای آنها به طور کامل وجود داشت، در بازه زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ انتخاب می شوند. برای جمع آوری داده ها از اطلاعات موجود در نرم افزار ره آورد نوین و آرشیو معامله های موجود در سایت بورس اوراق بهادار تهران و برای مدل سازی و اجرای مدل از نرم افزار GAMS استفاده شده است.

بعد از اجرای مدل ارزش در معرض ریسک پیشنهادی در سال های ۹۰ تا ۹۴، میزان خرید هر سهم و سبد بهینه هر سال به شرح زیر، تشکیل گردید:

جدول ۲. سبد بهینه سال ۹۰

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
آلومینیوم ایران	۰/۹۹۷	-۰/۰۰۳
پارس دارو	۰/۰۰۳	۰/۱۹

جدول ۳. سبد بهینه سال ۹۱

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
آلومینیوم ایران	۰/۰۴۱	۰/۹۸
سیمان قائن	۰/۹۲۶	۰/۳۲
معدنی املاح ایران	۰/۰۱۴	۰/۶۵

جدول ۴. سبد بهینه سال ۹۲

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
تجارت الکترونیک پارسیان	۰/۰۸۶	۰/۹۲
سیمان فارس	۰/۱۲۴	-۰/۱۰
سیمان فارس نو	۰/۷۹	۲/۲۵

جدول ۵. سبد بهینه سال ۹۳

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
کاغذسازی کاوه	۰/۰۶۱	-۰/۵۵
دشت مرغاب	۰/۹۳۹	۰/۵۵

جدول ۶. سبد بهینه سال ۹۴

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
مجتمع‌های توریستی و رفاهی	۰/۰۰۴	۰
ارتباطات سیار	۰/۹۹۶	۰/۴۱

اگرچه، بر اساس نتایج حاصل از اجرای مدل در چند مقطع زمانی نمی توان به مفهوم ریاضی برتری یک روش نسبت به روش دیگر را اثبات کرد. اما حصول نتیجه بهتر برحسب شاخصی که عملکرد روش در چندین مقطع زمانی و متوالی را منعکس کند، می تواند به توجیه یک روش کمک کند. در این پژوهش، به پیروی از روش لیم و همکاران (۲۰۱۴) برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی بهینه سازی سبد سهام و مقایسه آن با روش پیشنهادی لیم و همکاران از معیار شارپ استفاده شده است. این معیار امکان مقایسه عملکرد روش با سبد بازار را نیز فراهم می کند. بعد از محاسبه سبد بهینه هر سال با به دست آوردن بازده هر سهم در آن سال، بازده سبد بهینه هر سال که برابر با میانگین وزنی بازده هر سهم در سبد است، به دست می آید (جدول ۶). نرخ بازده بدون ریسک برای محاسبه شارپ، برابر است با متوسط نرخ سود بانکی یک ساله بانک ملی، در سال های موردنظر. لازم به ذکر است که بازده هر سهم از رابطه ۱۶، به دست می آید:

رابطه ۱۶ قیمت نخست دوره / (سود نقدی + قیمت نخست دوره - قیمت آخر دوره) = بازده هر سهم

جدول ۷. بازده سبد بهینه در سال های مورد مطالعه

سال موردنظر	بازده سبد روش ارزش در معرض ریسک	بازده سبد بازار	بازده روش لیم و همکاران
۱۳۹۰	-۰/۰۰۲	۰/۰۹	-۰/۰۰۱
۱۳۹۱	۰/۳۶۲	۰/۴۳	۰/۳۴
۱۳۹۲	۱/۸۴	۱/۰۵	۲/۰۵
۱۳۹۳	۰/۴۸	-۰/۲۲	۰/۴۸
۱۳۹۴	۰/۴۱	۰/۲۷	۰/۳۲

جدول ۸. مقدار شارپ

روش	مقدار شارپ
روش ارزش در معرض خطر	۰/۶۸
روش لیم و همکاران	۰/۶۲
سبد بازار	۰/۳۳

همان‌طور که گفته شد، هرچقدر مقدار RVAR بیشتر باشد، عملکرد روش در تعیین سبد سهام بهینه بهتر است که با توجه به مقادیر شارپ هر روش در جدول ۸، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی از عملکرد بهتری نسبت به مدل لیم و همکاران و سبد بازار برای ساخت سبد بهینه سهام برخوردار است.

### نتیجه‌گیری و بحث

هدف این پژوهش، ارائه روشی جدید برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با به‌کارگیری مدل ارزش در معرض ریسک بر روی ماتریس کارایی متقاطع (توجه به آینده با به‌کارگیری شاخص ریسک کارا تر) است. از آنجا که، پژوهشگران مختلف از جمله مارکوویتز در کتاب خود بیان نموده است که واریانس ویژگی‌های یک معیار کامل برای اندازه‌گیری ریسک سبد سهام را ندارد، پژوهش‌های زیادی در تعریف و به‌کارگیری معیارهای دیگری برای محاسبه ریسک صورت گرفت. از این رو، در این پژوهش از معیار ارزش در معرض ریسک که یکی از سنج‌های مهم اندازه‌گیری ریسک نامطلوب است، برای محاسبه ریسک استفاده شد.

از سوی دیگر، استفاده از داده‌های تاریخی، به‌عنوان معیاری برای قضاوت در مورد آنچه در حال و آینده رخ می‌دهد، خالی از اشکال نیست زیرا هیچ تضمینی وجود ندارد که آینده مطابق نظم موجود در گذشته اتفاق بیفتد، در این پژوهش به پیروی از ادرسینگ (۲۰۰۸) و لیم و همکاران (۲۰۱۴)، از شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی در مدل RAM استفاده کرده و کارایی به‌عنوان نشانه‌ای از قوت مالی حال شرکت و کارایی متقاطع به‌عنوان نشانگر وضع مالی شرکت در شرایط محتمل آینده قلمداد شد. بر این اساس ماتریس کارایی متقاطع، به‌جای داده‌های تاریخی بازده، مبنای محاسبه قرار گرفت. در نهایت مدل ارزش در معرض ریسک ارائه‌شده توسط گوه و ژانگ (۲۰۱۲) با اعمال تغییراتی بر روی ماتریس کارایی متقاطع ۱۸۵ شرکت بورس اوراق بهادار تهران اجرا شده و سبد بهینه سهام ساخته می‌شود. لازم به ذکر است که هرچند ارزش در معرض ریسک به‌عنوان معیار ریسک مورد توجه پژوهشگران در داخل کشور قرار گرفته اما کاربرد مدل ریاضی باهدف حداقل‌سازی ارزش در معرض ریسک سبد سهام در بهینه‌سازی سبد آن‌چنان که در این پژوهش مشاهده می‌شود، مورد توجه قرار نگرفته است. ایده کاربرد مدل بهینه‌سازی سبد سهام یا حداقل‌سازی ارزش در معرض ریسک گوه و ژانگ، بر روی کارایی متقاطع و اعمال تعدیل‌های

لازم در آن را حتی در پژوهش‌های خارجی مطرح نشده و آن را می‌توان به‌عنوان نوآوری و تجربه منحصر به فرد این پژوهش در نظر گرفت.

شاخص شارپ محاسبه شده برای روش پیشنهادی، از شارپ سبد بازار و شارپ مدل لیم و همکاران بیشتر است که این مهم نشان‌دهنده عملکرد قابل قبول و بهتر آن نسبت به مدل لیم و همکاران، در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام می‌باشد. در نتیجه نشان داده شد که در نظر گرفتن ارزش در معرض ریسک به‌عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک که امکان مدیریت بهتر و کنترل بیشتر بر روی ریسک‌های نامطلوب را می‌دهد، بر روی کارایی متقاطع می‌تواند به ساخت سبدهای با عملکرد بهتر و سودآوری بیشتر منجر شود.

با توجه به نتایج پژوهش و بررسی عملکرد مدل، به شرکت‌های سرمایه‌گذاری، صندوق‌های سرمایه و سرمایه‌گذاران حقیقی پیشنهاد می‌شود که از روش تلفیقی ارزش در معرض ریسک و کارایی متقاطع برای ساخت سبد سهام بهینه استفاده کنند.

در نهایت پیشنهادها برای مطالعه‌های آتی به شرح زیر است:

- در این پژوهش، مدل ارزش در معرض ریسک که مدلی مبتنی بر اهداف چندگانه است، به روش تبدیل تابع هدف به محدودیت، حل شده است، می‌توان با استفاده از سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندهدفه برای مدل‌سازی و حل این مسئله پرداخت.
- استفاده از دیگر شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی در محاسبه کارایی متقاطع شرکت‌ها به‌عنوان مبنای تشکیل سبد سهام
- استفاده از سایر معیارهای ریسک که تاکنون روی بازده تاریخی اجرا شده، بر روی مبنای کارایی متقاطع مانند معیار ارزش در معرض ریسک شرطی و...

## منابع

- Abbasi, A. Teimourpour, B. Barjeste Maleki, M. (2009). «Optimum Portfolio Selection Using Value at Risk in Tehran Stock Exchange». *Journal of Tahghighate Eghtesadi*, 44(87), 91-114. (in Persian)
- Abbasi, A. (2013). «Estimation and assessment of value at Risk in the forex market». *Scientific Journal Management System*, 5(17), 23-44. (in Persian)
- Afshar Kazemi, M., Khalili Araghi, M. (2012). «Portfolio selection in Tehran Stock Exchange by combining data envelopment analysis and goal programming». *Journal of financial knowledge securities analysis*, 5(1), 49-63. (in Persian)
- Ahmadi, M., Shahriyar, B. (2008). «Determining the optimal level of investment in the stock market by Risk approach». *The Iranian Accounting and Auditing Review*, 14(49), 3-24. (in Persian)
- Benati, S., Rizzi, R. (2007). «A mixed integer linear programming formulation of the optimal mean/Value at Risk problem». *European journal of reaserch*, Vol 176, 423-434.
- Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). «Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm». *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529-10537.
- Chang, P. T., Lee, J. H. (2012). «A fuzzy DEA and knapsack formulation integrated model for portfolio selection». *Computers & Operations Research*, 39(1), 112-125.
- Chen, H. H. (2008). «Value-at-Risk efficient portfolio selection using goal programming». *Review of Pacific Basin Financial Markets and Policies*, 11(02), 187-200.
- Chen, H. H. (2008). « Stock selection using data envelopment analysis». *Industrial Management & Data Systems*, 108(9), 1255-1268.
- Edirisinghe, N. C. P., Zhang, X. (2008). « Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries». *Journal of the Operational Research Society*, 842-856.
- Eghbalniya, M. (2007). «Methods for calculating Value at Risk». *Capital (newspaper)*, issue 267, 1386/6/26. (in Persian).
- Elahi, M., Yousefi, M. (2014). «Mean-variance portfolio optimization approach using the Search Algorithm for hunting». *Journal of financial research*, 16(1), 37-56. (in Persian)
- Estrada, J. (2006). «The cost of Equity in Emerging ,A downside risk approach». *Emerging markets Review*, vol 7, pp67-81.
- Falah Shams, M. Abdollahi, A. Moghadassi, M. (2013). «Examining the Performance of Different Risk Criteria in Portfolio Selection and Optimization,



- Using the Ant Colony Algorithm In companies Listed at the Tehran Stock Exchange». *Financial Management Strategy*, 1(2), 1-23. (in persian)
- Fallahpour, S. Yar Ahmadi, M. (2012). «Value at Risk using the theory of expected value in the Stock Exchange». *Scientific Journal Management System*, 4(13), 103-122. (in Persian)
  - Ghodousi, S., Tehrani, R. (2015). «Portfolio optimization using simulated annealing». *Journal of financial research*, 17(1), 141-158. (in persian)
  - Giorgi, G., Post, Thierry. (2008). «Second Order Stochastic Dominance, Reward-Risk Portfolio Selection and the CAPM». *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 43(2), 25-46.
  - Giorgi, G. (2002). «A Note on portfolio Selection under Various Risk Measures». (from [www.ssen](http://www.ssen)).
  - GOh, J., Zhang, W., Lim, K., Sim, M. (2012). «Portfolio value-at-risk optimization for asymmetrically distributed asset returns». *European Journal of Operational Research*, Vol 221, pp397-406 .
  - Goudarzi, M. (2015). «An Approach to Portfolio Optimization». Master's Thesis, University of Guilan, (in persian)
  - Hanifi, F. (2002). «A new way of risk management». *Journal of capital*, 1(1), 5. (in persian)
  - Hwang, S. N., Chang, T. Y. (2003). « Using data envelopment analysis to measure hotel managerial efficiency change in Taiwan». *Tourism Management*, 24(4), 357-369.
  - Jahanshahloo, GH., Hoseinzadeh, F. (2007). *Introduction to DEA*. Tehran: Tarbiyat moalem univercity. (in persian)
  - Johri, S. (2004). «Portfolio Optimization with Hedge Funds». *Swiss Federal Institute of Technology*.
  - Kiani, T., Fareed, D., Sadeghi, H. (2015). «The Measurement of Risk based on the Criterion of Value at Risk via Model of GARCH ». *Financial Management Strategy*, 3(3), 149-168. (in persian)
  - Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). « Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market». *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361-368.
  - Markowitz, H. (1952). «Portfolio selection». *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
  - Raei, M., Pooyanfar, A., (2012). *Advanced investment management*. Tehran: *samt*. (in persian)
  - Raei, R., Alibeik, H., (2010). «optimization Stock portfolio with using particle swarm». *Journal of financial research*, 12(29), 21-40. (in persian)
  - Sadeghi, H., Nazarizadeh Dehkordi, S. (2013). «Calculating the value at risk by using wavelet analysis». *Financial Management Strategy*, 2(1), 97-124. (in persian)