Archive of SID

Shahid Beheshti University
Journal of Financial Management Perspective
No. 27, Autumn 2019
PP: 51-79

P-ISSN: 2645-4637
E-ISSN: 2645-4645

Development of a Stable Tracking Measure for Tehran Stock Exchange

Mohammad Hashem Botshekan*,
Mohammad Mahdi Bahrololoum Amir Hossein Erza*****,**
Amir Taghikhan Tajrishi****

Abstract

Because an index cannot be purchased directly, it has to be rebuilt by a portfolio which is an approximation of Index. This is called index tracking. In this research, first we discuss the vital role of Tracking Quality measurments for developing tracking portfolio via optimization based on sampling. Then we introduce a new measurement, Realized Tracking Quality (RTQ) and compare it with traditional measurements. Comparison of Realized Tracking Quality (RTQ) and three traditional measurements of producing tracking portfolios (Tracking Error Variance (TEV), Mean Squared Error (MSE) and Mean Absolute Deviation (MAD)) shows that there are significant differences in their anticipated values. In other words, we make a comparison of the approaches to index tracking and highlighting their advantages and disadvantages. Unlike other researches on rebuilding of tracking portfolio, this framework specifically addresses issues of stability of the tracking quality measurements, whether they produce tracking portfolios with the same tracking quality in the estimation period and the investment period or not. In fact, we were not looking for a method that would create the best tracking portfolio with the highest tracking quality; instead, this study attempted to compare the results of the estimation period with the investment period and determine which one would be more stable. The results indicate that Producing tracking portfolio will be optimized by improving stability measurements. For our analysis, we use Tehran Stock Exchange Index having all listed companies. The time period includes 5 years, between September 2012 and September 2017.

Keywords: Index Tracking, Tracking Error, Stability of Tracking Portfolio, Tracking Quality Measurement.

Received: 2019.January.20, Accepted: 2019.July.16.
*Associate Prof, Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran.
**Assistant Prof, Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran.
***Assistant Prof, Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran.
****PhD. Candidate, Department of Finance and Banking, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. (corresponding author). E-mail: Amir_Tajrishi@yahoo.com

www.SID.ir

Archive of SID

دانشگاه شهیدبهشتی
نشریه چشم‌انداز مدیریت مالی
شماره ۲۷ ـ پاییز ۱۳۹۸
ص‌ص ۷۹ ـ۵۱

شاپای چاپی: ۴۶۳۷- ۲۶۴۵
شاپای الکترونیکی: ۴۶۴۵- ۲۶۴۵

توسعه معیار پایدار ردیابی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

محمدهاشم بت‌شکن*، محمدمهدی بحرالعلوم، امیرحسین ارضا*** امیر تقی‌خان تجریشی*****

چکیده

برای سرمایه‌گذاری در یک شاخص منتخب گام اول تشکیل یک سبد ردیاب است. این کار ردیابی شاخص است. در این پژوهش، ابتدا نقش کلیدی معیارهای کیفیت ردیابی در تشکیل سبد ردیاب بر اساس روش بهینه‌سازی مبتنی بر نمونه‌گیری ارایه می‌شود. سپس یک معیار جدید کیفیت ردیابی، به نام معیار کیفیت ردیابی محقق (RTQ) برای ردیابی شاخص معرفی می‌شود. در ادامه، کیفیت ردیابی سبدهای ردیاب بر اساس معیارهای کیفیت ردیابی سنتی نوسان خطای ردیابی (TEV)، میانگین مجذور خطاها (MSE)، و میانگین انحراف مطلق (MAD) و معیار معرفی شده (کیفیت ردیابی محقق(RTQ) با دو روش مختلف minmax و CVAR محاسبه می‌شوند. به این ترتیب مزایا و معایب معیار معرفی شده در مقایسه با معیارهای سنتی بررسی و نهایتا معیار پایدارتر معرفی می‌شود. بنابراین، تمرکز این پژوهش بر پایداری و ثبات معیارهای ردیابی است. در نهایت مشخص شد که با بهبود متغیرهای ارزیابی ثبات، چگونگی تشکیل پرتفوی ردیاب نیز بهبود می‌یابد. قلمرو مکانی این پژوهش بورس اوراق بهادار تهران و جامعه آماری آن شامل کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس است. قلمرو زمانی پژوهش نیز از ابتدای مهر ماه سال ۱۳۹۱ لغایت شهریورماه سال ۱۳۹۶ به مدت پنج سال می‌باشد.

کلمات کلیدی: ردیابی شاخص؛ خطای ردیابی، ثبات پرتفوی ردیاب؛ معیار کیفیت ردیابی.

تاریخ دریافت مقاله:۱۳۹۷/۱۰/۳۰، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۴/۲۵.

*دانشیار، گروه مالی و بانکداری، دانشگاه علامه‌طباطبائی، تهران، ایران.
** استادیار، گروه مالی و بانکداری، دانشگاه علامه‌طباطبائی، تهران، ایران.
***استادیار، گروه مالی و بانکداری، دانشگاه علامه‌طباطبائی، تهران، ایران.
****دانشجوی دکتری، گروه مالی و بانکداری، دانشگاه علامه‌طباطبائی(نویسنده مسئول)،
E-mail: Amir_Tajrishi@yahoo.com

www.SID.ir

Archive of SID

۱. مقدمه

مدیریت سرمایه‌گذاری شاخص‌محور با اقبال قابل‌توجه سرمایه‌گذاران روبه‌رو شده است. به‌منظور سرمایه‌گذاری در یک شاخص منتخب، در گام نخست باید پرتفویی که تقریبی از آن شاخص باشد، تشکیل شود. این کار «ردیابی شاخص»[1] نامیده می‌شود؛ بنابراین راه‌حل مسئله ردیابی شاخص، پرتفویی است که آن شاخص را تقریب بزند. این پرتفوی، «پرتفوی ردیاب»[2] نامیده می‌شود [۲۵]. برای حل مسئله ردیابی شاخص روش‌های متنوعی وجود دارد؛ در این راستا هدف این پژوهش در گام نخست، شناخت و مقایسه روش‌های ردیابی شاخص و بیان مزایا و معایب به‌کارگیری هر یک از آن‌ها است.

بر خلاف پژوهش‌های انجام‌شده درباره تشکیل پرتفوی ردیاب و نیز کیفیت ردیابی که درجه میزان ردیابی شاخص را در پرتفوی ردیاب نشان می‌دهد، تمرکز این پژوهش بر ثبات معیارهای ردیابی است؛ یعنی به‌دنبال روشی که بهترین پرتفوی ردیاب با بالاترین کیفیت ردیابی را تشکیل دهد، نیست، بلکه در این پژوهش تلاش خواهد شد نتایج دوره تخمین با دوره سرمایه‌گذاری مقایسه شده تا ضمن بررسی و تحلیل معیارها مشخص شود که کدام‌یک از معیارهای ارزیابی از ثبات بیشتری برخوردار هستند؛ البته درنهایت با بهبود متغیرهای ارزیابی ثبات، چگونگی تشکیل پرتفوی ردیاب، بهبود خواهد یافت.

در این راستا سه موضوع در نظر گرفته می‌شود: نخست مقایسه کیفیت ردیابی مطلق در دوره تخمین و دوره سرمایه‌گذاری است؛ بدین معنا که اختلاف سطح کیفیت ردیابی آزمون می‌شود. دوم، مقایسه وضعیت‌های نسبی پرتفوهای ردیاب مرتب‌شده بر اساس کیفیتشان در هر دو دوره زمانی است؛ به‌عبارت‌دیگر اگر پرتفوی ردیابی در دوره تخمین به‌عنوان بهترین پرتفوی پذیرفته شود، آیا در دوره سرمایه‌گذاری نیز بهترین خواهد بود و برعکس؟ موضوع سوم مقایسه کیفیت‌های ردیابی محقق[3] و سه معیار سنتی نوسان خطای ردیابی[4](TEV) و میانگین مجذور خطاها[5](MSE) و میانگین انحراف مطلق[6](MAD) به‌منظور ارزیابی این موضوع است که آیا تفاوت‌های معناداری در مقادیر پیش‌بینی کننده‌شان وجود دارد یا خیر؟

1. Index Tracking
2. Racking Portfolio
3. Realized Tracking
4. Tracking Error Variance
5. Mean Squared Error
6. Mean Absolute Deviation

www.SID.ir

Archive of SID

۲.مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مسئله انتخاب دارایی‌ها و تعیین میزان سرمایه‌گذاری در هر یک از آن‌ها، با نام «مسئله انتخاب پرتفوی» شناخته شده است که می‌تواند به‌صورت یک مسئله بهینه‌سازی کمّی موردبررسی قرار گیرد [۱۰]. رویه‌ای شامل پنج مرحله برای تصمیم‌گیری در فرآیند سرمایه‌گذاری مطرح است [۲]:

۱. تعیین خط‌مشی یا سیاست سرمایه‌گذاری؛
۲. تجزیه‌وتحلیل اوراق بهادار؛
۳. تهیه سبد سرمایه‌گذاری؛
۴. اصلاح و تجدیدنظر در سبد سرمایه‌گذاری؛
۵. اندازه‌گیری عملکرد سبد.

مارکویتز (۱۹۵۲)، با پیشنهاد مدلی که حداقل‌کردن واریانس به همراه حداکثرشدن بازده را دنبال می‌کرد، آغازگر مسیر تشکیل پرتفوی بهینه شد و با پیشنهاد مرز کارا[1] سرمایه‌گذاران را در پذیرش ریسک‌های مختلف یاری نمود [۱۴]. در دهه ۵۰ میلادی پژوهشگران روی مفهوم بازار کارا[2] پژوهش‌هایی انجام دادند [۸]. دورنبوش[3] و همکاران (۱۹۷۷)، در پژوهش بسیار مهمی به ارزیابی این رابطه پرداختند [۸]. از جمله اقداماتی که در این گروه پژوهش‌ها انجام شد، بررسی مجدد پژوهش باچلیر[4] (۱۹۰۰)، بود که به بحث کارایی بازار و ناتوانی معامله‌گران کوتاه‌مدت در کسب بازدهی مازاد می‌پرداخت [۴]. در این شرایط ارائه «نظریه مدیریت نوین سبد سرمایه‌گذار»[5] توسط مارکویتز و سپس تکمیل آن توسط ویلیام شارپ (۱۹۹۰) با ارائه مدل CAPM تأثیر بسیار مهمی بر توسعه صنعت صندوق‌های سرمایه‌گذاری گذاشت. تمامی این آموزه‌ها به تقویت این انگاره منجر شد که باید به سمت سرمایه‌گذاری در سبدهای متنوع مانند صندوق‌های شاخصی روی آورد [۱۳] و ازآن‌پس ایده سرمایه‌گذاری شاخص‌محور بیشتر موردتوجه قرار گرفت [۲۳] تا اینکه در دسامبر ۱۹۷۵، نخستین صندوق سرمایه‌گذاری شاخصی ایجاد شد [۶]. منظور از ردیابی شاخص، کسب بازدهی بازار به‌وسیله پرتفویی است که به آن پرتفوی ردیاب گفته می‌شود. معیاری که چگونگی ردیابی شاخص توسط پرتفوی ردیاب یا صندوق شاخصی را توضیح می‌دهد، معیار ردیابی شاخص است که نشان‌دهنده خطای ردیابی خواهد بود. با توجه به نقش کلیدی

1. Efficient frontier
2. Efficient market
3. Dornbusch
4. Bachelier
5. Modern Portfolio Theory

www.SID.ir

Archive of SID

معیارهای کیفیت ردیابی، در پژوهش‌های اخیر ثبات معیارهای کیفیت ردیابی موردتوجه قرارگرفته است [۲۱، ۱۱، ۱۷].

۳. روش‌شناسی پژوهش

روش‌های تشکیل پرتفوی و پژوهش‌های انجام‌شده عموماً بر یافتن روشی متمرکز هستند که کمترین خطای ردیابی را داشته باشد؛ اما پژوهش حاضر به همراه برخی پژوهش‌های مشابه مانند روبک و کارلو (۲۰۱۹)، موتاگ و هاگلند (۲۰۱۸) و کوان و وو (۲۰۱۶) در تلاش هستند که ثبات معیارهای ردیابی را بررسی کنند [۱۱، ۱۷، ۲۱]؛ به این معنا که آیا معیاری که در دوره تخمین معیار مناسبی است، در دوره سرمایه‌گذاری نیز این‌گونه است؟ روبک و کارلو (۲۰۱۹)، بر مبنای معیار یادشده، روش جدیدی در ردیابی پرتفوی توسعه دادند [۲۱]. بخشی از پژوهش حاضر به بررسی وجود ثبات در معیارهای ردیابی می‌پردازد و همچنین به‌دنبال آن است تا بین معیارهای کیفیت ردیابی محقق و سنتی، مقایسه‌ای انجام داده و بهترین معیار را شناسایی کند و توسعه دهد. ساختار چارچوب این پژوهش به شرح زیر است:

۱. نوع و ماهیت داده‌های موردنیاز؛ هدف: آماده‌سازی و پیش‌پردازش داده‌ها؛
۲. سرندکردن[1] در فرآیند نمونه‌گیری؛ هدف: انتخاب اثربخش سهام اثرگذار بر شاخص؛
۳. تعیین معیارهای ردیابی؛ هدف: مقایسه معیارهای سنتی و محقق؛
۴.ثبات مطلق و نسبی پرتفوی ردیاب؛ هدف: کاهش خطای ردیابی پرتفوی دوره سرمایه‌گذاری.

نوع و تعداد داده‌های موردنیاز. در بیشتر پژوهش‌ها از داده‌های روزانه در تخمین پرتفوی ردیاب استفاده می‌شود، هرچند نقد نخست این است که قیمت‌های روزانه اختلال دارند [۵] و دوم اینکه بازدهی‌های روزانه دارای خودهمبستگی هستند [۱۸]. داده‌های ماهانه اختلال کمتری دارند و خودهمبستگی ندارند. داده‌های هفتگی نیز اختلال و خودهمبستگی کمتری دارند؛ اما مشکل داده‌های هفتگی و ماهانه تعداد است. داده ماهانه فقط ۱۲ و هفتگی ۵۲ عدد در طول یک سال وجود دارد؛ درنتیجه به یک دوره تخمین طویل نیاز است تا اطلاعات کافی را برای انجام تخمین بازیابی کند؛ اما اگر بیش‌ازحد به گذشته بازگشت، احتمال بروز تورش[2] پیش می‌آید. بنابراین از داده‌های روزانه استفاده شد [۵]. قلمرو زمانی پژوهش نیز از ابتدای مهرماه سال ۱۳۹۱ تا شهریورماه سال ۱۳۹۶ به مدت پنج سال انتخاب و همان‌طور که گفته شد، داده‌های روزانه به کار رفت. بازه یادشده به ۵ دوره یک‌ساله برای بازه تخمین مورداستفاده قرار گرفت،و در امتداد هر بازه تخمین یک بازه سه‌ماهه برای سرمایه‌گذاری لحاظ شده است.

1. Filtering
2. Bias

www.SID.ir

Archive of SID

سرندکردن در فرآیند نمونه‌گیری. هنگام نمونه‌گیری در تشکیل پرتفوی ردیاب، دو موضوع اهمیت دارد: انتخاب دارایی و وزن دهی به آن. انجام این دو توسط راه‌حل مسئله ردیابی پرتفوی صورت می‌گیرد. انتخاب دارایی پرتفوی ردیاب بر دو اصل استوار است: اصل نخست اینکه اگر دو دارایی اطلاعات تکراری از شاخص داشته باشند، می‌توان یکی از آن‌ها را حذف کرد. بر مبنای اصل دوم، اگر یک دارایی محتوای اطلاعاتی ضعیف داشته باشد، امکان حذف آن دارایی وجود خواهد داشت [۱].

بر مبنای این دو اصل، سه روش انتخاب دارایی وجود دارد. نخستین روش استفاده از معیارهای انتخاب است. دامنه شمول اولیه دارایی با انتخاب فقط آن دسته از دارایی‌هایی که با معیارهای از پیش‌تعیین‌شده مطابق باشند، کاهش می‌یابد. روش دوم، پوشش ساختار شاخص از طریق حذف دارایی‌هایی است که اطلاعات تکراری دارند. روش سوم بر مبنای بهینه‌سازی است. دارایی‌های انتخاب‌شده راه‌حل یک مسئله بهینه‌سازی هستند که با استفاده از دو اصل انتخاب دارایی فرمول‌سازی می‌شوند؛ همچنین روش‌های وزن‌دهی نیز به دو دسته وزن‌دهی ابتکاری و وزن‌دهی بهینه‌شده تقسیم می‌شوند [۲۴].

تعیین معیارهای ردیابی. ارزیابی اینکه پرتفوی ردیاب چقدر خوب شاخص را تکرار می‌کند، توسط معیارهای ردیابی صورت می‌گیرد و کیفیت آن با استفاده از معیارهای کیفیت ردیابی مشخص می‌شود. این معیارها بر مبنای خطای ردیابی هستند. این معیارها به دو بخش معیارهای کیفیت ردیابی سنتی و معیارهای کیفیت ردیابی محقق تقسیم می‌شوند [۱۹].

معیارهای سنتی کیفیت ردیابی. معیارهای کیفیت ردیابی بر اساس بازدهی‌های ساده (بازدهی‌های حسابی یا گسسته) یا بازدهی‌های لگاریتمی (بازدهی‌های هندسی یا پیوسته) قابل‌تعیین هستند. محاسبه بازدهی‌های ساده به‌صورت زیر است:

معادله (۱) $$R_{I,t} = \frac{V_{I,t} - V_{I,t-1}}{V_{I,t-1}}$$

معادله (۲) $$R_{P,t} = \frac{V_{P,t} - V_{P,t-1}}{V_{P,t-1}}$$

معادله (۳) $$r_{i,t} = \frac{S_{i,t} - S_{i,t-1}}{S_{i,t-1}}$$

در معادلات بالا، R_p بازدهی پرتفوی ردیاب، R_I بازدهی شاخص، r_i بازدهی دارایی i، V_I ارزش شاخص، V_p ارزش پرتفوی، و S_i قیمت دارایی i است.

www.SID.ir

Archive of SID

محاسبه بازدهی‌های لگاریتمی به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

معادله (۴) $\tilde{R}_{I,t} = ln\frac{V_{I,t}}{V_{I,t-1}}$

معادله (۵) $\tilde{R}_{P,t} = ln\frac{V_{P,t}}{V_{P,t-1}}$

معادله (۶) $\tilde{r}_{i,t} = ln\frac{S_{i,t}}{S_{i,t-1}}$

رابطه بین بازده‌های لگاریتمی و بازده ساده به‌صورت زیر است:

معادله (۷) $\tilde{R}_t = ln(1 + R_t)$

معادله (۸) $R_t = exp(\widetilde{R_t}) - 1$

بیشتر معیارهای کیفیت ردیابی بر مبنای خطای ردیابی (TE) هستند. TE خطای ردیابی اختلاف بین بازدهی پرتفوی ردیاب و بازدهی شاخص را اندازه می‌گیرد و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

معادله (۹) $TE_t = R_{I,t} - R_{P,t} = R_{I,t} - \sum_{i=1}^{N} w_i r_{i,t}$

در رابطه ۹، wi وزن دارایی i، و N تعداد دارایی‌ها است. مجموع وزن‌ها در پرتفوی ردیاب برابر یک است:

معادله (۱۰) $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$

معیارهای متفاوت کیفیت ردیابی TE را به روش‌های مختلفی به‌کار می‌برند. MAD میانگین انحراف مطلق میان بازدهی‌ها را در طول فاصله زمانی داده‌شده اندازه می‌گیرد:

معادله (۱۱) $MAD = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|R_{I,t} - R_{P,t}\right| = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} TE_t$

که در آن t=1،...،T دوره‌های زمانی هستند.

MSE میانگین مجذور انحرافات میان بازدهی‌ها را در طول فاصله زمانی داده‌شده اندازه می‌گیرد:

معادله (۱۲) $MSE = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(R_{I,t} - R_{P,t}\right)^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(TE_t)^2$

برخی مواقع، از معیار جذر میانگین مربع خطا استفاده می‌شود:

معادله (۱۳) $RMSE = \sqrt{MSE}$

www.SID.ir

Archive of SID

مزیت این معیار هم‌مقیاس بودن آن با TE است. واریانس MSE، واریانس خطای ردیابی (TEV) است که به‌صورت واریانس اختلاف بازدهی‌ها تعیین می‌شود:

$$TEV = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(R_{I,t} - R_{P,t} - (\bar{R}_I - \bar{R}_P)\right)^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(TE_t^*)^2$$ معادله (۱۴)

در معادله ۱۴، $\bar{R}_P$ میانگین بازدهی‌های پرتفوی ردیاب، $\bar{R}_I$ میانگین بازدهی‌های شاخص و TE_t^*، TE تعدیل شده در برابر تورش است. برخی مواقع از انحراف معیار استاندارد TE استفاده می‌شود:

$$TESTD = \sqrt{TEV}$$ معادله (۱۵)

یک معیار خوب کیفیت ردیابی لازم است تا کیفیت ردیابی محقق را از نظر سرمایه‌گذار ارزیابی کند. یک پرتفوی ردیاب در صورتی از کیفیت بالایی برخوردار است که مشابه شاخص عمل کند. شباهت در این زمینه به این معنا است که پرتفوی ردیاب و شاخص از لحاظ رشد در ارزش واقعاً از هم انحراف نداشته باشند. هرچه پرتفوی ردیاب به شاخص شبیه‌تر باشد، از دید سرمایه‌گذار کیفیت بالاتری دارد [۲۵]. در جدول ۱، معیارهای کیفیت ردیابی در پژوهش‌های داخلی نشان داده شده است [۱، ۲، ۳، ۱۰، ۱۱، ۱۸].

جدول ۱. معیار کیفیت ردیابی و بررسی ثبات در پژوهش‌های داخلی

مطالعه	معیار کیفیت ردیابی
حنفی و همکاران (۱۳۸۸)	ریشه میانگین مربع خطا و بازده اضافی نسبت به شاخص
بحرالعلوم و همکاران (۱۳۸۹)	ریشه میانگین مربع خطا و بازده اضافی نسبت به شاخص
ورسه‌ای و شمس (۱۳۸۹)	ریشه میانگین مربعات خطا
حجازی و همکاران (۱۳۹۰)	انحرافات نامطلوب بازده صندوق شاخصی بهبودیافته از بازده شاخص
عباسی و اکبری (۱۳۹۳)	اختلاف بین بازده پرتفوی ردیاب و شاخص
بحرالعلوم و همکاران (۱۳۹۴)	ضریب همبستگی، ریشه میانگین مربع خطا و متوسط بازدهی اضافی
سجادی و سبزواری (۱۳۹۴)	ریشه میانگین مربع خطای
شمس و همکارن (۱۳۹۴)	ریشه میانگین مربعات خطا و بازدهی اضافی به شاخص
فلاح‌پور و همکاران (۱۳۹۴)	اختلاف عملکرد بازده شاخص، پرتفوی و نسبت اطلاعاتی
نجفی و خراسانی (۱۳۹۵)	خطای ردیابی، معیار بتا و ریسک غیرسیستماتیک

کیفیت ردیابی محقق. معیار ردیابی محققی که اختلافات بین ارزش‌های پرتفوی ردیاب و شاخص را محاسبه کند، از نظر سرمایه‌گذاران مناسب‌ترین است. درنظرگرفتن اختلاف بین ارزش

www.SID.ir

Archive of SID

نهایی پرتفوی ردیاب و ارزش نهایی پرتفوی شاخص در پایان دوره زمانی محتمل‌تر است. یک معیار مفید کیفیت ردیابی محقق باید میانگین انحرافات مطلق را در طول همه دوره‌های یک بازه زمانی اندازه بگیرد.

یک معیار کیفیت ردیابی محقق[1](RTQ) منطبق با این الزام از فرمول زیر قابل‌محاسبه است:

$$RTQ = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\frac{V_{I,t}}{V_{I,0}} - \frac{V_{P,t}}{V_{P,0}}\right| \quad \text{معادله (۱۶)}$$

که در آن V_P ارزش پرتفوی ردیاب و V_I ارزش شاخص است.

در صورت استفاده از داده‌های تکرارشونده‌تر، این معیار تحت تأثیر خودهمبستگی منفی بازدهی‌ها قرار نمی‌گیرد؛ زیرا به ارزش‌های شاخص و پرتفوی ردیاب وابسته است؛ همچنین مرکب‌کردن این ارزش‌ها نیز در نظر گرفته شده است که در معادله بازدهی‌های مرکب مشاهده می‌شود:

$$R_t^c = \frac{V_t}{V_0} - 1 = \prod_{k=1}^{t}(1 + R_k) - 1 \quad \text{معادله (۱۷)}$$

در معادله ۱۷، R_t^c بازدهی‌های مرکب تا دوره t است و R_k بازده ساده در دوره k را نشان می‌دهد.

با استفاده از معادله ۱۷، RTQ معادله زیر را می‌توان به‌صورت حاصل جمع انحرافات مطلق میان بازده‌های مرکب بازنویسی کرد:

$$RTQ = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|R_{I,t}^c - R_{P,t}^c\right| \quad \text{معادله (۱۸)}$$

ازآنجاکه RTQ بر مبنای بازده‌های مرکب است، معیار خوبی برای ارزیابی کیفیت بلندمدت پرتفوهای ردیاب محسوب می‌شود. استفاده از RTQ اختلاف میان ارزش پرتفوی ردیاب تخمینی و شاخص را نشان می دهد. در مقابل، معیارهای سنتی در ارزیابی کیفیت ردیابی کوتاه‌مدت بهتر عمل می‌کنند؛ زیرا بر مبنای TE در طول یک دوره کوتاه‌مدت محاسبه می‌شوند و در محاسبات آن‌ها به توالی بازدهی‌ها توجه نمی‌شود.

1. Realized tracking quality

www.SID.ir

Archive of SID

ثبات مطلق و نسبی پرتفوی ردیاب

ثبات مطلق کیفیت ردیابی. مسئله ردیابی شاخص با استفاده از داده‌های گذشته در رویه نمونه‌گیری حل می‌شود. دوره‌ای که در آن وزن‌های پرتفوی تخمین زده می‌شود، «دوره تخمین» نامیده می‌شود. برای اعتباربخشی به کیفیت ردیابی لازم است تا در پرتفوی سرمایه‌گذاری کرد و بررسی شود که در طول یک دوره جدید تا چه حد شاخص را ردیابی می‌کند. این دوره، «دوره سرمایه‌گذاری» نامیده می‌شود [۲۵]. انتظار می‌رود ارزش مطلق این معیار در دوره تخمین و دوره سرمایه‌گذاری در یک سطح باشد. نسبت و تفاضل میان ارزش‌های مطلق یک معیار کیفیت ردیابی در دوره، شاخص‌های جایگزین هم در ثبات مطلق (AS) کیفیت ردیابی هستند:

$$AS_{ratio} = \frac{err_{inv}}{err_{est}}$$ معادله (۱۹)

$$AS_{diff} = err_{inv} - err_{est}$$ معادله (۲۰)

در معادلات بالا، err_{est} ارزش معیار کیفیت ردیابی در دوره تخمین و err_{ivt} مقدار آن در دوره سرمایه‌گذاری است. اگر روش نمونه‌گیری، یک پرتفوی ردیاب باکیفیت ردیابی باثبات مطلق ایجاد کند، آنگاه AS_{ratio} برابر یک و AS_{diff} برابر صفر می‌شوند. معادلات بالا به‌صورت زیر قابل‌بازنویسی هستند:

$$err_{inv} = err_{est} AS_{ratio}$$ معادله (۲۱)

$$err_{inv} = err_{est} + AS_{diff}$$ معادله (۲۲)

بنابراین مقدار معیار کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری به مقدار آن در دوره تخمین بستگی دارد که با شاخص AS تصحیح می‌شود. کمّی‌کردن شاخص‌های AS_{ratio} و AS_{diff} با استفاده از داده‌های دوره تخمین امکان‌پذیر است [۲۵].

ثبات نسبی کیفیت ردیابی. انتخاب پرتفوهای ردیاب از میان مجموعه‌ای از پرتفوهای ردیاب کاندید، فرض می‌کند که پرتفوهایی باکیفیت ردیابی بالا در طول دوره تخمین، در طول دوره سرمایه‌گذاری نیز دارای کیفیت ردیابی بالا هستند؛ با این حال ممکن است دو نوع خطا رخ دهد [۲۴].

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۲. خطای سرمایه‌گذاری

		سرمایه‌گذاری	
		بالا	پایین
تخمین	بالا	پیش‌بینی صحیح	خطای نوع اول
	پایین	خطای نوع دوم	پیش‌بینی صحیح

خطای نوع اول زمانی رخ می‌دهد که کیفیت پیش‌بینی‌شده پرتفوی ردیاب بر اساس دوره تخمین بالا باشد؛ اما کیفیت ردیابی واقعی پرتفوی در دوره سرمایه‌گذاری پایین باشد. سرمایه‌گذاری در این پرتفوی ردیاب باعث می‌شود سرمایه‌گذار متحمل زیان مستقیم شود. خطای نوع دوم با ازدست‌دادن فرصت سروکار دارد. در این حالت پیش‌بینی می‌شود پرتفوی ردیاب با توجه به دوره تخمین کیفیت ردیابی پایینی داشته باشد؛ اما در دوره سرمایه‌گذاری کیفیت ردیابی بالایی خواهد داشت. به‌منظور تعیین دو نوع خطا می‌توان پرتفوهای ردیاب را از بیشترین کیفیت ردیابی تا کمترین آن بر مبنای دوره تخمین مرتب کرد و به هریک رتبه‌ای تخصیص داد؛ سپس همین کار را برای دوره سرمایه‌گذاری انجام داد. اختلاف مثبت بین رتبه پرتفوی ردیاب در دوره سرمایه‌گذاری و رتبه آن در دوره تخمین بیان‌گر خطای نوع اول است [۲۴].

شاخص بعدی که در تعریف ثبات نسبی به‌کار می‌رود، ضرایب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن و کندال[1] هستند. برای محاسبه این ضرایب، پرتفوی‌ها از بالاترین تا کمترین کیفیت ردیابی در هر دو دوره تخمین و سرمایه‌گذاری مرتب می‌شوند؛ سپس برای هر دو دوره رتبه‌ها تخصیص داده می‌شوند [۲۵].

روند اجرای پژوهش. یک روش خوب نمونه‌گیری بهینه‌شده، علاوه بر ثبات مطلق و نسبی کیفیت ردیابی، باید حائز دو ویژگی باشد: الف) پرتفوی ردیاب نباید به‌طور چشمگیری هنگام بروز اطلاعات جدید تغییر کند؛ ب) اگر دوره تخمین دربردارنده داده‌های غیرقابل‌اتکا باشد، آنگاه روش نمونه‌گیری بهینه‌شده نباید بر مبنای این داده‌ها بیش بهینه‌سازی کند. هر دو مورد به پایداری تخمین پرتفوی ردیاب در برابر تغییرات ورودی‌های مسئله بهینه‌سازی بستگی دارند. افزون بر این، سرمایه‌گذاران انتظار دارند پرتفوهای ردیاب میزان گردش مالی پایینی داشته باشند.

1. Spearman and Kendall rank correlation coefficients

www.SID.ir

Archive of SID

در مراحل ارزیابی، در گام نخست، بررسی می‌شود که کدام‌یک از روش‌های برآورد بازدهی پرتفوی برای ردیابی شاخص مناسب است؛ سپس به تجزیه‌وتحلیل تجربی ثبات مطلق و نسبی کیفیت ردیابی روش‌های مختلف نمونه‌گیری بهینه‌شده پرداخته می‌شود. درنهایت پایداری تخمین پرتفوی ردیاب در برابر تغییرات جزئی در داده‌های دوره تخمین موردآزمون قرار می‌گیرد.

ساختار پرتفوی. در نخستین گام، شش راه ممکن مدل‌سازی بازدهی‌های پرتفوی ردیاب به‌طور تجربی مطالعه و بررسی می‌شوند. به این منظور از داده‌های «بورس اوراق بهادار تهران» از ابتدای مهرماه سال ۱۳۹۱ لغایت شهریورماه سال ۱۳۹۶ استفاده می‌شود. به‌منظور اجتناب از تحت تأثیر قرارگرفتن نتایج حاصل از حالات خاص بازار سرمایه، پنج دوره زمانی انتخاب می‌شود. هر دوره زمانی را به دو بخش تقسیم می‌شود. به این صورت که بخش تخمین ۱۲ ماه و بخش سرمایه‌گذاری ۳ ماه را شامل می‌شوند. داده‌های بخش تخمین در تخمین پرتفوهای ردیاب و داده‌های بخش سرمایه‌گذاری در ارزیابی این پرتفوی‌ها استفاده می‌شوند. مقادیر پرتفوهای ردیاب در بخش سرمایه‌گذاری با استفاده از تعداد ثابت دارایی‌ها محاسبه می‌شوند که در تعیین آن‌ها از بخش تخمین استفاده می‌شود. در محاسبات مربوطه از قیمت‌های روزانه دارایی و سطوح روزانه شاخص استفاده می‌شود؛ به‌علاوه اندازه پرتفوها در فواصل ده‌تایی انتخاب می‌شوند. برای هر دوره زمانی و هر اندازه پرتفوها، پرتفوهای ردیاب با استفاده از MSE به‌عنوان هدف بهینه می‌شوند. MSE از شش روش مختلف محاسبه بازدهی پرتفوی (شش مسئله مختلف بهینه‌سازی) به قرار زیر قابل‌محاسبه است.

- MSE با برآورد ساده از بازدهی‌های پرتفوی (SA) (وزن‌های ثابت)؛
- MSE با بازده‌های اصلاح‌شده پرتفوی در آغاز دوره تخمین (CB) (تعداد ثابت)؛
- MSE با بازده‌های اصلاح‌شده پرتفوی در پایان دوره تخمین (CE) (تعداد ثابت)؛
- MSE با استفاده از بازده‌های ترکیبی پرتفوی و شاخص (CR) (تعداد ثابت)؛
- MSE با بازده‌های اصلاح‌شده پرتفوی، با استفاده از فرض برابری ارزش پرتفوی باارزش شاخص در دوره قبلی (CPI1) (تعداد ثابت)؛
- MSE با بازده‌های اصلاح‌شده پرتفوی، با استفاده از فرض برابری ارزش پرتفوی باارزش شاخص در دوره قبلی، فقط در مخرج (CPI2) (تعداد ثابت).

در گام نخست باید ترکیب دارایی‌های هر پرتفوی انتخاب شود. به‌منظور بررسی چگونگی اثرگذاری برآورد بازدهی پرتفوی بر کیفیت ردیابی لازم است تا تمام پرتفوها برای هر اندازه ثابت مشخص و برای هر روش محاسباتی بازده پرتفوی برآوردشده و سپس گرایش مرکزی

www.SID.ir

Archive of SID

معیار کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری تعیین شود. برآورد تمامی پرتفوهای ممکن یک کار نشدنی است؛ زیرا تعداد ترکیبات ممکن دارایی بسیار بزرگ است؛ درنتیجه برای این منظور فرض می‌شود که معیار کیفیت ردیابی یک متغیر تصادفی است که از توزیع احتمال پیروی می‌کند. به‌منظور شناسایی ذات این متغیر برای هر دوره زمانی و هراندازه‌ای از پرتفوی، تعدادی ترکیب دارایی انتخاب می‌شود. برای هر پرتفوی، سهم‌ها به‌صورت تصادفی از میان سهم‌های ارائه‌شده در بازار «بورس اوراق بهادار تهران» انتخاب می‌شوند؛ سپس با استفاده از این سهم‌های منتخب بر مبنای روش برآورد مورداستفاده و دوره تخمین، بهینه‌سازی انجام می‌گیرد تا وزن هر سهم انتخاب شود؛ بنابراین با استفاده از این روش انتخابی، اثر انتخاب سهم خنثی‌شده و نمایندگی نمونه پرتفوهای ردیاب افزایش داده می‌شود. درمجموع به تعداد «ترکیب انتخاب سهم‌ها در پرتفوها× ۳ (فاصله اندازه‌ای پرتفوها)× ۶ (روش برآورد)× ۵ (دوره)» پرتفوی ردیاب ایجاد می‌شود که از آن‌ها در تجزیه‌وتحلیل تأثیر روش برآورد بر کیفیت ردیابی استفاده می‌شود.

در گام بعدی بررسی می‌شود که آیا مقدار معیار کیفیت ردیابی برای یک روش برآوردی از مقدار معیار کیفیت ردیابی روش برآوردی دیگر بیشتر است یا خیر؟ به این منظور از آزمون ناپارامتریک زوجی ویلکاکسون در سطح معناداری α=۰/۰۵ استفاده می‌شود. دلیل استفاده از این آزمون آن است که روش‌های برآوردی برای ترکیب مشابهی از دارایی‌ها به‌کار می‌روند؛ بنابراین می‌توان تعیین کرد که کدام روش به ایجاد یک پرتفوی ردیاب با بهترین کیفیت ردیابی برای یک زیرمجموعه مشخص از سهم‌ها منجر می‌شود.

جدول ۳. مقایسه روش‌های برآورد بازدهی پرتفوی با استفاده از آزمون ویلکاکسون

	SA	**CB**	**CE**	**CR**	**CPI1**	**CPI2**
SA	-	Yor N	Yor N	Yor N	Yor N	Yor N
CB	Yor N	-	Yor N	Yor N	Yor N	Yor N
CE	Yor N	Yor N	-	Yor N	Yor N	Yor N
CR	Yor N	Yor N	Yor N	-	Yor N	Yor N
CPI1	Yor N	Yor N	Yor N	Yor N	-	Yor N
CPI2	Yor N	Yor N	Yor N	Yor N	Yor N	-

فرض صفر به این صورت تنظیم می‌شود: احتمال اینکه معیار کیفیت ردیابی برای روش در سطر بزرگ‌تر یا مساوی با روش در ستون، بزرگ‌تر از ۰/۵ باشد. اگر فرض صفر رد شود، آنگاه می‌توان گفت که معیار کیفیت ردیابی روش در سطر از روش در ستون مقدار کمتری دارد؛ بنابراین بهترین روش باید فقط مقدار Y را در سطر خود دارا باشد.

ثبات حداقل‌سازی معیارهای سنتی. لازم است تا روش‌های نمونه‌گیری به‌طور تجربی تجزیه‌وتحلیل شوند تا قابلیت آن‌ها در ایجاد پرتفوهای ردیاب باکیفیت ردیابی خوب در دوره

www.SID.ir

Archive of SID

سرمایه‌گذاری بررسی شود؛ بنابراین در این بخش بر تجزیه‌وتحلیل ثبات کیفیت‌های ردیابی پرتفوی‌ها تمرکز شده است. ابتدا از طریق حداقل‌سازی سه معیار سنتی مختلف MAD، MSE و TEV برآورد کیفیت ردیابی صورت می‌پذیرد. از این سه معیار به‌عنوان هدف‌های مسئله بهینه‌سازی در راستای حل مسئله ردیابی استفاده می‌شود. به‌این‌ترتیب در راستای ارزیابی ثبات این سه معیار مختلف کیفیت ردیابی، نتایج دوره‌های تخمین با نتایج دوره‌های سرمایه‌گذاری مقایسه می‌شود. به علت فرآیند تصادفی انتخاب دارایی‌ها، ترکیب دارایی‌های انتخاب‌شده برای پرتفوهای ردیابی بر نتیجه تأثیرگذار نخواهد بود.

در این بخش از داده‌های شاخص «بورس اوراق بهادار تهران» و همان ترکیب‌های دارایی بخش قبل استفاده می‌شود. برای هر دوره زمانی و هر اندازه‌ای از پرتفوی، تعدادی پرتفوی ردیاب با استفاده از معیارهای مختلف کیفیت ردیابی (MAD، MSE و TEV) به‌عنوان هدف‌ها برآورد می‌شوند. درمجموع به تعداد «ترکیب انتخاب سهم‌ها در پرتفوها× ۳ (فاصله اندازه‌ای پرتفوها)× ۳ (هدف)× ۵ (دوره)» پرتفوی ردیاب محاسبه می‌شوند. این پرتفوها برای سه تجزیه‌وتحلیل جداگانه به‌کار می‌روند. در نخستین بخش تجزیه‌وتحلیل، مقادیر مطلق سه معیار سنتی کیفیت ردیابی آزمون می‌شود. درواقع تجزیه‌وتحلیلی صورت می‌گیرد تا مشخص شود که آیا اختلاف کیفی معناداری بین دوره تخمین و دوره سرمایه‌گذاری وجود دارد یا خیر؟ اختلاف معنادار به این معنا است که کیفیت ردیابی در دوره تخمین مقیاس خوبی برای کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری نبوده باشد. برای روشن‌ساختن این مهم، مقدار معیار استفاده‌شده به‌عنوان هدف برای دوره تخمین با همان معیار در دوره سرمایه‌گذاری موردمقایسه قرار می‌گیرد. در ادامه تجزیه‌وتحلیل، ثبات نسبی کیفیت ردیابی هر یک از سه معیار استفاده‌شده به‌صورت هدف ارزیابی می‌شود. بدین منظور از تمام پرتفوهای ردیاب برای تمام ترکیب‌های اندازه‌ای پرتفوی و هر دوره زمانی و هر سه هدف استفاده می‌شود و برای هر یک نسبت ثبات نسبی محاسبه می‌شود؛ به‌علاوه ضرایب همبستگی رتبه‌ای کندال و اسپیرمن محاسبه می‌شوند تا مشخص شود که آیا میان موقعیت‌های نسبی پرتفوهای ردیاب با توجه به کیفیت آن‌ها در دوره‌های تخمین و سرمایه‌گذاری وابستگی وجود دارد یا خیر؟

پایداری پرتفوی ردیاب در دوره تخمین. در این گام، پایداری پرتفوی ردیاب در دوره تخمین (با استفاده از نمونه‌گیری بهینه‌شده، بررسی و تحلیل می‌شود. این مهم به‌منظور استفاده از مجموعه‌های مختلف تخمین در نظر گرفته شده است. در این مرحله از پنج دوره زمانی استفاده می‌شود که برای هر دوره یک پرتفوی ردیاب تشکیل خواهد شد [۱۹، ۲۰، ۲۴]. این روش از سه مرحله تشکیل می‌شود. در مرحله نخست، دامنه شمول شاخص به ۱۰ بخش تقسیم

www.SID.ir

Archive of SID

می‌شود. در مرحله دوم، سهم‌های داخل هر بخش بر اساس ارزش بازاری به‌طور نزولی مرتب می‌شوند و به چهار چارک تخصیص می‌یابند. در مرحله سوم از هر بخش دوازده سهم انتخاب می‌شود. نخستین، دومین و سومین سهم با بیشترین ارزش بازاری از چارک اول انتخاب می‌شوند. سهم میانه، سهم قبل از سهم میانه و سهم بعد از سهم میانه از سه چارک باقی‌مانده انتخاب می‌شوند؛ بنابراین، پرتفوی ردیاب تمام بخش‌ها را پوشش می‌دهد و سهم‌های با سرمایه کوچک، بزرگ و متوسط را دربرمی‌گیرد.

به‌منظور تجزیه‌وتحلیل پایداری پرتفوی ردیاب در دوره تخمین در برابر تغییرات در داده‌های تخمین، برای هر دوره زمانی، با استفاده از ۷۵ درصد داده‌ها از دوره تخمین نمونه‌های تصادفی ایجاد می‌شود؛ سپس با استفاده از این نمونه‌ها، وزن‌های پرتفوی ردیاب برآورد و با استفاده از داده‌ها در دوره سرمایه‌گذاری، پرتفوهای ردیاب برآوردشده ارزیابی می‌شود [۲۴].

برآورد وزن‌های پرتفوی ردیاب با استفاده از روش بهینه‌سازی صورت می‌گیرد. با استفاده از حداقل‌سازی معیارهای سنتی کیفیت ردیابی (MAD، MSE و TEV) پایداری پرتفوی ردیاب در دوره تخمین، آزمون می‌شود. به‌علاوه برآورد از طریق حداقل‌سازی معیارهای قوی MAXD و CVAR نیز بررسی شده است. برای روش CVAR لازم است تا مقدار پارامتر α از قبل انتخاب شود. بدین منظور دو مقدار برای این پارامتر در نظر گرفته می‌شود (α=۰/۹۵ و α=۰/۵). از پارامتر α=۰/۹۵، به‌منظور کنترل ۵ درصد از بزرگ‌ترین انحرافات از شاخص کل، استفاده می‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر این روش با استفاده از این پارامتر در هدف، فقط به انحرافات بزرگ از شاخص توجه می‌کند. از پارامتر α=۰/۵، به‌منظور کنترل ۵۰ درصد از انحرافات بزرگ از شاخص کل، استفاده می‌شود که نوعی توازن بین برآورد و قدرتمندی فراهم می‌آورد. به‌طور قراردادی روشی که از پارامتر α=۰/۹۵ استفاده می‌کند، CVAR و روشی که از پارامتر α=۰/۵ استفاده می‌کند، CVAR2 نامیده می‌شود.

٤. تحلیل داده‌ها و یافته ها

ابتدا نتایج برای دوره تخمین بررسی و تحلیل می‌شود. میانه‌ها و مقادیر IQRها برای تمامی پرتفوی‌های ردیاب تصادفی در هر اندازه‌ای، برای هر دوره تخمین و برای هر روش محاسبه بازدهی پرتفوی‌ها که در هدف مسئله بهینه‌سازی استفاده می‌شوند، محاسبه می‌شود. مقایسه میانه‌های کیفیت ردیابی شش روش برآوردی نشان می‌دهد که در طول دوره تخمین روش CPI2 پرتفوهایی ایجاد می‌کند که شاخص را بسیار بهتر از تمام روش‌های دیگر ردیابی می‌کنند (با توجه به مقادیر کمتر RMSE). این موضوع درباره تمام پرتفوهای ردیاب در هراندازه‌ای و در تمامی دوره‌ها صدق می‌کند. نتایج روش‌های CPI1 و CR بسیار شبیه هم هستند. این موضوع

www.SID.ir

Archive of SID

این گونه قابل‌توجیه است که هر دو روش تعداد دارایی‌هایی که در پرتفوهای ردیاب قرار می‌گیرند را در ابتدای دوره تخمین برآورد می‌کنند. با این حال، این شباهت در دوره ۵ کاهش می‌یابد؛ همچنین به‌منظور نشان‌دادن نزدیکی مقادیر شاخص به مقادیر پرتفوهای ردیاب، معیارهای درصدی RTQ برای پرتفوهای ردیاب در دوره تخمین محاسبه شده است. هر دو روش CPI1 و CR پرتفوهای ردیابی ایجاد می‌کنند که مقادیر شاخص را در دوره تخمین بسیار نزدیک برآورد می‌کنند. کیفیت ردیابی این دو روش تقریباً ۱۰ برابر روش‌های دیگر است. کیفیت ردیابی بالای این روش‌ها به این موضوع بستگی دارد که آن‌ها از معیارهای کیفیت ردیابی استفاده می‌کنند که بر مبنای بازدهی‌های مرکب است و بنابراین شامل اطلاعاتی درباره تغییرات متوالی در قیمت دارایی‌ها هستند. روش‌های دیگر حاوی چنین اطلاعاتی نیستند.

با مقایسه کیفیت ردیابی بیان‌شده به‌صورت RTQ و MSE می‌توان نتیجه گرفت آن‌طور که معیار RTQ نشان می‌دهد، روش‌های CPI1 و CR مقادیر شاخص را بهتر از روش‌های دیگر برآورد می‌کنند؛ اما این روش‌ها با توجه به معیار MSE بهترین روش نبوده و این دو معیار معادل یکدیگر نیستند.

در ادامه کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری بررسی و تحلیل می‌شود. در این راستا نخست با استفاده از معیار RTQ میانه‌ها و IQRها کیفیت ردیابی بررسی خواهد شد. طبق نتایج، روش‌های CPI1 و CR آن‌طور که در دوره تخمین مشابه بودند، شبیه یکدیگر نیستند و می‌تواند به این دلیل باشد که وزن‌های پرتفوی ردیاب تحت روش CR با استفاده از قیمت سهم‌ها و مقدار شاخص در ابتدای دوره سرمایه‌گذاری به تعداد تبدیل می‌شوند؛ از سوی دیگر، تعداد برای پرتفوهای ردیاب در روش CPI1 بدون تغییر باقی می‌ماند؛ درنتیجه کیفیت‌های ردیابی برای روش CR در بسیاری از حالت‌ها از کیفیت‌های ردیابی برای روش CPI1 بدتر می‌شوند. با توجه به آنچه گفته شد و به‌منظور تجزیه‌وتحلیل تأثیر روش برآورد بر کیفیت ردیابی، بهترین روش‌ها با توجه به میانه RTQها، انتخاب می‌شود که نتایج در جدول ۴، ارائه شده است.

جدول ۴. بهترین روش‌ها با توجه به میانه RTQ

اندازه	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳	دوره ۴	دوره ۵
۱۰	CPI2	CE	CPI2	CE	CE
۲۰	CPI2	CE	CE	CE	CE
۳۰	CPI2	CE	CE	CE	CE

با توجه به جدول ، دو تا از روش‌ها، پرتفوهای ردیابی ایجاد می‌کنند که به‌طور متوسط، کیفیت ردیابی آن‌ها از سایر روش‌ها در بسیاری از حالت‌ها بهتر است. این روش‌ها CPI2 و CE هستند که با استفاده از تعداد ثابت ساختار پرتفوی را مدل‌سازی می‌کنند. روش SA که در مبانی

www.SID.ir

Archive of SID

نظری این حوزه بیشترین کاربرد را دارد و با استفاده از وزن‌های ثابت ساختار پرتفوی را مدل‌سازی می‌کند، نتایج بدتری از این روش‌ها به بار می‌آورد؛ بنابراین استفاده از تعداد ثابت دارایی‌ها می‌تواند کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری را در مقایسه با وزن‌های ثابت بهبود بخشد. در ادامه معیار کیفیت ردیابی RMSE در دوره سرمایه‌گذاری محاسبه شده است و بر اساس نتایج آن، بهترین روش‌ها با توجه به میانه‌ها در جدول ۵، گزارش شده‌اند.

جدول ۵. بهترین روش‌ها با توجه به میانه RMSE

اندازه	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳	دوره ۴	دوره ۵
۱۰	CPI2	SA	CE	CE	CE
۲۰	CPI2	CE	CPI2	CE	CE
۳۰	SA	CPI2	CE	CE	CE

در این بخش نیز دوباره روش‌های CE و CPI2 در بیشتر حالت‌ها بهترین هستند؛ بنابراین مدل‌سازی ساختار پرتفوی با استفاده از تعداد دارایی‌ها نیز کیفیت ردیابی را زمانی که از طریق RMSE اندازه‌گیری می‌شود نیز بهبود می‌بخشد. در ادامه این فرضیه با استفاده از آزمون ویلکاکسون مجدداً آزمون می‌شود.

آزمون ویلکاکسون در طول دوره سرمایه‌گذاری. به‌منظور تعیین معناداری یافته‌های پژوهش از آزمون ویلکاکسون در سطح معناداری α=۰/۵ استفاده می‌شود. برای مثال، برای دوره ۱ و پرتفوی ردیاب با اندازه ۳۰ با استفاده از معیار RTQ نتایج به‌صورت جدول ۶، است.

جدول ۶. خلاصه آزمون ویلکاکسون برای دوره ۱ و پرتفوی ردیاب با اندازه ۳۰

	SA	CB	CE	CR	CPI1	CPI2
SA	-	N	N	Y	Y	Y
CB	Y	-	N	Y	Y	N
CE	Y	N	-	Y	Y	Y
CR	Y	N	N	-	Y	N
CPI1	N	N	N	Y	-	N
CPI2	N	N	N	N	Y	-

در اینجا بهترین روش‌ها CB و CE هستند؛ زیرا سطرهای این روش‌ها نسبت به سطرهای روش‌های دیگر مقادیر Y بیشتری دارند. چنین جدول‌هایی برای دوره‌ها و دیگر اندازه‌های پرتفوهای ردیاب تشکیل داده شد و بهترین روش‌ها برای هر اندازه‌ای از پرتفوی و هر دوره به شرح جدول ۷، به‌دست آمد.

www.SID.ir

Archive of SID

جدول ۷. بهترین روش‌ها در سطح معناداری ۰/۰۵ (RTQ)

اندازه	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳	دوره ۴	دوره ۵
۱۰	CPI2	CE	CPI2	CE	CE
۲۰	CPI2	CE	CE, CPI2	CE	CE
۳۰	CPI2	CE	CE	CE	CE

با توجه به نتایج جدول ۷، می‌توان نتیجه گرفت که روش‌های CPI2 و CE در برآورد بازدهی‌ها نسبت به سایر روش‌ها در بیشتر حالت‌ها برتری دارند. حال محاسبات مشابه برای معیار RMSE انجام می‌شود که نتایج آن در جدول ۸، ارائه شده است.

جدول ۸. بهترین روش‌ها، در سطح معنی‌داری۰/۰۵ (RMSE)

اندازه	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳	دوره ۴	دوره ۵
۱۰	CPI2, SA	SA	CE	CE	CE
۲۰	CPI2, SA	CPI2,SA	CE	CE	CE
۳۰	CPI2, SA	CPI2	CE	CE	CE

بار دیگر مشاهده می‌شود که بازدهی‌های برآوردی روش‌های CPI2 و CE به‌طور متوسط در بیشتر حالت‌ها نسبت به سایر روش‌ها کیفیت ردیابی بهتری را ایجاد می‌کنند؛ بنابراین نخست می‌توان چنین استنباط کرد که مدل‌سازی ساختار پرتفوی با استفاده از تعداد ثابت دارایی‌ها نسبت به استفاده از وزن‌های ثابت برتری دارد. در میان روش‌های آزمون‌شده، دو روش از بهترین‌های آن‌ها بر مبنای تعداد ثابت هستند. مورد نخست، CPI2 است که توسط مید و سالکین (۱۹۸۹)نیز پیشنهاد شده است [۱۵]. دومین روش CE است که توسط مونتفورت و همکاران (۲۰۰۸) پیشنهاد شده است [۱۶]. معناداری این یافته با آزمون ویلکاکسون پشتیبانی می‌شود. دومین نتیجه‌ای که می‌توان گرفت این است که نزدیکی مقادیر پرتفوی ردیاب به مقادیر شاخص در دوره تخمین تضمینی برای همین درجه از نزدیکی در دوره سرمایه‌گذاری نیست. این موضوع این‌طور حمایت می‌شود که بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از روش‌های CR و CPI2 پرتفوهای ردیابی را ایجاد می‌کند که در دوره تخمین از لحاظ معیار RTQ بسیار نزدیک به شاخص هستند؛ اما کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری در این سطح باقی نمی‌ماند.

نتایج تجربی ثبات حداقل‌سازی معیارهای سنتی. در این بخش ابتدا به تجزیه‌وتحلیل و مقایسه بین کیفیت ردیابی مطلق در دوره تخمین و در دوره سرمایه‌گذاری پرداخته می‌شود. به این معنا که اختلاف در سطح کیفیت ردیابی موردآزمون قرار می‌گیرد. بدین منظور میانه‌ها و

www.SID.ir

Archive of SID

IQRهای مقادیر مطلق کیفیت‌های ردیابی در دوره‌های تخمین و سرمایه‌گذاری در جدول ۹، ارائه شده است.

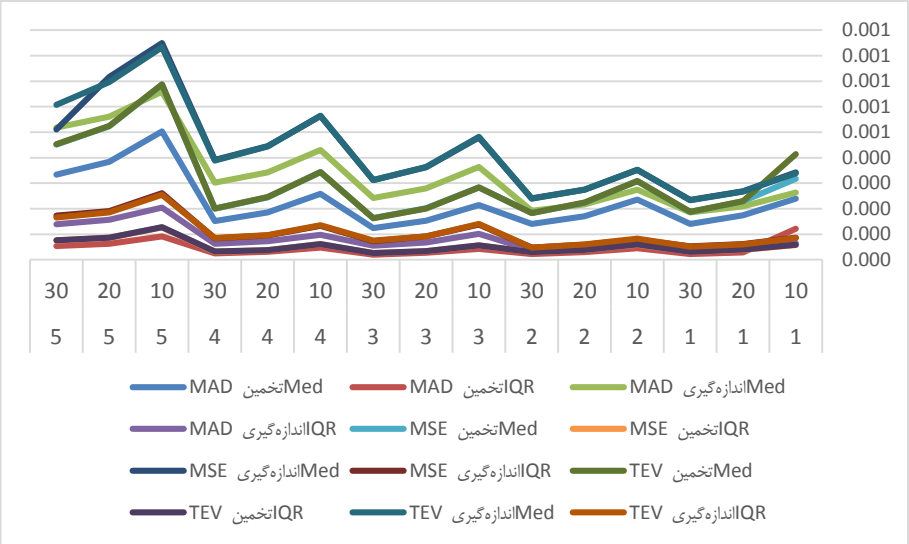
جدول ۹. مقایسه سطوح کیفیت ردیابی در طول دوره‌های زمانی مختلف

اندازه	MAD				MSE				TEV			
	تخمین		اندازه‌گیری		تخمین		اندازه‌گیری		تخمین		اندازه‌گیری	
	Med	IQR	Med	IQR	Med	IQR	Med	IQR	Med	IQR	Med	IQR
۱۰	۰/۲۴۰	۰/۱۲۱	۰/۲۶۳	۰/۰۶۵	۰/۳۱۷	۰/۰۵۸	۰/۳۴۲	۰/۰۸۷	۰/۴۱۴	۰/۰۵۹	۰/۳۳۹	۰/۰۸۵
۲۰	۰/۱۷۴	۰/۰۲۹	۰/۲۱۰	۰/۰۴۶	۰/۲۳۰	۰/۰۳۹	۰/۲۶۹	۰/۰۶۱	۰/۲۳۰	۰/۰۴۰	۰/۲۶۷	۰/۰۶۰
۳۰	۰/۱۴۱	۰/۰۲۳	۰/۱۸۶	۰/۰۴۱	۰/۱۸۷	۰/۰۳۱	۰/۲۳۵	۰/۰۵۲	۰/۱۸۸	۰/۰۳۱	۰/۲۳۳	۰/۰۵۱
۱۰	۰/۲۳۶	۰/۰۴۵	۰/۲۷۵	۰/۰۶۳	۰/۳۰۹	۰/۰۵۹	۰/۳۵۲	۰/۰۷۹	۰/۳۰۹	۰/۰۶۰	۰/۳۵۳	۰/۰۸۳
۲۰	۰/۱۷۱	۰/۰۳۰	۰/۲۱۷	۰/۰۴۷	۰/۲۲۳	۰/۰۳۹	۰/۲۷۵	۰/۰۵۹	۰/۲۲۴	۰/۰۳۹	۰/۲۷۵	۰/۰۶۰
۳۰	۰/۱۴۰	۰/۰۲۳	۰/۱۹۲	۰/۰۳۸	۰/۱۸۳	۰/۰۳۰	۰/۲۴۱	۰/۰۴۷	۰/۱۸۳	۰/۰۳۰	۰/۲۴۰	۰/۰۴۷
۱۰	۰/۲۱۵	۰/۰۴۲	۰/۳۶۴	۰/۱۰۱	۰/۲۸۳	۰/۰۵۶	۰/۴۷۹	۰/۱۳۸	۰/۲۸۳	۰/۰۵۶	۰/۴۸۲	۰/۱۴۱
۲۰	۰/۱۵۳	۰/۰۲۷	۰/۲۸۰	۰/۰۶۸	۰/۲۰۲	۰/۰۳۴	۰/۳۶۳	۰/۰۹۱	۰/۲۰۱	۰/۰۳۴	۰/۳۶۴	۰/۰۹۲
۳۰	۰/۱۲۴	۰/۰۲۰	۰/۲۴۲	۰/۰۵۵	۰/۱۶۳	۰/۰۲۶	۰/۳۱۲	۰/۰۷۳	۰/۱۶۳	۰/۰۲۶	۰/۳۱۳	۰/۰۷۵
۱۰	۰/۲۵۹	۰/۰۴۷	۰/۴۳۱	۰/۰۹۸	۰/۳۴۴	۰/۰۶۱	۰/۵۶۴	۰/۱۳۳	۰/۳۴۴	۰/۰۶۱	۰/۵۶۵	۰/۱۳۵
۲۰	۰/۱۸۵	۰/۰۳۱	۰/۳۴۲	۰/۰۷۳	۰/۲۴۵	۰/۰۳۸	۰/۴۴۵	۰/۰۹۵	۰/۲۴۶	۰/۰۳۸	۰/۴۴۴	۰/۰۹۷
۳۰	۰/۱۵۲	۰/۰۲۵	۰/۳۰۲	۰/۰۶۳	۰/۲۰۱	۰/۰۳۱	۰/۳۹۱	۰/۰۸۴	۰/۲۰۱	۰/۰۳۲	۰/۳۸۹	۰/۰۸۵
۱۰	۰/۵۰۳	۰/۰۹۱	۰/۶۵۹	۰/۲۰۵	۰/۶۸۷	۰/۱۲۷	۰/۸۵۰	۰/۲۶۱	۰/۶۸۸	۰/۱۲۸	۰/۸۳۳	۰/۲۵۵
۲۰	۰/۳۸۴	۰/۰۶۲	۰/۵۶۱	۰/۱۵۷	۰/۵۲۳	۰/۰۸۷	۰/۷۱۷	۰/۱۹۱	۰/۵۲۵	۰/۰۸۷	۰/۶۹۶	۰/۱۸۵
۳۰	۰/۳۳۴	۰/۰۵۴	۰/۵۱۸	۰/۱۳۹	۰/۴۵۲	۰/۰۷۵	۰/۵۱۱	۰/۱۷۳	۰/۴۵۳	۰/۰۷۶	۰/۶۰۸	۰/۱۶۵

میانه‌ها و IQR برای تمامی پرتفوهای ردیاب تصادفی در هراندازه‌ای، برای هر دوره و برای هر معیار کیفیت ردیابی استفاده‌شده به‌عنوان یک هدف در مسئله بهینه‌سازی گزارش می‌شوند. جدول ، نشان می‌دهد که هر چه اندازه پرتفوی ردیاب افزایش یابد، کیفیت ردیابی بهبود می‌یابد. این برای دوره تخمین و دوره سرمایه‌گذاری، در تمام حالت‌های بازار و برای تمام معیارهای کیفیت ردیابی صدق می‌کند که در نمودار ۱، نشان داده شده است.

www.SID.ir

Archive of SID



نمودار ۱. نمایش کاهش خطا با افزایش تعداد نمونه از ۱۰ به ۲۰ و ۳۰

به‌منظور مقایسه کیفیت‌های ردیابی در دوره تخمین با کیفیت‌های ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری، نسبت مقدار معیار کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری به مقدار آن در دوره تخمین، برای هر پرتفوی ردیاب محاسبه می‌شود؛ سپس میانه‌ها، حداقل و حداکثر مقادیر کیفیت‌های ردیابی برای هر نمونه از تمام پرتفوهای ایجادشده محاسبه می‌شود. مقدار کمتر از یک نشان می‌دهد که کیفیت ردیابی در دوره تخمین در مقایسه با دوره سرمایه‌گذاری کمتر برآورد شده است؛ درحالی‌که مقدار بیشتر از یک، برآورد بیش‌ازاندازه کیفیت ردیابی در دوره تخمین را نشان می‌دهد.

نتایج نخستین بخش تجزیه‌وتحلیل بر این دلالت دارد که ممکن است با افزایش اندازه پرتفوی ردیاب کیفیت ردیابی در دوره تخمین و دوره سرمایه‌گذاری بهبود یابد. بااین‌حال هم‌زمان اختلاف بین کیفیت ردیابی در دوره تخمین و کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری نیز افزایش می‌یابد؛ بنابراین ثبات مطلق کیفیت ردیابی نزول می‌یابد. این امر نشان می‌دهد اثر بیش‌برازشی در افزایش کیفیت ردیابی در دوره تخمین ناشی از اندازه بزرگ‌تر پرتفوی وجود دارد که به‌تناسب در دوره سرمایه‌گذاری اعمال نمی‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر پرتفوهای ردیاب که از حداقل‌سازی معیارهای سنتی کیفیت ردیابی استفاده می‌کنند، فاقد ثبات مطلق در کیفیت ردیابی هستند.

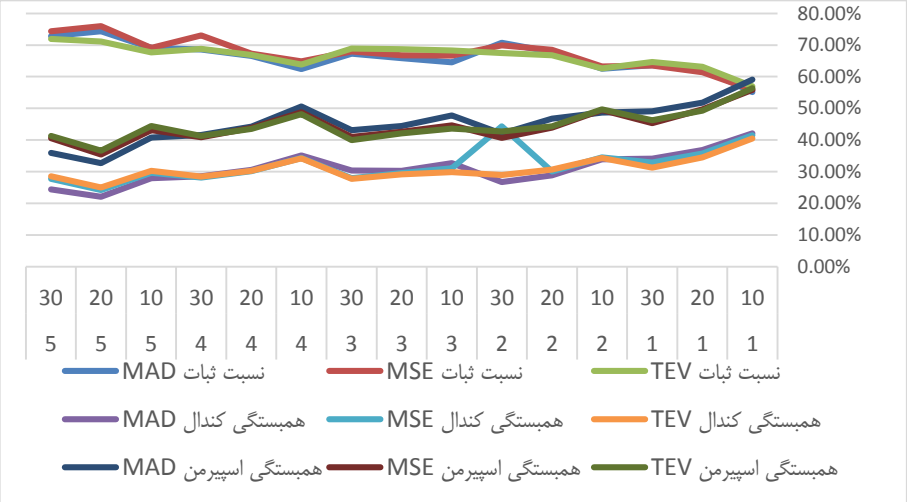
ثبات نسبی معیارهای سنتی. در این به بخش تجزیه‌وتحلیل و مقایسه موقعیت‌های نسبی پرتفوهای ردیاب در دو دوره زمانی به‌صورت رتبه‌بندی‌شده توسط کیفیت آن‌ها پرداخته می‌شود تا

www.SID.ir

Archive of SID

مشخص شود که اگر یک پرتفوی ردیاب یکی از بهترین‌ها در دوره تخمین باشد، آیا آن پرتفوی در دوره سرمایه‌گذاری نیز یکی از بهترین‌ها خواهد بود؟ بنابراین در این بخش برای هر معیار اندازه پرتفوی ردیاب و دوره زمانی، تمام پرتفوهای ردیاب با توجه به کیفیت ردیابی‌شان در دوره تخمین و دوباره با توجه به کیفیت ردیابی‌شان در دوره سرمایه‌گذاری، رتبه‌بندی می‌شود.

به‌منظور تجزیه‌وتحلیل ثبات نسبی دیگر معیارهای کیفیت ردیابی و دیگر اندازه‌های پرتفوی ردیاب، نسبت ثبات و ضرایب همبستگی رتبه‌ای کندال و اسپیرمن محاسبه می‌شوند. هرچه نسبت ثبات کوچک‌تر باشد، قدرت پیش‌بینی‌کنندگی معیار کیفیت ردیابی بهتر است. اگر نسبت ثبات نزدیک به ۱۰۰ درصد باشد، تقریباً یک حالت کاملاً تصادفی را نشان می‌دهد که در آن موقعیت‌های نسبی پرتفوهای ردیاب در دوره تخمین به موقعیت‌های نسبی آن‌ها در دوره سرمایه‌گذاری هیچ ربطی ندارد. مقادیر ضرایب همبستگی رتبه‌ای کندال و اسپیرمن در فاصله [٪۱۰۰، ٪۱۰۰-] قرار می‌گیرند. اینجا، یک مقدار صفر برابر با یک حالت تصادفی است. در ادامه، این فرض که مقادیر ضرایب همبستگی کندال و اسپیرمن مخالف صفر هستند، آزمون شده است.



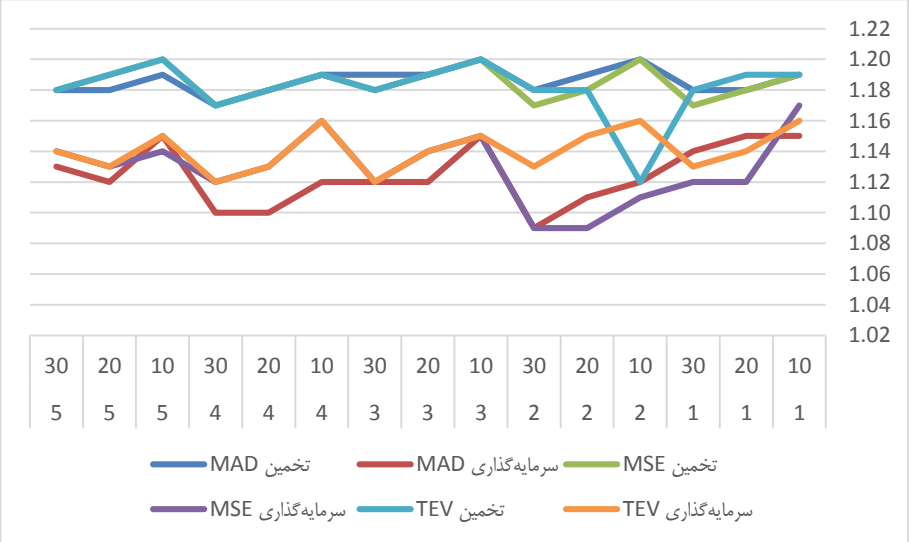
نمودار ۱. نسبت ثبات و ضرایب همبستگی برای معیارهای سنتی

نسبت‌های ثبات در نمودار ۲، نشان می‌دهند این امکان وجود دارد که از کیفیت ردیابی در دوره تخمین، کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری را پیش‌بینی کرد؛ زیرا مقادیر کمتر از ۱۰۰ درصد هستند. بااین‌حال تمام مقادیر برای نسبت‌های ثبات بزرگ‌تر از ۵۰ درصد هستند. بهترین پیش‌بینی از موقعیت‌های نسبی پرتفوی‌های ردیاب می‌تواند در دوره نسبتاً ملایم ۱ صورت گیرد. نتایج همچنین بر این اشاره دارند که اندازه پرتفوی ردیاب بر قابلیت پیش‌بینی اثر می‌گذارد.

www.SID.ir

Archive of SID

هرچه اندازه پرتفوهای ردیاب کاهش یابد، قابلیت پیش‌بینی افزایش می‌یابد. این امر این‌گونه قابل‌تبیین است که با افزایش اندازه پرتفوی ردیاب، کیفیت ردیابی بهبود می‌یابد و بدین ترتیب درصورتی‌که فقط از معیار کیفیت ردیابی در دوره تخمین استفاده شود، تشخیص پرتفوها از یکدیگر دشوار می‌شود. این یافته‌ها به‌طور معناداری متفاوت از صفر بوده و توسط ضرایب همبستگی کندال و اسپیرمن تأیید می‌شوند. به‌منظور مشاهده اینکه آیا با انتخاب صفر درصد برتر پرتفوهای ردیاب نسبت به انتخاب میانگین از بین تمام پرتفوهای ردیاب کیفیت ردیابی بهبود می‌یابد یا خیر، نسبت‌های میانه کیفیت ردیابی برای تمام پرتفوها به میانه ۱۰ درصد برتر پرتفوها، در دوره تخمین و در دوره سرمایه‌گذاری محاسبه می‌شود. این نسبت‌ها در نمودار زیر ارایه شده است.



نمودار ۲. نسبت‌های کیفیت ردیابی (۱۰ درصد برتر)

به‌طورکلی متوسط کیفیت ردیابی مطلق ۱۰ درصد برتر پرتفوها از متوسط تمام پرتفوهای ایجادشده بهتر است. این موضوع با مقادیر نسبت‌ها نشان داده می‌شود که تمام آن‌ها از یک بزرگ‌تر هستند. در دوره تخمین، اختلاف میان تمام پرتفوها و ۱۰ درصد برتر از دوره سرمایه‌گذاری بزرگ‌تر است. به‌علاوه این بهبود در دوره سرمایه‌گذاری برای پرتفوهای کوچک‌تر در طول دوره تخمین بزرگ‌تر است؛ بنابراین کیفیت ردیابی به‌طور متوسط از طریق انتخاب پرتفوهایی با کیفیت ردیابی بهتر در دوره تخمین قابل‌بهبود در دوره سرمایه‌گذاری است. این امر برای تمام دوره‌ها، تمام معیارها و تمام اندازه‌های پرتفوی صدق می‌کند.

www.SID.ir

Archive of SID

پایداری تخمین پرتفوی ردیاب. در این بخش، پایداری تخمین پرتفوی ردیاب (با استفاده از نمونه‌گیری بهینه‌شده) بررسی و تحلیلی می‌شود تا از مجموعه‌های مختلف تخمین استفاده شود. چنانچه ذکر شد در این قسمت دو نسخه از هر معیار استفاده می‌شود. در نسخه نخست، معیار کیفیت ردیابی بر مبنای خطای ردیابی و بدون جمله b است و در نسخه دوم، جمله b به همراه هدف مسئله بهینه‌سازی حداقل‌سازی می‌شود. نتایج تجربی برای تمام معیارها در جدول ۱۰، گزارش شده است.

جدول ۱: پایداری تخمین پرتفوی ردیاب

دوره	اندازه پرتفوی	تخمین (RMSE%)				سرمایه‌گذاری (RTQ%)			
		Med	IQR	Min	Max	Med	IQR	Min	Max
۱	TEV	۰/۰۶۹	۰/۰۰۵	۰/۰۶۰	۰/۰۷۹	۰/۳۷۱	۰/۰۶۰	۰/۲۰۸	۰/۷۶۸
	MSE	۰/۰۷۱	۰/۰۰۵	۰/۰۵۹	۰/۰۷۸	۰/۳۶۶	۰/۰۶۷	۰/۲۰۸	۰/۷۵۸
	MSE (b)	۰/۰۷۰	۰/۰۰۵	۰/۰۵۹	۰/۰۷۸	۰/۳۶۴	۰/۰۶۶	۰/۲۰۷	۰/۷۶۹
	MAD	۰/۰۷۹	۰/۰۰۷	۰/۰۷۹	۰/۰۹۷	۰/۴۴۸	۰/۱۳۷	۰/۲۰۰	۱/۱۱۵
	MAD (b)	۰/۰۷۹	۰/۰۰۷	۰/۰۷۹	۰/۰۹۷	۰/۴۵۸	۰/۱۴۳	۰/۱۹۹	۱/۱۱۵
	MAXD	۰/۰۸۱	۰/۰۰۶	۰/۰۷۳	۰/۰۹۷	۰/۵۱۲	۰/۲۰۷	۰/۲۴۱	۱/۴۱۷
	MAXDb	۰/۰۸۰	۰/۰۰۶	۰/۰۷۳	۰/۰۹۷	۰/۵۱۳	۰/۲۰۶	۰/۲۴۱	۱/۲۷۳
	C VAR	۰/۰۸۰	۰/۰۰۶	۰/۰۷۳	۰/۰۹۷	۰/۵۱۰	۰/۲۰۶	۰/۲۴۱	۱/۴۱۷
	CVAR(b)	۰/۰۸۰	۰/۰۰۶	۰/۰۷۳	۰/۰۹۷	۰/۵۱۳	۰/۲۰۶	۰/۲۴۱	۱/۲۷۳
	CVAR 2	۰/۰۷۴	۰/۰۰۶	۰/۰۶۹	۰/۰۹۳	۰/۴۳۲	۰/۰۹۸	۰/۱۹۴	۰/۹۵۷
	CVAR2b	۰/۰۷۴	۰/۰۰۶	۰/۰۶۹	۰/۰۹۳	۰/۴۱۱	۰/۰۹۷	۰/۱۹۳	۰/۹۵۶
۲	TEV	۰/۰۷۲	۰/۰۰۳	۰/۰۶۱	۰/۰۸۲	۰/۲۸۸	۱/۷۰	۰/۱۵۵	۰/۸۲۸
	MSE	۰/۰۷۲	۰/۰۰۳	۰/۰۶۱	۰/۰۸۲	۰/۲۹۲	۱/۷۴۱	۰/۱۵۴	۰/۸۴۹
	MSE (b)	۰/۰۷۲	۰/۰۰۳	۰/۰۶۱	۰/۰۸۱	۰/۲۹۹	۱/۱۸۱	۰/۱۵۴	۰/۹۰۱
	MAD	۰/۰۸۴	۰/۰۰۴	۰/۰۶۹	۰/۰۹۶	۰/۴۰۲	۰/۳۱۱	۰/۱۶۹	۱/۱۶۶
	MAD (b)	۰/۰۸۴	۰/۰۰۵	۰/۰۶۸	۰/۰۹۹	۰/۴۰۱	۰/۳۰۹	۰/۱۶۹	۱/۱۶۵
	MAXD	۰/۰۸۷	۰/۰۰۴	۰/۰۷۴	۰/۱۰۱	۰/۲۷۱	۰/۱۷۱	۰/۱۴۷	۱/۰۰۳
	MAXDb	۰/۰۸۸	۰/۰۰۵	۰/۰۷۵	۰/۰۹۹	۰/۲۷۳	۰/۱۷۲	۰/۱۴۶	۱/۰۰۱
	C VAR	۰/۰۸۷	۰/۰۰۵	۰/۰۷۴	۰/۰۹۹	۰/۲۷۱	۰/۱۷۱	۰/۱۴۷	۱/۰۰۳
	CVAR(b)	۰/۰۸۸	۰/۰۰۵	۰/۰۷۵	۰/۰۹۸	۰/۲۷۳	۰/۱۷۲	۰/۱۴۶	۱/۰۰۰
	CVAR 2	۰/۰۷۸	۰/۰۰۳	۰/۰۶۴	۰/۰۸۶	۰/۳۵۲	۰/۲۲۳	۰/۱۴۶	۱/۰۱۱
	CVAR2b	۰/۰۷۷	۰/۰۰۳	۰/۰۶۴	۰/۰۸۷	۰/۳۴۵	۰/۲۲۱	۰/۱۴۷	۱/۱۱۹
۳	TEV	۰/۰۶۵	۰/۰۰۴	۰/۰۵۷	۰/۰۷۶	۰/۴۹۴	۰/۳۳۲	۰/۲۴۷	۱/۹۲۰
	MSE	۰/۰۶۵	۰/۰۰۴	۰/۰۵۷	۰/۰۷۵	۰/۵۱۸	۰/۳۲۹	۰/۲۴۴	۱/۹۲۱
	MSE (b)	۰/۰۶۵	۰/۰۰۴	۰/۰۵۷	۰/۰۷۵	۰/۵۱۴	۰/۳۳۲	۰/۲۴۸	۱/۹۱۹
	MAD	۰/۰۷۹	۰/۰۰۵	۰/۰۶۱	۰/۰۹۱	۰/۵۳۸	۰/۴۴۷	۰/۲۵۹	۲/۰۵۱
	MAD (b)	۰/۰۷۹	۰/۰۰۶	۰/۰۶۱	۰/۰۹۱	۰/۵۲۶	۰/۴۴۷	۰/۲۶۰	۲/۰۵۲
	MAXD	۰/۰۸۱	۰/۰۰۵	۰/۰۶۵	۰/۰۹۰	۰/۴۸۲	/۴۶۰	۰/۲۰۱	۲/۱۴۹
	MAXDb	۰/۰۸۰	۰/۰۰۵	۰/۰۶۶	۰/۰۹۰	۰/۴۵۹	۰/۴۴۱	۰/۲۱۱	۲/۱۳۱

www.SID.ir

Archive of SID

دوره	اندازه پرتفوی	تخمین (RMSE%)				سرمایه‌گذاری (RTQ%)			
		Med	IQR	Min	Max	Med	IQR	Min	Max
۴	C VAR	۰/۰۸۱	۰/۰۰۵	۰/۰۶۵	۰/۰۹۰	۰/۴۸۲	۰/۴۶۱	۰/۲۰۱	۲/۱۴۷
	CVAR(b)	۰/۰۸۰	۰/۰۰۵	۰/۰۶۶	۰/۰۸۹	۰/۴۵۹	۰/۴۴۱	۰/۲۱۱	۲/۱۳۰
	CVAR 2	۰/۰۷۰	۰/۰۰۴	۰/۰۶۱	۰/۰۷۹	۰/۵۷۴	۰/۳۷۱	۰/۲۴۶	۱/۸۴۹
	CVAR2b	۰/۰۷۱	۰/۰۰۵	۰/۰۶۱	۰/۰۸۰	۰/۵۳۱	۰/۳۸۲	۰/۲۴۳	۱/۸۷۹
	TEV	۰/۰۷۹	۰/۰۰۷	۰/۰۷۰	۰/۰۸۹	۰/۷۳۹	۰/۳۲۱	۰/۲۴۶	۱/۹۱۸
	MSE	۰/۰۷۸	۰/۰۰۷	۰/۰۷۰	۰/۰۸۹	۰/۷۵۰	۰/۳۱۸	۰/۲۴۴	۱/۹۲۲
	MSE (b)	۰/۰۷۸	۰/۰۰۷	۰/۰۷۰	۰/۰۹۰	۰/۷۴۰	۰/۳۲۲	۰/۲۴۷	۱/۹۲۱
	MAD	۰/۰۹۰	۰/۰۰۸	۰/۰۷۷	۰/۱۰۱	۰/۸۴۱	۰/۴۳۱	۰/۲۶۳	۲/۰۴۲
	MAD (b)	۰/۰۹۰	۰/۰۰۸	۰/۰۷۷	۰/۱۰۰	۰/۸۴۸	۰/۴۲۹	۰/۲۰۰	۲/۰۵۱
	MAXD	۰/۰۹۵	۰/۰۰۹	۰/۰۸۰	۰/۱۰۵	۰/۷۲۹	۰/۴۳۲	۰/۱۹۲	۲/۲۰۷
	MAXDb	۰/۰۹۵	۰/۰۰۹	۰/۰۸۰	۰/۱۰۶	۰/۷۲۸	۰/۴۴۱	۰/۲۰۰	۲/۲۱۳
۵	C VAR	۰/۰۹۵	۰/۰۰۹	۰/۰۸۱	۰/۱۰۵	۰/۷۲۹	۰/۴۳۲	۰/۱۹۲	۲/۲۰۷
	CVAR(b)	۰/۰۹۵	۰/۰۰۸	۰/۰۸۰	۰/۱۰۶	۰/۸۲۸	۰/۴۴۰	۰/۲۴۵	۲/۲۱۳
	CVAR 2	۰/۰۸۴	۰/۰۰۷	۰/۰۷۷	۰/۰۹۴	۰/۸۳۷	۰/۳۵۶	۰/۲۴۳	۱/۸۵۳
	CVAR2b	۰/۰۸۵	۰/۰۰۷	۰/۰۷۷	۰/۰۹۴	۰/۸۴۷	۰/۳۵۹	۰/۱۹۹	۲/۰۶۳

به‌منظور تشریح نتایج، برای دوره ۲، روش MSE(b) انتخاب می‌شود. با استفاده از این روش، پرتفوی میانه از ۱۰۰۰ پرتفوی کیفیت ردیابی معادل ۰/۰۷۲ در دوره تخمین دارد. بهترین و بدترین پرتفوهای ردیاب به‌ترتیب کیفیت‌های ردیابی برابر با ۰/۰۶۱ و ۰/۰۸۱ دارند. IQR، اختلاف بین چارک سوم و چارک چهارم است که ۵۰۰ پرتفوی (۵۰ درصد از ۱۰۰۰) را پوشش می‌دهد و در این روش برابر با ۰/۰۰۳ است. این اعداد نشان می‌دهند با وجود اینکه داده‌ها برای دوره تخمین به‌طور تصادفی از همان دوره زمانی انتخاب شدند، کیفیت ردیابی حتی در دوره تخمین نیز فرق می‌کند. برای دوره سرمایه‌گذاری، نتایج در جدول ۲۰ نشان‌دهنده اختلاف بزرگ بین کیفیت‌های ردیابی بهترین و بدترین پرتفوها است. این رفتار مستقل از معیار سنتی انتخاب‌شده در مسئله بهینه‌سازی است.

به‌این‌ترتیب به‌طور تجربی نشان داده شد که تخمین پرتفوی ردیاب با استفاده از روش‌های سنتی نمونه‌گیری فعلی در برابر تغییرات کوچک در مجموعه داده‌های استفاده‌شده برای تخمین پایدار نیستند؛ همچنین مشخص شد که تغییرات جزئی در داده‌های دوره تخمین به ایجاد پرتفوهای ردیاب مختلف و درنتیجه به سطوح مختلفی از کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری منجر می‌شود. درنهایت معیار ردیابی محقق بر کاستی‌های معیارهای سنتی غلبه می‌کند.

www.SID.ir

Archive of SID

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش تلاش شد تا با بررسی نتایج ارائه‌شده در پرتفوهای ردیاب، باثبات‌ترین معیارها برای کمینه‌کردن خطای ردیابی شناسایی شود که این موضوع تشکیل پرتفوی ردیاب را بهبود می‌دهد. برای حل مسئله ردیابی شاخص روش‌های متنوعی وجود دارد؛ در این راستا هدف این پژوهش در گام نخست، شناخت و مقایسه معیارهای ردیابی شاخص و بیان مزایا و معایب به‌کارگیری هر یک از آن‌ها است. ضعف بیشتر معیارهای سنتی کیفیت ردیابی (MAD، MSE، TEV) این است که خودهمبستگی سریالی[1]منفی در خطای ردیابی را در نظر نمی‌گیرد و درصورت استفاده از داده‌های تکرارشونده به بالاارییبی[2]منجر می‌شود. خودهمبستگی سریالی منفی در خطای ردیابی از این حقیقت تجربی پیروی می‌کند که بازدهی‌های دارایی خودهمبستگی سریالی دارند [۵، ۲۴].

مقایسه میانه‌های کیفیت ردیابی شش روش برآوردی نشان داد که در طول دوره تخمین روش CPI2 پرتفوهایی ایجاد می‌کند که شاخص را بسیار بهتر از تمام روش‌های دیگر ردیابی می‌کنند (با توجه به مقادیر کمتر RMSE). دو روش CPI1 و CR پرتفوهای ردیابی ایجاد می‌کنند که مقادیر شاخص را در دوره تخمین بسیار نزدیک برآورد می‌کنند. کیفیت ردیابی این دو روش تقریباً ۱۰ برابر روش‌های دیگر است. کیفیت ردیابی بالای این روش‌ها به این موضوع بستگی دارد که آن‌ها از معیارهای کیفیت ردیابی استفاده می‌کنند که بر مبنای بازدهی‌های مرکب بوده و بنابراین شامل اطلاعاتی درباره تغییرات متوالی در قیمت دارایی‌ها هستند. روش‌های دیگر حاوی چنین اطلاعاتی نیستند. با مقایسه کیفیت ردیابی بیان‌شده به‌صورت RTQ و MSE مشاهده شد آن‌طور که معیار RTQ نشان می‌دهد روش‌های CPI2، CPI1 و CR مقادیر شاخص را بهتر از روش‌های دیگر برآورد می‌کنند؛ هرچند این سه معیار معادل یکدیگر نسیتند. در ادامه، کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری بررسی و تحلیل شد. نتایج نشان داد این روش آن‌چنان که در دوره تخمین مشابه بودند، شبیه یکدیگر نیستند. دلیل این امر می‌تواند این باشد که وزن‌های پرتفوی ردیاب تحت روش CR با استفاده از قیمت سهم‌ها و مقدار شاخص در ابتدای دوره سرمایه‌گذاری به تعداد تبدیل می‌شوند. از سوی دیگر تعداد برای پرتفوهای ردیاب در روش CPI1 و CPI2 بدون تغییر باقی می‌ماند؛ درنتیجه کیفیت‌های ردیابی برای روش CR در بسیاری از حالت‌ها از کیفیت‌های ردیابی برای روش CPI1 و CPI2 بدتر می‌شوند. به‌منظور تعیین معناداری یافته‌های پژوهش از آزمون ویلکاکسون در سطح معناداری α=۰/۵ استفاده شد. مجدداً مشاهده شد که بازدهی‌های برآوردی روش‌های CPI2 و CE

1 Serial autocorrelation
2 Upward bias

www.SID.ir

Archive of SID

به‌طور متوسط در بیشتر حالت‌ها نسبت به سایر روش‌ها کیفیت ردیابی بهتری را ایجاد می‌کنند؛ بنابراین می‌توان چنین استنباط کرد که مدل‌سازی ساختار پرتفوی با استفاده از تعداد ثابت دارایی‌ها نسبت به استفاده از وزن‌های ثابت برتری دارد. در میان روش‌های آزمون‌شده، دو روش از بهترین‌های آن‌ها بر مبنای تعداد ثابت هستند. نخستین مورد CPI2 است که توسط مید و سالکین (۱۹۸۹) پیشنهاد شده است. دومین روش CE است که توسط مونتفورت و همکاران (۲۰۰۸) پیشنهاد شده است. معناداری این یافته‌ها با آزمون ویلکاکسون پشتیبانی شد. دومین نتیجه‌ای که می‌توان گرفت این است که نزدیکی مقادیر پرتفوی ردیاب به مقادیر شاخص در دوره تخمین تضمینی برای همین درجه از نزدیکی در دوره سرمایه‌گذاری نیست. این موضوع این‌طور حمایت می‌شود که بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از روش‌های CPI2 و CE پرتفوهای ردیابی را ایجاد می‌کند که در دوره تخمین ازلحاظ معیار RTQ بسیار نزدیک به شاخص هستند.

نتایج تجزیه‌وتحلیل تجربی ثبات مطلق و نسبی کیفیت ردیابی روش‌های مختلف نمونه‌گیری بهینه‌شده بر این دلالت داشتند که ممکن است با افزایش اندازه پرتفوی ردیاب، کیفیت ردیابی در دوره تخمین و دوره سرمایه‌گذاری بهبود یابد. بااین‌حال هم‌زمان اختلاف بین کیفیت ردیابی در دوره تخمین و کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری نیز افزایش می‌یابد؛ بنابراین ثبات مطلق کیفیت ردیابی نزول می‌یابد. ازاین‌رو می‌توان نتیجه گرفت که اثر بیش‌برازشی وجود دارد؛ به‌عبارت‌دیگر با افزایش کیفیت ردیابی در دوره تخمین که ناشی از اندازه بزرگتر پرتفوی است، به‌تناسب در دوره سرمایه‌گذاری اعمال نمی‌شود. به‌طورکلی پرتفوهای ردیاب که از طریق حداقل‌سازی معیارهای سنتی کیفیت ردیابی برآورد می‌شوند، فاقد ثبات مطلق در کیفیت ردیابی هستند. در ادامه مشخص شد که نسبت‌های ثبات نشان می‌دهند این امکان وجود دارد که از کیفیت ردیابی در دوره تخمین، کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری را پیش‌بینی کرد. نتایج همچنین نشان دادند که اندازه پرتفوی ردیاب بر قابلیت پیش‌بینی اثر می‌گذارد. هرچه اندازه پرتفوهای ردیاب کاهش یابد، قابلیت پیش‌بینی افزایش می‌یابد. این امر این‌گونه قابل‌تبیین است که با افزایش اندازه پرتفوی ردیاب کیفیت ردیابی بهبود می‌یابد و بدین ترتیب در صورتی که فقط از معیار کیفیت ردیابی در دوره تخمین استفاده شود، تشخیص پرتفوها از یکدیگر دشوار می‌شود. به‌طورکلی کیفیت ردیابی به‌طور متوسط از طریق انتخاب پرتفوهایی باکیفیت ردیابی بهتر در دوره تخمین قابل‌بهبود در دوره سرمایه‌گذاری است. این امر برای تمام دوره‌ها، تمام معیارها و تمام اندازه‌های پرتفوی صدق می‌کند. درنهایت پایداری تخمین پرتفوی ردیاب در برابر تغییرات جزئی در داده‌های دوره تخمین آزمون شد. در انتها پایداری تخمین پرتفوی ردیاب (با استفاده از نمونه‌گیری بهینه‌شده) بررسی و تحلیل شد تا از مجموعه‌های مختلف تخمین استفاده شود. نتایج تجربی برای تمام معیارها نشان داد که تخمین پرتفوی ردیاب

www.SID.ir

Archive of SID

با استفاده از روش‌های نمونه‌گیری فعلی، در صورت استفاده از معیارهای سنتی خطای ردیابی، در برابر تغییرات کوچک در مجموعه داده‌های استفاده‌شده برای تخمین پایدار نیستند. یافته‌ها نشان داد که تغییرات جزئی در داده‌های دوره تخمین به ایجاد پرتفوهای ردیاب مختلف و درنتیجه به سطوح مختلفی از کیفیت ردیابی در دوره سرمایه‌گذاری منجر می‌شود و درنهایت معیار RTQ نسبت به معیارهای سنتی پایدارتر است.

درکل چنین جمع‌بندی می‌شود که معیار RTQ با روش CPI2، نسبت به معیارهای سنتی، در تمام روش‌ها پایداری بالاتری از لحاظ ثبات نسبی دارد؛ اما در ارتباط با ثبات مطلق دارای عملکرد مشابه با معیارهای سنتی است. این امر برای تمام دوره‌ها، تمام معیارها و تمام اندازه‌های پرتفوی صدق می‌کند.

پیشنهادها و محدودیت‌ها. همان‌طور که گفته شد، کیفیت معیارهای ردیابی شاخص در بهبود عملکرد پرتفوی ردیاب و تعیین روش ردیابی مؤثر است؛ ازاین‌رو پیشنهاد می‌شود سایر روش‌هایی که در ایجاد پرتفوی ردیاب موردپژوهش قرار گرفته‌اند، بر اساس معیارهای جدید ردیابی شاخص، بازنگری شوند. در این پژوهش، هزینه‌های معاملاتی با اینکه در مدیریت سرمایه‌گذاری مؤثر هستند، نادیده گرفته شده‌اند که می‌تواند در پژوهش‌های آتی لحاظ شود.

ازجمله موانع و محدودیت‌هایی که انجام مراحل پژوهش را تحت تأثیر قرار داد، وجود محدودکننده‌های خودکار بازار بورس نظیر دامنه نوسان و گره معاملاتی که بر بازدهی شرکت‌ها اثرگذار است، توقف معاملاتی برخی از شرکت‌های بورسی طی دوره بررسی و نقدشوندگی (کشش) پایین سهام شرکت‌ها است.

www.SID.ir

Archive of SID

منابع

1. Aghasi, S., Aghasi, A., & Biglari, S. (2015). Selection of Investor's Equity Portfolio Based on the Correlation Analysis for Tehran Stock Exchange Companies. *The Journal of Financial Knowledge of Securities Analysis*, *(36)*, 119-131. (In Persian).
2. Bahrololoum, M., Fallahshams, F., Blue, GH. (2014). A robust linear programming model for index fund construction. *Industrial Management Studies, 13(39),* 91-114. (In Persian).
3. Bahrololoum, M., Tehrani, R., Hanifi, F. (1391). Design a heuristic algorithm for tracking portfolio of TSE. *The Journal Accounting and Auditing Research*, *(13)*, 20-43. (In Persian).
4. Bachelier, L. (1900). *Theory of speculation.* Gauthier-Villars.
5. Beasley, J.E, Meade, N. & Chang, T.J. (2003). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research*, 148, 621–643.
6. Bogle, J.C. (2001). John Bogle on investing: the first 50 years. McGraw-Hill.
7. Cowles 3rd, A. (1933). Can stock market forecasters forecast? *Econometrica: Journal of the Econometrics Society*, 1, 309-324.
8. Dornbusch, R., Fischer, S., & Samuelson, P.A. (1977). Comparative advantage, trade, and payments in Ricardian model with a continuum of goods. *The American Economic review*, *67(5)*, 823-839.
9. Fama, E. F. (1991). Efficient capital markets. *The journal of finance*, *46(5)*, 1575-1617.
10. Fallahpour, S., Tondnevis, F,. & Hashemi, S. (1394). Optimization of Indicator Tracker Portfolio Using the Sustainable Single Indicator Based on the Index of 50 Active Companies of Tehran Stock Exchange. *The Journal of Financial engineering and securities management*, *(24)*, 115-134. (In Persian).
11. Haniifi, Bahrololoum, Javadi (2009). Design and comparative analysis of heuristic algorithms for index investment in TSE. *Journal of Business* Management, *32*, 89-108. (In Persian).
12. Kwon, W. (2017). Factor-based robust index tracking. *The Journal of Optimization and Engineering*, *18*, 443–466
13. Malkiel, B.G. (1973). A Random Walk Down Wall Street. Published by W. W. Norton & Company, Inc.
24. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, *7(1)*, 77-91.
15. Meade, N., Salkin, G.R., 1990. Developing and maintaining an equity index fund. *Journal of the Operational Research Society*, *41(7)*, 599-607.
16. Montfort, K., Visser, E., van Draat, L.F., 2008. Index tracking by means of optimized sampling. *The Journal of Portfolio Management*, *34(2)*, 143-152.
17. Mutunge, P., Haugland, D. (2018). Minimizing the tracking error of cardinality constrained portfolios. *The Journal of Computers & Operations Research*, 90, 33-41
18. Najafi, A., Khorasani, S. (2016). Development of multi target model for optimization of tracking index portfolio. *The Journal of Investment Knowledge*, *(21)6*, 113-128 (In Persian).
19. Pope, P.F., Yadav, P.K. (1994). Discovering errors in tracking error. *The Journal of Portfolio Management*, *20(2)*, 27-32.
20. Roßbach, P., & Karlow, D. (2011). The Stability of Traditional Measures of Index Tracking Quality. Frankfurt School – Working Paper Series.

www.SID.ir

Archive of SID

21. Roßbach, P., & Karlow, D. (2019). Structural minimization of tracking error. *The Journal of Quantitative Finance*, *(19)3*, 356-366.
22. Rom, B, M., & Ferguson, K, W. (1994). Post-modern portfolio theory comes of age, *The Journal of Investing*, 11-17.
23.Samuelson, P.A. (1974). Challenge to judgment. *Journal of Portfolio Management*, *1(1)*, 17-19.
24.Schoenfeld, S.A. and Maeda, K. (2004). Fundamental index portfolio management techniques. In: Active Index Investing: Maximizing Portfolio Performance and Minimizing Risk Through Global Index Strategies, edited by S.A. Schoenfeld. *Wiley: Hoboken, NJ*, 365–388.
25.Sobehart, J.R., Keenan, S.C., Stein, R.M. (2000). Benchmarking quantitative default risk models: a validation methodology. *Moodys Investors Service*.

www.SID.ir