ISST

مدلسازی دینامیکی ربات انعطافپذیر با استفاده از روش المان محدود و کنترل مسیر بهینهٔ آن

محرم حبیبنژاد کورایم^{(*}، مصطفی ناظمیزاده^{۲ و(} و حامد رحیم*ی*نهوجی^۳

۱- دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران ۲- باشگاه پژوهشگران جوان، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دماوند ۳- گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دماوند

* تهران، نارمک، خ فرجام

hkorayem@iust.ac.ir

رباتهای انعطاف پذیر به دلیل وزن کم و قابلیت مانور پذیری بالا، کاربردهای فراوانی در صنایع فضایی دارند. در حقیقت نسبت بالای ظرفیت حمل بار به وزن اینگونه رباتها موجب برتری آنها نسبت به نوع صلبشان گردیده است. همچنین مصرف انرژی کمتر، داشتن عملگرهای کوچکتر و همچنین سرعت عملکرد بالاتر این رباتها را بهعنوان انتخابی مناسب در کاربردهای فضایی معرفی کرده است. در این مقاله به مدل سازی دینامیکی ربات انعطاف پذیر با استفاده از روش المان محدود (finite element method) و طراحی مسیر حرکت نقطه به نقطه آن به روش کنترل بهینه پرداخته می شود. به منظور مدل سازی دینامیکی منيپولاتور (Manipulator) انعطاف پذير، هر لينک آن به تعداد کافي المان تقسيم گرديده، و بردار جابجايي هر المان ربات به صورت مجموع یک حرکت صلب گونه، و یک جابجایی ناشی از انعطاف پذیری آن در نظر گرفته می شود. سپس با استفاده از اصل لاگرانژ معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر استخراج شده، و تحلیل رفتار دینامیکی آن تحت اثر افزایش تعداد المانهای لینک ربات مورد مطالعه قرار میگیرد. همچنین به منظور طراحی مسیر بهینه نقطه به نقطه منیپولاتور الاستیک، معادلات دینامیکی به عنوان قیود غیرخطی مسئله کنترل بهینه در نظر گرفته شده، و با تعریف تابعی هزینه مناسب شامل ترمهای گشتاور و سرعت، فرمولاسیون مسئله انجام می شود. سپس با استفاده از روش حساب تغییرات، معادلات بهینگی ربات انعطاف-پذیر به صورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی استخراج می گردد، که به کمک روشهای عددی قابل حل است. مزیت استفاده از روش کنترل بهینه در طراحی مسیر بهینه ربات انعطاف پذیر، و همچنین کاهش حجم معادلات دینامیکی غیر خطی ربات، مورد توجه بیشتری قرار گرفته، و شبیهسازی انجام شده برای یک ربات تکلینکی الاستیک نشاندهنده کارایی روش پیشنهادی است.

 O_i بردار جابهجایی O_i نسبت به مبدأ

ممان اینرسی لینک iام

r_{O.}

 θ_{i} n_i L_i m_i 1_{ij} Ei

I;

واژههای کلیدی: ربات انعطاف پذیر، مدل سازی دینامیکی، روش المان محدود، کنترل مسیر، حرکت نقطه به نقطه، کنترل بهینه.

جابهجایی زاویهای مفصل لینک iام		اختصارات
تعداد المان لینک ilم		
طول کلی لینک i ⁱ م	ij	المان دلخواه jام مربوط به لینک ilم ربات انعطافپذیر
جرم بر واحد طول لینک ilم	\vec{r}_{ij}	${ m O}$ بردار جابهجایی المان ${ m ij}$ نسبت به مبدأ
طول المان ij از لینک i		
مدول الاستيسيته لينك ilم		المراجع

۱. استاد (نویسنده مخاطب) ۲. دانشجوی کارشناسی ارشد

۳. مربی آموزشی

مقدمه

اغلب رباتها به گونهای طراحی می شوند که بیشترین سفتی را داشته باشند. اما سفتی بالا را می توان با استفاده از مواد سنگین و ابعاد بزرگ به دست آورد که این منجر به محدود شدن سرعت عملکرد ربات، افزایش ابعاد عملگرها و مصرف بالای انرژی می شود. از آنجا که در کاربردهای فضایی، سرعت بالای ربات، قابلیت مانور بالا و همچنین مصرف کم انرژی باید مورد توجه قرار گیرد، دلیل توجه بسیار طراحان به این گونه ربات ها نسبت به گونهٔ صلب آنها بیشتر نمایان می شود.

رباتهای صلب به گونهای طراحی می شوند که بیشترین سفتی و صلبیت را دارند. این مسئله باعث می شود که این رباتها وزن بیشتر و ابعاد بزرگتری داشته باشند، که منجر به محدودشدن سرعت ربات، افزایش سایز عملگرها و مصرف بالای انرژی می شود. از طرفی در کاربردهای فضایی، نیاز به رباتهای با مصرف انرژی كم، قابليت مانور بالا و عملكرد سريع بوده؛ و لذا رباتهاي انعطاف پذیر در این زمینه کاربرد فراوانی یافته است. به بیان دقیق تر، رباتهای انعطاف پذیر در مقایسه با نوع صلبشان مزایایی چون وزن سبکتر، محرکهای کوچکتر، انرژی مصرفی پائینتر و هزینهٔ ساخت کمتری دارند. بنابراین استفاده از بازوهای انعطاف پذیر در سالهای گذشته مورد توجه بیشتری قرار گرفته و به ویژه در زمینهٔ تحقيقات هوا و فضا [١-٢] مورد كاربرد فراوان بوده است. بدين منظور مدلسازی و بررسی رفتار دینامیکی ربات لینک الاستیک توسط بسیاری از محققان مورد مطالعه قرار گرفته است: بوک [۳] از روش لاگرانژین برگشتپذیر برای استخراج معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر استفاده کرد. رخشا و گودنبرگ [۴] با استفاده از روش نيوتن- اويلر براى تحليل رفتار ديناميكى ربات انعطاف پذير یکلینکی پرداخت. باراکو و دیگران [۵] رفتار دینامیکی بازوی لینک الاستیک را توسط دو مجموعه معادلات دینامیکی بیان کردند. در مرجع [۶] از مدل جرم متمرکز برای مدلسازی ربات انعطاف پذیر استفاده شده است. مقداری [۷] به مطالعهٔ اثرات انعطاف پذیری در بازوهای الاستیک صفحهای با درنظر گرفتن تغییر شکلهای ناشی از خمش و پیچش پرداخت. در مرجع [٨] تغییر شکل الاستیک لینکهای ربات انعطافپذیر به روش مودهای پیش فرض ً مدلسازی، و معادلات دینامیکی آن استخراج شده است. تاجداری و دیگران [۹] از روش جدید المان محدود بهمنظور مدلسازی و شبيهسازى منيپولاتورهاى انعطاف پذير استفاده كردند. همچنين عابدی و همکارانش [۱۰] به مدلسازی دینامیکی ربات انعطافپذیر دو لینکی پرداختند. کورایم و ناظمیزاده [۱۱] به بررسی رفتار دینامیکی ربات انعطافپذیر با استفاده از المانهای محدود پرداختند.

همکارانش [۱۴] به طراحی مسیر حرکت ربات صلب با استفاده از روش کنترل بهینه پرداختند. آنها از توابع B-Spline برای حل مستقیم مسئلهٔ کنترل بهینه استفاده کردند که این رویکرد باعث افزایش حجم محاسبات در حین طراحی مسیر بهینه میشود. کورایم و غریبلو [۱۵] از روش برنامهریزی خطی تکراری^۵ بهمنظور کنترل منیپولاتور لینک الاستیک و محاسبهٔ ظرفیت حمل بار آن پرداختند. خطیسازی معادلات دینامیکی در مرحلهٔ طراحی مسیر و ارضانشدن کامل شرایط مرزی حرکت از مشکلات این روش است. در این مقاله، با استفاده از روش المان محدود انجام هر لینک ربات به تعدادی المان تقسیم شده و بردار جابهجایی کلی المان به صورت

از طرفی بهمنظور کنترل و هدایت سیستمهای کاربردی هوا و فضا

از روشهای کنترلی مدرن استفاده می شود [۱۲، ۱۳]. وانگ و

به تعدادی المان تقسیم شده و بردار جابهجایی کلی المان به صورت مجموع بردار جابهجایی حرکت صلب و بردار جابهجایی انعطاف پذیری با درنظرگرفتن توابع فرمی هرمتین² بیان می شود. با بیان بردار جابهجایی المان در مختصات مرجع، انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم استخراج شده و با استفاده از اصل لاگرانژ معادلات دینامیکی ربات انعطاف یذیر استخراج می شود. تعداد المان های درنظر گرفته شده برای هر لینک ربات افزایش داده شده و تأثیر افزایش آن بر رفتار دینامیکی منیپولاتور مورد بررسی قرار می گیرد. همچنین با استفاده از روش کنترل بهینه به طراحی و کنترل مسير حركت نقطه به نقطهٔ ربات لينک الاستيک پرداخته میشود. بدين منظور معادلات دینامیکی ربات در فضای حالت بهعنوان قیود مسئله كنترل بهينه درنظرگرفته شده و تابع هدف كمترين انرژي مصرفي شامل ترمهای گشتاور و سرعت تعریف می شود. سپس از روش حساب تغییرات و اصل مینیمم پونتریاگین^۷ استفاده شده و معادلات بهینگی سیستم بهصورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی کویله شده بیان می شود. این معادلات به کمک روش های عددی و با درنظر گرفتن شرایط مرزی مشخص حل شده و مسیر بهینهٔ حرکت ربات حاصل می شود. شبیهسازی انجام شده برای ربات انعطاف پذیر تک لینکی با درنظر گرفتن تعداد متفاوت المانها و همچنین برتری استفاده از کنترل بهینهٔ مورد بحث قرار گرفته و نتایج حاصله نشان دهندهٔ کارایی روش پیشنهادی در کاربرد آن است.

استخراج معادلات دینامیکی ربات انعطافپذیر به روش المان محدود

در حالت کلی برای بیان معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر با تعداد م حالت کلی برای بیان معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر با تعسیم س لینک، هر لینک دلخواه i به n_i المان به طول i_{ij}

^{5.} Iterative linear programming

^{6.} Hermetian shape functions

^{7.} Ponryagin's minimum principle

^{4.} Assumed mode

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی جلد ۵ / شمارهٔ ۲/ تابستان ۱۳۹۱

$$\vec{r}_{ij}$$
 میشود. برای هر المان، بردار جابهجایی نسبت به دستگاه مرجع با \vec{r}_{ij} نمایش داده و انرژی جنبشی T_{ij} و انرژی پتانسیل V_{ij} بهدست میآید.
در این صورت با بیان بردار مختصات تعمیم یافته \bar{q} ، انرژی جنبشی و پتانسیل کلی سیستم از رابطهٔ (۱) بهدست میآید:

مدلسازی دینامیکی ربات انعطاف پذیر با استفاده از روش المان محدود و کنترل مسیر بهینهٔ آن

$$T(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} T_{ij} \quad V(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} V_{ij}$$
(1)

و با تشکیل تابع لاگرانژین L(q̄,q̄)=T-V و بیان اصل لاگرانژ، معادلات دینامیکی سیستم به شکل نهایی زیر بیان میشود:

$$M\ddot{\vec{q}} + f(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) = B\vec{\tau}$$
 (7)

در شکل (۱) iامین لینک از منیپولاتور انعطاف پذیر نمایش داده شدهاست. دستگاه مختصات OXY دستگاه مرجع و دستگاه مختصات O_iX_iY_i دستگاه مختصات متصل به iامین لینک ربات است.



به منظور استخراج معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر کافی است که انرژی جنبشی و پتانسیل المان دلخواه ij را محاسبه کرده و با استفاده از فرمول (۱) انرژی جنبشی و پتانسیل کلی سیستم را به دست آورد. سپس با استفاده از اصل لاگرانژین میتوان به معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر که به شکل رابطهٔ (۲) بیان می شود دست یافت. بنابراین در ادامه به بررسی المان دلخواه ij پرداخته و روابط انرژی را برای آن استخراج می کنیم.

انرژی جنبشی و پتانسیل المان دلخواه ij از لینک ilم

چنانچه _{آن} بردار جابهجایی هر نقطهٔ دلخواه از المان ij نسبت به مبدأ O دستگاه مرجع باشد، انرژی جنبشی المان ij را با _{ij} نشان داده و از رابطهٔ (۳) بهدست میآید:

 $T_{ij} = \frac{1}{2} \int_{0}^{l_i} m_i \left[\frac{\partial \vec{r_{ij}}^T}{\partial t} \cdot \frac{\partial \vec{r_{ij}}}{\partial t} \right] dx_{ij} \quad 0 < x_{ij} < l_{ij} \qquad (\Upsilon)$

 $\vec{r}_{ij,r}$ المان، شامل مجموع \vec{r}_{ij} المان، شامل مجموع $\vec{r}_{ij,r}$ المان، شامل مجموع $\vec{r}_{ij,f}$ جابهجایی ناشی از یک حرکت صلب لینک il و همچنین $\vec{r}_{ij,f}$ بردار جابهجایی ناشی از تغییر شکلهای الاستیک لینک نسبت به دستگاه $O_iX_iY_i$ است. به عبارت دیگر با توجه به شکل (۱)، ربات ابتدا میتواند یک حرکت صلبگونه منطبق به جابهجایی زاویهای θ_i مفصل داشته، و سپس جابهجایی ناشی از تغییر شکل الاستیک لربات زبات نیز داشته باشد. رابطهٔ (۴) بردار جابهجایی کلی المان را نشان را نشان می دهد:

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_{ij,r} + \vec{r}_{ij,f}$$
 (4)

برای بیان حرکت صلبگونه ربات متحرک، بردار جابهجایی آن را در دستگاه مختصات مرجع به صورت مجموع جابهجایی مفصل لینک iام و همچنین جابهجایی المان در دستگاه مختصات محلی $O_iX_iY_i$ درنظرگرفته میشود، که بردار جابهجایی در مختصات محلی با استفاده از ماتریس تبدیل T_0^i در مختصات مرجع بیان میشود. همچنین بردار جابهجایی ناشی از انعطاف پذیری ربات به علت خیز الاستیک آن است که با استفاده از روابط المان محدود ارائه میشود. لذا روابط زیر بیانگر بردارهای جابهجایی المان است:

$$\vec{r}_{ij,r} = \vec{r}_{O_i} + T_0^i \begin{bmatrix} (j-1)l_i + x_{ij} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{r}_{ij,f} = T_0^i \begin{bmatrix} 0 \\ y_{ij} \end{bmatrix}$$
(8)

از طرفی _{ji} جابهجایی قائم ناشی از انعطاف پذیری المان در دستگاه مختصات متصل به لینک iام بوده و به صورت مجموعی از حاصل ضرب توابع تغییر فرم هرمیتین در مختصات گرهای المان بیان می شود [۱۴]:

$$y_{ij}(x_{ij},t) = \sum_{k=1}^{4} \phi_k(x_{ij}) u_{2ij-2+k}$$
 (Y)

 $u_{2ij-2+k}$ در رابطهٔ (۲) عبارت ϕ_k بیانگر توابع فرمی و مراطع مختصات گرهای مربوط به المان ij است [۱۴]:

$$\phi_1(\mathbf{x}_{ij}) = 1 - 3\frac{\mathbf{x}_{ij}^2}{\mathbf{l}_{ij}^2} + 2\frac{\mathbf{x}_{ij}^3}{\mathbf{l}_{ij}^3} \tag{A}$$

$$\phi_2(\mathbf{x}_{ij}) = \mathbf{x}_{ij} - 2\frac{\mathbf{x}_{ij}^2}{l_{ij}} + \frac{\mathbf{x}_{ij}^3}{l_{ij}^2}$$
(9)

فصلنامهٔ علمی– پژوهشی علوم و فناوری فضایی جلد ۵/ شمارهٔ ۲/ تابستان ۱۳۹۱

 $\phi_3(\mathbf{x}_{ij}) = 3 \frac{\mathbf{x}_{ij}^2}{l_{ij}^2} - 2 \frac{\mathbf{x}_{ij}^3}{l_{ij}^3}$ (1.)

$$\phi_4(\mathbf{x}_{ij}) = -\frac{\mathbf{x}_{ij}^2}{l_{ij}} + \frac{\mathbf{x}_{ij}^3}{l_{ij}^2}$$
(11)

 $\vec{z}_{ij} = [\theta_i \quad u_{2ij-1} \quad u_{2ij} \quad u_{2ij+1} \quad u_{2ij+2}]^r$ با تعريف بردارهای مختصاتی $\vec{\psi}_{ij} = [u_{2ij-1} \quad u_{2ij} \quad u_{2ij+1} \quad u_{2ij+2}]^r$ رابطهٔ (۳) مربوط به انرژی جنبشی المان را میتوان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$T_{ij} = \frac{1}{2} \vec{z}_{ij}^{1} M_{ij} \vec{z}_{ij}$$

$$M_{ij}(l,p) = \int_{0}^{l_{i}} m_{i} \left[\frac{\partial \vec{r}_{ij}}{\partial z_{ij_{i}}} \right]^{T} \cdot \left[\frac{\partial \vec{r}_{ij}}{\partial z_{ij_{i}}} \right] dx_{ij}$$
(17)

1.

ماتریس _{ij} ماتریس عمومی جرم برای المان ij نامیده میشود و _{zij} بیانگر ردیف *ا*ام از بردار _{zij} است.

برای محاسبهٔ انرژی پتانسیل V_{ij} المان دلخواه _{ij} از لینک V_{gi} انرژی پتانسیل به صورت مجموع انرژی پتانسیل گرانشی V_{gi} ناشی از وزن و انرژی پتانسیل کشسانی _{vei} ناشی از الاستیک بودن المان درنظرگرفته میشود:

$$\mathbf{V}_{ij} = \mathbf{V}_{gij} + \mathbf{V}_{eij} \tag{17}$$

انرژی پتانسیل گرانشی با استفاده از مؤلفهٔ قائم بردار جابهجایی مطلق المان بیان شده و برابر با رابطهٔ (۱۴) است:

$$V_{gij} = \int_{0}^{l_{i}} m_{i} g[0 \quad 1] \vec{r}_{ij} \, dx_{ij}$$
 (14)

و همچنین انرژی پتانسیل الاستیک المان از رابطهٔ زیر بهدست می آید:

$$V_{eij} = \frac{1}{2} \int_{0}^{l_{i}} EI_{i} \left(\frac{\partial^{2} y_{ij}}{\partial x_{ij}^{2}} \right) dx_{ij} = \frac{1}{2} \vec{\psi}_{ij}^{T} K_{ij} \vec{\psi}_{ij}$$
(10)

که در آن _{ij} K ماتریس سختی المان ij است و برابر با رابطهٔ (۱۶) است [۱۴]:

$$K_{ij} = \frac{EI_{i}}{I_{i}^{3}} \begin{bmatrix} 12 & 6I_{i} & -12 & 6I_{i} \\ 6I_{i} & 4I_{i}^{2} & -6I_{i} & 2I_{i}^{2} \\ -12 & -6I_{i} & 12 & -6I_{i} \\ 6I_{i} & 2I_{i}^{2} & -6I_{i} & 4I_{i}^{2} \end{bmatrix}$$
(15)

اعمال شرايط مرزى

چنانچه معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر با دقت بررسی شود، مطابق شکل (۱) به این نتیجه می توان رسید که گرهٔ اول لینک دلخواه iام منطبق بر مفصل همان لینک است. به عبارت دیگر

www.SID.ir

مقادیر خیز و شیب گرهٔ اول هر یک از لینکها همواره صفر بوده و لذا مختصات تعمیمیافته مربوط به آنها باید از معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر حذف شود.

$$u_{i1}(t) = 0$$
, $u_{i2}(t) = 0$ (14)

بهمنظور اعمال شرایط مرزی، به علت آنکه برخی از متغیرهای تعمیمیافته سیستم حذف می شود، بهتر است این حذف متغیرها در مرحلهٔ نوشتن تابع لاگرانژین سیستم انجام پذیرد، تا حجم محاسبات کاهش یابد.

شبیهسازی رفتار دینامیکی ربات انعطاف پذیر

در این رفتار دینامیکی یک ربات انعطاف پذیر تکلینکی مورد مطالعه قرار می گیرد.

پارامترهای ربات انعطافپذیر در شبیهسازی انجام شده در جدول (۱) نشان داده شده است:

جدول ۱- مقادیر پارامتری ربات انعطاف پذیر تکلینکی

مقادير	پارامتر ربات
۱ متر	Li
۵ کیلوگرم بر متر	m _i
۲۰ گیگا پاسکال	Ei
۲۰× ۵۰ کیلوگرم بر مترمربع	$\mathbf{I}_{\mathbf{i}}$

به منظور بررسی رفتار دینامیکی ربات انعطاف پذیر و بررسی تأثیر تعداد المان بر پاسخ دینامیکی ربات انعطاف پذیر، ابتدا لینک ربات را با یک المان در نظر گرفته که با اعمال شرایط مرزی مختصات تعمیم یافته برابر با $\vec{q} = [\theta_1 \quad u_3 \quad u_4]$ الست. همچنین در شبیه سازی دیگر لینک الاستیک به دو المان تقسیم می شود که مختصات تعمیم یافته در این حالت برابر $\vec{q} = [\theta_1 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6] = \vec{p}$ است. همچنین برای استخراج معادلات دینامیکی ربات الاستیک تکلینکی، ماتریس تبدیل به صورت زیر بیان می شود:

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix}$$
(1A)

در شبیهسازی انجام شده، ربات از شرایط اولیه
$$\frac{-\pi}{3} = \frac{-\pi}{3}$$
 و
 $\dot{\theta}_1 = 0$ در مدت زمان $t_f = 1.2 s$ حرکت می کند.
موقعیت انتهایی ربات در شکل (۲) نشان داده شده است:

(rad)



شکل ۳- جابهجایی زاویهای مفصل ربات

همان طور که در شکل های (۲) و (۳) نشان داده شده است، با افزایش تعداد المان نمودارهای موقعیت پنجه و جابهجایی زاویهای ربات تغییر چندانی نمی کند.

همچنین در شکلهای زیر خیز و شیب الاستیک انتهای منيبولاتور انعطافيذير نمايش داده شده است:

مقدار شيب الاستيک از ۰/۰۱۰۷ به ۰/۰۱۰۵ راديان کاهش مىيابد. البته بەمنظور بررسى ھمگرايى پاسخ ديناميكى سيستم با افزایش تعداد المان، شبیهسازی برای حالت سه المان نیز انجام شد، که در این حالت ماکزیمم خیز برابر با ۰/۰۰۵۹ متر و ماکزیمم شیب برابر با ۲/۰۱۰۴ رادیان بوده است. لذا مشاهده می شود که با افزایش تعداد المان، همگرایی نسبی در نتایج شبیهسازی ایجاد شده است. در شکل (۶)، سرعت زاویهای مفصل ربات نشان داده شده است:

۲ / فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی جلد ۵/ شمارهٔ ۲/ تابستان ۱۳۹۱







در شکلهای (۷) و (۸) با افزایش تعداد المان، ماکزیمم مقدار سرعت خیز الاستیک انتهای ربات از مقدار ۲/۶۲۱ متر بر ثانیه به ۲/۲۸۳۳ متر بر ثانیه تغییر کردهاست، و ماکزیمم مقدار سرعت شیب الاستیک انتهای ربات از مقدار ۲/۴۷۴۴ رادیان بر ثانیه به ۲۳۳۴/۰ رادیان بر ثانیه تغییر می کند. البته شبیهسازی برای حالت سه المان نیز انجام شد، که در این حالت ماکزیمم سرعتخیز برابر با ۲۹۲۳/۰ متر بر ثانیه و ماکزیمم سرعت شیب برابر با ۲۲۱۴/۰ رادیان بر ثانیه بوده است. نتایج بهدست آمده نشان دهندهٔ آن است که به ازای افزایش تعداد المان، میزان همگرایی مقادیر سرعتهای مختصات طبیعی



سیستم کمتر است و برای همگرایی مقادیر سرعت باید تعداد المان را افزایش داد که باعث افزایش حجم معادلات دینامیکی سیستم و حجم محاسبات می شود. روش دیگر استفاده از روش های کنترلی پیشرفته است که در بخش بعد مورد مطالعه قرار می گیرد.

طراحی و کنترل بهینهٔ مسیر نقطه به نقطهٔ ربات انعطافپذیر

در این بخش، به طراحی و کنترل بهینهٔ مسیر نقطه به نقطهٔ حرکت ربات انعطاف پذیر پرداخته می شود. بدین منظور از روش کنترل بهینه برای طراحی مسیر ربات استفاده می شود. استفاده از روش کنترل بهینه در طراحی مسیر و کنترل سیستمها با درجات آزادی بالا و معادلات دینامیکی غیرخطی، مناسب محسوب می شود و مورد استفاده قرار می گیرد [1۵].

فرمولاسيون كنترل بهينه

بهمنظور فرمولاسیون مسئلهٔ کنترل بهینه، معادلات دینامیکی ربات انعطاف پذیر در فضای حالت $\dot{X} = f(X, U)$ به عنوان قیود مسئله تعریف میشود و هدف یافتن بردار وضعیت بهینه ^{*}X و کنترل ورودی بهینه ^{*}U به گونهای است که معادلات قیدی سیستم برقرار و تابع هدف زیر کمینه شود:

 $J(X, U) = \int_{t_o}^{t_f} L(X(t), U(t), t) dt$ (۱۹) با تشکیل مسئلهٔ کنترل بهینه، برای حل آن از روش حساب تغییرات و اصل مینیمم پونتریاگن استفاده میشود. ابتدا تابع

همیلتونین به صورت $H = L + P^T \dot{X}$ تشکیل می شود که بردار P را بردار شبه حالت می نامند. سپس با انجام برخی محاسبات ریاضی، در نهایت شرایط بهینگی به صورت مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی کوپله شده استخراج می شود [۶]:

$$\dot{\mathbf{X}}^{*}(t) = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{P}} \left(\mathbf{X}^{*}(t), \mathbf{U}^{*}(t), \mathbf{P}^{*}(t), t \right)$$
(Y ·)

$$\dot{\mathbf{P}}^{*}(t) = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{X}} \Big(\mathbf{X}^{*}(t), \mathbf{U}^{*}(t), \mathbf{P}^{*}(t), t \Big)$$
(Y)

$$0 = \frac{\partial H}{\partial U} \left(x^*(t), u^*(t), P^*(t), t \right)$$
(77)

همچنین از اصل مینیمی پونتریاگین استفاده میشود. این اصل بیان میکند که باید مقادیر بهینهٔ بهدست آمده، تابع همیلتونین را نیز کمینه کند، و لذا با درنظر گرفتن قید بر روی کنترل ورودی سیستم، رابطهٔ بهینگی (۲۲) به صورت زیر بیان میکند:

$$u^{*}(t) = \begin{cases} u_{\min} & u^{*} < u_{\min} \\ u^{*} & u_{\min} < u^{*} < u_{\max} \\ u_{\max} & u_{\max} < u^{*} \end{cases}$$
(YY)

که در رابطهٔ (۲۳)، u_{min}, u_{max} به ترتیب مقادیر ماکزیمم و مینیمم اشباع محرک ربات را نشان میدهد.

در نهایت، معادلات بهینگی به صورت یک مسئلهٔ مقدار مرزی استخراج میشود که با استفاده از دستور bvp4c در نرمافزار متلب قابل حل است.

نکتهٔ مهم دیگر، تعیین تابع هزینهٔ مناسب است. در این مقاله بهمنظور کمینه کردن مصرف انرژی ربات انعطاف پذیر (که هدف مهمی در کاربردهای هوا و فضا محسوب می شود)، تابع هزینهٔ سیستم به صورت مجموع ترمهای گشتاور ورودی ربات و سرعتهای سیستم درنظر گرفته می شود:

$$J = \int_{\bar{t}_0}^{t_f} \left(\frac{1}{2} \| X_v \|_W^2 + \frac{1}{2} \| U \|_R^2 \right)$$
 (Tf)

که $X_{v} \|_{K}^{2}$ نرم مربعی تعمیم یافتهٔ بردار X_{v} شامل متغیرهای حالت سرعت نسبت به ماتریس وزنی K است. W ماتریس وزنی فضای حالت است و بهصورت قطر $W = diag(w_{1} \dots w_{2n+2})$ درنظرگرفته شده، و R ماتریس وزنی گشتاور ورودی سیستم است و برابر با $R = diag(r_{1} \dots r_{m})$ لحاظ می شود.

شبیهسازی کنترل مسیر

در این بخش، با درنظرگرفتن مقادیر پارامترهای ربات

8. Generalized Squared Norm

انعطاف پذیر تک لینکی مطابق با جدول (۲)، به طراحی مسیر و کنترل بهینهٔ حرکت ربات پرداخته می شود. در این شبیه سازی، لینک منیپولا تور انعطاف پذیر با یک المان درنظر گرفته شده و مختصات تعمیم یافته برابر با $[θ_1 \quad u_3 \quad u_4] = \bar{q} =$ است. همچنین در مفصل ربات از یک موتور جریان مستقیم استفاده می شود که دارای معادله مشخصه زیر است: $u_1 = K_1 - K_2$

$$u_{\text{max}} = -K_1 - K_2 \dot{\theta}_1 \tag{7}$$

 ${
m K}_2=1.12~{
m Nms/rad}$ و ضرایب ثابت بهصورت ${
m K}_1=40~{
m Nm}$ و مرایب ثابت می شود.

در طراحی مسیر نقطه به نقطهٔ ربات، منیپولاتور از شرایط $\theta_{1,f} = \frac{\pi}{2}, \dot{\theta}_{1,f} = 0$ به شرایط نهایی $\theta_{1,i} = \frac{\pi}{4}, \dot{\theta}_{1,i} = 0$ اولیهٔ 0 در مدت زمان $t_f = 1.5 \, s$ حرکت میکند.

از مزایای روش کنترل بهینه آن است که با تغییر نسبی ضرایب وزنی در تابع هزینه، میتوان مسیرهای بهینهٔ متنوعی برای حرکت نقطه به نقطه ربات درنظرگرفت. لذا در این شبیه سازی با فرض آنکه ماتریسهای وزنی بهصورت ($w \ w \ w$) 0 0 0 W = diag و (R = diag(r) و 1 or 10 er در نظرگرفته شده و تأثیر تغییر ضرایب وزنی بر کنترل مسیر بهینه بررسی میشود.

مسیر بهینهٔ پنجه ربات انعطافپذیر در شکل (۹) نشان داده ده است:



شکل ۹- مسیر بهینهٔ ربات انعطافپذیر

همچنین نمودار جابهجایی زاویهای ربات در شکل (۱۰) نشان داده شده است: محرم حبيب نژاد كواريم، مصطفى ناظمى زاده و حامد رحيمى نهوجى



داده شده است.







شکل ۱۲ – شیب الاستیک بهینهٔ انتهای ربات

همان طور که در شکل های بالا مشاهده می شود، با استفاده از روش کنترل بهینه مقادیر خیز و شیب الاستیک حالت نوسانی

در شکلهای (۱۳) تا (۱۵) سرعت زاویهای مفصل ربات و همچنین مشتق زمانی خیز و شیب الاستیک انتهای ربات نشان داده شده است:



شکل ۱۳ – سرعت زاویهای بهینهٔ مفصل ربات

www.SID.ir





شکل ۱۶ – گشتاور بهینه وارد بر مفصل ربات

نتيجه گيرى

هدف از این مقاله، بررسی رفتار دینامیکی و کنترل بهینهٔ مسیر ربات انعطاف یذیر با درنظر گرفتن کاربردهای فراوان آن در علم هوا و فضا بوده است. ابتدا بهمنظور مدلسازی دینامیکی ربات از روش المان محدود استفاده می شود و بردار جابه جایی کلی المان به صورت مجموع بردار جابهجایی حرکت صلب و بردار جابهجایی انعطاف پذیری بیان شده است. با بیان بردار جابهجایی المان در مختصات مرجع، انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم استخراج شده و با استفاده از اصل لاگرانژ معادلات دینامیکی ربات انعطافیذیر استخراج مىشود. بەمنظور تحليل رفتار ديناميكى منيپولاتور، تعداد المانهای ربات را افزایش داده و تأثیر آن بر همگرایی پاسخ سیستم شبیهسازی شده و مورد بحث قرارگرفته است. همچنین از روش کنترل بهینه بهمنظور طراحی مسیر بهینه و کنترل مسیر نقطه به نقطهٔ ربات استفاده شده است. با درنظرگرفتن معادلات دینامیکی ربات و تابع هزينة مناسب، فرمولاسيون مسئلة كنترل بهينه انجام شده و با استفاده از روش حساب، تغییرات معادلات بهینگی سیستم به صورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی استخراج شده است. سپس با حل عددی آن، طراحی مسیر بهینه و کنترل بهینهٔ ربات انعطاف پذیر شبیه سازی شده و تأثیر تغییر ضرایب وزنی تابع هزینه در طراحی مسیر بهینه مورد بحث قرارگرفته است. شبیهسازیهای انجام شده نشان میدهد که با افزایش ضرایب وزنی، مسیر بهینهٔ بهدستآمده هموارتر می شود. همچنین برتری استفاده از روش کنترل بهینه در کاهش اثرات غیرخطی سیستم و



شکل 1۵ – مشتق زمانی شیب الاستیک انتهای ربات

همان طور که در شکل های (۱۳) تا (۱۵) نشان داده شده است، با افزایش ضریب وزنی سرعت، میزان اکسترمم مقادیر سرعت بهینه کاهش زیادی مییابد و مسیر بهینهٔ مناسب تری بهدست می آید. اما باید توجه داشت که با افزایش ضریب وزنی حالت، مقادیر اکسترمم گشتاور، افزایش نسبی یافته که در شکل (۱۶) نشان داده شده است: Flexible Robot Manipulators," *Mech. & Aerospace Eng. Journal*, Vol. 4, No. 3, 2008, pp. 85-95.

- [10] Abedi, E., Nadooshan, A. and Salehi, S., "Dynamic Modeling of Two Flexible Link Manipulators," *International Journal of Natural Sciences and Engineering*, Vol. 2, No. 2, 2009, pp. 186–192.
- [11] Korayem, M.H., Nazemizadeh M. and Rahimi, H.N., "Application of Finite Element Method on Modeling of Dynamic Behavior of Special Flexible Manipulator, and its Point-to-Point Path Planning", *the 10th Conference of Iranian Aerospace Society*, Tehran, Tarbiat Moddares University, 1389 (In Persian).
- [12] Pourtakdoust, S. H., Fakhri, M., and Assadian, N., "Development of an Integrated Design Environment for Optimal Ascent Trajectory Planning", *Journal of Space Sience and Technology*, Vol. 1, No. 1, 2008, pp. 1-10 (In Persian).
- [13] Fazelzadeh, S.A. and Varzandian, Gh.A., "Optimal Low-Thrust Spacecraft Trajectories Using Time-Domain Finite Element Method", *Journal of Space Sience and Technology*, Vol. 1, No. 2, 2009, pp. 43-50 (In Persian).
- [14] Wang, Ch., Timoszyk, E. and Bobrow J.E., "Payload Maximization for Open Chained Manipulator: Finding Motion for a Puma 762 Robot," *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, Vol. 17, No. 2, 2001, pp. 325-332.
- [15] Ghariblu, H., Korayem, M.H., "Trajectory Optimization of Flexible Mobile Manipulators," *Robotica*, Vol. 24, No. 3, 2006, pp. 333-335.
- [16] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and Zhu, J.Z., *The Finite Element Method, its Basis and Fundamentals*, Elsevier Butterworth Heinemann, 2005.
- [17] Korayem, M.H. and Nikoobin, A., "Maximum Payload for Flexible Joint Manipulators in Point-to-Point Task Using Optimal Control Approach," The *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 38, No. 9-8, 2008, pp. 1045-1060.
- [18] Kirk, D.E., *Optimal Control Theory, an Introduction*, Dover publications, 1970.

ایجاد متغیرهای حالت هموارتر نشان داده شده و نتایج حاصله، نشان دهندهٔ کارایی روش پیشنهادی در کاربرد آن است.

مراجع

- Satoko, A. and Kazuya, Y., "Adaptive Reaction Control for Space Robotic Applications with Dynamic Model Uncertainty," *Advanced Robotics*, Vol. 24, No. 8-9, 2010, pp. 1099-1126.
- [2] Mahmoodi, S.N. and Ahmadian M., "Modified Acceleration Feedback for Active Vibration Control of Aerospace Structures," *Smart Materials and Structures*, Vol. 19, No. 6, 2010, pp. 125-132.
- [3] Book, W. J., "Recursive Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulator Arms," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 3, No. 3, 1999, pp. 87–93.
- [4] Rakhsha, F. and Godenberg, A. A., "Dynamic Modeling of a Single Link Flexible Robot," *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1985, pp. 1090-1095.
- [5] Barraco, A., Cany, A. and Ishiomin, A., "Dynamic Models for Flexible Robot, Different Approaches," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 11, No. 4, 1986, pp. 1038-1042.
- [6] Megahed, S. M. and Hamza, K. T., "Modeling and Simulation of Planar Flexible Link Manipulators with Rigid Tip Connections to Revolute Joints," *Robotica*, Vol. 22, No. 3, 2004, pp. 285-300.
- [7] Meghdari, A., "A Variational Approach for Modeling Flexibility Effects in Manipulator Arms," *Robotica*, Vol. 9, No. 2, 1991, pp. 213-217.
- [8] Green, A. and Sasiadek, J. Z., "Robot Manipulator Control for Rigid and Assumed Mode Flexible Dynamics Models," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2003, pp. 324-331.
- [9] Tajdari, M., Hajabasi, M. A. and Khoogar, A. R., "A New Approach to Finite Element Modeling and Simulation of