فصلنامه مدلسازی اقتصادسنجی – سال سوم، شماره چهارم (پیاپی ۱۱)، پاییز ۱۳۹۷ (صفحات ۳۷ تا ۵۸)

مقایسه مدل‌های گارچ با معرفی گارچ تحقق یافته نامتقارن فازی*

اسمعیل ابونوری (نویسنده مسئول)
استاد اقتصادسنجی و آماراجتماعی، گروه اقتصاد دانشگاه سمنان، سمنان، ایران
Esmaiel.abounoori@semnan.ac.ir

محمدامین زابل
دانشجوی دکترای علوم اقتصادی، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران
M.zabol@semnan.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۰۲ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۳/۱۲

چکیده

برآورد واریانس شـــرطی دارای کاربرد فراوان برای انعکاس ریســـک و تلاطم در پژوهش های اقتصـادی بویژه اقتصـادمالی، اقتصـاداجتماعی و اقتصـادسـیاسـی اسـت. بنابراین، دسـتیابی به برآوردهای دقیق واریانس شـــرطی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار اســـت. اخیرا" هانســـن واریانس شرطی یا تلاطم تحقق‌یافته را به صورت همزمان مدلسازی نموده که به مدل گارچ تحقق یافته معروف شده است. هدف اساسی در این مقاله معرفی مدل گارچ تحقق یافته نا متقارن با ضریب فازی اسـت تا بتوان سـرانجام با انعطافپذیری بیشـتر واریانس شـرطی دقیقتری را برآورد نمود. برای این منظور، واریانس شرطی برآورد شده از مدل گارچ تحقق یافته نامتقارن با ضریب فازی با مدل‌های مرسوم GARCH، EGARCH و GJR-GARCH و همچنین مدل RGARCH هانسن با دو معیار مختلف از تلاطم تحقق یافته شاخص کل بورس تهران مقایسه شده است. برای ارزیابی خوبی برازش از مقدار تابع در ستنمایی استفاده شده است. با توجه به این معیار، مدل پیشنهادی گارچ تحقق‌یافته با ضریب فازی از خوبی برازش بالاتری بر داده‌های درون نمونه ای در مقایسه با سایر مدل‌ها برخوردار بوده‌اند. برای ارزیابی دقت پیش بینی واریانس شرطی نیز از روش پنجره غلتان با دو تابع زیان MSE و QLIKE استفاده شده است. نتایج حاکی از آن است که مدل گارچ تحقق یافته با ضریب فازی براساس هردو تابع زیان بهترین عملکرد را داشته است.

طبقه‌بندی JEL: G10, G15, G17

واژگان کلیدی: مدل‌های گارچ، مدل گارچ تحقق‌یافته فازی، بورس اوراق بهادار تهران، ایران

---

* این مقاله از رساله دکتری محمد امین زابل با عنوان «ارزیابی عملکرد مدل‌های گارچ با معرفی گارچ تحقق یافته نامتقارن فازی»، تحت راهنمایی دکتر اسمعیل ابونوری در دانشگاه سمنان استخراج شده است.

۱. مقدمه

برآورد واریانس شـــرطی حاصـــل از مدل‌های آرچ و گارچ به عنوان معیاری از تلاطم شناخته شده است و کاربرد وسیعی در اقتصاد بویژه اقتصاد مالی یافته است. این معیار در مدیریت ریســـک بویژه برای ارزش گذاری اختیار معامله، انتخاب پورتفوی بهینه و پوشش ریسک از اهمیت زیاد برخوردار شده است. درنتیجه، افزایش دقت برآورد ریسک پرتقاضـــا بوده و به چالشـــی همیشـــگی در مقابل پژوهشـــگران علوم اقتصـــادی بویژه اقتصادسنجی و اقتصادمالی تبدیل شده است. موضوع مدلسازی واریانس شرطی از زمان انگل[1] در ســال ۱۹۸۲ اهمیت ویژه ای یافته اســت. یکی از جدیدترین روش‌های برآورد واریانس شــرطی، روش گارچ تحقق‌یافته به شــمار میرود که به تازگی بوســیله هانســن[2] (۲۰۱۲) معرفی شده است.

در مدل‌های گارچ اســتاندارد، به‌منظور پیش‌بینی واریانس شــرطی روزانه ســهام، تنها از داده‌های روزانه بازده سهام ا ستفاده می شود. ازآنجایی‌که اطلاعات به‌د ست‌آمده از بازده روزانه در مقایسه با معیارهای متفاوتی که از بازده‌های درون روزی به دست می‌آید کمتر می‌با شد، مجموعه اطلاعاتی مدل‌های ا ستاندارد گارچ محدود ا ست. به‌علاوه ازآنجایی‌که مدل‌های گارچ بر پایه میانگین متحرک با وزن کاهشـی بناشـده اسـت، این مدل‌ها برای واکنش به میزان تلاطم، کمی کند عمل می‌نمایند (اندرسون[3] و دیگران ۲۰۰۳). بنابراین گرایشـــی برای وارد نمودن معیارهای تحقق‌یافته از واریانس در چارچوب مدل‌های گارچ به وجود آمد. انگل (۲۰۰۲) پیشـــنهاد وارد نمودن معیارهای واریانس تحقق یافته را به‌عنوان متغیر برون‌زا درون مدل‌های گارچ داد. از معایب این تصـــریح این اســـت که موجب می شود دوره پیش‌بینی واریانس شرطی یک‌روزه با شد. اخیراً هان سن و دیگران (۲۰۱۲) مدلی با نام گارچ تحقق یافته ارائه دادند که چارچوبی واحد برای مدلســـازی مشترک معیار تلاطم تحقق‌یافته و واریانس شرطی در نظر می‌گیرد.

مدل گارچ تحقق یاف ته چ ندین ویژگی مث بت دارد. با ب‌کار گیری روش حداکثر را ست‌نمایی، برآورد آن ساده ا ست. می‌تواند دربرگیرنده یک ساختار ARMA هم برای واریانس شــرطی و هم برای واریانس تحقق‌یافته باشــد. جدای از این ویژگی‌ها، مشــخص نیست که چرا مدل گارچ تحقق‌یافته باید دارای برتری در پیش‌بینی خارج از نمونه باشد.

[1]. Engle
[2]. Hansen
[3]. Andersen

بر اساس اصل امساک[1]، مدل‌های ساده‌تر معمولاً پیش‌بینی بهتری با فرض یکسانی اطلاعات نسبت به مدل‌های پیچیده ارائه می‌دهند. در مورد گارچ تحقق‌یافته می‌بایست گفت که یک مدل AR(1)-Realized GARCH(1,1) دارای نه پارامتر بوده که باید برآورد شود. درهرصورت این مدل پیچیده‌تر از مدل گارچ معمولی با ۵ پارامتر است.

در این مقاله با استفاده از داده‌های درون‌روزی شاخص بورس تهران، ضمن برآورد مدل گارچ تحقق‌یافته با ضریب فازی، این مدل را با مدل گارچ تحقق یافته و دیگر مدل‌های مرسوم گارچ از قبیل GARCH، EGARCH، GJR-GARCH مقایسه می‌نماییم. مقایسه به دو صورت خواهد بود. ابتدا میزان برآزش داده‌های درون‌نمونه را در نظر می‌گیریم. سپس دقت پیش‌بینی کنندگی واریانس شرطی برون نمونه‌ای را با استفاده از رویکرد پنجره غلطان و استفاده از یک تابع زیان برای انتخاب دقیق‌ترین مدل بررسی می‌نماییم. ادامه این مقاله به‌صورت ذیل می‌باشد. در بخش دوم پیشینه نظری بررسی‌شده و سیر پیشرفت مدل‌ها را بیان می‌نماییم و سپس مروری بر مطالعات تجربی که بر مدل گارچ تحقق‌یافته صورت پذیرفته است را همراه با نتایج بازگو می‌کنیم. روش پژوهش و چگونگی مقایسه بین مدل‌ها در بخش سوم ارائه می‌شود. در بخش چهارم نیز مدل برآورد گشته و در نهایت در فصل پنج نتایج آن تشریح می‌گردد.

۲. مبانی نظری و پیشینه تجربی

امروزه مدل‌های گارچ کاربرد وسیعی در علم مالی دارد. به عنوان مثال در مورد ارزش گذاری اختیار معامله، از آخرین مطالعات انجام شده می‌توان به کارهای بدسکو[2] و دیگران (۲۰۱۵) و هوانگ[3] و دیگران (۲۰۱۷) اشاره نمود که در مطالعه دومی نشان داده شد که مدل گارچ تحقق یافته برای قیمت گذاری اختیار معامله شاخص S&P عملکرد مناسبتری از سایر مدلهای ارزشگذاری دارد. در بحث بهینه سازی پورتفو نیز پژوهش‌های رنکویچ و دیگران[4] (۲۰۱۶) و ساهامخدام[5] و دیگران (۲۰۱۸) نمونه‌ای از پژوهش‌هایی هستند که مدل گارچ در آن برای بهینه سازی پورتفو استفاده شده است.

[1]. Principle of parsimony
[2] .Badescu
[3]. Huang
[4]. Ranković
[5]. Sahamkhadam

برای توضـــیح نحوه پیدایش مدل‌های گارچ می‌بایســـت فرض ناهمســـانی واریانس در رگرســیون خطی را نقض نمود. چنانچه این فرض نقض شــود برآوردگرها همچنان بدون تورش بوده اما دیگر دارای حداقل واریانس نمی‌باشـــند. انگل (۱۹۸۲) نوع خاصـــی از واریانس ناهمســـانی را معرفی می‌نماید که در آن واریانس جزء اخلال تابعی از توان دوم جزء اخلال می‌باشــد. معرفی این نوع واریانس ناهمســـانی، ابزار بســـیار مهمی در اختیار اقتصاددانان و به‌خصوص محققان در حوزه اقتصاد سنجی مالی برای سنجش و برآورد واریانس شرطی یک سری به روش پارامتریک گذاشت. برای توضیح، یک مدل AR(1) را همانند رابطه (۱) برای بازده دارایی در نظرگیرید.

$$r_t = \mu_0 + \mu_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (۱)$$

که در آن ε_t یک متغیر هم‌توزیع نابسته و دارای میانگین صفر می‌باشد. در این صورت ممکن است واریانس شرطی ε_t در طول زمان متغیر بوده و تابعی از شوک‌های دوره قبل باشد. این مدل ابتدا توسط انگل (۱۹۸۲) ارائه شد. دلیل ارائه چنین مدلی این بود که بااینکه مشاهده می‌شود ε_tها از هم مستقل می‌باشند اما توان دوم آن‌ها با یکدیگر رابطه دارند. انگل رابطه زیر را برای واریانس شرطی ε_t پیشنهاد داد که برای p وقفه مدل زیر ARCH(p) شناخته می‌شود.

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1\varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + a_p\varepsilon_{t-p}^2 \qquad (۲)$$

در مطالعات تجربی مشـاهده‌شـده اسـت که مرتبه ARCH بزرگ می‌باشـد که منجر به ازدیاد تعداد پارامترهای تخمین می‌شود درنتیجه بولرسلو[1] (۱۹۸۶) برای رفع این مشکل مدل زیر را پیشنهاد داد.

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j\sigma_{t-j}^2 \qquad (۳)$$

که در آن a_i و b_j برای حصول اطمینان از اینکه واریانس مثبت باشد، مثبت فرض می شوند. این مدل به‌عنوان مدل ARCH تعمیم‌یافته یعنی GARCH(p, q) شناخته می شود که اگر q برابر با صفر باشد، این مدل همان ARCH(p) خواهد شد. بر اساس مدل

[1]. Bollerslev

GARCH(1,1) واریانس شـــرطی ε_t یعنی σ_t^2 با توان دوم جزء اخلال در دوره قبل و واریانس دوره قبل رابطه دارد.

ازآنجاکه در مدل GARCH، ε_tها با توان دوم در معادله ظاهر می‌شـــوند، علامت این شوک‌ها تأثیری روی واریانس شرطی ندارد. این در حالی است که مشاهده شده شوک های منفی و یا اخبار بد، واریانس را بیشتر از شوک‌های خوب یا اخبار خوب افزایش می دهد. بدین منظور نلسون[1] (۱۹۹۱) مدل گارچ نمایی یا همان EGARH را معرفی نمود که به‌صورت رابطه زیر می‌باشد.

$$h_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i \frac{|\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i \varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^{q} b_j h_{t-j} \qquad (۴)$$
$$h_t = \ln \sigma_t^2$$

در این مدل وقتی ε_t مثبت اســت اثر کل شــوک به‌اندازه $(1+\gamma_t)\varepsilon_t$ می‌باشــد و اگر اخبار بد وجود داشــته باشــد اثر کل شــوک به‌اندازه قدر مطلق $(1-\gamma_t)\varepsilon_t$ خواهد بود. اگر قرار باشد اخبار بد دارای واریانس بالاتری باشند انتظار داریم γ عدد منفی باشد. این مدل جدای از اینکه اثرات اخبار خوب و بد را در واریانس متفاوت در نظر می‌گیرد، این مزیت را نســـبت به مدل GARCH دارا می‌باشـــد که بدون هیچ قیدی برای ضـــرایب، واریانس همواره مثبت خواهد بود.

راه دیگری برای در نظر گرفتن اثر اخبار خوب و بد روی واریانس اســـتفاده از متغیر مجازی به شکل رابطه زیر می‌باشد.

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{p} \gamma_i S_{t-i} \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j \sigma_{t-j}^2 \qquad (۵)$$

در رابطه (۵) S_{t-i} یک متغیر مجازی بوده که اگر ε_{t-i} مثبت باشــد برابر با صــفر و اگر منفی باشد برابر با یک خواهد بود. در این صورت اثر یک شوک مثبت برابر $a_i\varepsilon_{t-i}^2$ و اثر یک شـــوک منفی برابر $(a_i+\gamma_i)\varepsilon_{t-i}^2$ که با فرض تأثیر بیشـــتر اخبار بد روی واریانس، انتظار می‌رود γ_i مثبت باشد. این مدل که توسط گلوستن، جگاناتان و رانکل[2] (۱۹۹۳) ارائه شد به مدل GJR شناخته می‌شود.

[1]. Nelson
[2]. Jagannathan & Runkle

پس‌ازاین مدل‌های اولیه، مدل‌ها و تصـریح‌های زیادی برای مدلسـازی نوسـان شـرطی معرفی شـدند. برخی از پژوهشـگران سـعی درآوردن متغیر توضـیحی دیگر به‌غیراز توان دوم شـوک‌ها در مدل بودند که این مدل‌ها به GARCH-X معروف شـدند. در سـال ۲۰۰۳ انگل برای اولین بار از معیارهای تلاطم تحقق‌یافته برای تو ضیح واریانس شرطی ا ستفاده نمود. این تلاش باآنکه یک بهبود در تو ضیح دهندگی مدل‌های GARCH بود، اما در تصـریح مدل عملاً الگوی خاصـی اضـافه نشـده بود. درواقع تلاطم تحقق‌یافته به‌صورت یک متغیر برون‌زا به مدل GARCH اضافه‌شده بود.

انگل و گالو (۲۰۰۶)[1] اولین مدل کامل در این مورد را معرفی نمود. واژه کامل ازاین‌جهت که وی سـعی نمود با در نظر گرفتن تلاطم‌های تحقق‌یافته به‌عنوان یک متغیر پنهان، این متغیرها را به‌صـورت درون‌زا وارد مدلسـازی نماید. این مدل به مدل خطای ضـربی MEM[2] معروف شد.

مدل دیگر در همین رابطه مدل HEAVY ارائه شده تو سط شپارد و شفارد[3] (۲۰۱۰) بوده که از بعد معادلات ریاضـی حالتی برگرفته از مدل MEM می‌باشـد. برخلاف مدل‌های GARCH سـنتی این مدل‌ها بر مبنای فرآیندهای تلاطم پنهان چند متغیره عمل می‌نمایند. برای مثال در یک مدل MEM از سـه فرآیند تلاطم پنهان اسـتفاده می‌شود و در مدل HEAVY حداقل از دو فرآیند تلاطم پنهان استفاده می‌شود.

دریکی از جدیدترین کارهای انجام‌گرفته در این زمینه هان سن و دیگران (۲۰۱۲) با وارد نمودن معادله سوم به یک مدل GARCH که در آن معادله سعی در مدل سازی تلاطم تحقق یافته به‌صـورت همزمان و درون‌زا دارد، وار یانس شـرطی را تابعی از تلاطم تحقق‌یافته در نظر می‌گیرد. مدل معرفی‌شده توسط ایشان به فرم خطی به‌صورت رابطه زیر می‌باشد.

$$r_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t \quad (۶)$$

$$h_t = \omega + \beta h_{t-1} + \gamma x_{t-1} \quad (۷)$$

$$x_t = \xi + \varphi h_t + \tau(\varepsilon_t) + u_t \quad (۸)$$

---

1. Engle and Gallo
2. Multiplicative Error Model
3. Shephard and Sheppard

که در آن r_t بازده دارایی، x_t تلاطم تحقق‌یافته، h_t واریانس شـــرطی، $\varepsilon_t \sim iid(0.1)$ ، $u_t \sim iid(0. \sigma_t^2)$ و $\tau(.)$ نیز تابع اهرم[1] بوده که نحوه تأثیرپذیری تلاطم را از شـــوک بیان می‌کند. وجه تمایز مدل گارچ تحقق یافته و مدل گارچ در معادله سـوم یعنی رابطه (۸) می‌باشد. این معادله به معادله سنجش[2] نیز معروف است چرا که سنجه تحقق یافته م شاهده شده را به تلاطم پنهان مرتبط می سازد. در واقع با وجود معادله سوم در این چارچوب و با توجه به اینکه واریانس درون روزی اطلاعات بیشـــتری برای پیش‌بینی واریانس شرطی میسر می‌نماید، انتظار می‌رود عملکرد این مدل از مدلهای گارچ معمول بالاتر باشـــد. همچنین در این تصـــریح خطی با لحاظ شـــرط $u=0$ و در نظر داشـــتن $\tau(.) = \varepsilon_t^2$ در معـادلـه (۸) و جـایگـذاری در معـادلـه (۷)، مـدل بـه معـادلـه مدل$GARCH(1,1)$ تبدیل می‌شـــود. بنابراین می‌توان گفت این تصـــریح از مدل گارچ نوع عمومی تری از مدل‌های گارچ بوده و با لحاظ قیدهایی همچنان می‌تواند به مدل‌های گارچ مرسوم تبدیل شود.

تلاطم تحقق یافته در این چارچوب از معاملات با فرکانس بالاتر به دســـت می‌آید. به‌عنوان‌مثال زمانی که مدل گارچ را به صورت روزانه برآورد می‌نماییم، تلاطم تحقق‌یافته از داده‌های معاملات روزانه به دست می‌آید. ساده‌ترین معیار تلاطم تحقق‌یافته، واریانس تحقق‌یافته می‌باشد که از مجموع مجذور بازده‌های درون روزی با فرکانس زمانی یکسان (به‌عنوان‌مثال ۵ دقیقه) بدست می‌آید؛ بنابراین اگر فرکانس زمانی داده‌ها را با Δ و مدت زمان باز بودن بازار را با I نمایش دهیم، آنگاه به اندازه $M = I/\Delta$ داده در یک روز خواهیم داشت. معیار واریانس تحقق یافته برای روز t به صورت ذیل محاسبه میشود:

$$RV_t = \sum_{i=1}^{M} r_{i,t}^2 \qquad (۹)$$

که در آن $r_{i.t}$ i امین بازده در طول روز t را نمایش میدهد. یکی از ایرادات اســـتفاده از روش فوق این ا ست که اگر در یک فرکانس، بازده به شدت افزایش یابد و دیگر حتی در تمام مدت ثابت باشد، واریانس به‌شدت افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین این مدل به‌اصطلاح در برابر جهش‌ها ا ستوار نی ست. بارندوف-نیلسن[3] و دیگران (۲۰۰۴) راه‌حل دیگری را

[1]. Leverage Function
[2]. Measurement Equation
[3]. Barndorff-Nielsen

پیشـــنهاد دادند که در مقابل جهش‌ها تا حدودی اســـتوار اســـت. این معیار به شـــرح ذیل می‌باشد:

$$BV_t(\Delta) = \mu^{-2} \frac{M}{(M-1)} \sum_{i=2}^{M} |r_{t,i}||r_{t,i-1}| \qquad (۱۰)$$

که در آن $\mu = \sqrt{2/\pi} \cong ۰/۷۹۷۸۸$ و $M = I/\Delta$ و Δ فاصله بین هر بازده درون روزی به عنوان مثال ۵ دقیقه‌ای و M تعداد داده‌ها در یک روز را نشـــان می‌دهد. در این مقاله از این دو معیار برای برآورد واریانس تحقق‌یافته استفاده می‌نماییم.

تصریح مدل رابطه (۶) تا (۸) که به مدل RGARCH معروف شده است، مورد استقبال پژوهشگران قرارگرفته و در سال‌های اخیر بر این مبنا مطالعاتی صورت گرفته است. تیان و هاموری[۱] (۲۰۱۵) با ا ستفاده از این روش و روش‌های GARCH سنتی نو سانات نرخ بهره در بازار یورو-ین را موردمطالعه قراردادند. نتایج پژوهش آنان حاکی از آن بود که مدل RGARCH در پیش‌بینی واریانس شـــرطی عملکرد بهتری نســـبت به مدل‌های گارچ سنتی دارد.

شارما و ویپول[۲] (۲۰۱۶) توانایی پیش‌بینی مدل RGARCH را برای ۱۶ شاخص سهام طی دوره‌ای ۱۴ ساله برر سی نمودند. نتایج حاکی از آن ا ست که انتخاب معیار تـ صمیم برای عملکرد مدل‌ها، در نتایج تأثیرگذار اســـت به‌نحوی‌که با هر معیار، مدل متفاوتی به‌عنوان مدل برتر انتخاب می‌شود.

در این مقاله قـ صد داریم عملکرد مدل گارچ تحقق یافته با ضریب فازی را در پیش‌بینی واریانس شرطی شاخص بورس تهران را در مقایسه با سایر مدل‌های خانواده گارچ بررسی نماییم. نحوه مدلسازی و چگونگی انجام این مقایسه در بخش بعد تشریح گشته است.

۳. روش تحقیق

۳-۱. تصریح مدل

در این بخش مدل را تصـــریح می‌نماییم. در مدل‌های گارچ یک معادله میانگین وجود دارد که این معادله در این مقاله به صورت معادله زیر در نظر گرفته می‌شود.

[1]. Tian and Hamori
[2]. Sharma and Vipul

$$r_t = \mu_0 + \varepsilon_t \qquad (۱۱)$$

که در آن r_t بازده روزانه دارایی مالی اسـت. این تصـریح مدل موجب می‌شـود که فرض نماییم بازده مقداری ثابت، به همراه شـــوک مربوط به آن روز می‌باشـــد. همچنین برای برآورد مدل‌های گارچ ســـنتی معادلات (۳) تا (۵) را با یک وقفه در شـــوک و واریانس شرطی به صورت مدلهای زیر برآورد می‌نماییم.

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1\varepsilon_{t-1}^2 + b_1\sigma_{t-1}^2 \qquad \text{GARCH(1,1)}$$

$$h_t = a_0 + a_1\frac{|\varepsilon_{t-1}| + \gamma\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + b_1 h_{t-1} \quad , h_t = \ln\sigma_t^2 \qquad \text{EGARCH(1,1)}$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1\varepsilon_{t-1}^2 + \gamma S_{t-1}\varepsilon_{t-1}^2 + b_1\sigma_{t-1}^2 \qquad \text{GJR-GARCH(1,1)}$$

برای برآورد مدل گارچ تحقق‌یافته از فرم لگاریتمی آن اســتفاده می‌نماییم که معادلات واریانس درون روزی و واریانس شرطی به نحو ذیل تصریح میگردد.

$$\begin{aligned} h_t &= \omega + \beta h_{t-1} + \eta x_{t-1} \quad , h_t = \ln\sigma_t^2 \\ x_t &= \xi + \varphi h_t + \tau(\varepsilon_t) + u_t \\ \tau(\varepsilon_t) &= \lambda_1\varepsilon_t + \lambda_2(\varepsilon_t^2 - 1) \end{aligned} \qquad \text{R-GARCH}$$

که در آن x_t لگاریتم واریانس تحقق یافته و همچنین h_t فرم لگاریتمی وارانس شرطی دوره t می‌باشد.

در این مقاله، منظور از مدل گارچ تحقق یافته فازی مدلی ا ست که یک ضریب فازی به مدل معادله گارچ ا ضافه شده ا ست تا ضمن برآورد اثرات نامتقارن شوک، برای اندازه شوک نیز وزن متفاوتی در نظر گرفته شود. مدلسازی ضریب فازی می‌تواند برای هر تابع تعریف شده‌ای بین صفر و یک بسته به نوع کاربرد تعریف شود. به عنوان مثال ابونوری و شهریار (۱۳۹۲) بجای کاربرد متغیر مجازی کلا سیک (دو دوای با دامنه صفر و یک) پیشـــنهاد کاربرد متغیر مجازی به صـــورت فازی را با معرفی یک تابع عضـــویت معرفی نمودند. آن ها نشان دادند که کاربرد متغیر مجازی فازی بجای متغیر مجازی کلاسیک همواره منجر به دقت بیشتر در پیشبینی خواهد شد. معرفی متغیر فازی بعنوان ضریب

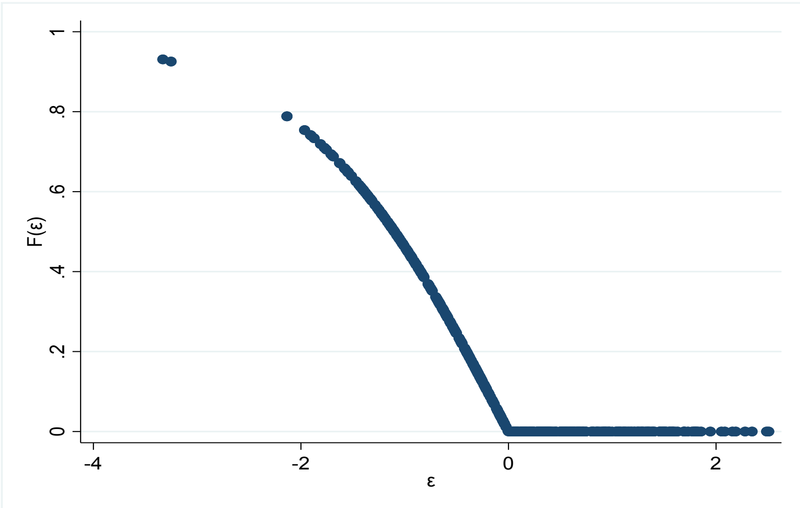
متغیر باید نسبت به میزان شوک یکنوا بوده و برخلاف متغیر فازی معرفی شده بو سیله ابونوری و شهریار(۱۳۹۲) تابعی از زمان نباشد.
برای مدل گارچ تحقق یافته با ضـــریب فازی به جای معادله واریانس شـــرطی در مدل RGARCH معادله ذیل را معرفی می‌نماییم.

$$h_t = \omega + \eta \ln(x_{t-1}) + \beta h_{t-1} + \alpha_0 \ln(\varepsilon_{t-1}^2) + \alpha_1 F(\varepsilon_{t-1}) \ln(\varepsilon_{t-1}^2) \quad , h_t = \ln \sigma_t^2$$

$$F(\varepsilon_{t-1}) = I(\varepsilon_{t-1} < 0)(\frac{2}{1+\exp(\varepsilon_{t-1})} - 1) \qquad \text{FAGARCH}$$

تابع $F(\varepsilon_{t-1})$ در رابطه فوق تابعی اســت که به ازای مقادی مثبت ε_{t-1} عدد صــفر و به ازای مقادی منفی ε_{t-1} عددی بین صــفر و یک اختصــاص میدهد. در شــکل (۱) تابع $F(\varepsilon_{t-1})$ برای مقادیر شبیه سازی شده ε_{t-1} ر سم شده ا ست. با این ت صریح اندازه شــوک نیز در تاثیر نامتقارن آن بر واریانس تاثیر دارد به نحوی که هرچه شــوک منفی بزرگتر باشد، واریانس شرطی بیشتر افزایش پیدا می‌نماید.

شکل ۱. تابع $F(\varepsilon_{t-1})$ برای مقادیر مختلف ε_{t-1}



منبع: بر اساس نتایج حاصل از برآورد رسم شده است.

مدل‌های گارچ سنتی را به روش حداکثر راست‌نمایی برآزش می‌نماییم. برای مدل گارچ تحقق یافته با فرض اســـتقلال u_t و ε_t معادلات فوق را تواما با روش حداکثر راســـت نمایی به صورت معادلات ذیل برآزش مینماییم.

$$\log L(\{r_t, x_t\}_{t=1}^{n};\theta) = \sum_{t=1}^{n} \log f(r_t, x_t \mid \Phi_{t-1}) \qquad (۱۲)$$

$$f(r_t, x_t \mid \Phi_{t-1}) = f(r_t \mid \Phi_{t-1})\, f(x_t \mid \Phi_{t-1}) \qquad (۱۳)$$

نکته حایز اهمیت در این مقاله آن است که بجای x از دو معیار RV و BV معرفی شده در معادلات (۹) و (۱۰) استفاده می‌نماییم. در این صورت مدل گارچ تحقق یافته و مدل گارچ تحقق یافته با ضـریب فازی در این مدل با اسـتفاده از دو معیار تلاطم تحقق یافته درون روزی محا سبه می‌گردد. در نام‌نوی سی نیز در ادامه برای زمانی که از تلاطم تحقق یافته RV اسـتفاده می‌نماییم اول اسـم این دو مدل به جای R، حرف RV نوشـته و چنانچه از تلاطم تحقق یافته BV ا ستفاده می‌نماییم اول ا سم این دو مدل به جای R، حرف BV نوشته شده است.

۳-۱-۱. ارزیابی مدل

یک مدل قابل اعتماد علاوه بر اینکه باید به‌خوبی بر داده‌ها برآزش شـود، باید از دقت پیش‌بینی کنندگی مناسـبی نیز برخوردار باشـد. به همین جهت در این پژوهش با دو معیار مدل‌ها را ارزیابی می‌نماییم:

- ارزیابی درون نمونه با اسـتفاده از مقدار تابع درسـت‌نمایی برای معیار خوبی برازش
- ارزیابی برون نمونه با معیارهایی مانند MSE و QLIKE برای دقت پیش‌بینی واریانس شرطی

۳-۱-۲. ارزیابی برآزش مدل داده‌های درون نمونه

ازآنجاکه برای برآورد مدل مورد از روش حداکثر راسـت‌نمایی اسـتفاده می‌شـود، برای بررسـی معیار خوبی برازش میتوان از مقدار تابع حداکثر راسـت‌نمایی در نقطه بهینه استفاده نمود. چنانچه در مدلی تابع حداکثر راست‌نمایی بیشتر باشد، آن مدل نسبت به مدل پایه داده‌های درون نمونه را بهتر برازش داده ا ست. در نظر دا شته با شید در مدل گارچ تحقق‌یافته ازآنجاکه تابع حداکثر را ست‌نمایی یک معادله ا ضافه را در برمی‌گیرد، با مدل‌های سنتی گارچ قابل‌مقای سه نمی‌با شد. هان سن (۲۰۱۲) تابع حداکثر را ست‌نمایی جزئی را برای مقای سه با سایر مدل‌های گارچ پی شنهاد داد. این تابع با ا ستفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) به‌صورت رابطه زیر نوشته می‌شود.

$$l(r,x) = \underbrace{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}[\log(2\pi)+\log(h_t)+r_t^2/h_t]}_{=l(r)} + \underbrace{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}[\log(2\pi)+\log(\sigma_u^2)+u_t^2/\sigma_u^2]}_{=l(x|r)} \quad (۱۴)$$

که در آن $l(r)$ تابع لگاریتم راست‌نمایی موردنظر بوده که قابل مقایسه با سایر مدل‌های گارچ سنتی می‌باشد. بنابراین بعد از برآورد مدل‌ها چنانچه قسمت اول رابطه (۱۴) یعنی مقدار تابع حداکثر راست‌نمایی جزئی در مدل گارچ تحقق یافته بیشتر از مقدار تابع حداکثر راست‌نمایی در سایر مدلهای گارچ باشد می‌توان نتیجه گرفت که مدل گارچ تحقق یافته به نحو بهتری بر روی داده‌های نمونه مورد بررسی برآزش یافته است و این مدل عملکرد بهتری در برآزش درون نمونه‌ای دارد.

۳-۱-۳. ارزیابی دقت پیش بینی

برای بررسی دقت پیش‌بینی کنندگی مدل ما به داده‌های برون نمونه‌ای احتیاج داریم. استفاده از تکنیک پنجره غلتان این ابزار را در اختیار ما قرار می‌دهد. در این روش از تکنیک پنجره غلتان برای انتخاب نمونه پیش‌بینی استفاده می شود. پنجره غلتان به این صورت است که تعدادی ثابت از مشاهدات را برای نمونه مدلسازی انتخاب نموده که به آن طول پنجره گویند. سپس از اولین مشاهده به تعداد طول پنجره مشاهده مدل برآورد گشته و واریانس را برای روز بعد خارج از پنجره محاسبه نموده و با مقدار واقعی مقایسه می‌نماییم. سپس مشاهدات را یکی به جلو برده و تا آخر مشاهدات همین عمل را تکرار می‌نماییم. با استفاده از توابع زیانی نظیر MSE و QLIKE عملکرد مدل‌ها مقایسه می‌شود. ازآنجاکه متغیر تلاطم واقعی پنهان است، از معیارهای تلاطم روزانه درون روزی به‌عنوان پروکسی استفاده می‌شود. پاتون[1] (۲۰۱۱) نشان داد که تنها دو تابع زیان MSE و QLIKE در بین ۹ تابع زیانی که به‌صورت گسترده استفاده می‌شود، در صورت وجود خطای انتخاب پروکسی استوار هستند؛ بنابراین در این پژوهش میتوان از یکی از این دو تابع زیان استفاده نمود. این دو تابع زیان به‌صورت رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$\mathrm{MSE} = \mathrm{E}\left(\mathrm{l}_{1,k,t}\right) \quad , \quad \mathrm{l}_{1,k,t} = (\sigma_t^2 - \hat{\sigma}_t^2)^2 \quad (۱۵)$$

$$\mathrm{QLIKE} = \mathrm{E}\left(\mathrm{l}_{2,k,t}\right) \quad , \quad \mathrm{l}_{2,k,t} = \log\left(\hat{\sigma}_t^2\right) + \frac{\sigma_t^2}{\hat{\sigma}_t^2} \quad (۱۶)$$

[1]. Patton

برای برآوردی از σ_t^2 میتوان از معیارهای واریانس تحقق‌یافته اســتفاده نمود؛ اما ازآنجاکه معاملات در تمامی طول روز انجام نمی‌شـود، در صـورت مقایسـه واریانس تحقق‌یافته با واریانس شـرطی روزانه، بخشـی از آن دیده نمی‌شـود. درواقع واریانس روزانه ضـریبی از واریانس تحقق‌یافته درون‌روزی در زمان معاملات می‌باشد؛ یعنی $\sigma_t^2 = c \times RV$ که در آن c به‌صورت زیر برآورد می‌گردد (هانسن و لاند ۲۰۰۵).

$$\sigma_t^2 = \hat{c}.RV_t \quad , \hat{c} = \frac{n^{-1}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \hat{\mu}_t)^2}{n^{-1}\sum_{t=1}^{n} RV_t} \qquad (۱۷)$$

که در رابطه بالا n تعداد روزها و $\hat{\mu}$ میانگین بازده روزانه در n روز میباشد. هر مدلی که در آن مقدار زیان توسط دو تابع زیان MSE و QLIKE کمتر باشد، دقت بالاتری در پیشبینی واریانس شرطی برون نمونه‌ای نسبت به سایر مدل‌های مورد بررسی دارد.

۴. برآورد و مقایسه مدل‌ها

در این پژوهش، از داده‌های درون روزی شاخص بورس تهران در فاصله زمانی آبان سال ۱۳۸۸ تا مهر ۱۳۹۵ استفاده شد. سپس مدل‌های GARCH، EGARCH و GJR-GARCH با استفاده از داده‌های روزانه فاصله یک‌روزه بسته شدن قیمت برآورد شد. همچنین مدل R-GARCH و R-FAGARCH با اســتفاده از دو معیار معرفی‌شــده رابطه (۹) و (۱۰) برای تلاطم تحقق‌یافته برآورد گشــت. معادله میانگین برای مدل‌های فوق یک مدل با میانگین ثابت در نظر گرفته شد. در جدول (۱) آمار توصیفی شاخص بورس تهران به همراه بازده روزانه آن به تصویر کشیده شده است.

جدول ۱. آمار توصیفی شاخص بورس تهران و بازده روزانه آن

متغیر	کمینه	صدک پنجم	میانه	میانگین	صدک نود و پنجم	بیشینه	انحراف معیار	کشیدگی	چولگی
شاخص بورس تهران	۷۹۵۶	۸۹۵۹	۲۶۹۶۷	۴۰۵۷۸	۷۸۸۸۸	۸۹۵۰۰	۲۵۴۷۲	۱/۵۱۷۰	۰/۳۱۸۵
بازده شاخص	۰/۰۵۵-	۰/۰۱-	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۱۳	۰/۰۱۴۲	۰/۰۵۴۰	۰/۰۰۷۵	۴/۱۳۸۰	۰/۳۶۸۱

در جدول (۲) مقدار برآورد برای ضـرایب به نمایش درآمده اسـت. ضـرایبی که با فونت پررنگ نمایش داده‌شـده‌اند، در سـطح ۵٪ معنادار می‌باشـند. قابل مشـاهده اسـت که تمامی ضـــرایب به غیر از عرض از مبدا مدل‌های گارچ ســـنتی در ســـطح ۵٪ معنادار می‌باشـد. همچنین باتوجه به اینکه ضـرایب فازی در مدل گارچ تحقق یافته با ضـریب فازی یعنی α_2 مثبت و معنادار میباشد، دلالت بر این دارد که هرچه شوک منفی بیشتر با شد، تاثیر شوک منفی بر واریانس بیشتر می شود. این ضریب تفاوت بین مدل گارچ تحقق یافته هانســن و مدل گارچ تحقق یافته فازی می‌باشـد که در بورس تهران معنادار شده است. این ضریب بر این دلالت دارد که در زمان ریزش بازار، در دامنه شوک های کوچک اثر یک واحد افزایش در شوک بر واریانس کمتر است از هنگامیکه بازار در دامنه شوکهای بزرگ قرار دارد.

جدول ۲. نتایج برآورد مدل‌ها با تمام مشاهدات

ضریب	GARCH	EGARCH	GJR-GARCH	RV-GARCH	BV-GARCH	RV-FAGARCH	BV-FAGARCH
μ_0	−۰/۰۰۶	۰/۰۱۵	۰/۰۰۳	۰/۰۴۹	۰/۰۴۹	۰/۱۰۴	۰/۱۰۴
a_0	۰/۰۵۳	−۰/۵۱۱	۰/۰۵۲				
a_1	۰/۳۶۷	۰/۵۳۷	۰/۴۱۳				
b_1	۰/۶۱۰	۰/۸۴۸	۰/۶۲۰				
γ		۰/۰۹۸	−۰/۱۴۷				
ω				۱/۰۳۹	۱/۴۷۳	۰/۸۹۹	۱/۲۳۵
η				۰/۱۵۱	۰/۲۰۰	۰/۱۲۸	۰/۱۶۷
β				۰/۷۳۱	۰/۶۶۰	۰/۷۲۴	۰/۶۷۶
α_1						۰/۰۱۶	۰/۰۰۹
α_2						۰/۳۱۷	۰/۲۴۳
ξ				−۷/۱۱۹	−۷/۵۹۷	−۷/۰۹۱	−۷/۵۶۱
φ				۱/۲۱۸	۱/۱۱۷	۱/۲۱۲	۱/۱۵۴
λ_1				۰/۲۹۸	۰/۱۷۲	۰/۳۴۱	۰/۲۱۶
λ_2				۰/۳۹۸	۰/۴۰۶	۰/۳۹۰	۰/۴۰۳

منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

در جدول (۳) مقدار لگاریتم‌را ست نمایی و رتبه مدل‌ها با توجه به برازش درون نمونه به تصـــویر کشـــیده شـــده اســـت که برای مدل‌های گارچ تحقق یافته، مقدار تابع حداکثر راســـت‌نمایی جزئی در نظر گرفته شـــده اســـت. با اســـتفده از این معیار مدل RV-FAGARCH و BV-FAGARCH به ترتیب جایگاه اول و دوم را از لحاظ برآزش

درون نمونه‌ای دارند و مدلهای گارچ تحقق یافته در رتبه‌های بعد و بالاتر از مدل‌های گارچ سنتی جای دارند.. بنابراین مدل‌های گارچ تحقق‌یافته با عملکرد فازی برای داده‌های درون نمونه عملکرد بهتری داشته است.

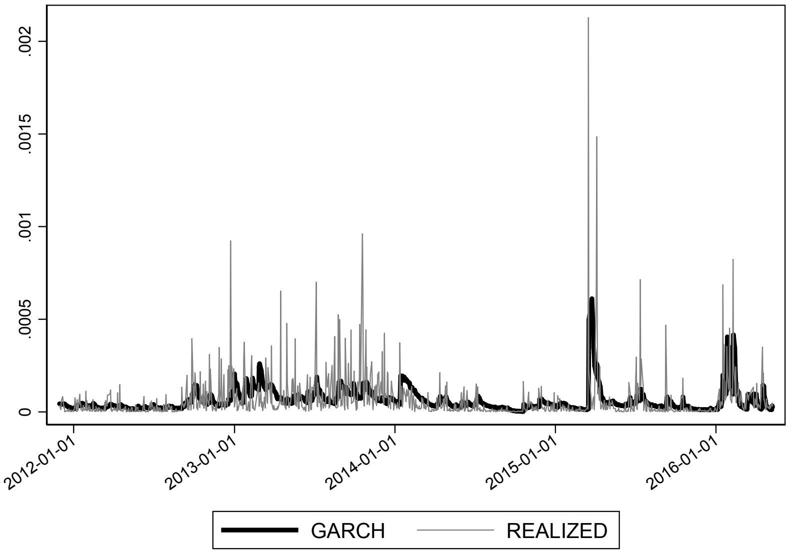
جدول ۳. مقدار لگاریتم راست نمایی و رتبه مدل‌ها با توجه به برازش درون نمونه

ردیف	مدل	مقدار لگاریتم تابع راست نمایی	رتبه
۱	GARCH	-۱۶۵۸/۶۸	۷
۲	EGARCH	-۱۶۳۷/۷۲	۵
۳	GJR-GARCH	-۱۶۵۴/۱۹	۶
۴	RV-GARCH	-۱۶۳۶/۵۹	۳
۵	BV-GARCH	-۱۶۳۶/۷۹	۴
۶	RV-FAGARCH	-۱۶۳۵/۵۷	۱
۷	BV-FAGARCH	-۱۶۳۵/۵۷	۲

منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

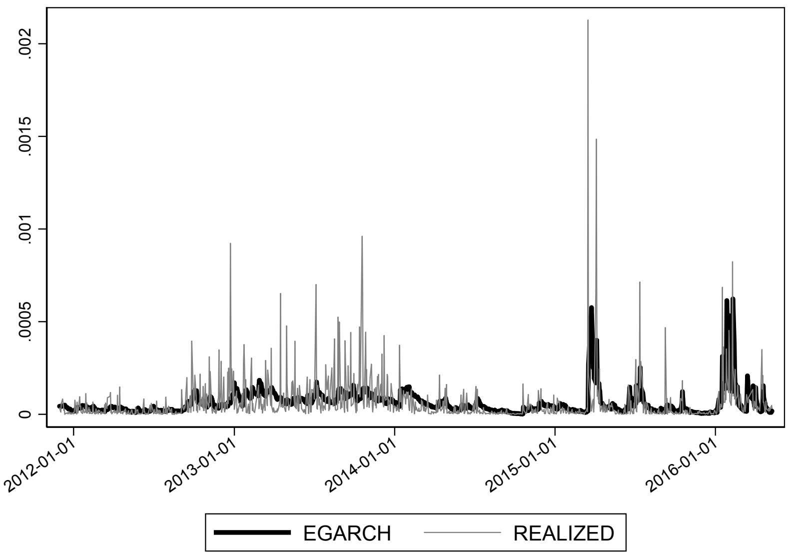
برای بررسی عملکرد مدل برای پیش‌بینی واریانس برون نمونه از تکنیک پنجره غلتان استفاده نمودیم. به این نحو که با استفاده از داده‌های ۵۰۰ روز اخیر واریانس دوره بعد را پیش‌بینی نموده و با واریانس تحقق‌یافته روز بعد مورد مقایسه قرار می‌دهیم. سپس پنجره را یک مشاهده به جلو برده و همین عمل را تکرار می‌نماییم. در نمودارهای (۲) تا (۸) واریانس شرطی برآوردشده از مدل‌های گارچ و واریانس تحقق‌یافته از رابطه (۱۷) در کنار هم قابل مشاهده است. چون در تصاویر مقدار واریانس شرطی و واریانس تحقق یافته به طور نسبی همجهت با هم حرکت میکنند میتوان انتظار داشت مدل‌های گارچ عملکرد مناسبی برای پیش‌بینی تلاطم دارند. با این حال برای اندازه گیری دقت پیش‌بینی هر گدام از مدل های گارچ و انتخاب بهترین مدل برای پیش‌بینی تلاطم می‌بایست از معیارهای معرفی شده در بخش قبل ا ستفاده نماییم. این معیارها در واقع میزان انحراف واریانس شرطی پیش‌بینی شده از مدل‌های گارچ را با واریانس تحقق یافته به عنوان مرجعی برای تلاطم اندازه گیری نموده و هرچه این انحراف کمتر باشد، مدل مورد نظر از دقت بالاتری در پیش‌بینی واریانس برون نمونه برخوردار است.

نمودار ۲. سری زمانی واریانس برآورد شده از روش گارچ در مقایسه با واریانس تحقق‌یافته



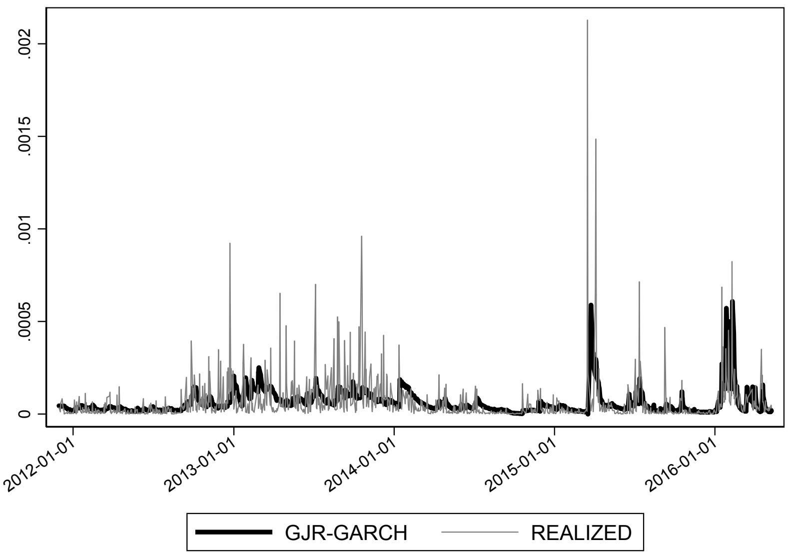
منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

نمودار۳. سری زمانی واریانس برآورد شده از روش گارچ نمایی در مقایسه با واریانس تحقق‌یافته



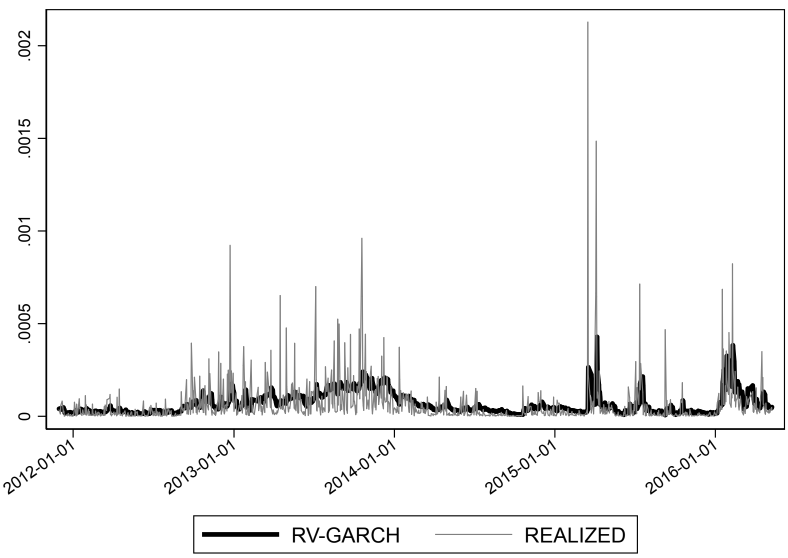
منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

نمودار ۴. سری زمانی واریانس برآورد شده از روش گارچ جی‌جی‌آر در مقایسه با واریانس تحقق‌یافته



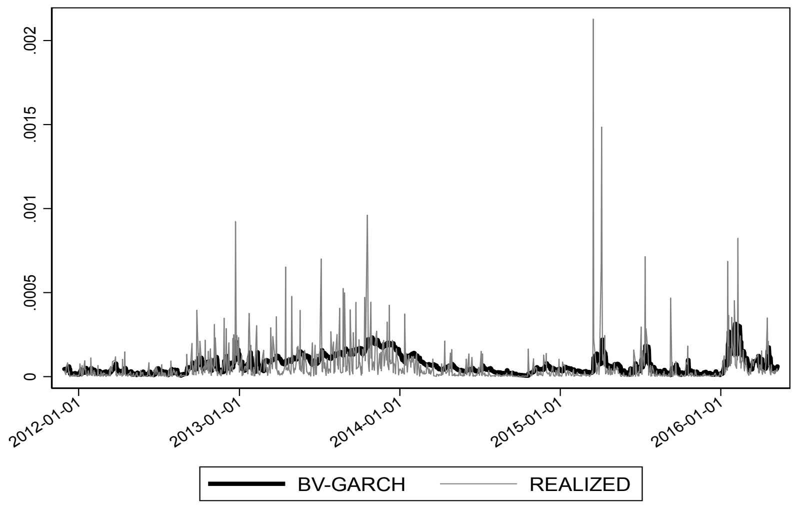
منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

نمودار ۵. واریانس برآورد شده از گارچ تحقق‌یافته با واریانس RV در مقایسه با واریانس تحقق‌یافته



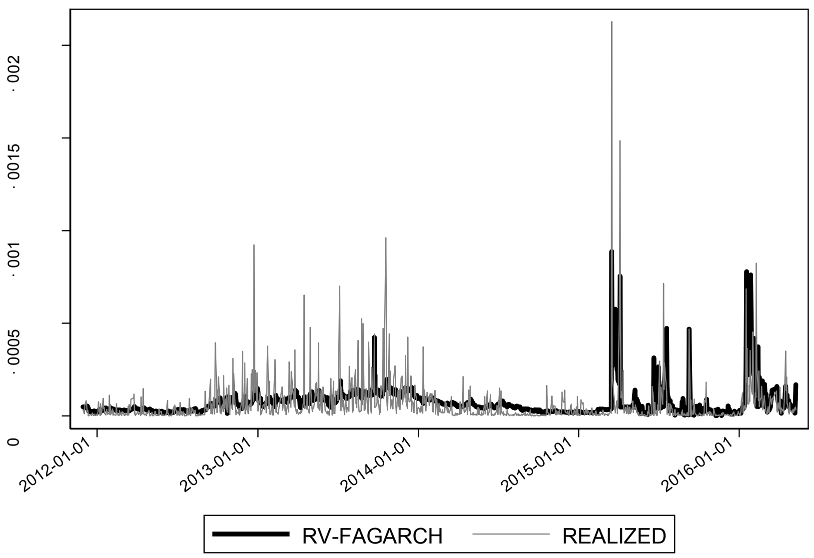
منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

نمودار ۶. واریانس برآورد شده از گارچ تحقق‌یافته با واریانس BV در مقایسه با واریانس تحقق‌یافته



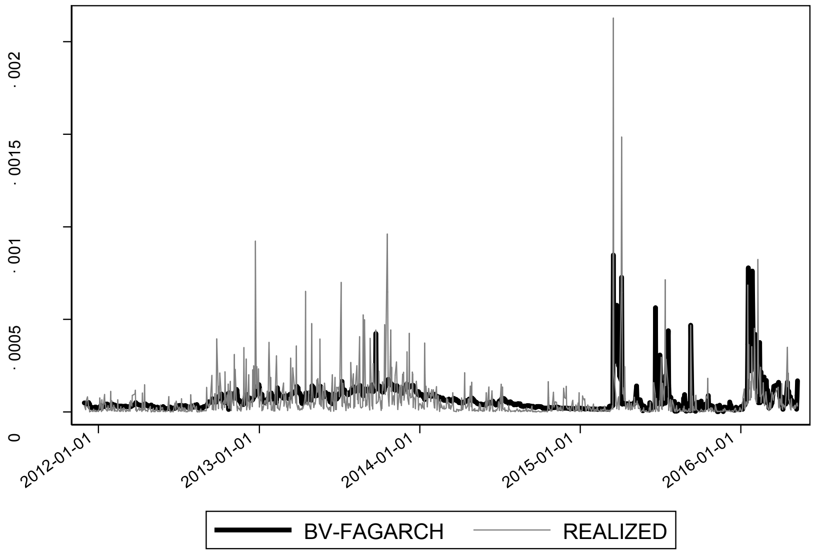
منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

نمودار ۷. واریانس گارچ تحقق‌یافته ضریب فازی با واریانس RV در مقایسه با واریانس تحقق‌یافته



منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

نمودار ۸. واریانس گارچ تحقق‌یافته ضریب فازی با واریانس BV در مقایسه با واریانس تحقق‌یافته



منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

در جدول (۴) نتایج به‌دست‌آمده از دو تابع زیان رابطه (۱۵) و (۱۶) به نمایش در آمده است. از آنجا که این مقادیر میزان انحراف پیش‌بینی از واقعیت را اندازه‌گیری می‌نماید، هر مدلی که مقادیر توابع زیان برای آن کمترین مقدار باشد، عملکرد بالاتری در پیش‌بینی واقعیت داشته است. مشاهده می‌شود در هر دو این توابع زیان مدل گارچ تحقق‌یافته بهترین عملکرد را داشته است. مشاهده می‌شود که با استفاده از دو تابع زیان QLIKE و MSE مدل RV-FAGARCH و مدل BV-FAGARCH به ترتیب رتبه‌های اول و دوم را دارند. بدین تریتیب می‌توان گفت مدل گارچ تحقق یافته با ضریب فازی از عملکرد بهتر در مقایسه با مدل گارچ تحقق یافته هانسن برای مدلسازی شاخص بورس تهران برخوردار می‌باشد.

جدول ۴. عملکرد مدل‌ها با استفاده از برآورد برون نمونه‌ای

MODEL	معیار Qlike	رتبه Qlike	معیار MSE (*1000)	رتبه MSE
GARCH	-۳۳۰۴/۷۹۱	۶	۰/۰۱۶۵۱	۷
EGARCH	-۳۳۱۹/۴۷۹	۵	۰/۰۱۵۶۸	۵
GJR-GARCH	-۳۲۶۶/۴۹۴	۷	۰/۰۱۶۴۳	۶

۳	۰/۰۱۵۵۶	۴	-۳۴۷۷/۳۰۹	RV-GARCH
۴	۰/۰۱۵۶۱	۳	-۳۴۹۸/۷۴۶	BV-GARCH
۱	۰/۰۱۰۰۴	۱	-۳۵۳۷/۰۶۹	RV-FAGARCH
۲	۰/۰۱۰۶۵	۲	-۳۵۲۳/۴۰۰	BV-FAGARCH

منبع: برآورد مدل ها با نوشتن برنامه در نرم افزار ایویوز انجام شده است.

مشاهده نمودیم که مدل گارچ تحقق یافته با ضریب فازی هم در برآزش درون نمونه‌ای و هم در پیش‌بینی برون نمونه‌ای واریانس شـــرطی(تلاطم) از بالاترین عملکرد برخوردار بوده است. از آنجا که پیش‌بینی نادرست از ریسک دارایی‌های مالی، چه در بیش برآورد ریسک و چه در کم برآورد ریسک، برای سرمایه گذار هزینه در بر دارد، استفاده از گارچ تحقق یافته می‌تواند این هزینه را به حداقل رساند.

۵. نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله واریانس شرطی با استفاده از داده‌های درون روزانه ای شاخص بورس تهران در فاصـــله زمانی آبان ســـال ۱۳۸۸ تا مهر ۱۳۹۵ بوســـیله روش‌های GARCH، EGARCH و GJR-GARCH و همچنین مدل R-GARCH با اســتفاده از دو معیار RV و BV برآورد شده است. نتایج نشان داده است که مدل گارچ تحقق یافته با ضریب فازی R-FAGARCH معرفی شده در این مقاله از خوبی برازش بیشتر در مقایسه با سایر مدل ها برخوردار است. برای ارزیابی خوبی برازش از مقدار تابع راستنمایی و برای توان پیش بینی مدل برای واریانس شـــرطی از روش پنجره غلتان و اســـتفاده از دو تابع زیان MSE و QLIKE اســـتفاده شـــده اســـت. با توجه به نتایج میتوان دریافت که مدل‌های گارچ تحقق‌یافته با ضریب فازی از عملکرد بهتری برخوردارند.

درنتیجه، بر اســـاس داده های بورس اوراق بهادار تهران مشـــاهده نمودیم که مدل‌های گارچ تحقق یافته با ضـــریب فازی در برآزش درون نمونه‌ای بهترین عملکرد را داشـــته و همچنین در پیش‌بینی برون نمونه‌ای نیز از دقت بالاتری در پیش‌بینی واریانس شـــرطی به عنوان معیاری از تلاطم برخوردار است. بنابراین، میتوان پیشنهاد نمود تا برای برآورد واریانس شـــرطی به عنوان جانشـــینی از تلاطم در بازارهای مالی در مدیریت ریســـک، از مدل‌های گارچ تحقق یافته با ضریب فازی به جای مدل‌های گارچ مرسوم استفاده گردد.

فهرست منابع:

ابونوری، اسمعیل و بهنام، شهریار (۱۳۹۲)، مدل‌سازی ناخطی شکست‌های ساختاری تابع تقاضای پول در ایران با نگرش فازی، *مجله پژوهشهای اقتصادی*، ۱۳(۴): ۷۸-۵۵.

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. & Labys, P. (2003), Modeling and Forecasting Realized Volatility, Econometrica, 71 (2): 579-625.

Badescu, A., Elliott, R. J. & Ortega, J. P. (2015), Non-Gaussian GARCH option pricing models and their diffusion limits, European journal of operational research, 247(3): 820-830.

Barndorff-Nielsen, O. E., & Shephard, N. (2004), Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps, Journal of financial econometrics, 2(1): 1-37.

Bollerslev, T. (1986), Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, Journal of Econometrics, 31(3): 307-327.

Engle, R. (2002), New Frontiers for Arch Models, Journal of Applied Econometrics, 17 (5): 425-446.

Engle, R. F. (1982), Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, Econometrica, 50 (4): 987-1007.

Engle, R. F. & Gallo, G. M. (2006), A multiple indicators model for volatility using intra-daily data, Journal of Econometrics, 131(1-2): 3-27.

Glosten, L. R., Jagannathan, R. & Runkle, D. E. (1993), On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, Journal of Finance, 48 (5): 1779-1801.

Hansen, P. R. & Lunde, A. (2005), A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)?, Journal of Applied Econometrics, 20 (7): 873-889.

Hansen, P. R., Huang, Z. & Shek, H. H. (2012), Realized GARCH: a joint model for returns and realized measures of volatility, Journal of Applied Econometrics, 27(6: 877-906.

Huang, Z., Wang, T. & Hansen, P. R. (2017), Option Pricing with the Realized GARCH Model: An Analytical Approximation Approach, Journal of Futures Markets, 37(4): 328-358.

Knight, F. (2013), Risk, uncertainty and profit, Wilmington: Vernon Press.

Nelson, D. B. (1991), Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A Nee Approach, Econometrica, 59 (2): 347-370.

Patton, A. J. (2011), Volatility forecast comparison using imperfect volatility proxies, Journal of Econometrics, 160 (1): 246-256.

Ranković, V., Drenovak, M., Urosevic, B. & Jelic, R. (2016), Mean-univariate GARCH VaR portfolio optimization: Actual portfolio approach, Computers & Operations Research, 72: 83-92.

Sahamkhadam, M., Stephan, A. & Östermark, R. (2018), Portfolio optimization based on GARCH-EVT-Copula forecasting models, International Journal of Forecasting, 34(3): 497-506.

Sharma, P. (2016), Forecasting stock market volatility using Realized GARCH model: International evidence, The Quarterly Review of Economics and Finance, 59: 222-230.

Shephard, N. & Sheppard, K. (2010), Realising the future: forecasting with high-frequency-based volatility (HEAVY) models, Journal of Applied Econometrics, 25 (2): 197-231.

Tian, S. & Hamori, S. (2015), Modeling interest rate volatility: A Realized GARCH approach, Journal of Banking and Finance, 61: 158-171.