

# شناسایی ممان اینرسی و پارامترهای تنظیم ژیروسکوپ یک ماهواره زمین آهنگ با فیلتر کالمن توسعه یافته

مهدی فکور<sup>۱\*</sup>، امیررضا کوثری<sup>۲</sup> و حسین صالح غفاری<sup>۳</sup>

۱، ۲ و ۳- دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران

\*تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی

mfakoor@ut.ac.ir

در این مقاله، تخمین متغیرهای ژيروسکوپ و ممان اینرسی یک ماهواره زمین آهنگ در فاز انتقال مداری به طور همزمان انجام شده است. متغیرهایی دینامیکی که باید تخمین زده شود شامل کوواترینون‌ها، سرعت‌های زاویه‌ای و ممان اینرسی ماهواره است. متغیرهای کالیبراسیون ژيروسکوپ شامل بردار بایاس و ضریب تبدیل حسگر است. معادلات حرکت ماهواره همراه با معادلات اندازه‌گیری ژيروسکوپ، حسگر خورشیدی، و حسگر زمینی برای طراحی فیلتر کالمن توسعه یافته به منظور تخمین متغیرهای یاد شده استفاده شده‌اند. همچنین اثر گشتاور اغتشاشی در شناسایی ممان اینرسی ماهواره نیز لحاظ شده است. نتایج تخمین‌ها در شبیه‌سازی‌های عددی آورده شده است.

واژه‌های کلیدی: ماهواره زمین آهنگ، تخمین ممان اینرسی، کالیبراسیون، ژيروسکوپ، فیلتر کالمن توسعه یافته

## علائم و اختصارات

$v_k$	نویز اندازه‌گیری		
$\bar{\theta}$	تخمین بعد از مرحله تصحیح	$\omega$	بردار سرعت زاویه‌ای بدنه
$\hat{\theta}$	تخمین قبل از مرحله تصحیح	$J$	ماتریس ممان اینرسی
		$u$	گشتاور کنترلی ورودی
		$\tilde{\omega}$	بردار سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده
		$M$	ماتریس خطای ضریب تبدیل ژيروسکوپ
		$b$	بردار خطای بایاس ژيروسکوپ
		$v_{\omega k}$	بردار نویز سفید ژيروسکوپ
		$R_{\omega}$	ماتریس کوواریانس ژيروسکوپ

## مقدمه

برای پوشش مناسب ماهواره مخابراتی زمین آهنگ، برآورده کردن الزام سیستمی دقت نشانه‌روی بالا برای آنتن‌ها و موتور انتقال مداری از جمله نکات کلیدی و حساس در طراحی زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت است. برای رسیدن به دقت نشانه‌روی بالا لازم است که یک سیستم کنترلی، وضعیت ماهواره را در محدوده مجاز حفظ کند. این سیستم کنترلی شامل حسگرهایی برای تعیین وضعیت و عملگرهایی برای اصلاح وضعیت است. برای این منظور لازم است که حسگرها کاملاً کالیبره باشند و برآورد صحیحی از

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد

ممان اینرسی ماهواره آورده می‌شود. در نهایت، اثر اعمال گشتاور اغتشاشی در کارایی فیلتر کالمن در بخش پنجم ارائه می‌شود.

## مدل‌سازی

### معادلات حرکت ماهواره

معادلات حرکت هر ماهواره به صورت معادله (۶) تعریف می‌شود:

$$\dot{\omega} = -J^{-1}\omega \times J\omega + J^{-1}u \quad (۱)$$

که در آن  $\omega \in R^3$  بردار سرعت زاویه‌ای بدنه،  $J$  ماتریس ممان اینرسی، و  $u \in R^3$  گشتاور کنترلی ورودی است. سینماتیک وضعیت به وسیله کواترنیون‌های وضعیت به صورت معادله (۲) بیان می‌شود.

$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega(\omega)q = \frac{1}{2}\Xi(q)\omega \quad (۲)$$

که در آن

$$q = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4]^T = [q_{13}^T \quad q_4]^T \quad (۳)$$

و

$$\Omega(\omega) = \begin{bmatrix} -[\omega \times] & \omega \\ -\omega^T & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\Xi(q) = \begin{bmatrix} q_4 I_3 + [q_{13} \times] \\ -q_{13}^T \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$[a \times] = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۶)$$

### مدل حسگرها

حسگر خورشید و زمین بردار خورشید و زمین را در دستگاه بدنه اندازه‌گیری می‌کند، همچنین مقدار بردار خورشید در دستگاه مدار نیز با توجه به تجهیزات دیگر ماهواره مانند GPS قابل اندازه‌گیری است. در صورت وجود نویز در حسگر خورشید اندازه‌گیری انجام شده از معادله (۷) به دست می‌آید.

$$V_s^b = V_o^b V_s^o + w \quad (۷)$$

در معادله (۷) ماتریس دوران که دستگاه بدنه را به دستگاه مدار مربوط می‌سازد ماتریس کسینوس جهت تبدیل است که در [۶] آمده است.

معادله اندازه‌گیری بردار سرعت زاویه‌ای توسط ژيروسکوپ در لحظه  $t = t_k$  به صورت معادله (۸) بیان می‌شود.

$$\tilde{\omega}_k = M\omega_k + b + v_{\omega k} \quad (۸)$$

در معادله (۸)،  $\omega$  سرعت زاویه‌ای صحیح بدنه،  $\tilde{\omega}$  بردار سرعت زاویه‌ای اندازه‌گیری شده،  $M$  ماتریس خطای ضریب تبدیل ژيروسکوپ است که به صورت زیر تعریف می‌گردد.

معادلات حرکت سیستم نیز داشته باشیم.

فرآیند تخمین ممان اینرسی هر ماهواره عملیاتی وقتی که ماهواره در مدار قرار دارد یا زمانی که بر روی زمین است موضوع مطالعه بسیاری از مراجع بوده است. به دلیل اینکه روش‌های تخمین ممان اینرسی ماهواره وقتی که در مدار قرار دارد، روش‌های بلادرنگ است تنها عناصر قطری ماتریس ممان اینرسی تخمین زده می‌شود تا حجم محاسبات کم شود [۴-۱].

در کنترل ماهواره لازم است وضعیت آن در هر لحظه مشخص شود که بدین منظور از حسگرهای تعیین وضعیت در فضا از جمله حسگر خورشید و حسگر زمین استفاده می‌شود. در حین کار این حسگرها نمی‌توانند پارامتر مورد اندازه‌گیری را با دقت کامل اندازه‌گیری کنند و بنا به دلایل مختلف مقدار اندازه‌گیری شده با مقدار واقعی تفاوت دارد. این اختلاف به عنوان نویز در خروجی حسگر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، اگر بخواهیم خروجی حسگرها را به طور مستقیم در سیستم کنترلی به کار ببریم، نمی‌توان عملکرد مطلوبی از سیستم کنترلی انتظار داشت. از این رو خروجی‌های حسگر را به شیوه‌های مختلفی فیلتر می‌کنند تا به خروجی‌های دقیق‌تر و مطمئن‌تری تبدیل شوند و بخشی از نویز اندازه‌گیری حذف شود.

کالیبراسیون متغیرهای ژيروسکوپ شامل مقدار بایاس و ضریب تبدیل حسگر، موضوع مورد مطالعه پژوهشگران زیادی بوده است [۵-۹]. در مرجع [۵] یک فیلتر کالمن پیشنهاد شده است که با استفاده از ترکیب اطلاعات یک مگنومتر و ژيروسکوپ به تخمین متغیرهای دینامیکی و متغیرهای ژيروسکوپ پرداخته است.

تخمین کالمن تخمینی بهینه شناخته می‌شود. تخمین بهینه، تخمینی است که دو ویژگی اساسی دارد؛ یک ویژگی تخمین بهینه این است که باید کمترین مقدار کوواریانس خطا را داشته باشد و ویژگی دیگر آن این است که باید بایاس نداشته باشد. داشتن بایاس به این مفهوم است که امید ریاضی مقدار واقعی و مقدار تخمینی باید با هم برابر باشد.

در این مقاله سعی شده است که با اندازه‌گیری حسگرهای زمین و خورشید و داشتن ژيروسکوپ نه تنها عمل کالیبراسیون ژيروسکوپ صورت گیرد بلکه ممان اینرسی ماهواره نیز شناسایی شود. نحوه ارائه مطالب در این مقاله به شرح زیر است: در بخش بعد معادلات حرکت ماهواره و معادلات مربوط به مدل حسگرها به طور مختصر بیان می‌شود. همچنین مدل یک فیلتر کالمن توسعه یافته برای تخمین متغیرهای مورد نظر به دست آورده می‌شود. در بخش سوم همگرایی فیلتر کالمن طراحی شده مورد بررسی قرار می‌گیرد و برای ترکیب‌های مختلف اطلاعات حسگرها کارایی فیلتر ارزیابی می‌شود. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی‌های مربوط به شناسایی

فیلتر نشان داده می‌شود. برای شبیه‌سازی کارایی فیلتر طراحی شده نیاز است تا معیاری از داده‌های واقعی و داده‌های آلوده به نویز داشته باشیم. در نتیجه ابتدا معادلات ماهواره به ازای شرایط اولیه و گشتاور کنترلی مشخص حل شده و داده‌های واقعی برای سیستم به‌دست آمده است، سپس این داده‌ها آلوده به نویز شده و با توجه به اندازه‌گیری‌ها، تخمین حالت‌های مورد نظر صورت گرفته است.

برای اجرای فیلتر، ابتدا لازم است تا ماتریس‌های لازم در معادلات فیلتر کالمن را برای سیستم مورد نظر و اندازه‌گیری‌های حسگرها به‌دست آورد. با توجه به معادله (۱۲) برای فیلتر ماتریس A به صورت معادله (۱۵) تبدیل می‌شود.

$$A_{7 \times 7} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \omega} \\ 0_{3 \times 4} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \omega} \end{bmatrix} \quad (15)$$

در این قسمت از حسگرهای زمین و خورشید در اندازه‌گیری‌ها استفاده شده است. فرض می‌کنیم که بردارهای زمین و خورشید در دستگاه مدار بر یکدیگر عمود باشند. در این حالت بیشترین اطلاعات ممکن از این دو حسگر به‌دست می‌آید. هرچه زاویه بین این دو بردار کوچک‌تر شود غنای اطلاعات به‌دست آمده از این دو حسگر کاهش می‌یابد.

اگر بردار خورشید در دستگاه مدار را برابر  $[1 \ 0 \ 0]^T$  و بردار زمین در دستگاه مدار را برابر  $[0 \ 1 \ 0]^T$  در نظر بگیریم. آنگاه با توجه به معادله (۷) اندازه‌گیری حسگرها به‌صورت روابط (۱۵) و (۱۶) می‌شود.

$$\begin{aligned} z_{1(sun)} &= q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 + v_1 \\ z_{2(sun)} &= 2(q_1q_2 + q_3q_4) + v_2 \\ z_{3(sun)} &= 2(q_1q_3 - q_2q_4) + v_3 \end{aligned} \quad (16)$$

اندازه‌گیری‌های حسگرها آلوده به یک نویز با میانگین صفر و انحراف معیار ۰/۰۰۱ است. با توجه به اندازه‌گیری‌های حسگرها ماتریس H در روابط فیلتر کالمن به‌صورت رابطه (۱۸) می‌شود. همچنین مقدار اولیه ماتریس کوواریانس خطا از رابطه (۱۹) به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} z_{1(earth)} &= 2(q_1q_2 - q_3q_4) + v_4 \\ z_{2(earth)} &= -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 + v_5 \\ z_{3(earth)} &= 2(q_2q_3 - q_1q_4) + v_6 \end{aligned} \quad (17)$$

$$H_{6 \times 7} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_{sun}}{\partial q} & 0_{3 \times 3} \\ \frac{\partial z_{earth}}{\partial q} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$P_{7 \times 7} = \begin{bmatrix} 10^{-2} I_{4 \times 4} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{4 \times 4} & \frac{\pi}{180} I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$M = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$b \in R^3$  بردار خطای بایاس ژيروسکوپ و  $v_{\omega k}$  بردار نویز سفیدی است که با اندازه‌گیری ترکیب شده و دارای کوواریانس  $R_{\omega}$  است. همچنین، ضریب تبدیل ژيروسکوپ ماهواره در شکل بردار به صورت  $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]^T$  است.

## مدل فیلتر

فیلتر کالمن توسعه‌یافته در هر مرحله پیش‌بینی - تصحیح، معادلات سیستم را با استفاده از بسط سری تیلور حول نقطه کار فعلی خطی می‌کند.

فرض کنید معادلات سیستم و معادلات اندازه‌گیری با رابطه زیر داده شده باشد.

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, u_k, w_{k-1}) \\ z_k &= h(x_k, v_k) \end{aligned} \quad (10)$$

که در معادله (۱۰)  $w_k$  و  $v_k$  به ترتیب اغتشاش مدل و نویز اندازه‌گیری هستند که توزیع گوسی دارند.

$$\begin{aligned} p(w) &\sim N(0, Q) \\ p(v) &\sim N(0, R) \end{aligned} \quad (11)$$

برای اعمال الگوریتم فیلتر کالمن لازم است که ماتریس‌های حالت و اندازه‌گیری به‌صورت معادله (۱۲) تعریف شوند.

$$\begin{aligned} A_{[i,j]} &= \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\tilde{x}_{k-1}, u_k, 0) \\ H_{[i,j]} &= \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\tilde{x}_k, 0) \end{aligned} \quad (12)$$

معادلات مرحله پیش‌بینی و تصحیح فیلتر کالمن به ترتیب از معادلات (۱۳) و (۱۴) به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_t &= f(\tilde{x}, t) = \hat{x}_{k-1} \\ \bar{A}_t &= A|_{x=\tilde{x}_t} \\ \bar{P} &= \bar{A}_t \bar{P}_t + \bar{P}_t \bar{A}_t^T + Q, \bar{P}(t_{k-1}) = \bar{P}_{k-1} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \bar{x}_k + k_k(z_k - h(\bar{x}_k, 0)) \\ H_k &= H|_{x=\bar{x}_t} \end{aligned} \quad (14)$$

$$k_k = \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k)^{-1}$$

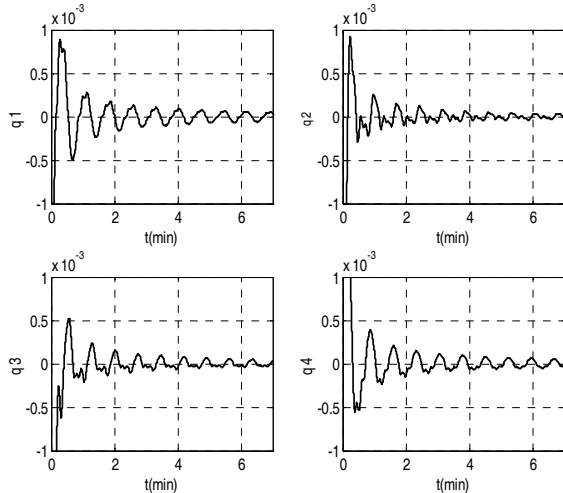
$$\hat{P}_k = (I - k_k H_k) \bar{P}_k$$

که در آن نمادهای  $\bar{\theta}$  و  $\hat{\theta}$  برای متغیر  $\theta$  به ترتیب نشان‌دهنده تخمین قبل و بعد از مرحله تصحیح هستند.

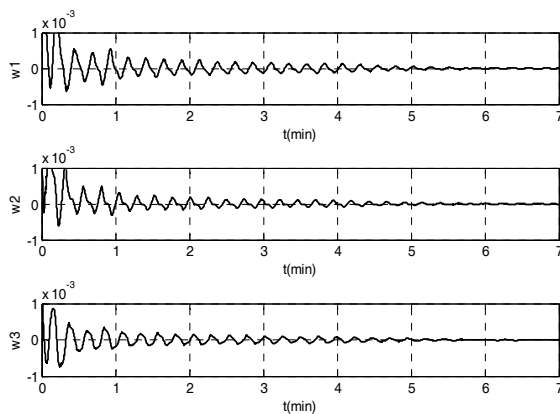
## بررسی ترکیب اطلاعات حسگرها در همگرایی

در این بخش تنها همگرایی فیلتر کالمن طراحی شده مورد بررسی قرار می‌گیرد و برای ترکیب‌های مختلف اطلاعات حسگرها، کارایی

بهبتر شده است که قابل انتظار هم بود، زیرا مدل واقعی ژيروسکوپ استفاده نشده، در نتیجه غنای اطلاعات بسیار بالا رفته است.



شکل ۳- خطای تخمین کوواترینون‌ها با هر سه حسگر



شکل ۴- خطای تخمین سرعت‌های زاویه‌ای با هر سه حسگر

## شناسایی ممان اینرسی ماهواره

### معادلات فیلتر کالمن

ابتدا بردارهایی که باید به وسیله فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده بشوند را تعریف می‌کنیم.  $p = [j_1 \ j_2 \ j_3]$  است، که در آن  $j_i$  بیانگر عنصر سطر و ستون نام ماتریس ممان اینرسی است. مدل فیلتر کالمن توسعه یافته با در نظر گرفتن متغیرهای تخمینی به صورت معادله (۲۲) می‌شود.

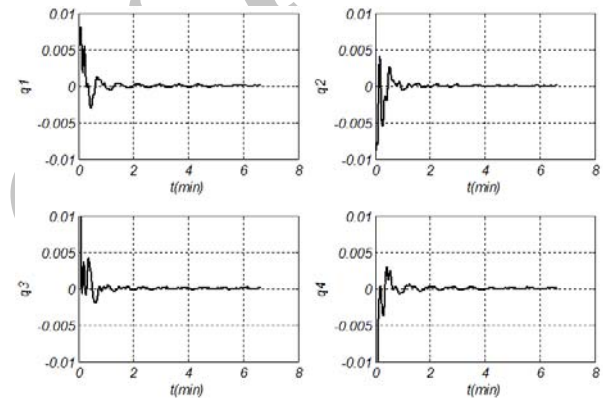
$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{1}{2} \Omega(\omega) q \\ \dot{\omega} &= -J^{-1}(p) \omega \times J(p) \omega + J^{-1}(p) u + w \\ \dot{p} &= 0 \\ \dot{\lambda} &= 0 \\ \dot{b} &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

شکل (۱) و شکل (۲)، همگرایی فیلتر کالمن در تخمین متغیرهای حالت زیرسیستم تعیین وضعیت را در حالتی که تنها حسگرهای خورشیدی و زمینی استفاده شده است، نشان می‌دهد.

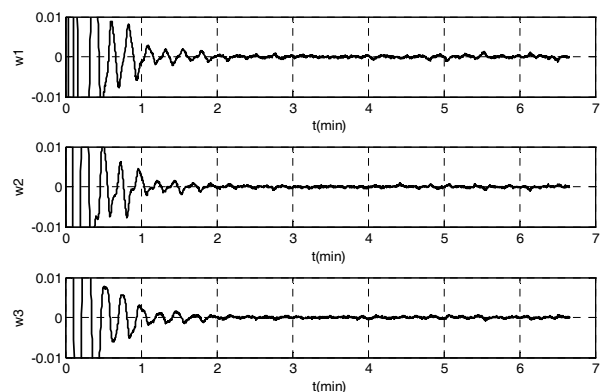
حال حالتی را در نظر می‌گیریم که هر سه حسگر زمینی، خورشیدی و ژيرو با هم وجود داشته باشند. در این حالت از مدل واقعی ژيروسکوپ استفاده نکرده و فرض شده است ژيروسکوپ از معادله (۲۰) پیروی کند. رابطه (۲۱) تغییر در ماتریس  $H$  را نشان می‌دهد. در رابطه (۲۰) بیانگر نویزی با میانگین صفر و انحراف معیار  $0.001$  است. انتخاب ماتریس کوواریانس نیز مانند قسمت قبل است.

$$\omega_i^M = \omega_i + n_i \quad (20)$$

$$H_{6 \times 7} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_{sun}}{\partial q} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & \frac{\partial \omega^M}{\partial \omega} \end{bmatrix} \quad (21)$$



شکل ۱- خطای تخمین کوواترینون‌ها با حسگرهای خورشیدی و زمینی



شکل ۲- خطای تخمین سرعت‌های زاویه‌ای با حسگرهای خورشیدی و زمینی

شکل (۳) و شکل (۴) نشان می‌دهد که همگرایی خطای تخمین درحالتی که اطلاعات هر سه حسگر با هم ترکیب می‌شوند، بسیار بیشتر از حالت‌های قبلی است که تنها از اندازه‌گیری‌های دو حسگر در یک زمان استفاده می‌شد. مقدار خطا بعد از ۵ دقیقه برای متغیرهای کوواترینون به مقدار ۳۷٪ و برای سرعت‌های زاویه‌ای به اندازه ۴۲٪

تخمین اولیه از ممان اینرسی ماهواره و مقدار دقیق آن نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$J = \begin{bmatrix} 2050 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 950 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$J_{True} = \begin{bmatrix} 2000 & 0 & 0 \\ 0 & 900 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

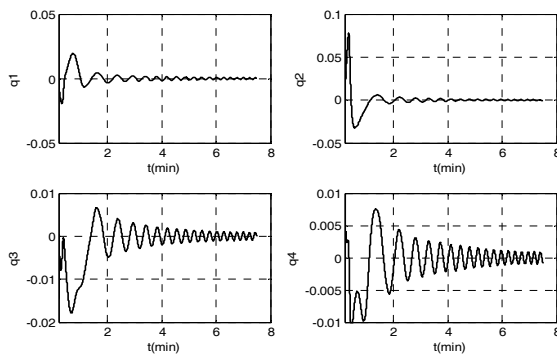
در طول شبیه‌سازی، سعی و خطاهای زیادی برای به دست آوردن ماتریس کوواریانس اولیه حالت‌ها انجام شده است. عملکرد فیلتر کالمن بسیار حساس به انتخاب ماتریس‌های کوواریانس خطای اولیه است. در نتیجه ماتریس‌های کوواریانس نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری‌ها  $Q$ ،  $R_q$ ، و  $R_\omega$  به ترتیب  $10^{-6}I_{4 \times 4}$ ،  $10^{-8}I_{3 \times 3}$  و  $10^{-5}I_{3 \times 3}$  قرار داده شدند. فرکانس نمونه‌برداری برابر ۱۰ هرتز انتخاب شده است و ماتریس‌های کوواریانس اولیه حالت‌ها هم به صورت زیر انتخاب شده‌اند.

$$P(q) = 0.01I_{4 \times 4}, P(\omega) = \frac{\pi}{180}I_{3 \times 3}, \quad (30)$$

$$P(\lambda) = 0.05I_{3 \times 3}, P(b) = 10^{-5}I_{3 \times 3}, P(J) = 100I_{3 \times 3}$$

شکل (۵) تا شکل (۹) نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. خطای تخمین وضعیت ماهواره که در شکل (۵) نشان داده شده است بعد از ۵ دقیقه به مقداری کمتر از ۰/۰۰۱ می‌رسد. همچنین مقدار خطای سرعت زاویه‌ای در انتهای تخمین به مقداری کمتر از ۰/۰۱ رادیان بر ثانیه می‌رسد.

مقدار خطای ممان اینرسی سیستم بعد از گذشت ۵ دقیقه به مقدار ۱ کیلوگرم مترمربع می‌رسد. نکته قابل توجه در نمودارها این است که پس از همگرایی نسبی خطای بایاس و ضریب تبدیل ژيروسکوپ، مقدار خطای سرعت زاویه‌ای شروع به همگرایی می‌کند. عملکرد خطای ضریب تبدیل ژيروسکوپ بسیار حساس به مقدار بایاس است. بنابراین تنظیم کوواریانس خطای تخمین اولیه بایاس مشکل‌تر از تنظیم این ماتریس برای ضریب تبدیل است.



شکل ۵- خطای تخمین متغیرهای کوواریانس

در نتیجه با توجه به معادله (۸) که مربوط به مدل ژيروسکوپ است متغیرهای حالت به صورت  $x = [q^T \ \omega^T \ p^T \ \lambda^T \ b^T]^T$  تبدیل می‌شود. همان‌طور که انتظار داشتیم بردار ممان اینرسی سیستم در معادله دینامیکی سیستم و متغیرهای مدل ژيروسکوپ خود را در معادلات اندازه‌گیری نشان داده‌اند.

### خطی‌سازی ماتریس‌ها

در صورتی که معادلات سیستم به صورت رابطه (۲۴) باشد. آنگاه ماتریس خطی شده  $A$  به صورت معادله (۲۵) تعریف می‌شود.

$$\dot{x}(t) = F(x(t)) + w(t) \quad (23)$$

$$z_k = G(x_k) + v_k \quad (23)$$

$$A \cong \frac{\partial F}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \omega} & 0_{4 \times 3} & 0_{4 \times 6} \\ 0_{3 \times 4} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \omega} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial p} & 0_{3 \times 6} \\ 0_{9 \times 4} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 3} & 0_{9 \times 6} \end{bmatrix} \quad (24)$$

عناصر ماتریس  $A$  از رابطه (۲۶) به دست می‌آیند.

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial q} = \frac{1}{2}\Omega(\omega) \quad (25)$$

$$\frac{\partial \dot{q}}{\partial \omega} = \frac{1}{2}\Xi(q)$$

$$\frac{\partial \dot{\omega}}{\partial \omega} = J^{-1}\{[(J\omega) \times] - [\omega \times]J\}$$

$$\frac{\partial \dot{\omega}}{\partial p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial j_1} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial j_2} & \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial j_3} \end{bmatrix}$$

همچنین ماتریس اندازه‌گیری خطی شده که با  $H$  نشان داده می‌شود، به صورت زیر به دست می‌آید.

$$H \cong \frac{\partial G}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_{sun}}{\partial q} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 4} \\ \frac{\partial z_{sun}}{\partial q} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 4} & 0_{3 \times 4} \\ 0_{3 \times 4} & M & 0_{3 \times 3} & \Lambda(\omega) & I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\Lambda(\omega) = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

اکنون با ماتریس‌های به دست آمده می‌توان الگوریتم فیلتر کالمن را با استفاده از معادلات (۱۲) و (۱۳) پیاده‌سازی کرد.

### نتایج شبیه‌سازی

خطاهای اولیه متغیرهای ژيروسکوپ به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$b = [0.8 \ 1.3 \ 0.8] \frac{rad}{s}, \lambda = [0.1 \ 0.4 \ 0.1] \quad (28)$$

## اثر گشتاور اغتشاشی

گشتاورهای اغتشاشی خارجی تأثیرگذار بر وضعیت ماهواره شامل گشتاورهای گرادیان گرانش، میدان مغناطیسی، بازشدن آرایه‌های خورشیدی است. سیستم کنترل و تعیین وضعیت ماهواره باید بتواند این گشتاورهای اغتشاشی را تحمل کرده و اثر آنها را از بین ببرد زیرا در غیر این صورت ممکن است ناپایداری به وجود آمده و کل سیستم از بین برود.

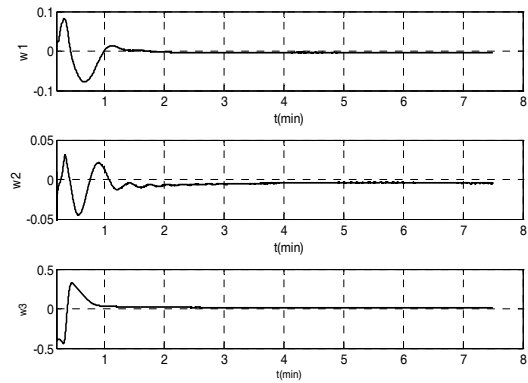
در صورت وجود گشتاور اغتشاشی، معادله دینامیکی ماهواره به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\dot{\omega} = -J^{-1}\omega \times J\omega + J^{-1}u + v + T_{dis} \quad (31)$$

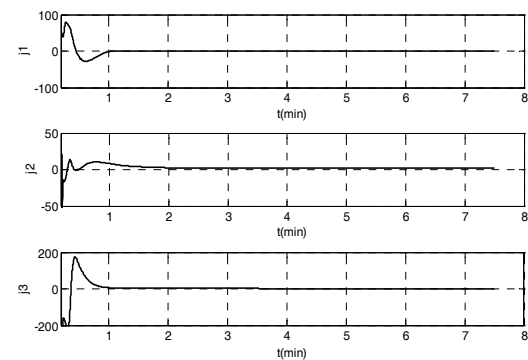
در رابطه (۳۱)  $v$  عدم قطعیت مدل‌سازی است که به صورت یک نویز نرمال در نظر گرفته شده است. حال برای بررسی پایداری فیلتر در حضور گشتاور اغتشاشی، گشتاوری اغتشاشی معادل  $0.4$  نیوتن-متر با لحاظ ضریب اطمینان در بدترین شرایط در زمان  $2.5$  تا  $5$  دقیقه وارد می‌کنیم. توجه شود که معادله (۱۲) که بیانگر معادلات مرحله پیش‌بینی است تغییری نمی‌کند، زیرا فرض بر این است که مقدار گشتاور اغتشاشی معلوم نیست و معادلات کالمن همانند وقتی که نویز را در معادلات مرحله پیش‌بینی در نظر نمی‌گرفت، گشتاور اغتشاشی را هم صفر در نظر می‌گیرد.

شکل (۱۰) تا شکل (۱۳) همگرایی فیلتر را در حضور گشتاور اغتشاشی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل‌ها مشخص است مقدار خطای متغیرهای کوواترینون تغییر محسوسی نسبت به وقتی که گشتاور اغتشاشی وجود نداشت، نکرده است زیرا معادلات سینماتیکی که اثر مستقیم در تخمین متغیرهای کوواترینون دارد تغییری نکرده است. اما به دلیل اثری که گشتاور اغتشاشی بر روی معادلات سرعت‌های زاویه‌ای دارد، خطای تخمین سرعت‌های زاویه‌ای و به دنبال آن خطای تخمین ممان اینرسی سیستم تغییر کرده اما موجب ناپایداری تخمین نشده است.

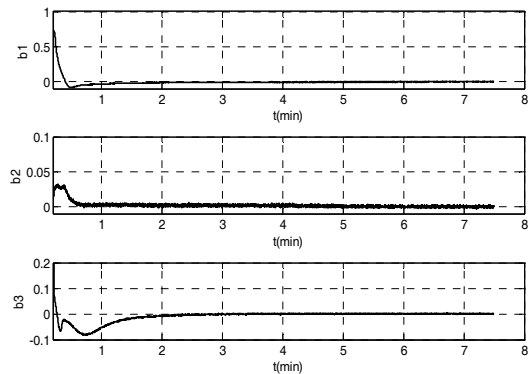
بیشترین خطای تخمین ممان اینرسی در انتهای دقیقه ۶ به مقدار تقریبی ۲ کیلوگرم متر بر مجذور ثانیه و بیشترین خطای تخمین سرعت‌های زاویه‌ای به مقدار  $0.13$  رادیان بر ثانیه رسیده است.



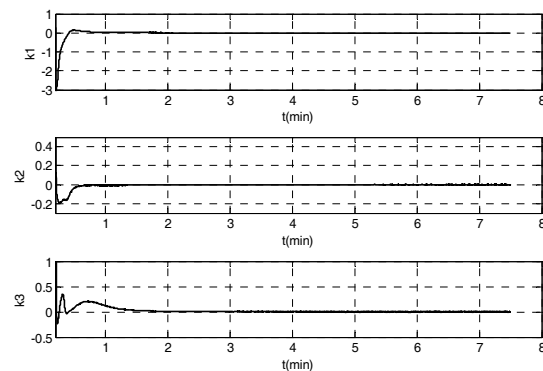
شکل ۶- خطای تخمین سرعت‌های زاویه‌ای



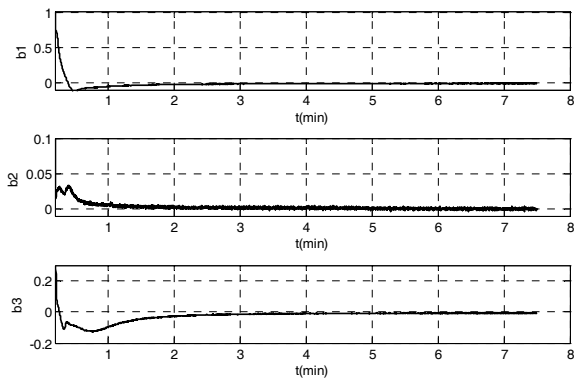
شکل ۷- خطای تخمین ممان اینرسی ماهواره



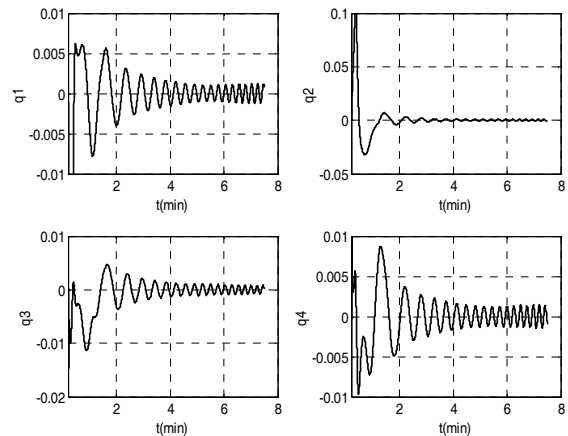
شکل ۸- خطای تخمین بایاس ژيروسکوپ



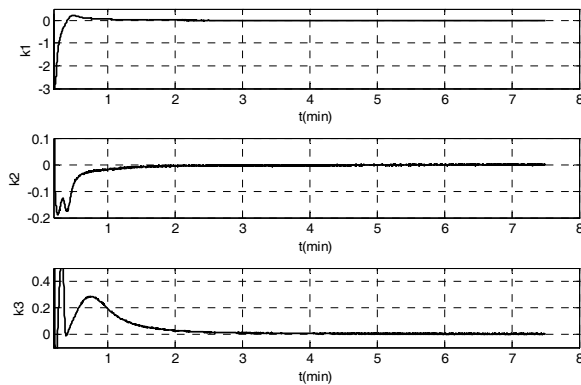
شکل ۹- خطای تخمین ضریب تبدیل ژيروسکوپ



شکل ۱۳ - خطای تخمین بایاس در حضور اغتشاش



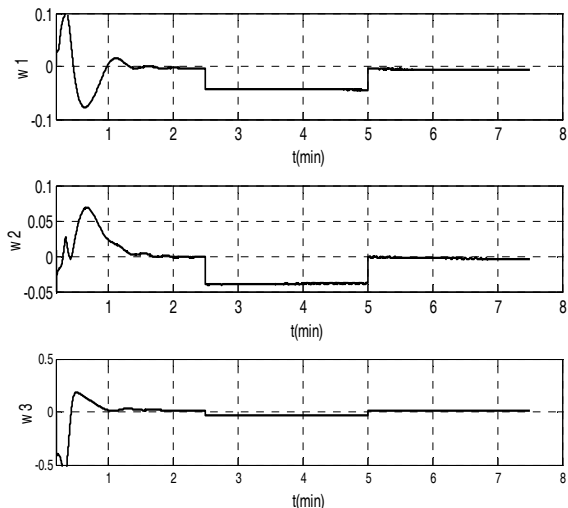
شکل ۱۰ - خطای تخمین کوواترینون‌ها در حضور اغتشاش



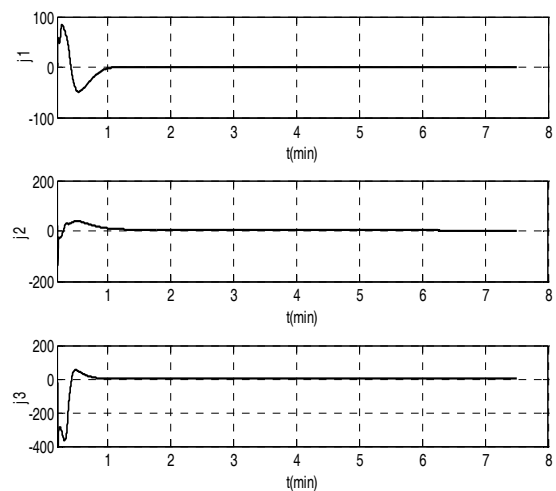
شکل ۱۴ - خطای تخمین ضریب تبدیل در حضور اغتشاش

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق چگونگی تخمین ممان اینرسی ماهواره زمین‌آهنگ در فاز انتقال مداری که در آن جرم سیستم پیوسته به سبب مصرف سوخت در حال کم‌شدن است، مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. همچنین چگونگی دستیابی به دقت بالاتر تخمین اندازه‌گیری اطلاعات وضعی پروازی با استفاده از ترکیب اطلاعات حسگرهای تعیین وضعیت یک ماهواره زمین‌آهنگ در فاز انتقال مداری از مدار پارکینگ به مدار دریافت مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا از روش فیلتر کالمن که یکی از روش‌های تجمیع اطلاعات حسگرهاست و همچنین روش فیلتر کالمن توسعه‌یافته که روشی ساده در مقایسه با روش‌های مشابه تخمین متغیرها در کاربردهای عملی است استفاده شده است. از جمله مزایای این راهکار این است که علاوه بر این به دلیل هم‌پوشانی اندازه‌گیری‌های حسگرها میزان ناپیوستگی در سیستم نیز کاهش می‌یابد. در اینجا محاسبات انجام پذیرفته با فرض ثابت و بدون خطا بودن بردارهای خورشید و زمین انجام پذیرفته درحالی‌که در عمل



شکل ۱۱ - خطای تخمین سرعت‌های زاویه‌ای در حضور اغتشاش



شکل ۱۲ - خطای تخمین ممان اینرسی در حضور اغتشاش

- [7] Pittelkau, M. E., "Everything is Relative in Spacecraft System Alignment Calibration," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 39, No. 3, 2002, pp. 460-466.
- [8] Pittelkau, M. E. "Kalman Filtering for Spacecraft System Alignment Calibration," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 24, No. 6, 2002, pp. 1187-1195.
- [9] Lai, K. L., Crassidis, J. L. & Harman, R. R., "In-Space Spacecraft Alignment Calibration using the Unscented Filter," *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference Exhibit*, Austin, Texas, USA, 2003.
- [10] Ma, G. and Jiang, X., "Unscented Kalman Filter for Spacecraft Attitude Estimation and Calibration using Star Tracker Measurements," *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Guanzhou, 2009.
- [11] Myung, H. and Bang, H., "Spacecraft Parameter Estimation by Using Predictive Filter Algorithm," *Proceedings of IFAC World Congress*, Seoul, Korea, 2008.
- [12] Ejiang, Y. T., Chang, F. R. and Wang, L. S., "Data Fusion of Three Attitude Sensors," *SICE*, Nagoya, 2001.
- [13] Ziyang, Zh., Zhisheng, W. and Yong, H., "Multi-Sensor Information Fusion for Aircraft Attitude Determination System," *World Congress on Computer Science and Information Engineering*, 2009.
- [14] Myung, H. S. Yong, K. K. and Bang, H., "Unscented Kalman Filtering for Hybrid Estimation of Spacecraft Attitude Dynamics and Rate Sensor Alignment," *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 118, No. 1, 2009, pp. 217-228.
- [15] Yu, Ch. and Huang, Y., "Hybrid Filtering for Satellite Attitude Estimation with Asynchronous Multi-Sensors," *3<sup>rd</sup> International Conference on Intelligent Networks and Intelligent Systems*, 2010.
- [16] Bolandi, H. and Fani-Saberi, F., "Design of an Attitude Estimation Algorithm for a LEO Satellite Based on Multiple Models Adaptive Method And Comparison With EKF," *Journal of Space Science and Technology*, Vol. 2, No. 4, 2009, pp. 17-26.

مختصات بردار خورشید در دستگاه مدار دارای خطاست. با محاسبه بردارها از یک تخمین گر مداری می توان اثر خطای تخمین بردارها در کارایی فیلتر را بررسی کرده و میزان پایداری فیلتر در اثر این خطا را نشان داد. همچنین با بررسی خطای تخمین برای حالت های مختلفی که حسگرهای زمینی و خورشیدی نسبت به یکدیگر قرار دارند، می توان در جابجایی بهینه این حسگرها بر روی ماهواره از فیلتر کالمن کمک گرفت.

## مراجع

- [1] Gadelha de Souza, L. C., "Experimental Parameters Estimation of Satellite Attitude Control Simulator," *Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications*, Vol. 1, No 2, 2008, pp. 14-22.
- [2] Carter, M. T., Vadali, S. R. and Chamitoff, G. E., "Parameter Identification for the International Space Station Using Nonlinear Momentum Management Control," *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA 97 3524, 1997, pp. 252-262.
- [3] Bergmann, E. V. and Dzielski, J., "Spacecraft Mass Property Identification with Torque-Generating Control," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, No. 1, 1990, pp. 99-103.
- [4] Creamer, G., DeLaHunt, P., Gates, S. and Leyenson, M., "Attitude Determination and Control of Clementine during Lunar Mapping," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 19, No. 3, 1996, pp. 505-511.
- [5] Gebre-Egziabher, D., Hayward, R. C. and Powell, J. D., "Design of Multi-Sensor Attitude Determination Systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 40, No. 2, 2004, pp. 627-648.
- [6] Wertz, J. R., (Editon), *Spacecraft Attitude Determination and Control*, D. Reide Publishing Company, 1978, pp. 414-416.