Archive of SID

Journal of Financial Management Strategy
Vol. 7, No.26
Fall 2019

Alzahra University- Faculty of Social Sciences and Economics

Received: 2019/06/18
Accepted: 2019/09/03

Optional Trading Pricing with a New Analytic Method for the Black-Scholes Equation

Mehdi Abvali[1], Maryam Khaliliaraghi[2], Hasan Hassanabadi[3], Ahmad Yaghoobnezhad[4]

Abstract

The Black-Scholes pricing theory is one of the most important methods for valuating transaction options. This equation is used to price a variety of European options. In this paper, a new method was developed to prove and improve the Black-Scholes equation by focusing on the Black-Scholes main Schrödinger-like equation and solving this equation using the Nikiforov-Uvarov method. While investigating the possibility of improving the Black-Scholes equation with this method, a new equation for the pricing of transaction options was presented and tested. The goals of this study include increasing the accuracy of pricing options by using the equation provided, especially for high-value trades; checking a logical solution in a new way; comparing outputs with the numerical solution; and innovating the final formula based on Lagrange polynomial functions. The results showed that a different proof for the Black-Scholes equation is possible by solving the differential equation by the Nikiforov-Uvarov method and, at the 95% confidence level, there is no significant difference between the price of the two main Black-Sholes groups and the new model. In order to compare the output of the new model with that of the Black-Sholes main model, the data of 50 coin options in Iran Fara Bourse from 2015 to 2018 were used, and two independent groups were compared using the Mann-Whitney U test.

Keywords: Option, Black-Scholes Equation, Schrödinger-Like Equation, Nikiforov-Uvarov Method
JEL: F20, E37, G12

---

1 . Ph.D. student, Department of Finance, Islamic Azad University, Tehran, Iran. Corresponding Author,Email: Mehdiabvali@yahoo.com
2 . Assistant professor, Department of Finance, Islamic Azad University, Science and Research Branch, Tehran, Iran. Email: m.khaliliaraghi@gmail.com
3 . Professor, Department of Physics, Shahroud University of Technology, Shahroud, Iran. Email: hha1349@gmail.com
4 . Associate professor, Department of Accounting, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Iran, Email: yaghoobacc@gmail.com

www.SID.ir

Archive of SID

راهبرد مدیریت مالی
سال هفتم، شماره بیست و ششم
پاییز ۱۳۹۸
صص ۱۵۵-۱۳۵

دانشگاه الزهرا (س)
دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی
تاریخ دریافت:۱۳۹۸/۰۳/۲۸
تاریخ تصویب: ۱۳۹۸/۰۶/۱۱

قیمت‌گذاری اختیار معامله با روش تحلیلیِ جدید برای معادله بلک‌شولز[۱]

مهدی ابوالی[۲]، مریم خلیلی‌عراقی[۳]، حسن حسن‌آبادی[٤] و احمد یعقوب‌نژاد[٥]

چکیده

تئوری قیمت‌گذاری بلک‌شولز، یکی از شیوه‌های مهم ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله می‌باشد. این معادله جهت قیمت‌گذاریِ انواع اختیارهای خرید و فروش اروپائی استفاده می‌شود. در این مقاله با تمرکز بر معادله‌ی شرودینگر گونه اصلیِ بلک‌شولز و حل این معادله با روش نیکی‌وورو – اوواروف، روشی متفاوت و جدید برای اثبات و بهبود معادله‌یِ بلک‌شولز ارزیابی گردید. در ادامه، ضمن بررسی امکان بهبود معادله بلک‌شولز با این روش، معادله‌ای جدید برای قیمت‌گذاری اختیار معامله ارائه و آزمون گردید. افزایش دقت قیمت‌گذاریِ معامله‌های اختیار با استفاده از معادله‌ی ارائه‌شده به‌ویژه برای معامله‌های با بهای بالا، بررسی حل منطقی به روشی جدید، قابلیت مقایسه خروجی با حل عددی و نوآوری فرمول نهایی اختیار برحسب توابع چندجمله‌ای لاگر، از اهداف انجام پژوهش حاضر می‌باشند. نتایج نشان داد؛ امکان اثباتی متفاوت برای معادله‌ی بلک‌شولز از طریق حل معادله دیفرانسیل به روش نیکی‌وورو – اوواروف امکان‌پذیر بوده و در سطح اطمینان ۹۵ درصد، بین قیمت‌گذاریِ دو گروه اصلی بلک‌شولز و مدل جدید ارائه‌شده، تفاوت معنی‌داری وجود ندارد. به‌منظور مقایسه‌ی بین خروجیِ مدل جدید و مدل اصلیِ بلک‌شولز از اطلاعات ۵۰ اختیار معامله سکه در فرابورس ایران محدود به بازه زمانی ۱۳۹۴ لغایت ۱۳۹۷ استفاده و از آزمون مقایسه‌ای دو گروه مستقل ناپارامتریکِ من‌ویتنی استفاده گردید.

واژه های کلیدی: اختیار معامله، معادله قیمت‌گذاری بلک‌شولز، معادله شرودینگر گونه و روش پارامتریِ نیکی‌وورو – اوواروف.
طبقه‌بندی موضوعی: F20,E37,G12

---

۱. کد DOI مقاله: 10.22051/JFM.2019.21835.1763
۲. دانشجوی دکتری، گروه مالی، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، نویسنده مسئول، Email: Mehdiabvali@yahoo.com
۳. استادیار، گروه مالی، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، Email: m.khaliliaraghi@gmail.com
٤. استاد تمام، گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران، Email: hha1349@gmail.com
۵. دانشیار، گروه حسابداری، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، Email: yaghoobacc@gmail.com

www.SID.ir

Archive of SID

مقدمه

در سالیان گذشته، تلاش‌های زیادی برای ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله[1] انجام‌شده است. در اوایل دهه ۱۹۷۰، روشی نوآورانه توسط فیشر بلک[2]، رابرت مرتون[3] و میرون شولز[4] جهت قیمت‌گذاری این اوراق ارائه گردید. بعدها روش آن‌ها با عنوان الگوی قیمت‌گذاری بلک‌شولز مشهور شد. این مدل مرتبط با مفهوم ارزش‌گذاری اوراق است. اتخاذ تصمیم‌های سرمایه‌گذاری و تخصیص بهینه منابع، مستلزم ارزش‌گذاری با استفاده از روش‌های معتبر علمی است. در مدل قیمت گذاری بلک‌شولز عواملی نظیر قیمت توافقی، قیمت پایه دارایی، نوسان پذیری انتظاری، زمان تا سررسید و نرخ بهره بدون ریسک تأثیرگذار می‌باشند. مشکلاتی همانند مفروضات مدل، عدم تطبیق با توزیع آماری داده‌های قیمت سهام، فرض بازار کامل، عدم دخالت هزینه معاملات و امکان خرید هر میزان سهام با قیمت اعلان‌شده در بازار برای تطبیق سبد معادل‌ساز با تغییرات قیمت سهام، بر مدل بلک‌شولز مترتب می‌باشند. می‌توان دریافت که این مشکلات آن‌قدر اساسی هستند که حتی حل آن‌ها در مدل ساده‌ی بلک شولز هم می‌تواند مهم باشد. تجزیه‌وتحلیل قیمت اختیار معامله را می‌توان در طول زمان با یک معادله دیفرانسیل جزئی توصیف کرد. توسعهٔ مدل بر اساس تطبیق معکوس عددی با تبدیل لاپلاس و روش اختلاف محدود و یا تحولات متغیر بر اساس تغییر ملین و روش‌های حل تقریبی برای حل معادله صورت پذیرفته است. (آهِن، کوون و کانگ[5]، ۲۰۱۰، صص ۲۴۷ – ۲۵۵) به‌تازگی روش‌های حل بر اساس پارامترهای وابسته به زمان و بدون وقفهٔ بازپرداخت، پیشنهادشده است (کومار و سینگ، ۲۰۱۴، صص ۱۷۷–۱۸۳). در این مقاله با تمرکز بر روش‌های مبنایی معادلهٔ بلک‌شولز یعنی معادلهٔ شرودینگرگونه اصلی، امکان ارائه‌ی معادله‌ای جدید را بررسی و آزمون می‌کنیم. بررسی صورت گرفته در این پژوهش تحلیلی و کاربردی[6] بوده و بر این اساس است که چگونه نتایج حاصله بر تئوری موردمطالعه انطباق و ارتباط پیدا می‌کند (کورتس و دیگران، ۲۰۰۰، ص ۱۰۰۲). مقصود از انطباق و ارتباط در این پژوهش بررسیِ رابطه‌ی مدل جدید ارائه‌شده با مدل اصلی بلک‌شولز می‌باشد. اهمیت و هدف این پژوهش، کاهش نواقص مدل قیمت‌گذاری

---

1 . Options
2 . Fisher Black
3 . Robert Merton
4 . Myron Scholes
5 . Ahn J, Kang S, Kwon YH
6 . Analytical and Applied

www.SID.ir

Archive of SID

بلک‌شولز و افزایش قابلیت کاربرد آن از طریق به‌کارگیری روش‌های جدید حل معادلات دیفرانسیل همانند روش پارمتریِ نیکی‌وورو - اوواروف[1] می‌باشد.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

قیمت‌گذاری یک قرارداد اختیار خرید به سه عامل اثرگذار تفاوت قیمت توافقی آن اختیار معامله و سهم پایه، تعداد روزهای باقی‌مانده به انقضا و نوسان پذیری انتظاری آن سهم در روزهای باقیمانده وابسته است. طبیعی است که قیمت اختیار معامله‌های پر نوسان، گران‌تر از قیمت قرارداد اختیار معامله‌های با نوسانات کم هستند. مفهوم ارزش اقتصادی هنگامی مطرح می‌شود که اشیاء، از جهت رجحان یا مبادله در مقایسه با یکدیگر قرار می‌گیرند. در ابتدای دهه ۱۶۳۰، معامله اختیار معاملات، برای خریدوفروش پیاز لاله‌های هلندی در بازار معاملات آمستردام رواج پیدا کرد. (جان هال[2]، ۱۳۸۸، صص ۱۵۲-۲۵۰) در سال ۱۹۷۳، کمیته مبادلات شیکاگو یک بورس انحصاری برای اختیار معاملات بر روی سهام تشکیل داد. بورس اختیار معامله شیکاگو در ۲۶ آوریل ۱۹۷۳، درهای خود را به روی معاملات اختیار خرید گشود و مبادله اختیار معامله روی سهام در سال ۱۹۷۵ در بورس سهام آمریکا و بورس سهام فیلادلفیا راه‌اندازی گردید. در حال حاضر، بخش اعظم معاملات در بورس‌های سازمان‌یافته صورت می‌پذیرد. (رومان و ایوانف، ۲۰۱۵، صص ۹۷۹-۹۹۳) اولین مدل در زمینهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله توسط لوئیس باچلیر[3] در سال ۱۹۰۰ ارائه‌شده است. وی نتیجه گرفت که ارزش مورد انتظار اختیار معامله در زمان سررسید برابر معادلهٔ یک می‌باشد:

$$c = s - \emptyset\left(\frac{s-x}{\delta\sqrt{t}}\right) - x\emptyset\left(\frac{s-x}{\delta\sqrt{t}}\right) + \delta\sqrt{t} + \emptyset\left(\frac{s-x}{\delta\sqrt{t}}\right) \qquad (۱)$$

در این فرمول s قیمت سهام عادی پایه، x قیمت توافقی قرارداد اختیار معامله، t زمان تا سررسید، δ انحراف معیار بازدهی و $Q(i)$ توزیع نرمال تجمعی استاندارد است. مدل باچلیر سپس توسط کروایزینگا[4] در سال ۱۹۵۶ میلادی مورد تعدیل قرار گرفت. اکثر پیشرفت‌های به‌دست‌آمده در

1 . NikkiVoro - Ovarov
2 . John Hall
3 . Louise Bachelier
4 . Kruisenga

www.SID.ir

Archive of SID

قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله، برای بیش از نیم‌قرن مدل‌های اقتصادسنجی موردی[1] بوده‌اند. (الغلیص[2] ، ۲۰۱۸، ص۴۴۳) ص ۴۴۳له دو، مدل ارائه‌شده توسط کاسوف[3] در سال ۱۹۶۹ نمونه‌ای از این دست مدل‌ها می‌باشد.

$$c = x\{\left[\left(\frac{s}{x}\right)^{y} + 1\right]^{\frac{1}{y}} - 1], 1 \le y \le \infty \qquad (۲)$$

طبق این فرمول حد بالای قیمت اختیار خرید برابر با قیمت سهام و حد پایین قیمت اختیار برابر با ارزش ذاتی آن یعنی Max(s-x,0) می‌باشد. پیشرفت‌هایی نیز در زمینه قیمت‌گذاری اختیار معامله در دهه ۱۹۶۰ میلادی به وقوع پیوست. یکی از مشهورترین مدل‌های قیمت‌گذاری اختیار معامله، مدل اختیار معامله بلک شولز است. این مدل در سال ۱۹۷۰ ارائه شد و با فرمولی صریح، قیمت اختیار معامله را محاسبه می‌کند. مدل بلک‌شولز مرتون، مدلی ریاضی از یک بازار مالی شامل ابزارهای سرمایه‌گذاری مشتقه است. از این مدل می‌توان فرمول بلک‌شولز بر اساس برآوردی نظری از قیمت اختیارات سبک اروپایی را به دست آورد. فرمول سه به فرمول بلک شولز معروف است. (جان هال، ۱۳۸۸، صص ۲۵۰-۳۸۰)

$$v_{0=} v_s N(d_1) - \frac{E}{e^{rt}} N(d_1) \qquad (۳)$$

$$d_1 = \frac{L_n\left(\frac{v_s}{E}\right) + \left[r + \frac{1}{2}(\delta^2)\right]t}{\delta\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{L_n\left(\frac{v_s}{E}\right) + \left[r - \frac{1}{2}(\delta^2)\right]t}{\delta\sqrt{t}} = d_1 - \delta\sqrt{t}$$

در این فرمول v_0 ارزش یک اختیار خرید، v_s قیمت جاری سهام، E قیمت توافقی، r نرخ بهره مرکب سالانه، t زمان تا سررسید اختیار معامله، $N(d_i)$ تابع توزیع فراوانی نرمال و δ انحراف معیار بازده سالانه سهم است. کاربرد مفاهیم فیزیک و ریاضی برای حل مسائل مالی مستلزم ایجاد ارتباط دقیق بین مفاهیم فیزیکی با مسائل و مشکلات مالی و اقتصادی دارد. اخیراً، پژوهشگران و تحلیلگران

1 . Adhoc Econometric Models
2 . Alghalith M
3 . Kassouf

www.SID.ir

Archive of SID

مالی با استفاده از روش‌های پیشرفتهٔ ریاضی توانسته‌اند؛ مدل‌های نوینی طراحی کنند که در مقابل تغییرات بازار از خود واکنش نشان داده و برخی از مشکلات بازار را حل می‌نمایند. مدل‌های ریاضی همانند روش‌های شبیه‌سازی، درختی و به‌ویژه روش‌های حل دیفرانسیلی از پیشرفته‌ترین روش‌های قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله هستند. از مشکلات مدل قیمت‌گذاری بلک‌شولز می‌توان به عدم اعلان پیوسته، فرضیات مرتبط با بازار کارا، هزینه‌های معاملات، هزینه نقد شوندگی و غیره اشاره نمود. وجود این مشکلات استفاده از مدل بلک‌شولز را با چالش مواجه کرده است. درنتیجه اقدا تی جهت بهبود مدل اصلی از طریق به‌کارگیری سایر روش‌ها در دستور کار پژوهش‌گران قرارگرفته است. با حل معادله شرودینگرگونه و حل آن به کمک روش نیکی‌وورو - اووارف، امکان کاهش نواقص مدل بلک‌شولز وجود داشته و زمینه‌ی توسعه و استفاده از مدل جدید در دامنه‌ی وسیع‌تری از اوراق همانند اوراق آمریکایی فراهم می‌گردد. در حل بسیاری از مسائل می‌توان از توابع خاص برای ارائه‌ی جواب‌ها استفاده کرد. توابع خاص از حل معادله دیفرانسیل‌هایی معروف همانند فوق هندسی[1] ، ژاکوبی[2] ، لژاندر[3] و غیره به دست می‌آیند. روش نیکی ورو - اواروف مبتنی بر حل معادله دیفرانسیل بر اساس روش فروبینیوس[4] می‌باشد که منجر به توابع خاص می‌شود. ازآنجایی‌که ویژگی‌های توابع خاص شناخته‌شده هستند، می‌توان از این ویژگی‌ها برای بررسی رفتار جواب‌های به‌دست‌آمده در مسائل استفاده نمود. روش ی روشوورو - اووارف می‌تواند به‌طور مستقیم به حل معادلات دیفرانسیل پرداخته و حتی مؤثرتر و کارآمدتر از سایر روش‌های استاندارد موجود و در دستگاه‌های مختصات مختلف، حل معادلات دیفرانسیل درجه‌دو را نتیجه دهد. این روش با حل منطقیِ معادلات درجه دوم، مقادیر دقیق این معادلات را مشخص می‌کند. توابع نتیجه شده از حل معادلات با این روش، متعامد می‌باشند که این مصداقی بر مفید و مؤثر بودن روش بکار رفته است. این توابع برحسب شرایط موجود در سامانه و پتانسیل در نظر گرفته‌شده به‌صورت توابع لاگر، فوق هندسی، رودریگز و غیره ظاهر می‌شوند. حل تحلیلیِ معادلات دیفرانسیل درجه دو با روش نیکی-وورو - اوار ، قابل‌مقایسه با حل حاصل از روش‌های عددی مختلف بوده و این حاکی از میزان دقت فوق‌العاده‌ی نتایج حاصل از این روش می‌باشد. از مزیت‌های دیگر این روش آن است تابع به‌دست‌آمده برای اختیار خرید برحسب چندجمله‌ای توابع لاگر بوده که توابعی دقیق و با رفتار

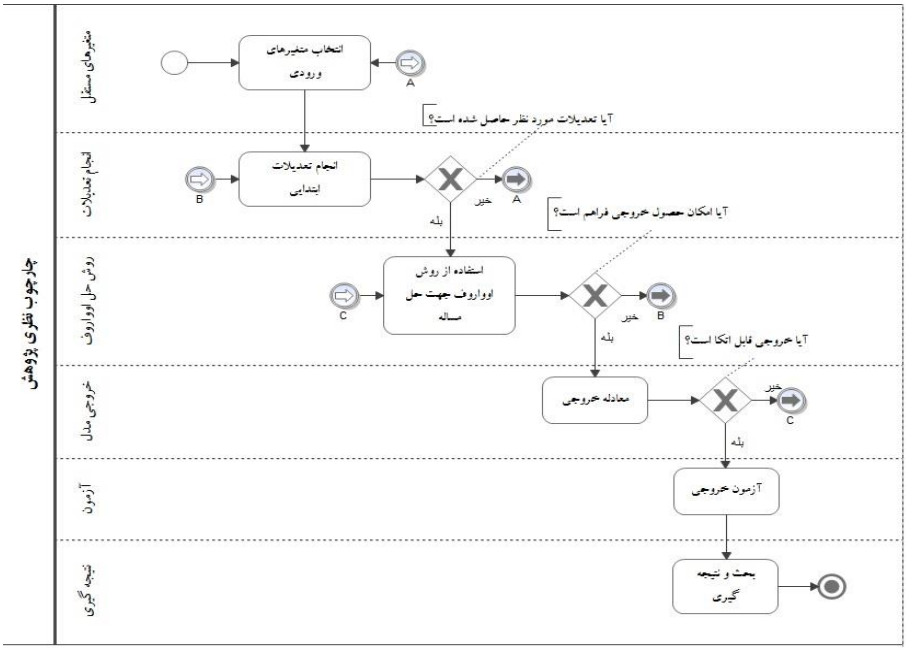
1 . Geometric method
2 . Jacobi Method
3 . Legendre's Method
4 . Frobenius method

www.SID.ir

Archive of SID

مشخص و معینی هستند. همچنین علاوه بر مزیت دقت و سادگی، می‌توان بیان داشت که برای محاسبه‌ی فرم اختیار خرید هیچ تقریبی در نظر گرفته نشده است. جنبه‌ی نوآوری ایجادشده در این پژوهش ماهیتی موضوعی، روشی و مفهومی دارد. موضوع استفاده‌شده جهت حل مسئله از طریق روش نیکی‌وورو - اواروف، کاملاً جدید بوده و معادله‌ی جدید نسبت به معادله‌ی بلک‌شولز از محدودیت‌های کمتری برخوردار می‌باشد. همچنین، نتایج حاصله‌ی آن به خروجیِ معادله بلک‌شولز نزدیک است.

مبنای چارچوب نظری در این پژوهش شناسایی درست متغیرها است. متغیر وابسته در این پژوهش، معادلهٔ قیمت‌گذاری اختیار معامله خواهد بود. متغیرهایی همانند نرخ بهره بدون ریسک، قیمت دارایی، قیمت توافقی، زمان تا سررسید و واریانس بازده دارایی، به‌عنوان متغیرهای مستقل شناخته خواهند شد. فرآیند شماره یک، چارچوب نظری این پژوهش را نشان می‌دهد.



فرآیند۱. چارچوب نظری پژوهش

www.SID.ir

Archive of SID

بررسی پیشینه‌ی پژوهش حاضر معطوف به مطالعه‌ی پژوهش‌های انجام‌شده در ارتباط با معادله‌ی بلک‌شولز، تغییرهای صورت گرفته پیرامون آن و درنهایت استفاده از روش‌های حل متنوع جهت ارائه‌ی معادله‌ای متفاوت از معادله‌ی بک‌شولز استوار است.

ماتیواستارم، توماس هانگتینتون و داگلاس[1] در مقاله‌ای با عنوان *"استفاده از رویکرد مدل قیمت-گذاری اختیارات برای ارزیابی تصمیمات استراتژیک در محیط‌های پرتلاطم"* نشان دادند؛ نسخه اصلاح‌شده از فرمول قیمت‌گذاری اختیار معاملهٔ بلک شولز، به‌طور گسترده‌ای در مباحث مالی استفاده می‌شوند (ماتیواستارم، توماس هانگتینتون و داگلاس، ۲۰۱۷، صص ۴۳۷ - ۴۴۹).

وی‌ال خاستکویچ[2] در مقاله‌ای با عنوان *" یک راه حل منحصربه‌فرد برای معادله دیفرانسیل بلک شولز با مشتقات جزئی نیمه خطی برای ارزیابی دارایی‌ها در اختیارات آمریکایی"* یک روش برای حل مشکل مرزی قیمت‌گذاری اختیارات بر اساس معادله بلک شولز در نظریه اختیارات و بر اساس نمایندگی از شرایط مرزی مشخص ارائه نمودند. نتایج امکان‌پذیر بودن حل مشکل مرزی قیمت گذاری را اثبات می‌کند (وی‌ال خاستکویچ، ۲۰۱۵، صص ۱۱۵۷ - ۱۱۶۴).

رومان و ایوانف[3] در مقاله‌ای با عنوان *" فرآیند توزیع حداکثر گامای واریانس و مسیر قیمت-گذاری اختیارات"* در مورد امکان دستیابی به نتایج صریح برای فرآیند گامای واریانس بحث کردند. این مقاله یک فرآیند گاما واریانس را به‌عنوان تغییر زمان حرکت براونری بررسی می‌کند (رومان و ایوانف، ۲۰۱۵، صص ۹۷۹ – ۹۹۳).

نوآوری معاویا الغلیص[4] در مقاله‌ای با عنوان *"قیمت‌گذاری اختیارات: فرمول بسیار ساده"* اقدام به ارائه فرمول‌های ساده‌ای نمودند که رابطه مثبت بین قیمت اختیار و نوسان و زمان بلوغ را نشان می‌دهد. (معاویا الغلیص، ۲۰۱۴، صص ۷۱ - ۷۶).

همنتا و امرشی[5] در مقاله‌ای با عنوان *"قیمت‌گذاری اختیار کراک با کپسول"*[6] از این اختیار برای قیمت‌گذاری استفاده کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که همپوشانی و مدل‌های استاندارد، قیمت نامناسبی را ارائه می‌دهند و مدل کلیتون[7] مناسب‌تر است. مدل آن‌ها به ادبیات مشتقات انرژی با نشان

---

1 . Matthew Starm, Thomas Hunstantin and Douglas
2 . Soastkitch
3 . Roman and Ivanov
4 . Moawia Alghalith
5 . Hemantha S. B. HerathEmail authorPranesh KumarAmin H. Amershi
6 . Crack spread option pricing with copulas
7 . Clayton

www.SID.ir

Archive of SID

دادن کاربرد مدل‌های مخروطی به قیمت‌گذاری، کمک می‌کند (همنتا و امرشی، ۲۰۱۴، صص ۱۰۰ - ۱۲۱).

استیون‌لی[1] در مقاله‌ای تحت عنوان *"هزینه تلویحی تعاملات توسط مدل قیمت‌گذاری اختیارات للند"*[2] باهدف ارائه یک روش جایگزین برای برآورد هزینه‌های معامله در بورس از طریق هزینه‌های معامله تلویحی با استفاده از مدل قیمت‌گذاری اختیار للند اقدام نمودند. نتایج پژوهش، بررسی دقت هزینه‌های معامله تلویحی معامله‌شده در میان اختیارات بدون مالیات و بلوغ و تغییر هزینه‌های معامله معقول در دوره بحران مالی اخیر جهانی بوده است. (استیون‌لی، ۲۰۱۲، صص ۳۳۳ - ۳۶۰)

ژان‌پییر و پی‌تاشمن[3] در مقاله‌ای با *عنوان "قیمت‌گذاری اختیارات تحت مدل استرس بتا"* یک مکانیزم رژیم سوئیچینگ[4] را به یک مدل قیمت‌گذاری سرمایه نسبت داده‌اند. آن‌ها دریافتند این مدل که یکی از ویژگی‌های برجسته در بازار اختیارات آتی است؛ قادر به ایجاد چولگی نوسانی می‌باشد. (ژان‌پییر و پی‌تاشمن، ۲۰۱۲، صص ۲۰ - ۱۸۲)

لی‌منگ‌می‌وانگ[5] در مقاله‌ای با عنوان *"مقایسه فرمول بکل‌شولز با فرمول بلک‌شولز فرکشنال[6] در بازار مشتقات بورس با تغییر نوسان"* فرمول قیمت‌گذاری اختیار معامله فرکشنال را با استفاده از فرمول بلک‌شولز اختیار معامله استنتاج کردند. نتایج آن‌ها نشان داد؛ هنگامی‌که نوسان‌ها کوچک‌تر است، خطای میانگین خطیِ تقارن بلک‌شولز بزرگ‌تر از مدل سنتی است. (لی‌منگ‌می‌وانگ، ۲۰۱۰، صص ۹۹ - ۱۱۱)

دودو و اسکایلت[7] در مقاله‌ای با عنوان *"قیمت‌گذاری اختیار معاملات آمریکایی تحت نوسان تصادفی و نرخ بهره تصادفی"* رویکرد جدیدی را برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات آمریکایی ارائه نمودند. نتایج آن‌ها نشان داد که اثرات حاصل از به‌کارگیری نرخ بهره و نوسان تصادفیِ قیمت‌ها در تعیین قیمت صحیح‌تر و واقعی‌تر اختیار معامله، بسیار حائز اهمیت است. (دودو و اسکایلت، ۲۰۱۰، صص ۷ -۲۴)

---

1 . Steven Li
2 . Leland option pricing model
3 . Jean-Pierre P. Tashman
4 . regime-switching mechanism
5 . Li MengMei Wang
6 . Fractional
7 . Doodo and Skylight

www.SID.ir

Archive of SID

دی‌مادان[1] در مقاله‌ای با عنوان *"ترکیب فرمول‌های بلک‌شولز با حرکت براونین و اتصال محدود"* برخی از روابط جالب بین فرمول بلک‌شولز و آخرین پیام‌های نمایشی براونین را کشف کردند. از نتایج این پژوهش فرمول یوری مشتق شده است. (دی‌مادان، ۲۰۰۸، صص ۹۷- ۱۱۵)

کریستوفرسن و همکاران[2] در مقاله‌ای با عنوان *"تعیین قیمت اختیار معامله با مؤلفه‌های نوسان کوتاه‌مدت و بلندمدت"* مدل جدیدی برگرفته از مدل انجل و لی[3] (۱۹۹۹) و هستون و نندی[4] (۲۰۰۰) برای ارزش‌گذاری اختیار معاملات اروپایی ارائه نمودند. مدل پیشنهادی آن‌ها امکان قیمت-گذاری آسان‌تر اختیار معاملات اروپایی را ممکن ساخت. (کریستوفرسن و همکاران، ۲۰۰۸، صص ۸ – ۱۵)

ژوچنگ و ژیان‌پینگ‌وان[5] در مقاله‌ای با عنوان *" قیمت‌گذاری اختیارات برای تغییر مسیر نمایی لوی مدل تحت مم"* [6] مطالعه و ارزیابی منطقیِ قیمت اختیار اروپایی هنگامی‌که فرآیند قیمت اساسی با تغییر فرآیند لوی تغییر می‌کند؛ را بررسی کردند. نتایج آن‌ها ارائه فرمول قیمت‌گذاری اختیار اروپایی تحت اندازه‌گیریِ حداقل مارتینگال آنتروپی[7] بوده است (ژوچنگ و ژیان‌پینگ‌وان، ۲۰۰۷، صص ۶۵۱ – ۶۶۴).

خلیلی عراقی و همکاران در پژوهشی با عنوان *"قیمت‌گذاری اوراق تبعی با استفاده از مدل هستون"* با ورود عامل تلاطم در مدل قیمت‌گذاری با استفاده از مدل هستون، مدلی کاراتر برای قیمت‌گذاری اوراق ارائه نمودند. نتایج پژوهش مؤید این نکته می‌باشد که تفاوت معناداری بین مدل هستون و مدل رایج قیمت‌گذاری اوراق در بورس اوراق بهادار وجود داشته است (خلیلی عراقی و همکاران، ۱۳۹۵، صص ۷ – ۱۶).

جلوداری ممقانی و پیکر در مقاله‌ای تحت عنوان "محاسبه ارزش اختیار با استفاده از روش گیلز" به کاربرد هم‌زمان روش وابسته به مسیر برای شبیه‌سازی و برآورد تابع عایدی پرداختند. نتایج نشان داد که استفاده از روش آلارگاندو[8] در صورت امکان، به نتایج بهتری می‌انجامد. (جلوداری ممقانی و پیکر، ۱۳۹۱، صص ۸ – ۱۵)

---

1 . D. Madan
2 . Christopherson et al
3 . Engle and Lee
4 . Heston and Nandi
5 . Zhucheng and Jian Ping Wan
6 . Lévy Model Under Memm
7 . Martigal Entropy
8 . Alargando

www.SID.ir

Archive of SID

خضری‌پور قرایی و ستار دباغی در مقاله‌ای با عنوان *"یک روش عددی مبتنی بر تفاضلت متناهی صریح برای حل معادله غیرخطی بلک شولز"* اثر بازارهای غیر نقدی در ارزش اختیار معامله را بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که برای موارد غیرخطی، یعنی ارزش‌گذاری اختیار معامله باوجود تغییر قیمت، روش عددی تفاضلات متناهی صریح، جواب عددی قابل قبولی را فراهم می آورد. (خضری پور قرایی و ستار دباغی، ۱۳۹۱، صص ۶ – ۱۷)

شاکران در مقاله‌ای تحت عنوان *"روش عددی جدید برای ارزش‌گذاری اختیار معاملات آمریکایی"* از مدل تلاطم تصادفی هستون[1] استفاده نمود. آزمون‌های عددی نشان‌دهندهٔ صحت و دقت روش عددی جدید معرفی‌شده در این مقاله می‌باشد. بهبود مدل لانگ استف و شوارتز[2] با کاهش زمان محاسباتی و تورش قیمت‌گذاری، نتیجهٔ این پژوهش بوده است (شاکران، ۱۳۹۱، صص ۳ – ۱۸).

زمانی و زرگری طی پژوهشی تحت عنوان *"یک شمای تفاضل متناهی برای محاسبه قیمت اختیار در مدل تلاطم تصادفی"* اشاره داشته‌اند که در مدل تلاطم تصادفی، قیمت اختیارهای اروپایی، جواب یک معادله دیفرانسیل پاره‌ای سهموی است. نتایج نشان داد که در مدل‌های تلاطم تصادفی، بازار کامل نیست و در این بازارها نمی‌توان ریسک را کاملاً پوشش داد. (زمانی و زرگری، ۱۳۸۷، صص ۷ – ۲۰)

چنانچه ملاحظه گردید؛ در تمام پژوهش‌ها از روش بلک‌شولز استفاده‌شده و این مدل ضمن دارا بودن محدودیت‌های مالی، زمینه بهبود و بررسی مجدد را دارا می‌باشد. ما قصد داریم بررسی کنیم که آیا می‌شود با استفاده از معادله‌ای دیگر که محدودیت کمتری دارد، به نتیجه‌ای متفاوت دست یافت؟

فرضیه‌های پژوهش

با حل معادله‌ی شرودینگر گونه اصلیِ بلک‌شولز به کمک روش نیکی وورو – اووارووف، می توان به فرمول قیمت‌گذاری اختیار معامله دست یافت.

بین خروجیِ مدل جدید ارائه‌شده و مدل اصلی بلک‌شولز تفاوتی وجود ندارد.

روش‌شناسی پژوهش

ما درصدد ارائه‌ی مدلی جدید برای قیمت‌گذاری اختیار معامله هستیم. از منظر هدف اجرا، این پژوهش ماهیتی بنیادی و کاربردی دارد (علی دلاور، ۱۳۷۳، صص ۱۱۰–۲۵۰). در بخش بنیادی،

---

1 . Heston Stochastic Volatility Model

2 . Longstaff FA & Schwartz ES

www.SID.ir

Archive of SID

ارائه‌ی مدل متفاوتِ معادله‌ی بلک‌شولز بررسی‌شده و در حوزه‌ی کاربردی، امکان بهره‌گیری از این مدل و مقایسه آن با مدل اصلی بلک‌شولز به‌منظور استفاده در بازارهای مالی بررسی می‌گردد. جهت ارائه مدلی کاراتر، ضمن بهره‌گیری از روش نیکی‌وورو - اووواروف، امکان استفاده از این روش جدید را فراهم می‌نماییم. در ادامه با به‌کارگیری ابزارهایی همانند نرم‌افزارهای ماتیماتیکا[1] و اس-پی‌اس‌اس[2] ، امکان مقایسه‌ی نتایج فراهم می‌گردد. در حوزه‌ی نظری، متغیرهای قابل‌تعریف شامل ابزار مشتقه و اختیار معامله می‌باشند. اوراق مشتقه در مباحث مالی ابزاری هستند که ساختار پرداخت و ارزش آن‌ها از ارزش دارایی پایه و شاخص‌های مربوطه نشأت می‌گیرند. اختیار معامله قراردادی قانونی است که توسط یک فروشنده به یک خریدار در ازای مبلغ معینی فروخته می‌شود. قراردادهای اختیار خریدوفروش[3] [4] ، بـه دارندگان این حق را می‌دهند تا دارایی را در تاریخی معین و به قیمت مشخصی خریداری و یا به فروش برسانند. در حوزه‌ی عملیاتی مفاهیم قابل‌تعریف عبارت‌اند از:

معادله شرودینگر: معادله‌ای است که چگونگی تغییر حالت کوانتومی یک سامانه فیزیکی با زمان را توصیف می‌کند؛ (الغیض، ۲۰۱۸، ص ۴۴۳)

معادله بلک‌شولز: برآوردی نظری از قیمت اختیارات سبک اروپایی است؛ (همنتا و امرشی[5] ، ۲۰۱۳، صص ۱۰۰ - ۱۲۱)

روش نیکی‌وروو - اووارووف: بر اساس حل عمومی معادله دیفرانسیل خطیِ مرتبه دوم با توابع خاص بنا شده است؛

چند جمله‌ای لاگر: در ریاضیات، جواب‌های معادله دیفرانسیل خطیِ مرتبه دوم $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ می‌باشند. (استیون‌لی، ۲۰۱۲، صص ۳۳۳ - ۳۶۰)

در خصوص گردآوری اطلاعات مربوط به ادبیات موضوع و پیشینه پژوهش از روش کتابخانه‌ای و جهت جمع‌آوری اطلاعات برای تأیید یا رد فرضیه‌های پژوهش از روش میدانی استفاده گردید. با لحاظ محدودیت استفاده از اوراق مشتقه در بازار ایران، فرابورس به‌عنوان جامعه آماری انتخاب و اطلاعات معاملات مشتقه سکه محدود به بازه زمانی ۱۳۹۴ لغایت ۱۳۹۷ به‌عنوان نمونه آماری در این مقاله لحاظ گردید. از منظر روش آماری، پژوهش حاضر از نوع استنباطی می‌باشد. (غلامرضا خاکی، ۱۳۹۰، صص ۹۰ - ۲۱۰)

---

1 . Mathematica
2 . SPSS
3 . Call Option
4 . Put Option
5 . Hemantha, Amershi

www.SID.ir

Archive of SID

تجزیه‌وتحلیل داده‌ها و آزمون فرضیه‌ها

سیر ارائه‌ی مطالب در این قسمت، شامل چگونگیِ اثبات و ارائه‌ی معادله‌ی جدید بلک‌شولز و سپس آزمون فرضیه‌ها و پاسخگویی به سؤالات پژوهش خواهد بود. معادله‌ی دیفرانسیل جزئی و اصلی بلک شولز به شرح معادله ۴ می‌باشد (کریستوفرسن و جاکوب[1] ، ۲۰۰۸، صص ۸ – ۱۵).

$$\frac{\partial p}{\partial t} + rs\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\sigma^2 s^2 \partial^2 p}{2\partial s^2} - \gamma p = 0 \qquad (۴)$$

در این معادله p قیمت اختیار خرید، r نرخ بدون ریسک، s قیمت پایه دارایی، t زمان تا سررسید و δ انحراف معیار قیمت دارایی می‌باشند. (مادان[2] ، ۲۰۰۸، صص ۹۷ – ۱۱۵) در ادامه‌ی حل معادله ۴ می‌توان بدین گونه رفتار کرد:

$$p = e^{(r-\gamma)(T-t)} f(s) N(d_1) - e^{-\gamma(T-t)} K N(d_2) \qquad (۵)$$

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\,\pi\delta^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}} \qquad (۶)$$

$$d_1 = \frac{\left(\ln\left(\frac{s}{k}\right) + \left(r_f + \frac{\delta^2}{2}\right)\right)t}{\delta\sqrt{(T-t)}} \qquad (۷)$$

$$d_2 = \frac{\left(\ln\left(\frac{s}{k}\right) + \left(r_f - \frac{\delta^2}{2}\right)\right)t}{\delta\sqrt{(T-t)}} = d_1 - \delta\sqrt{T-t} \qquad (۸)$$

با جایگذاری معادله ۵ در معادله ۴ ما به دست آوردیم:

$$N(d_1) e^{(T-t)(r-\gamma)} \left(2\,rf(s) - 2\,rsf'(s) - s^2\delta^2 f''(s)\right) = 0 \qquad (۹)$$

بنابراین معادله مربوط به $f(s)$ به‌صورت معادله ۱۰ می‌باشد:

$$f''(s) + \frac{2\,r}{\delta^2 s} f'(s) - \frac{2\,r}{s^2\delta^2} f(s) = 0 \qquad (۱۰)$$

با معرفی تبدیلی به شرح معادله‌ی ۱۱:

---

1 . Christoffersen and Jacob
2 . Madan

www.SID.ir

Archive of SID

$$f(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}} u(s) \quad (۱۱)$$

ما به معادله‌ای برحسب u به‌صورت معادله ۱۲ دست‌یافتیم:

$$u'' - \frac{b}{s^2} u = 0 \quad (۱۲)$$

که در آن b برابر است با:

$$b = \frac{r^2 + r\,\delta^2}{\delta^4} \quad (۱۳)$$

اگر معادله ۱۲ را با روش پارامتریِ نیکی‌وورو – اوواروف حل کنیم؛ u به‌صورت معادله ۱۴ خواهد شد. (پی‌نوشت الف و ب)

$$u = s^{\frac{1 \pm \sqrt{1+4\,b}}{2}} \quad (۱۴)$$

با جایگذاری معادله ۱۴ در معادله ۱۱، حالت‌های $f_1(s)$ و $f_2(s)$ به‌صورت معادله ۱۵ و ۱۶ خواهند بود:

$$f_1(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}} u_1(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}} s^{-\frac{1+\sqrt{1+4\,(r^2+r\,\delta^2)}}{\delta^4}} = s \quad (۱۵)$$

$$f_2(s) = s^{-\frac{r}{\delta^2}} u_1(s) = s^{-\frac{2\,r}{\delta^2}} s^{-\frac{1-\sqrt{1+4\,(r^2+r\,\delta^2)}}{\delta^4}} = s \quad (۱۶)$$

ما فرم نهایی $f(s)$ را به‌صورت ترکیبی خطی از $f_1(s)$ و $f_2(s)$ ارائه کردیم.

$$f(s) = c_1 s^{-\frac{2\,r}{\delta^2}} + c_2 s. \quad (۱۷)$$

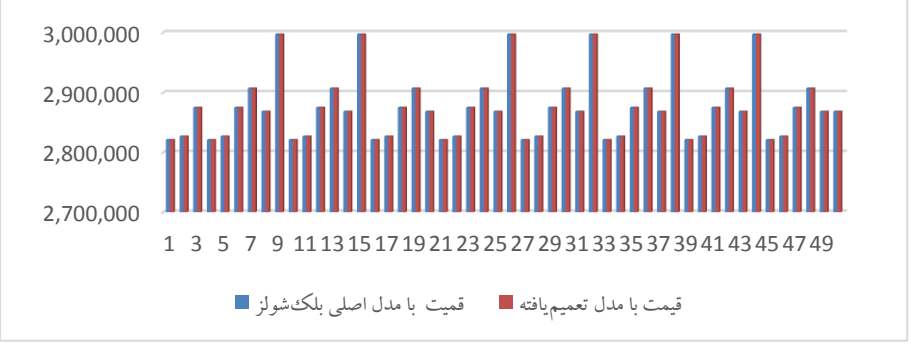
ما پیشنهاد می‌دهیم که $c_1 = c_2 = 1$ است. با جایگذاری معادله ۱۷ در معادله ۴ داریم:

$$p = e^{(r-\gamma)(T-t)} \left(s^{-\frac{r}{\delta^2}} + s \right) N(d_1) - e^{-\gamma(T-t)} K N(d_2) \quad (۱۸)$$

www.SID.ir

Archive of SID

در مدل اصلی بلک‌شولز، $f(s)$ شامل فقط بخش خطی بود. درحالی‌که در مدل پیشنهادیِ این پژوهش، ما $s^{-\frac{r}{\delta^2}}$ را برای کلیه دوره‌ها بکار بردیم. حال با ارائه‌ی معادله‌ی جدید، امکان آزمون مدل پیشنهادی با مدل اصلی فراهم می‌گردد. با توجه به نوپا بودن استفاده از معاملات اختیار معامله و همچنین محدودیت تنوع کالاییِ این ابزار در ایران، اطلاعات ۵۰ اختیار معامله سکه طلا از فرابورس ایران محدود به بازه زمانی ۱۳۹۴ لغایت ۱۳۹۷ اخذ و جهت آزمون مدل اصلی و تعمیم‌یافته مورداستفاده قرار گرفت. در این راستا ابتدا، اطلاعات ورودی: شامل قیمت‌های پایه دارایی از ۲۸,۲۱ – ۲۹,۰۷ میلیون ریال، انحراف معیار نوسان قیمت سکه ۳،۷۸۸ درصد، نرخ بازده بدون ریسک ۱۵ درصدی، زمان تا سررسید ۰,۰۸ – ۰,۵ سال و قیمت اعمال بین ۱۵,۵ – ۳۰,۵ میلیون ریال در مدل جدید و مدل اصلی بلک‌شولز اعمال و سپس قیمت‌های خروجیِ حاصله، مورد مقایسه قرار گرفتند. نمودار یک قیمت‌های محاسبه‌شده را نشان می‌دهد.



نمودار۱. تفاوت قیمتهای حاصله بر اساس مدل اصلی و تعمیمی بلک شولز

در ادامه، نتایج آزمون نرمال بودن (کولموگروف اسمیرنوف) قیمت‌های حاصله بر اساس مدل اصلی بلک شولز به شرح جدول ۱ می‌باشد:

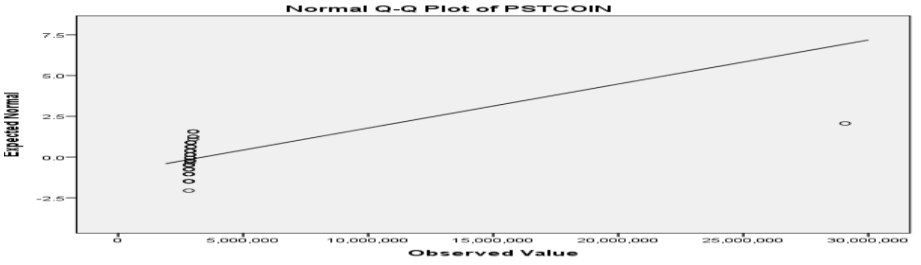
جدول۱. آزمون نرمال بودن قیمت‌های خروجی مدل استاندارد

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
PSTCOIN	.523	50	.000	.134	50	.000

www.SID.ir

Archive of SID

اطلاعات جدول ۱، ($sig = 0 < 0.05$) نشان‌دهنده نرمال نبودن نتایج حاصل از به‌کارگیری معادله استاندارد بلک‌شولز دارد. این مهم در نمودار شماره ۲ نشان داده‌شده است. ب براین فرض نرمال بودن نتایج حاصل از به‌کارگیری مدل استاندارد در سطح اطمینان ۹۵ درصد قابل‌پذیرش نیست.



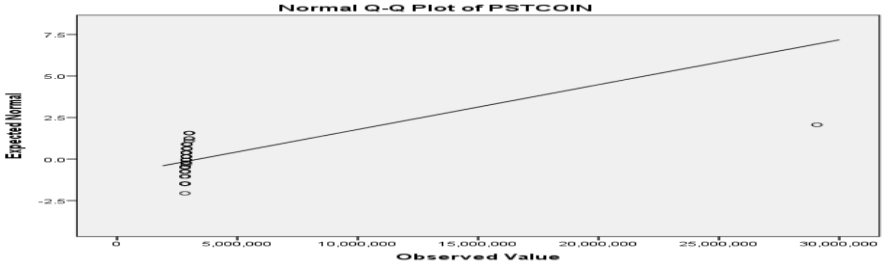
نمودار۲. آزمون نرمال بودن قیمت‌های مدل اصلی

در ادامه آزمون نرمال بودن قیمت‌های حاصل از به‌کارگیری مدل تعمیم‌یافته اجراشده و نتایج ارزیابی به شرح جدول شماره ۲ ارائه می‌گردند:

جدول ۲. آزمون نرمال بودن نتایج مدل پیشنهادی

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
PSUCOIN	.523	50	.000	.134	50	.000

اطلاعات جدول ۲، ($sig = 0 < 0.05$) نشان‌دهنده نرمال نبودن نتایج حاصل از به‌کارگیری معادله تعمیم‌یافته دارد. این مهم در نمودار ۳ نان داده‌شده است.



نمودار۳. آزمون نرمال بودن قیمت‌های مدل پیشنهادی

www.SID.ir

Archive of SID

بنابراین فرض نرمال بودن نتایج حاصل از به‌کارگیری مدل پیشنهادی در سطح اطمینان ۹۵ درصد قابل‌پذیرش نیست. با توجه به عدم پذیرش فرض نرمال بودن دو گروه موردبررسی، آزمون ناپارمتریک من‌ویتنی جهت ارزیابی دو گروه انتخاب گردید. در ادامه، آزمون برابری واریانس‌ها به شرح جدول ۳ ارائه می‌گردد:

جدول ۳. آزمون برابری واریانس دو گروه استاندارد بلک شولز و مدل پیشنهادی (اختیار سکه)

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	.000	1	.000	.000	1.000
Within Groups	1345160031748280.200	98	13726122772941.635		
Total	1345160031748280.200	99			

با توجه به ($sig = 1$) فرض برابری واریانس‌ها در سطح اطمینان ۹۵ درصد موردپذیرش قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از ارزیابی آزمون من‌ویتنی به شرح جدول ۴ می‌باشد:

جدول ٤. نتایج آزمون من‌ویتنی دو گروه استاندارد و پیشنهادی (اختیار سکه)

Mann-Whitney U	1250.000
Wilcoxon W	2525.000
Z	.000
Asymp. Sig. (2-tailed)	1.000

با توجه به ($sig = 1 > 0.05$) در سطح اطمینان ۹۵ درصد فرضیه اصلی پژوهش که مبتنی بر عدم وجود اختلاف معنادار بین نتایج مدل اصلی بلک‌شولز و مدل پیشنهادی و تعمیم‌یافته است؛ مورد تأیید قرار می‌گیرد.

آزمون فرضیه‌ها

فرضیه اول: با حل معادله‌ی شرودینگر گونه اصلیِ بلک‌شولز به کمک روش نیکی وورو - اوواروف، می‌توان به فرمولی متفاوت برای قیمت‌گذاری اختیار معامله دست‌یافت. با اثبات و ارائه‌ی معادله‌ای متفاوت (معادله ۱۸)، فرضیه اول این پژوهش مورد تأیید قرار گرفت. درواقع روش حل و اثبات ارائه‌شده، مؤید امکان به‌روزرسانی معادله‌ی بلک‌شولز با معادله‌ی جدید می‌باشد.

www.SID.ir

Archive of SID

فرضیه دوم: بین خروجیِ مدل جدید ارائه‌شده و مدل اصلی بلک‌شولز تفاوتی وجود ندارد. با استناد به نتایج حاصل از آزمون آماریِ ناپارمتریک من‌ویتنی بین مدل جدید و مدل اصلی بلک‌شولز، فرضیه دوم این پژوهش در سطح اطمینان ۹۵ درصد مورد تأیید قرار می‌گیرد.

نتیجه‌گیری و بحث

مدل ارائه‌شده می‌تواند به‌عنوان ابزاری مفید جهت قیمت‌گذاری صحیح‌تر اوراق اختیار معامله توسط فعالان بازارهای مالی استفاده گردد. تحلیل‌گران مالی به‌ویژه ارزش‌گذاران اختیار معامله، فعالان بازارهای سرمایه و مشاوران مالی که به دنبال محاسبه‌ی قیمت اختیار معامله هستند؛ کاربران اصلی این مقاله می‌باشند. نتیجه‌ی حاصله مؤید آن است که ما با حل معادله‌ی شرودینگر گونه اصلی به روش نیکی وورو – اواروف، به فرمی صریح و جدید از معادله‌ی قیمت‌گذاریِ اختیار معامله دست یافتیم. نتیجه‌ی دیگر بیانگر آن است که نتایج قیمت‌گذاری بر اساس معادله‌ی جدید به قیمت حاصله بر مبنای روش بلک‌شولز نزدیک بوده و این تفاوت در مقادیر بالای معامله-های اختیار معامله پررنگ خواهد بود. ما با بهبود مدل قیمت‌گذاری بلک‌شولز از این طریق، امکان استفاده از معادله‌ی جدید جهت قیمت‌گذاریِ صحیح‌تر قراردادهای اختیار معامله را فراهم کردیم. نتایج این پژوهش با نتایج پژوهش ماتیو استارم، توماس هانگتینتون و داگلاس (۲۰۱۷) که نشان دادند نسخه اصلاح‌شده از فرمول قیمت-گذاری اختیار معاملهٔ بلک‌شولز، به‌طور گسترده‌ای در حوزه مالی قابلیت استفاده دارند؛ همخوان می‌باشد. همچنین ارائه‌ی معادله‌ی متفاوت بلک‌شولزِ صورت گرفته در این پژوهش، نتایج پژوهش وی‌ال خاستکویچ[1] (۲۰۱۵) را تأیید می‌نماید. نتایج صورت پذیرفته با انتخاب و تعدیل متغیرهای ورودی واقعی‌تر و با رویکرد الغلیص (۲۰۱۸) برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات آمریکایی مطابقت دارد. اگرچه خروجی این پژوهش نشان‌دهنده‌ی عدم وجود تفاوت معنادار بین مدل اصلی و مدل جدید می‌باشد؛ ولیکن دو نکته پیرامون آن حائز اهمیت می‌باشد. اولاً، این عدم تفاوت می‌تواند نشان‌دهنده‌ی اعتبار مدل جدید باشد. همان‌طور که مدل اصلی دارای وجاهت علمی در بین متخصصان مالی بوده، خروجی یک معادله جدید که تفاوت معناداری با مدل اصلی استاندارد ندارد، می‌تواند به اعتبار مدل جدید کمک نماید. ثانیاً، با توجه به وجود تفاوت بسیار جزئی، این تفاوت در مبالغ بالای معامله‌های اختیار بین‌المللی (برای مثال چند میلیارد دلار و بالاتر) حائز اهمیت بوده و می‌توان ادعا نمود که برتری استفاده از مدل جدید در مقایسه با مدل اصلی اهمیت دوچندانی پیدا نموده و با افزوده شدن ارزش معامله‌ی پایه، اهمیت این تفاوت دوچندان خواهد بود. در ادامه پیشنهاد می‌گردد؛ بهبود این معادله از طریق به‌کارگیری روش‌های حل مشابه

1 . V. L. Khatskevich

www.SID.ir

Archive of SID

همانند ابرتقارنی[۱] ، روش‌های حدسی[۲] ، روش‌های ساختن توابع فوق هندسی[۳] و روش تکرار محدودسازی[۴] بررسی گردند. بررسی مدل ارائه‌شده با جامعه و نمونه آماری متفاوت، حوزه‌ی جغرافیایی جدید، ابعاد زمانیِ متفاوت و به‌کارگیری اطلاعات سایر بازارهای اختیار همانند بازار اختیار زعفران و غیره پیشنهاد می‌گردند. استفاده از این روش می‌تواند در زمینه‌هایی همانند آزمایش کارایی استراتژی‌های بدره دینامیک[۵] ، ایمن‌سازی تصادفی[۶] و توصیه زمان‌بندی بازار[۷] مؤثر واقع افتد. همچنین قابلیت بهبود مدل جدید جهت استفاده در قیمت‌گذاری انواع گوناگون اختیار معامله همانند اوراق آمریکایی از دیگر کاربردهای آتی آن می‌باشد.

1 . Supersymmetric method
2 . Guessing methods
3 . Methods of making superhomogeneous functions
4 . Repeat Restriction Method
5 . Dynamic Portfolio Strategis
6 . Contingent Immunization
7 . Market Timing Advice

www.SID.ir

Archive of SID

منابع

- خلیلیِ‌عراقی مریم و همکاران. (۱۳۹۵). "قیمت‌گذاری اوراق تبعی با استفاده از مدل هستون". *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشگاه علوم تحقیقات تهران، صص ۳۰ - ۸۰.
- جلوداری ممقانی‌پیکر. (۱۳۹۱). "محاسبه ارزش اختیار به روش گیلز". *پژوهش‌نامه اقتصادی*، تهران، صص ۸-۱۵.
- خضری‌پور قرایی، رشید ستاردباغی، صفا و قاسمی. (۱۳۹۱). "یک مقایسه از روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو و تفاضلات متناهی در ارزش‌گذاری اختیار معاملات توأم با مانع دوتایی در حالت گسسته". *سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها*، تهران، صص ۱۲ – ۲۱.
- سروستانی سلیمانی. ابراهیمی. (۱۳۹۱). "روش درخت دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری اختیارات آسیایی در مدل پرش". *سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها*. تهران. صص ۸-۱۳.
- خاکی غلامرضا. (۱۳۹۱). "*روش پژوهش با رویکردی به پایان‌نامه نویسی*". تهران، انتشارات بازتاب چاپ سوم.
- هال جان. (۱۳۸۸). "*مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک*". ترجمه سجاد سیاح و علی صالح‌آبادی، تهران، چاپ دوم، شرکت کارگزاری مفید.
- دلاور علی. (۱۳۷۳). "*روش‌های پژوهش در روان‌شناسی و علوم تربیتی*". تهران، مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه پیام نور، چاپ پنجم.
- Khalili, Iraqi,. M., et al. (2016). *Pricing of subordinate bonds using the Heston model*. (Unpublished master's thesis). Islamic Azad University, Science and Research Branch, Iran. (in Persian)
- Jelodari Mamaghani, M. (1391). Calculation of validity values by giles method. *Economic Research*, 8-15. (in Persian)
- Khedzipour, Gharei, Stockbaghi, & Rashid. (2012). A comparison of the Monte Carlo simulation methods and finite differences in the valuation of discrete double-ended dummy transactions. *Third Conference on Mathematical Finance and Applications, Tehran, 12-21*. (in Persian)
- Sarvestani, Khadija, Soleimani, & Ebrahimi. (2012). Binomial tree method for pricing Asian options in jump model. *Third Conference on Mathematical Finance and Applications*, Tehran, 8-13. (in Persian)
- Khaki, G. (2012). *"esearch method with a thesis approach* (3rd ed.). Tehran, Iran: Baztab Publishing House. (in Persian)
- Hall, J. (1388). *"Fundamentals of Financial Engineering and Risk Management"*. Translation by Sajjad Seyah and Ali Saleh Abadi, Tehran, Second Edition, Brokerage Company. (in Persian)

www.SID.ir

Archive of SID

- Delawar, A. (1994). *Research methods in psychology and educational sciences* (5th ed.). Tehran, Iran: Payame Noor University Press and Publishing Center. (in Persian)
- Alghalith, M. (2018). Pricing the American options using the Black-Scholes pricing formula. *Physica A*, 443 -450.
- Sturm, Matthew., Goldstein, Henry. Huntington, Thomas. (2017). Using the pricing model approach to assess strategic decisions in turbulent environments: Black Scholes and airborne changes. *Climatic Change, 2,* 437–449.
- Ivanov, R. (2015). The maximum gamma-ray variance distribution process and the pricing path of the options. *European Finance, 2,* 979-993.
- Alghalith, M. (2014). Pricing options: A very simple formula. *Dorsoduro, 20*(2), 71-73.
- Kumar, S., Kumar, D., & Singh, J. (٢٠١٤). Numerical computation of fractional Black-Scholes equation arising in financial market. *Egyptian Journal of Basic and Applied Sciences, 1*(3-4), 177-183.
- Hemantha, A. (2013). Pricing the option of expanding crack with capsules". *European Finance*. 37(1), 100-121.
- Kumar, V. (2013). Experimental competition in pricing options. *School of Management*, Volume, *19*(2), 129-156.
- Li, S. (2012). The implicit cost of interactions by the pricing model of lelend's powers. *Mathematical Sciences, 18*(4), 333-360.
- Jean-Pierre, P., & Tashman, A. (2012). Option pricing under the beta stress model. *Annals of Finance, 8*(2-3), 1-21.
- Meng, L., & Wang, M. (2010). Comparison of the Beckhelsell formula with the frequency Black-Scholes formula in the exchange derivatives market by changing the oscillation. *Basic and Applied Sciences,* 99–111.
- Ahn, J., Kang, S., & Kwon, Y. H. (2010). A Laplace transform finite difference method for the Black-Scholes equation. *Mathematical and Computer Modelling, 5*, 247-255.
- Bohner, M., & Zheng, Y. (2009). On analytical solutions of the Black-Scholes equation. *Applied Mathematics Letters, 22(*3), 309-313.
- Madan, M. (2008). Combination of Black Schulz formulas with Brownian motion and limited connections. *Applied Mathematics, 15*(2), 97-115.
- Broadie, M., & Jain, A. (2008). Key variables fluctuations in pricing models of transaction options and risk management. *Economics and Organization*, *7*(4), 7-24.
- Christoffersen, P., Jacobs, K., & Ornthanalai, C. (2008). Option valuation with long-run and short-run volatility components. *Journal of Financial Economics, Vol. 90, No. 3, pp. 272-297*
- Chen, X., & Wan, J.-P. (2007). Pricing options to change the route of the Levy model under the MEM. *Mathematical Statistics, 23*(4), 651-664.

www.SID.ir

Archive of SID

– Olga, S. (2007). The approximation of solutions and derivatives to the Black-Scholes equation doubles with unhealthy initial data. *Engineering Sciences*, *47*(3), 442-462.

www.SID.ir