



## Application of Cumulative Entropy Measure and PSO Algorithm in Tehran Stock Exchange Petrochemical Companies Portfolio Optimization

*Hossein Mohammadi Baghmolaei\**

*Hojat Parsa\*\**

*Saeed Tahmasebi\*\*\**

*Parviz Hajiani\*\*\*\**

### Abstract

**Objective:** The main object of this study is to use a new measure of risk called Cumulative entropy in the Markowitz portfolio optimization model and solve this model using Particle swarm optimization (PSO) to optimize the portfolio of Petrochemical companies by Applying the data consist of monthly returns of the Fifteen petrochemical companies in Tehran Stock Exchange from 2013 to 2019. The Markowitz model uses the variance as a risk measure by default. in this study, a new measure of risk called Cumulative Entropy is introduced. This measure can be used in many issues without considering the limitations of variance (standard deviation).

**Methods:** The Markowitz model is one of the most important models for solving portfolio optimization problems, but this model has many disadvantages. The Markowitz optimization problem can be solved by simple mathematical programming models when the number of assets to be invested and the market constraints are small, but when the real-world conditions and constraints are taken into account, the problem becomes complex and difficult. One of the methods that have solved human ambiguities in recent years in solving many optimization problems and has been successful in responding to complex problems is the so-called intelligent methods and algorithms. Intelligent methods that were introduced to eliminate the shortcomings of classical (traditional) optimization methods with a comprehensive and random search, largely guarantees the possibility of achieving better results.

Due to the mentioned problems in this research, a new criterion by the name Cumulative entropy is introduced which can be used as an alternative to variance in the Markowitz mean-variance optimization model as a risk criterion. Also, due to the mentioned problems for the Markowitz model, in this research, the meta-innovative particle cumulative motion (PSO) algorithm will be used to optimize the stock portfolio for Petrochemical companies stocks.

**Results:** As can be seen in the PSO algorithm, the average value of the stock return function is less than the average value of the stock return function in the Markowitz model, while the

---

Journal of Development and Capital, Vol. 6, No.2, Ser. 11, 41-55.

\* M.A. of Energy Economics, Persian Gulf University, Bushehr, Iran. (Email: hossein\_mohammadi\_73@yahoo.com).

\*\*Corresponding Author, Associate Professor of Economics, Persian Gulf University, Bushehr, Iran. (Email: hparsa@pgu.ac.ir).

\*\*\* Associate Professor of Statistics, Persian Gulf University, Bushehr, Iran. (Email: tahmasebi@pgu.ac.ir).

\*\*\*\* Assistant Professor of Economics, Persian Gulf University, Bushehr, Iran. (Email: hajiani@pgu.ac.ir).

Submitted: 22 July 2021

Revised: 18 December 2021

Accepted: 3 January 2022

Publisher: Faculty of Management, Economics, Shahid Bahonar University of Kerman.

DOI: 10.22103/jdc.2022.17949.1142

©The Authors.



**Abstract**

---

average value of the portfolio risk function is well minimized to a value less than the average portfolio risk function in the Markowitz model. For the final comparison of these two models, using the values of the table, the Reward to Volatility index (which is defined as the ratio of return to portfolio risk) is calculated that in the PSO algorithm is higher than the Markowitz model; Therefore, it can be seen that the PSO algorithm performs portfolio optimization better than the Markowitz model and produces optimal answers

**Conclusion:** According to the research findings the Cumulative Entropy measure can be used in many issues without considering the limitations of variance (standard deviation).

In the PSO algorithm, the average value of the stock return function is slightly less than the average value of the stock return function in the Markowitz model, while the average value of the portfolio risk function is much less than the average value of the portfolio risk function in Markowitz programming. Comparing the volatility reward index of the PSO algorithm with the Markowitz model, it was observed that the value of this index is higher in the PSO algorithm, which shows PSO algorithm performs portfolio optimization better and produces optimal answers.

**Keywords:** *Markowitz Portfolio Optimization Model, Cumulative Entropy, Particle Swarm Optimization algorithm, Petrochemical Companies.*

**JEL Classification:** D81,G11, C61.

**Paper Type:** *Research Paper.*

**Citation:** Mohammadi Baghmolaei, H., Parsa, H., Tahmasebi, S., Hajiani, P. (2021). Application of cumulative entropy measure and PSO algorithm in Tehran Stock Exchange petrochemical companies portfolio optimization. *Journal of Development and Capital*, 6(2), 41-55 [In Persian].



## کاربرد معیار آنتروپی تجمعی و الگوریتم PSO در بهینه‌سازی سبد سهام شرکت‌های پتروشیمی بازار بورس اوراق بهادار

حسین محمدی باغملاتی\*

حجت پارسا\*\*

سعید طهماسبی\*\*\*

پرویز حاجانی\*\*\*\*

### چکیده

هدف: هدف اصلی این مطالعه کاربرد معیار آنتروپی تجمعی در مدل بهینه‌سازی سبد سهام مارکوویتز و حل این مدل با الگوریتم فراابتکاری حرکت تجمعی ذرات (PSO) برای بهینه‌سازی سبد سهام شرکت‌های پتروشیمی بازار بورس است که بدین منظور از داده‌های بازدهی ماهانه مربوط به ۱۵ شرکت پتروشیمی بازار بورس در بازه زمانی ۱۳۹۲/۷/۱ تا ۱۳۹۸/۶/۳۱ استفاده شده است.

روش: برای بهینه‌سازی سبد سهام در دنیای واقعی به دلیل در نظر گرفتن محدودیت‌های متعدد، مدل مارکوویتز قابلیت تولید جواب بهینه را ندارد. از این رو می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری کمک گرفت. در این پژوهش با استفاده از معیار آنتروپی تجمعی و الگوریتم PSO بهینه‌سازی سبد سهام شرکت‌های پتروشیمی انجام می‌شود.

یافته‌ها: در الگوریتم PSO مقدار میانگین تابع بازدهی سهام کمتر از مقدار میانگین تابع بازدهی سهام در مدل مارکوویتز است. برای مقایسه نهایی این دو مدل با استفاده از مقادیر جدول، شاخص پاداش نوسان پذیری سبد سهام (که نسبت بازدهی به ریسک سبد سهام تعریف می‌شود) محاسبه شده است که مقدار این شاخص در الگوریتم PSO بیشتر از مدل مارکوویتز است.

نتیجه‌گیری: معیار آنتروپی تجمعی می‌تواند در بسیاری از مسائل مالی بدون لحاظ کردن محدودیت‌های مربوط به معیار واریانس استفاده شود. در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام، الگوریتم PSO با استفاده از معیار آنتروپی تجمعی یک سبد سهام با کارایی بیشتر نسبت به مدل مارکوویتز تشکیل داده و در نهایت یک سبد سهام بهینه برای سرمایه‌گذار طراحی می‌کند.

مجله توسعه و سرمایه، دوره ششم، شماره ۲، پیاپی ۱۱، صص. ۴۱-۵۵.

\* کارشناس ارشد گروه اقتصاد انرژی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران. (وایانامه: hossein\_mohammadi\_73@yahoo.com).

\*\* نویسنده مسئول، دانشیار گروه اقتصاد، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران. (وایانامه: hparsa@pgu.ac.ir).

\*\*\* دانشیار گروه آمار استنباطی ریاضی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران. (وایانامه: tahmasebi@pgu.ac.ir).

\*\*\*\* استادیار گروه اقتصاد، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر، ایران. (وایانامه: hajiani@pgu.ac.ir).

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۱۳

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۹/۲۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۴/۳۱

ناشر: دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

DOI: 10.22103/jdc.2022.17949.1142

©The Authors.



**واژه‌های کلیدی:** مدل بهینه‌سازی سبد سهام مارکویتز، آنتروپی تجمعی، الگوریتم حرکت تجمعی ذرات، شرکت‌های پتروشیمی.

**طبقه‌بندی JEL:** C61, G11, D81.

**نوع مقاله:** پژوهشی.

**استناد:** محمدی باغملائی، حسین؛ پارسا، حجت؛ طهماسبی، سعید؛ حاجیانی، پرویز. (۱۴۰۰). کاربرد معیار آنتروپی تجمعی و الگوریتم PSO در بهینه‌سازی سبد سهام شرکت‌های پتروشیمی بازار بورس اوراق بهادار. *مجله توسعه و سرمایه*، ۶(۲)، ۴۱-۵۵.

#### مقدمه

مطالعه علمی بازار سرمایه از ضروریات امروز کشورها در زمینه مسائل اقتصادی و بازارهای مالی است. کاهش ریسک سرمایه‌گذاری و حفظ سرمایه از مهم‌ترین مسائلی است که برای سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی و به خصوص بازار سرمایه مورد توجه است. یکی از مهم‌ترین استراتژی‌هایی که سرمایه‌گذاران در بازار سرمایه اتخاذ می‌کنند متنوع‌سازی است. در زمینه متنوع‌سازی مهم‌ترین نکته مدنظر سرمایه‌گذاران این است که بر روی هر سهم چه میزان از سرمایه خود را اختصاص دهند تا بازدهی کل سبد سهام حداکثر و ریسک آن حداقل شود که در این حالت سرمایه‌گذار به دنبال اولویت‌بندی سهام بر اساس میزان بازدهی و ریسک است. در این زمینه مبحث بهینه‌سازی سبد سهام می‌تواند راهکارهای مناسبی برای سرمایه‌گذاران ارائه دهد.

بازار بورس اوراق بهادار نماد بازار سرمایه کشور ایران است. به‌منظور سرمایه‌گذاری و تشکیل سبد سهام در بازار بورس، صنعت پتروشیمی یکی از صنایع جذاب بازار بورس است. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های صنعت پتروشیمی ارزش‌افزوده بسیار بالای آن است. شرکت‌های پتروشیمی فعال در بازار سرمایه در اغلب مواقع بین سهامداران خود سود نقدی توزیع می‌کنند و برای سرمایه‌گذارانی که به دنبال سود نقدی سالیانه هستند سهام شرکت‌های پتروشیمی سهامی مناسب و جذاب تلقی می‌گردد. به همین منظور در این پژوهش تلاش می‌شود از روش‌های نوین بهینه‌سازی و معیارهای جدید سنجش ریسک در بهینه‌سازی سبد سهام شرکت‌های پتروشیمی استفاده شود.

**مارکویتز<sup>۱</sup> (۱۹۵۲)** با معرفی نظریه مدرن پورتفوی برای انجام متنوع‌سازی در امر سرمایه‌گذاری، ادبیات جدیدی را وارد حوزه مسائل مالی کرد. ایده اصلی نظریه مدرن پورتفوی این است که اگر در دارایی‌هایی که به‌طور کامل با هم همبستگی ندارند سرمایه‌گذاری شود ریسک آن دارایی‌ها یکدیگر را خنثی کرده و می‌توان یک بازده ثابت با ریسک کمتر به دست آورد (مدرس و محمدی استخری، ۱۳۸۶). مدلی که توسط مارکویتز معرفی شد به مدل میانگین-واریانس مشهور است. در این مدل میانگین نشان‌دهنده بازدهی موردانتظار است و واریانس بیانگر ریسک سبد سهام است (قندهاری و همکاران، ۱۳۹۶).

در پژوهش‌های بی‌شماری از مفاهیم مدل مارکویتز استفاده شده است اما این مدل دارای معایبی است. مسئله بهینه‌سازی مارکویتز زمانی که تعداد دارایی‌های قابل سرمایه‌گذاری و محدودیت‌های موجود در بازار کم باشد، توسط مدل‌های ساده برنامه‌ریزی ریاضی حل‌شدنی است اما هنگامی که شرایط و محدودیت‌های دنیای واقعی در نظر گرفته

شود، مسئله پیچیده و مشکل خواهد شد (کشاوری، ۱۳۹۱). در سالان اخیر برای حل چنین مسائل پیچیده‌ای، ریاضیات پیشرفته و کامپیوترها به کمک انسان شتافته تا وی را در بیرون آوردن از شرایط عدم اطمینان محیطی و ابهام یاری رساند. از جمله روش‌هایی که در سال‌های اخیر در حل بسیاری مسائل بهینه‌سازی، گره‌گشای ابهامات بشر بوده و در پاسخ به مسائل پیچیده رویکردی موفق داشته است، روش‌ها و الگوریتم‌های موسوم به هوشمند<sup>۲</sup> است. روش‌های هوشمند که با هدف رفع کاستی‌های روش‌های کلاسیک (سنتی) بهینه‌سازی معرفی شدند با جستجویی جامع و تصادفی، احتمال دستیابی به نتایج بهتر را تا حد زیادی تضمین می‌کنند (بیات و اسدی، ۱۳۹۶).

نظر به اینکه در مدل میانگین - واریانس برای استفاده از واریانس، داده‌ها می‌بایست دارای توزیع نرمال باشند فرض نرمال بودن توزیع داده‌ها در بسیاری از مواقع صحیح نیست. در بازارهای سرمایه فرض بر این است که سرمایه‌گذاران، ریسک‌گریز هستند و بیشتر از آنکه به دنبال کسب بازدهی باشند به دنبال دوری از ریسک هستند و در این حالت ریسک متقارن نیست و ریسک چولگی خواهد داشت. از این رو به منظور اعتراض از این نقض در این مقاله به جای معیار واریانس از معیار آنتروپی جمعیتی به عنوان معیار سنجش ریسک استفاده شده است. همچنین در این پژوهش از الگوریتم فراابتکاری حرکت جمعیتی ذرات<sup>۴</sup> (PSO) برای بهینه‌سازی سبد سهام برای سهام شرکت‌های پتروشیمی استفاده خواهد شد و نتایج مدل مارکویتز با مدل جمعیتی ذرات (PSO) مقایسه خواهد شد.

### مبانی نظری

کسب بهترین نتیجه قابل قبول برای یک مسئله مشخص با توجه به شرایط آن مسئله را بهینه‌سازی می‌نامند. بهینه‌سازی در حقیقت به معنای به دست آوردن جواب‌هایی از مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر باهدف بهینه نمودن معیارهای موجود در مسئله است. همچنین برای سبد سهام، بهینه‌سازی عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب از دارایی‌های مالی به نحوی که باعث شود تا حد ممکن بازده سبد سهام حداکثر و ریسک آن حداقل شود (زندخاوری، ۱۳۹۴).

### روش‌های بهینه‌سازی

برای انجام بهینه‌سازی روش‌های مختلفی وجود دارد که می‌توان به دو نوع از آن اشاره کرد.

الف) بهینه‌سازی سنتی<sup>۵</sup>: این روش‌ها شامل مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی هستند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به برنامه‌ریزی غیرخطی، برنامه‌ریزی خطی، برنامه‌ریزی خطی صحیح و برنامه‌ریزی پویا اشاره کرد. با توجه به محدودیت‌های روش‌های سنتی ریاضی مانند مشکل یافتن جواب بهینه مناسب، عدم مشتق‌پذیری یک تابع و ...، باعث شد پژوهش‌هایی بر روی یافت الگوهای مناسب و فاقد نقص‌های نام‌برده انجام شود که زمینه‌ساز پیدایش الگوریتم‌های تکاملی شد (قندهاری و همکاران، ۱۳۹۶). از جمله روش‌های بهینه‌سازی سنتی می‌توان به روش بهینه‌سازی سبد سهام مارکویتز اشاره کرد.

ب) بهینه‌سازی تکاملی<sup>۶</sup>: در علم رایانه، محاسبات تکاملی زیرمجموعه هوش مصنوعی<sup>۷</sup> است. هوش مصنوعی به سیستم‌هایی گفته می‌شود که می‌توانند واکنش‌هایی مشابه با رفتارهای هوشمند انسانی از جمله درک شرایط پیچیده، شبیه‌سازی فرایندهای فکری و شیوه‌های استدلال انسانی و پاسخ موفق به آن‌ها، یادگیری و توانایی کسب دانش و استدلال برای حل مسائل را داشته باشند (پول و مکورث<sup>۸</sup>، ۲۰۱۰). برخی از مسائل بهینه‌سازی با تکنیک‌های ریاضی

دقیق قابل حل نیستند و از این برای حل این مسائل از روش‌های تکاملی و هوش تجمعی استفاده می‌شود. روش‌های بهینه‌سازی تکاملی را می‌توان به دو دسته روش‌های ابتکاری<sup>۹</sup> و فراابتکاری<sup>۱۰</sup> تقسیم‌بندی کرد.

### پیشینه پژوهش

انتخاب بهینه سبد دارایی از دیرباز یکی از دل‌مشغولی‌های سرمایه‌گذاران بوده است و در این زمینه مطالعات مختلفی انجام شده است.

**راعی و علی بیگی (۱۳۸۹)** بیان می‌کنند که برای حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی لازم است از شیوه‌های ابتکاری مانند شبکه‌های عصبی و الگوریتم‌های تکاملی در بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شود. هدف اصلی پژوهش آن‌ها حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی (مدل میانگین واریانس) با استفاده از روش بهینه‌سازی حرکت تجمعی ذرات (PSO) است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد، روش بهینه‌سازی حرکت تجمعی ذرات در بهینه‌سازی پرتفوی سهام حتی با وجود اعمال محدودیت‌های بازار موفق است.

**میزبان و همکاران (۱۳۹۱)** در مقاله‌ای با توجه به معیارهای متفاوت اندازه‌گیری ریسک یعنی واریانس، نیم‌واریانس و قدر مطلق انحرافات و همچنین محدودیت‌های موجود در بازار واقعی مانند اندازه ثابت تعداد سهام و محدودیت خرید از الگوریتم ازدحام ذرات برای بهینه‌یابی مدل سبد سهام مارکowitz استفاده کرده‌اند. نتایج به‌دست آمده از این پژوهش نشانگر عملکرد موفق الگوریتم PSO در محاسبه مرز کارای مارکowitz در تعاریف مختلف اندازه‌گیری ریسک است.

**بیات و اسدی (۱۳۹۶)** در پژوهش خود جهت انتخاب سبد سهام از الگوریتم پرندگان و مدل مارکowitz استفاده کرده و مقایسه‌ای نیز بین آن‌ها صورت پذیرفته است. معرفی یک مدل جهت انتخاب سبد سهام برای سرمایه‌گذاران از مهم‌ترین اهداف آن‌ها در این پژوهش است. نتایج پژوهش در ارتباط با مقایسه الگوریتم پرندگان و مدل مارکowitz حاکی از آن است که الگوریتم پرندگان در مقایسه با مدل مارکowitz دارای خطای کمتری در انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری است.

**راعی و همکاران (۱۳۹۶)** در پژوهش خود معیار آنتروپی شانون را معرفی می‌کنند که برخلاف واریانس، وابسته به تقارن توزیع بازده دارایی‌ها نیست و می‌تواند به‌عنوان معیاری جدید برای محاسبه ریسک سبد سهام مورد استفاده قرار بگیرد. در این پژوهش مدل میانگین-واریانس-آنتروپی برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام معرفی شده و از طریق الگوریتم ازدحام ذرات، مسئله بهینه‌سازی حل شده است. به‌منظور مقایسه مدل پژوهش با مدل میانگین-واریانس مارکowitz با استفاده از شاخص شارپ پرتفوی‌ها توسط هر کدام از روش‌ها، نشان داده شده است که مدل پیشنهادی آن‌ها (میانگین-واریانس-آنتروپی) با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات از کارایی بالاتری نسبت به مدل میانگین-واریانس مارکowitz برخوردار است.

**فیلیپاتوس و ویلسون<sup>۱۱</sup> (۱۹۷۲)** مقاله‌ای تحت عنوان آنتروپی، ریسک بازار و انتخاب پرتفوی کارا، بیان می‌کنند که الگوی میانگین-واریانس برای توزیع‌های نرمال کاربرد تحلیلی بیشتری دارد. با این حال، برای توزیع‌های غیرنرمال معیارهای دیگری برای سنجش نا اطمینانی موردنیاز است که پویاتر و عمومی‌تر از واریانس باشد و از اتکا به یک توزیع خاص بی‌نیاز باشد؛ بنابراین معیار آنتروپی معرفی شده است. در این پژوهش الگوی میانگین-آنتروپی با الگوی سنتی

میانگین - واریانس مقایسه می شود. یافته‌ها نشان می دهد که سبدهای سهام بهینه شده با مدل میانگین-آنتروپی، با مدل کوواریانس کامل مارکوویتز و مدل تک شاخص شارپ سازگار است.

کورازا<sup>۱۲</sup> (۲۰۰۹) در پژوهش خود یک رویکرد اکتشافی برای مسئله بهینه سازی پرتفوی با استفاده از تکنیک PSO ارائه می کند. آن‌ها در مطالعه خود از مدل میانگین- واریانس با محدودیت کاردینالی استفاده می کند و هدف اصلی آن‌ها اعمال تکنیک PSO در مسئله بهینه سازی پرتفوی است. نتایج این مطالعه با نتایج الگوریتم‌های ژنتیک، تبرید شبیه سازی شده و رویکردهای جستجوی تابو مقایسه شده اند. نتایج نشان می دهد که رویکرد بهینه سازی ازدحام ذرات در بهینه سازی پرتفوی موفق عمل می کند.

کورازا و همکاران<sup>۱۳</sup> (۲۰۱۳) در پژوهش خود برای حل مسئله بهینه سازی از مدل ازدحام ذرات (PSO) استفاده می کنند. از آنجا که PSO در اصل برای مسائل بهینه سازی بدون قید در نظر گرفته شده لذا آن‌ها از مدل عدد صحیح مختلط به عنوان یک مدل جدید استفاده کرده اند که در آن یک تابع جریمه دقیق استاندارد معرفی و اعمال می شود. نتایج به دست آمده نشان می دهد که مدل PSO به خوبی به جواب‌های بهینه برای سبد سهام دست می یابد. مدل PSO حتی اگر با معیارهای ریسک گوناگون و سیستم‌های محدودیت مختلف استفاده شود، می تواند در مسائل بهینه سازی به عنوان یک راه حل مؤثر و کلیدی قلمداد شود.

### روش پژوهش

در سال ۱۹۵۲ مارکوویتز یک الگو برای حل مسئله بهینه سازی سبد سهام را ارائه داد. این مسئله به صورت برنامه ریزی درجه دوم با هدف حداقل سازی واریانس سبد سهام با این شرط که بازده مورد انتظار برابر با یک مقدار ثابت باشد، مطرح شد (مارکوویتز، ۱۹۵۲). به طور کلی بازده مورد انتظار سبد سهام و ریسک سبد سهام دو پارامتر اصلی در مدل بهینه سازی مارکوویتز هستند که در این پژوهش از معیار آنتروپی تجمعی به عنوان معیار سنجش ریسک سبد سهام استفاده می شود.

### بازدهی مورد انتظار سبد سهام<sup>۱۴</sup>

در دنیای واقعی در اغلب موارد، وضعیت‌های طبیعی آینده دارای احتمالات نامطمئن هستند. در این حالت مشاهدات تاریخی را می توان برای تخمین بازده مورد انتظار و ریسک به کار گرفت (کلارک و کیم<sup>۱۵</sup>، ۲۰۱۳)؛ بنابراین با وارد کردن احتمال به تحلیل، فرض می کنیم احتمال وقوع هر مشاهده برابر با  $\frac{1}{T}$  و تعداد کل مشاهدات تاریخی برابر با T است. از این رو میانگین سبد سهام ( $\mu_p$ ) را به صورت زیر می توان تعریف کرد:

$$\mu_p = E\{R_p(T)\} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_p(T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n w_i r_i(t) \quad (1)$$

در رابطه ۱:  $r_i(t)$  بازده واقعی سهم  $i$  در مشاهده  $t$  ام (مربوط به زمان  $t$ ) است،  $w_i$  وزن سرمایه گذاری در سهم  $i$  ام است،  $R_p(T)$  بازده سبد سهام است که به عنوان یک مجموع وزن دار از بازده سهام حاضر در پرتفوی ( $r_i$  ها) در تمام مشاهدات (T مشاهده) تعریف می شود.

رابطه ۱ بیان می‌کند که میانگین سبد سهام برابر با امید ریاضی  $R_p(T)$  است. با استفاده از رابطه ۱ می‌توان میانگین (بازده مورد انتظار) مربوط به سهم  $i$  ( $\mu_i$ ) را نیز محاسبه کرد:

$$\mu_p = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n w_i r_i(t) = \sum_{i=1}^n w_i \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_i(t) \quad (2)$$

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_i(t) = E\{r_i(t)\} = \mu_i \quad (3)$$

با استفاده از روابط ۲ و ۳، بازده مورد انتظار سبد سهام ( $\mu_p$ ) به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \quad (4)$$

### آنتروپی تجمعی

در مدل مارکوفیتز به طور پیش فرض از واریانس برای سنجش ریسک سبد سهام استفاده می‌شود در حالی که در این پژوهش از معیار آنتروپی تجمعی برای این امر استفاده می‌شود. در این بخش ابتدا مفاهیم مربوط به معیار آنتروپی را شرح داده و سپس به تشریح مفهوم آنتروپی تجمعی می‌پردازیم. شانون<sup>۱۶</sup> (۱۹۴۸) آنتروپی را به حوزه علوم اطلاعات وارد کرد و از آن برای اندازه‌گیری میزان انتقال اطلاعات استفاده کرد. در عمل اطلاعات به معنی از بین بردن عدم قطعیت است؛ مقادیر بالای آنتروپی شانون نشان‌دهنده نیاز به اطلاعات بیشتر برای پیش‌بینی رفتار یک سری است، در حالی که مقادیر پایین‌تر به معنای نیاز به اطلاعات کمتر و در نتیجه رفتار قابل پیش‌بینی‌تر از آن سری است. (گو<sup>۱۷</sup>، ۲۰۱۷).

در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام، تعدادی از پژوهشگران در مدل میانگین-واریانس، آنتروپی را با واریانس جایگزین کردند و محققین دیگری با افزودن آنتروپی به مدل اصلی بهینه‌سازی سبد سهام یک مدل بهینه‌سازی جدید را ایجاد کردند. تعمیم آنتروپی به حالت پیوسته مشکلاتی را به وجود می‌آورد که تلاش‌های متعددی به منظور تعریف معیارهای جدید اطلاعات که فاقد مشکلات مربوطه باشد صورت گرفته است. یکی از این معیارها آنتروپی تجمعی نام دارد که معیار جدیدی برای سنجش عدم قطعیت است.

### معرفی رابطه تجربی آنتروپی تجمعی برای سنجش ریسک سبد سهام

فرض کنید یک سبد سهام دارای  $m$  سهم و  $R_1, R_2, \dots, R_m$  بازدهی باشد. اگر  $R_{(1)} \leq R_{(2)} \leq \dots \leq R_{(m)}$  نشان‌دهنده ترتیب بازدهی‌های سهام باشد، معیار تجربی  $F$  برای یک متغیر تصادفی بازدهی (که با  $r$  نشان داده می‌شود) و با وجود شمارشگر مشاهدات برابر با  $k$  که  $k = 1, 2, 3, \dots, m - 1$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{F}_m(r) = \begin{cases} 0, & r < R_{(1)}. \\ \frac{k}{m}, & R_{(k)} \leq r \leq R_{(k+1)}. \\ 1, & r > R_{(k+1)}. \end{cases} \quad (5)$$

پس از بیان رابطه ۵، یک معیار سنجش تجربی که به عنوان معیار سنجش ریسک در این پژوهش شناخته می‌شود را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



$$CE(\hat{F}_m) = - \sum_{k=1}^{m-1} U_{k+1} \left(\frac{k}{m}\right) \log \left(\frac{k}{m}\right) \quad (6)$$

بایستی توجه شود که  $U_{(k)} = R_{(k)} - R_{(k-1)}$  و  $R_{(0)} = 0$  (طهماسبی و پارسا، ۲۰۱۹).  $CE(\hat{F}_m)$  در رابطه ۶ به عنوان معیار سنجش ریسک سبد سهام محسوب شده و از قدرمطلق آن در مسئله برنامه ریزی میانگین-آنتروپی تجمعی استفاده می شود.

#### فرم استاندارد مدل میانگین-آنتروپی تجمعی مارکوویتز

پس از معرفی روابط مورد استفاده برای اندازه گیری ریسک و بازده سهام می توان مسئله برنامه ریزی مدل مارکوویتز را طبق معیار ریسک آنتروپی تجمعی معرفی کرد؛ بنابراین مسئله برنامه ریزی میانگین-آنتروپی تجمعی به صورت زیر نوشته می شود:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{m-1} w_i \left[ U_{k+1} \left(\frac{k}{m}\right) \log \left(\frac{k}{m}\right) \right] \quad (7)$$

1) St:  $\mu_p \geq \mu_{p0}$

2)  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

در رابطه ۷:  $\mu_p$  بازده مورد انتظار سبد سهام،  $\mu_{p0}$  حداقل بازده مورد انتظار سبد سهام،  $w_i$  وزن سرمایه گذاری در سهم  $i$  ام است که مجموع آن می بایست برابر با یک باشد که نشان دهنده قید محدودیت بودجه است.

#### الگوریتم حرکت تجمعی ذرات (PSO)

الگوریتم حرکت تجمعی ذرات تکنیک بهینه سازی تصادفی مبتنی بر جمعیت است که از رفتار اجتماعی دسته پرندگان الهام گرفته شده است و این الگو مربوط به حوزه هوش تجمعی<sup>۱۸</sup> است که از مطالعه موجودات طبیعی که در یک گروه زندگی می کنند سرچشمه می گیرد (مارتینز و همکاران<sup>۱۹</sup>، ۲۰۰۷).

ایده اصلی این الگوریتم به این صورت است که گروهی از پرندگان در فضایی به صورت تصادفی دنبال غذا می گردند و تنها یک تکه غذا در فضای مورد بحث وجود دارد. هیچ یک از پرندگان محل غذا را نمی دانند ولی در هر مرحله فاصله خود را تا محل غذا می دانند و بر این اساس یکی از بهترین استراتژی ها می تواند دنبال کردن پرنده ای باشد که کمترین فاصله را تا غذا داشته باشد که PSO این رفتار را در مسائل بهینه سازی شبیه سازی می نماید و هر پرنده را یک ذره می نامد. مفهوم اصلی PSO در شتاب بخشیدن به هر ذره به سمت بهترین موقعیت فردی (pbest) خود است که تاکنون به وسیله آن ذره به دست آمده است و بهترین موقعیت گروهی (gbest) که بهترین مقدار به دست آمده از هر ذره شایسته در همسایگی آن ذره با شتاب وزنی تصادفی در هر گام زمانی است (بیات و اسدی، ۱۳۹۶).

الگوریتم حرکت تجمعی ذرات چند جواب کاندید در فضای جست و جو را به طور هم زمان در نظر می گیرد. در طی هر تکرار، جواب های کاندید هر کدام به وسیله مقدار تابع هدفی که در حال بهینه شدن است، ارزیابی می شوند که مشخص کننده مطلوبیت جواب ها است. قابلیت جستجوی تصادفی که PSO از آن استفاده می کند منجر به این می شود که الگوریتم PSO را یک الگوریتم فراابتکاری بنامیم (کمیلوف<sup>۲۰</sup>، ۲۰۰۸).

رابطه حرکت ذرات

در الگوریتم PSO تغییر سرعت و تغییر مکان ذره را با استفاده از یک رابطه می‌توانیم بیان کنیم. حرکت ذره به سرعت فعلی آن وابسته است و تغییر سرعت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{v}_{ij}(t+1) = w\vec{v}_{ij}(t) + c_1r_1[\vec{p}_{ij}(t) - \vec{x}_{ij}(t)] + c_2r_2[\vec{p}_{gi}(t) - \vec{x}_{ij}(t)] \quad (8)$$

در رابطه ۸:  $j$  تعداد ابعاد ذره  $i$  است،  $t$  دنباله (توالی) تکرار است،  $c_1$  و  $c_2$  پارامترهای ثابت مثبت هستند که ضرایب شتاب نامیده می‌شوند که  $c_1$  مربوط به عوامل یادگیری فردی و  $c_2$  مربوط به عوامل یادگیری اجتماعی است و این دو ضریب مسئول کنترل حداکثر اندازه گام هستند،  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی اولیه بین ۰ و ۱ هستند که برای جلوگیری از یکنواختی حرکت از پارامترهای تصادفی استفاده شده است،  $w$  وزن اینرسی نامیده می‌شود که یک عدد ثابت و تصادفی و کنترل‌کننده حرکت ذره با توزیع یکنواخت بین ۰ و ۲ است،  $\vec{v}_{ij}(t+1)$  امین سرعت ذره در  $t$  بعد (اندازه) در تکرار  $t+1$  ام است،  $\vec{v}_{ij}(t)$  امین سرعت ذره در  $t$  بعد (اندازه) در تکرار  $t$  ام است،  $\vec{x}_{ij}(t)$  امین موقعیت ذره در  $t$  بعد (اندازه) در تکرار  $t$  ام است،  $\vec{p}_{ij}(t)$  بهترین موقعیت شخصی در گروه است،  $c_1r_1[\vec{p}_{ij}(t) - \vec{x}_{ij}(t)]$  بیان‌کننده فاصله‌ای است که ذره در هر لحظه از بهترین خاطره شخصی‌اش دارد که در واقع این بخش نشانگر میزان تمایل و کشش هر ذره برای بازگشت به محیط بهترین خاطره‌اش است و  $c_2r_2[\vec{p}_{gi}(t) - \vec{x}_{ij}(t)]$  بیان‌کننده فاصله‌ای است که هر ذره از بهترین خاطره همسایگی‌اش دارد که در واقع این بخش نشان‌دهنده میزان کشش و تمایل هر ذره برای دنباله‌روی از اجتماع و پیمودن مسیر موفقیت جامعه (بهترین خاطره جمعی) است.

در نهایت موقعیت جدید ذره  $i$  یعنی  $\vec{x}_{ij}(t+1)$  توسط رابطه ۹ محاسبه می‌شود:

$$\vec{x}_{ij}(t+1) = \vec{x}_{ij}(t) + \vec{v}_{ij}(t+1) \quad (9)$$

تابع برازش

در الگوریتم PSO برای ذرات حاضر در جمعیت یک تابع هدف یا تابع برازش توسط (کندی و ابره‌ارت<sup>۲۱</sup>، ۱۹۹۵) پیشنهاد شده است که هر ذره سعی می‌کند آن را بهینه کند. هر کدام از ذرات با توجه به موقعیت قبلی خود و موقعیت قبلی همسایگان در فضای جواب حرکت می‌کنند. بهترین موقعیت قبلی هر ذره نقطه‌ای است که آن ذره بهترین مقدار برازش را در مسیر حرکت خود به دست آورده است و بهترین موقعیت همسایگی قبلی، بیانگر وضعیتی است که سایر ذرات حاضر در یک جمعیت بهترین مقدار برازش را به دست آورند.

در این پژوهش تابع برازش الگوریتم PSO را با استفاده از معیار سنجش ریسک آنروپی تجمعی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_p = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{m-1} w_i \left[ U_{k+1} \left( \frac{k}{m} \right) \log \left( \frac{k}{m} \right) \right] \quad (10)$$

$f_p$  مقدار برازش ذره  $p$  است. در هر بار تکراری که انجام می‌شود، اگر در مقادیر برازش تغییری مشاهده گردد بهترین موقعیت مربوط به هر ذره و بهترین موقعیت همسایگی در جمعیت به روزرسانی می‌شود.

### طراحی تابع جریمه برای اصلاح تابع برازش الگوریتم PSO

در مسئله برنامه‌ریزی مدل مارکوفیتز طبق رابطه ۹ برای تابع هدف، یک قید مهم ( $\mu_p \geq \mu_{p0}$ ) تعریف شده است که مربوط به کسب حداقل معینی از بازدهی است. به منظور بهینه‌سازی با الگوریتم PSO نیز این قید باید تأمین شود که برای برآورده شدن آن می‌توان از روش تابع جریمه<sup>۲۲</sup> استفاده کرد. در مسائل کمینه‌سازی، تابع جریمه باعث افزایش مقدار تابع هدف و بدتر شدن پاسخ می‌شود. در این مسئله از جریمه ضرب شونده استفاده شده است.

در نهایت فرم اصلاح شده و نهایی تابع برازش الگوریتم PSO به استفاده از معیار سنجش ریسک آنتروپی تجمعی و با لحاظ کردن تابع جریمه به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$f_p = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{m-1} w_i \left[ U_{k+1} \left( \frac{k}{m} \right) \log \left( \frac{k}{m} \right) \right] \cdot \left[ 1 + \beta \max \left( 0.1 - \frac{\mu_p}{\mu_{p0}} \right) \right] \quad (11)$$

مقدار  $\beta$  باید به نحو مناسب تعیین شود که در نهایت مسئله بتواند به یک جواب بهینه همگرا شود که در این پژوهش برابر با ۱۰ قرار داده شده است.

### جامعه و نمونه پژوهش

در این پژوهش جامعه آماری کلیه شرکت‌های پتروشیمی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران هستند و به‌طور نمونه از داده‌های بازدهی ماهانه ۱۵ شرکت پتروشیمی حاضر در بورس اوراق بهادار در بازه زمانی ۱۳۹۲/۷/۱ تا ۱۳۹۸/۶/۳۱ استفاده شده است. مقادیر بازدهی شرکت‌ها توسط نرم‌افزار «رهاورد نوین ۳» محاسبه شده‌اند. این ۱۵ شرکت (نماد) شامل: ۱- سرمایه-گذاری ایرانیان (پترول) ۲- آبادان (شپترو) ۳- جم (جم) ۴- خراسان (خراسان) ۵- پردیس (شپدیس) ۶- خارک (شخارک) ۷- تأمین (تاپیکو) ۸- صنایع شیمیایی ایران (شیران) ۹- سرمایه‌گذاری صنایع پتروشیمی (وپترو) ۱۰- سازند (شاراک) ۱۱- شیراز (شیراز) ۱۲- خلیج فارس (فارس) ۱۳- فناوران (شفن) ۱۴- کرمانشاه (کرماشا) ۱۵- حمل و نقل پتروشیمی (حپترو) می‌باشند.

### نتایج پژوهش

به منظور تخمین نتایج بر مبنای الگوریتم PSO و مقایسه با مدل مارکوفیتز از نرم‌افزار MATLAB2018 استفاده شده است. برای برنامه نویسی الگوریتم PSO در نرم‌افزار MATLAB2018، مقدار پارامترها به این صورت است که اندازه جمعیت ذرات برابر با ۴۰، وزن اینرسی ( $w$ ) برابر با ۱، وزن نمایی کاهشی ( $w_{damp}$ ) برابر با ۰/۹۹، پارامترهای  $c1$  و  $c2$  برابر با ۲ و  $k$  (تعداد تکرار) برابر با ۱۰۰ است. همچنین ۵ استراتژی از  $X1$  تا  $X5$  در نظر گرفته شده است. زمان حل این مسئله برای کامپیوتری با رم ۸ گیگابایت و پردازشگر ۸ هسته‌ای ۲/۲۰ گیگاهرتز، حدود ۳۷ ثانیه و ۲۲ صدم ثانیه طول کشیده است.

### نتایج الگوریتم PSO

اوزان بهینه طبق الگوریتم PSO برای ۵ سناریو در جدول ۱ آورده شده است:

جدول ۱. اوزان بهینه در بهینه‌سازی سبد سهام طبق الگوریتم PSO

میانگین	X5	X4	X3	X2	X1	نماد
۰/۰۲۳۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱۱	۰/۰۲۰۱	۰/۰۳۸۹	۰/۰۵۵۳	پترول
۰/۰۴۴۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۵۳۶	۰/۰۶۵۳	۰/۰۵۶۳	۰/۰۴۸۸	شپترو
۰/۰۳۶۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۲۸۵	۰/۰۶۳۴	۰/۰۸۹۴	جم
۰/۰۶۰۰	۰/۰۰۰۰۶	۰/۰۴۲۵	۰/۰۹۶۰	۰/۰۸۴۶	۰/۰۷۶۲	خراسان
۰/۰۲۸۰	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۹۵	۰/۰۵۱۴	۰/۰۷۸۸	شپدیس
۰/۱۸۳۸	۰/۳۳۴۵	۰/۲۵۰۲	۰/۱۵۷۶	۰/۱۱۲۰	۰/۰۶۴۸	شخارک
۰/۰۵۱۱	۰/۰۰۰۰۳	۰/۰۲۸۹	۰/۰۸۰۳	۰/۰۷۵۸	۰/۰۷۰۳	تاپیکو
۰/۰۶۴۳	۰/۰۰۰۶۹	۰/۰۷۶۶	۰/۰۹۳۶	۰/۰۷۸۹	۰/۰۶۵۵	شیران
۰/۰۲۹۵	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۰۰۳۹	۰/۰۴۴۸	۰/۰۴۹۰	۰/۰۴۹۵	وپترو
۰/۱۸۱۶	۰/۳۲۲۷	۰/۲۴۸۱	۰/۱۵۵۲	۰/۱۰۷۱	۰/۰۶۴۹	شاراک
۰/۰۲۱۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۹۵	۰/۰۳۸۱	۰/۰۶۰۰	شیراز
۰/۰۲۴۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۱۰	۰/۰۳۱۹	۰/۰۸۷۲	فارس
۰/۱۴۴۵	۰/۲۳۰۵	۰/۱۸۸۹	۰/۱۴۲۴	۰/۰۹۷۶	۰/۰۶۲۹	شفن
۰/۰۳۰۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۴۹	۰/۰۵۲۲	۰/۰۸۵۰	کرماشا
۰/۰۷۷۲	۰/۰۹۳۹	۰/۱۰۶۲	۰/۰۸۱۵	۰/۰۶۲۷	۰/۰۴۱۶	چپترو

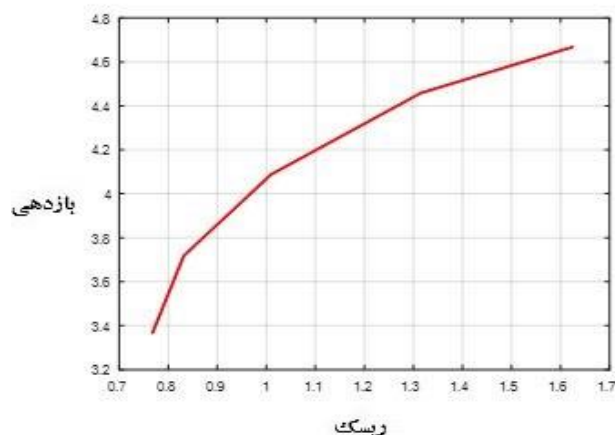
منبع: یافته‌های تحقیق

جدول ۲. ریسک و بازدهی استراتژی‌ها طبق الگوریتم PSO

میانگین	X5	X4	X3	X2	X1	ریسک و بازدهی
۱/۱۱۰۰	۱/۶۲۶۰	۱/۳۱۵۱	۱/۰۱۰۰	۰/۸۳۱۷	۰/۷۶۷۵	ریسک
۴/۰۵۹۷	۴/۶۶۹۳	۴/۴۵۸۸	۴/۰۸۸۴	۳/۷۱۷۹	۳/۳۶۴۲	بازدهی

منبع: یافته‌های تحقیق

همچنین ریسک و بازدهی موردانتظار مربوط به اعمال استراتژی‌ها (به ترتیب از راست به چپ از ریسک کم - بازدهی موردانتظار کم تا ریسک زیاد - بازدهی موردانتظار زیاد) در جدول ۲ قابل مشاهده است. به عنوان مثال در استراتژی اول برای نماد پترول باید مقدار ۰/۰۵۵۳ از وزن سرمایه را اختصاص داد و این روند تا وزن دهی برای نماد آخر (۰/۰۴۱۶) برای نماد چپترو) ادامه می‌یابد. با اتخاذ استراتژی اول می‌توان از سبد سهام ۳/۳۶۴۲ واحد بازدهی کسب کرد و ۰/۷۶۷۵ واحد ریسک متحمل شد. پس از ادامه این روند برای تمامی استراتژی‌ها، میانگین وزن‌های بهینه مربوط به هر نماد و میانگین ریسک سبد سهام و بازدهی موردانتظار سبد سهام محاسبه شده است. در ادامه منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذاری به صورت زیر ترسیم می‌شود.



شکل ۱. منحنی بی تفاوتی سرمایه گذاری برای بهینه سازی سبد سهام

در شکل ۱ منحنی بی تفاوتی سرمایه گذاری برای بهینه سازی سبد سهام (که در آن یک مرز قرمز رنگ ترسیم شده) قابل مشاهده است. سرمایه گذاران بر اساس ترجیحات و سلاقی خود با تبادل ترکیبات مختلف ریسک و بازدهی مورد انتظار بر روی این مرز می توانند بهینه سازی سبد سهام را انجام دهند. در این شکل با استفاده از مقادیر تخمین زده شده طبق مدل، مرز کارای بهینه برای بهینه سازی سبد سهام شرکت های پتروشیمی ترسیم شده است. طبق نتایج به دست آمده با محاسبه میانگین اوزان تخمین زده شده توسط استراتژی های الگوریتم PSO، یک سرمایه گذار برای بهینه سازی سبد سهام شرکت های پتروشیمی نمونه می تواند به صورت زیر طبق جدول ۳ کل بودجه خود را به شرکت ها اختصاص دهد.

جدول ۳. بهینه سازی سبد سهام طبق الگوریتم PSO

نماد	میانگین اوزان تخمین زده شده طبق الگوریتم PSO
۱- شخارک	٪ ۱۸/۳۸
۲- شاراک	٪ ۱۸/۱۶
۳- شفن	٪ ۱۴/۴۵
۴- چپترو	٪ ۷/۷۲
۵- شیران	٪ ۶/۴۳
۶- خراسان	٪ ۶
۷- تاپیکو	٪ ۵/۱۱
۸- شپترو	٪ ۴/۴۸
۹- جم	٪ ۳/۶۲
۱۰- کرمانشا	٪ ۳/۰۴
۱۱- وپترو	٪ ۲/۹۵
۱۲- شیدیس	٪ ۲/۸۰
۱۳- فارس	٪ ۲/۴۰
۱۴- پترول	٪ ۲/۳۱
۱۵- شیراز	٪ ۲/۱۴

منبع: یافته های تحقیق

نتایج مدل مارکویتز

نتایج اوزان بهینه در مدل مارکویتز در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۴. اوزان بهینه در بهینه‌سازی سبد سهام طبق مدل مارکویتز

میانگین	X5	X4	X3	X2	X1	نماد
۰/۰۲۱۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۷۰	۰/۰۳۷۱	۰/۰۵۵۳	پترول
۰/۰۴۴۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۴۹۵	۰/۰۶۷۳	۰/۰۵۸۲	۰/۰۴۸۸	شپترو
۰/۰۳۶۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۳۰۲	۰/۰۶۱۲	۰/۰۸۹۴	جم
۰/۰۶۰۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۴۶۹	۰/۰۹۳۴	۰/۰۸۵۲	۰/۰۷۶۲	خراسان
۰/۰۲۹۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۷۴	۰/۰۴۹۵	۰/۰۷۸۸	شپدیس
۰/۳۱۹۱	۱/۰۰۰۰	۰/۲۵۵۲	۰/۱۶۲۶	۰/۱۱۳۰	۰/۰۶۴۸	شخارک
۰/۰۵۱۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۲۹۶	۰/۰۸۰۹	۰/۰۷۶۱	۰/۰۷۰۳	تاپیکو
۰/۰۶۳۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۷۶۴	۰/۰۹۴۲	۰/۰۸۰۰	۰/۰۶۵۵	شیران
۰/۰۲۸۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۴۳۴	۰/۰۴۶۹	۰/۰۴۹۵	ویپترو
۰/۱۱۴۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۳۸۵	۰/۱۵۶۳	۰/۱۱۰۰	۰/۰۶۵۰	شاراک
۰/۰۱۹۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۴۴	۰/۰۳۳۴	۰/۰۶۰۰	شیراز
۰/۰۲۴۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۳۷۲	۰/۰۸۷۲	فارس
۰/۰۹۸۶	۰/۰۰۰۰	۰/۱۹۳۶	۰/۱۳۶۹	۰/۰۹۹۵	۰/۰۶۲۹	شفن
۰/۰۲۹۵	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۲۳	۰/۰۵۰۳	۰/۰۸۵۰	کرماشا
۰/۰۵۹۶	۰/۰۰۰۰	۰/۱۱۰۲	۰/۰۸۳۷	۰/۰۶۲۴	۰/۰۴۱۶	چپترو

منبع: یافته‌های تحقیق

نتایج مربوط به ریسک و بازدهی استراتژی‌ها نیز در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۵. ریسک و بازدهی استراتژی‌ها طبق مدل مارکویتز

میانگین	X5	X4	X3	X2	X1	ریسک و بازدهی
۱/۳۸۹۹	۳/۰۱۴۲	۱/۳۱۸۱	۱/۰۱۴۱	۰/۸۳۵۸	۰/۷۶۷۵	ریسک
۴/۰۹۶۸	۴/۸۲۹۳	۴/۴۶۳۱	۴/۰۹۶۸	۳/۷۳۰۵	۳/۳۶۴۳	بازدهی

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول ۶ سبد سهام بهینه را طبق مدل مارکویتز نشان می‌دهد.

جدول ۶. بهینه‌سازی سبد سهام طبق مدل مارکویتز

نماد	میانگین اوزان تخمین زده شده طبق مدل مارکویتز
۱-شخارک	٪ ۳۱/۹۱
۲-شاراک	٪ ۱۱/۴۰
۳-شفن	٪ ۹/۸۶
۴-شیران	٪ ۶/۳۲
۵-خراسان	٪ ۶/۰۳
۶-چپترو	٪ ۵/۹۶
۷-تاپیکو	٪ ۵/۱۴
۸-شپترو	٪ ۴/۴۸
۹-جم	٪ ۳/۶۲

نماد	میانگین اوزان تخمین زده شده طبق مدل مارکوویتز
۱۰- کرماشا	۲/۹۵٪
۱۱- شپدیس	۲/۹۲٪
۱۲- وپترو	۲/۸۰٪
۱۳- فارس	۲/۴۹٪
۱۴- پترول	۲/۱۹٪
۱۵- شیراز	۱/۹۲٪

منبع: یافته‌های تحقیق

### مقایسه نتایج الگوریتم PSO و مدل مارکوویتز

نتایج به دست آمده از اعمال الگوریتم PSO و مدل مارکوویتز، در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷. بهینه‌سازی سبد سهام طبق الگوریتم PSO و مدل مارکوویتز

مدل	بازدهی مورد انتظار سبد سهام	ریسک سبد سهام	پاداش نوسان پذیری
برنامه‌ریزی ریاضی مارکوویتز	۴/۰۹۶۸	۱/۳۸۹۹	۲/۹۴۷۵
الگوریتم PSO	۴/۰۵۹۷	۱/۱۱۰۰	۳/۶۵۷۳

منبع: یافته‌های تحقیق

در جدول ۷ مقادیر میانگین بازدهی مورد انتظار و ریسک سبد سهام برای هر دو مدل قابل مشاهده است. همان‌طور که مشخص است در الگوریتم PSO مقدار میانگین تابع بازدهی سهام کمتر از مقدار میانگین تابع بازدهی سهام در مدل مارکوویتز است در حالی که مقدار میانگین تابع ریسک سبد سهام به خوبی کمینه شده و برای آن مقداری کمتر از مقدار میانگین تابع ریسک سبد سهام در برنامه‌ریزی مارکوویتز به دست آمده است.

برای مقایسه نهایی این دو مدل با استفاده از مقادیر جدول، شاخص پاداش نوسان پذیری سبد سهام (که نسبت بازدهی به ریسک سبد سهام تعریف می‌شود) محاسبه شده است که مقدار این شاخص در الگوریتم PSO بیشتر از مدل مارکوویتز است؛ بنابراین مشاهده می‌شود که الگوریتم PSO بهینه‌سازی سبد سهام را بهتر از مدل مارکوویتز انجام داده و جواب‌های بهینه تولید می‌کند.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با عنایت به یافته‌های مطالعه، نتایج و پیشنهادهای زیر ارائه می‌شود:

۱- الگوریتم PSO، مقدار تابع بازدهی سهام (با تفاوتی اندک) کمتر از مقدار تابع بازدهی سهام در مدل مارکوویتز به دست می‌آورد در حالی که مقدار تابع ریسک سبد سهام PSO به مراتب کمتر از مقدار تابع ریسک سبد سهام مارکوویتز است.

۲- مقایسه مقدار شاخص پاداش نوسان‌پذیری سبد سهام در الگوریتم PSO و مدل مارکوویتز نشان می‌دهد که مقدار این شاخص در الگوریتم PSO بیشتر است. نتایج بدست آمده بیانگر این مطلب است که الگوریتم PSO یک سبد سهام با کارایی بیشتر نسبت به مدل مارکوویتز تشکیل داده و در نهایت یک سبد سهام بهینه برای سرمایه‌گذار طراحی می‌کند.

۳- با توجه نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی سبد سهام شرکت‌های پتروشیمی مورد نظر با معیار سنجش ریسک آنتروپی تجمعی و الگوریتم PSO، سرمایه‌گذاران می‌بایست بیشترین وزن سرمایه‌گذاری خود را به ترتیب به نمادهای: ۱- شخارک ۲- شاراک ۳- شفن اختصاص دهند. همچنین با اعمال معیار آنتروپی تجمعی و استفاده از مدل مارکوویتز، سرمایه‌گذاران در این حالت نیز (در حالی که اوزان متفاوتی نسبت به الگوریتم PSO حاصل شده است) می‌بایست بیشترین وزن سرمایه‌گذاری خود را به ترتیب به نمادهای: ۱- شخارک ۲- شاراک ۳- شفن اختصاص دهند.

۴- برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود از معیارهای جدید سنجش ریسک و همچنین از دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری در حوزه بهینه‌سازی سبد سهام استفاده شود.

### تقدیر و تشکر

اینجناب حسین محمدی باغملائی بر خود بایسته می‌دانم که از استادان بزرگوار جناب آقای دکتر حجت پارسا، جناب آقای دکتر سعید طهماسبی و جناب آقای دکتر پرویز حاجیانی برای حمایت‌ها و زحمات بی‌دریغشان در تمام مراحل انجام این مقاله سپاسگزاری نمایم.

### یادداشت‌ها

- |                                |  |                              |
|--------------------------------|--|------------------------------|
| 1. Markowitz                   | 2. Intelligent                             | 3. Cumulative Entropy        |
| 4. Particle Swarm Optimization | 5. Classical Optimization                  | 6. Evolutionary Optimization |
| 7. Artificial Intelligence     | 8. Poole & Mackworth                       | 9. Heuristic Methods         |
| 10. Meta-Heuristic             | 11. Phillipatos & Wilson                   | 12. Cura                     |
| 13. Corazza                    | 14. Expected Return of the Stock Portfolio | 15. Clark & Kim              |
| 16. Shannon                    | 17. Gu                                     | 18. Swarm Intelligence       |
| 19. Martinez                   | 20. Komilov                                | 21. Kennedy and Eberhart     |
| 22. Penalty Function           |  |                              |

### منابع

- بیات، علی؛ اسدی، لیدا. (۱۳۹۶). بهینه‌سازی پرتفوی سهام: سودمندی الگوریتم پرندگان و مدل مارکوویتز. *مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۳۲(۳)، ۶۳-۸۵.
- راعی، رضا؛ باجلان، سعید؛ حبیبی، مصطفی؛ نیک‌عهد، علی. (۱۳۹۶). بهینه‌سازی پرتفوی چندهدفه بر اساس میانگین، واریانس، آنتروپی و الگوریتم ازدحام ذرات. *مجله مدل‌سازی ریسک و مهندسی مالی*، ۲(۲)، ۳۷۹-۳۶۲.
- راعی، رضا؛ علی‌بیگی، هدایت. (۱۳۸۹). بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات. *فصلنامه تحقیقات مالی*، ۱۲(۲۹)، ۴۱-۲۱.
- زندخاوری، چیستا. (۱۳۹۴). بهینه‌سازی پرتفوی بر اساس مدل میانگین-واریانس با استفاده از الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه. *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه خاتم.
- قندهاری، مهسا؛ شمشیری، عظیمه؛ فتحی، سعید. (۱۳۹۶). بهینه‌سازی سبد سهام بر مبنای روش‌های تخمین ناپارامتریک. *نشریه مدیریت تولید و عملیات*، ۸(۱)، ۱۸۴-۱۷۵.
- کشاورز، ثمره. (۱۳۹۱). مقایسه مدل دو هدفه و سه هدفه بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب (NSGA II). *پایان‌نامه کارشناسی ارشد*، دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی، دانشگاه الزهرا.
- مدرس، احمد؛ محمدی استخری، نازنین. (۱۳۸۷). انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک. *مجله توسعه و سرمایه*، ۱(۱)، ۹۲-۷۱.
- میزبان، هدیه سادات؛ افچنگی، زهرا؛ احرازی، مهدی؛ آروین، فرشاد؛ سوری، علی. (۱۳۹۱). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات در تعاریف مختلف اندازه‌گیری ریسک. *اقتصاد مالی*، ۶(۱۹)، ۲۲۷-۲۰۵.



## References

- Bayat, A., Asadi, L. (2017). Stock portfolio optimization: Effectiveness of particle swarm optimization a Markowitz model. *Journal of Financial Engineering and Securities Management (Portfolio Management)*, 8(32), 63-85 [In Persian].
- Clark, J., Kim, D. (2013). Modern portfolio theory: Foundations, analysis, and new developments (+ website), *Wiley Finance series, Hoboken, N.J.: Wiley & Sons*.
- Corazza, M., Fasano, G., Gusso, R. (2013). Particle swarm optimization with non-smooth penalty reformulation for a complex portfolio selection problem. *Applied Mathematics and Computation*, 224, 611–624.
- Cura, T. (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 10(4), 2396–2406.
- Ghandehari, M., Shamsiri, A., Fathi, S. (2017). Portfolio optimization based on nonparametric estimation methods. *Journal of Production and Operations Management*, 8(1), 175-184 [In Persian].
- Gu, R. (2017). Multiscale Shannon entropy and its application in the stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 484(C), 215-224.
- Kennedy, J., Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *IEEE: International Conference on Neural Network*, Perth, WA, Australia, 1942-1948.
- Keshavarz, S. (2012). Comparison of two-objective and three-objective portfolio optimization models using non-dominated sorting genetic algorithms (NSGA II). *Master Thesis*, Faculty of Social and Economic Sciences, Al-Zahra University [In Persian].
- Komilov, N. (2008). *Particle Swarm Intelligence: An Alternative Approach in Portfolio Optimization*, Master Thesis, University Ca'Foscary, Venezia.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Martinez, S., Cortes, J., Bullo, F. (2007). Motion coordination with distributed information. *IEEE Control Systems Magazine*, 27(4), 75-88.
- Mizban, H., Afchangi, Z., Ahrari, M., Arvin F., Souri, A. (2012). Portfolio optimization problem in different risk measures using particle swarm optimization. *Journal of Financial Economics (Financial Economics and Development)*, 6(19), 205-227 [In Persian].
- Modarres, Ph.D, A., Mohammadi Estakhri, N. (2008). Applying genetic optimization algorithm in selecting portfolios of listed companies at Tehran Stock Exchange. *Journal of Development and Capital*, 1(1), 71-92 [In Persian].
- Poole, D., Mackworth, A. (2010). Artificial intelligence: Foundations of computational Agents. *Cambridge University Press*, ISBN 978-0-521-51900-7.
- Philippatos, G., Wilson, C. (1972). Entropy, market risk, and the selection of efficient portfolios. *Applied Economy*, 4(3), 209–220.
- Raei, R., Ali Beigi, H. (2011). Portfolio optimization using particle swarm optimization method. *Financial Research Quarterly*, 12(29), 21-40 [In Persian].
- Raei, R., Bajelan, S., Habibi, M., Nikahd, A. (2017). Optimization of multi-objective portfolios based on mean, variance, entropy and particle swarm algorithm. *Quarterly Journal of Risk Modeling and Financial Engineering*, 2(3), 362–379 [In Persian].
- Tahmasebi, S., Parsa, H. (2019). Notes on cumulative entropy as a risk measure. *Stochastics and Quality Control*, 34(1), 1-7.
- Zandkhavari, C. (2015). Portfolio optimization based on Mean-variance model using Multi-Objective Evolutionary Algorithms. *Master Thesis*, Faculty of Industrial Engineering, Khatam University [In Persian].