

مدل سازی کامل اغتشاشات چرخ عکس‌العملی و پیاده‌سازی روی یک نمونه آزمایشگاهی

علیرضا آقالاری^{۱*} و مرتضی ایرانزاد^۲

۱- مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر

۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

* کیلومتر ۲۶ اتوبان تهران - کرج

Ali_Aghalari@aut.ac.ir

میزان کارایی ماهواره‌های تصویربرداری جهت انجام مأموریت بستگی زیادی به میزان ثبات ماهواره در وضعیت موردنظر دارد. ارتعاشات بسیار کوچک می‌تواند تأثیر منفی در کیفیت تصاویر داشته باشد. این ارتعاشات ممکن است به وسیله سیستم‌های مکانیکی و حسگرهایی که در ماهواره نصب شده‌اند ایجاد شود. اما مهم‌ترین عامل تولید، چرخ‌های عکس‌العملی هستند. بنابراین مدل‌سازی دقیق اغتشاشات چرخ‌های عکس‌العملی برای پیش‌بینی تأثیر آنها بر روی سازه ماهواره و در نتیجه کارایی ماهواره و نیز ایجاد روش‌هایی برای کنترل ارتعاشات ناخواسته امری ضروری است. در مقاله حاضر دو نوع مدل برای پیش‌بینی اغتشاشات چرخ عکس‌العملی ارائه می‌شود. اولین مدل، یک مدل تجربی است که بر اساس داده‌های حاصل از تست گیردار چرخ عکس‌العملی آزمایشگاهی طراحی و ساخته شده توسط نگارنده و همکاران استوار است. داده‌های تست متشکل از نیروها و گشتاورهای اغتشاشی هستند که با استفاده از یک حسگر نیروی شش محوره در سرعت‌های چرخشی یکنواخت مختلف اندازه‌گیری شده‌اند. در این مدل فرض بر آن است که اغتشاشات شامل هارمونی‌های مجزا از سرعت دورانی چرخ عکس‌العملی است که در آن دامنه هر هارمونی با مربع سرعت دوران چرخ متناسب است. این مدل قادر به پیش‌بینی اثر مودهای سازه‌ای چرخ عکس‌العملی نیست. برای این منظور یک مدل غیرخطی که براساس روش انرژی برای پیش‌بینی نیروها و گشتاورهای اغتشاشی (شش درجه آزادی) در هارمونی‌های اصلی چرخ عکس‌العملی ایجاد شده است، ارائه می‌گردد. سپس جهت لحاظ نمودن هارمونی‌های دیگر، مدل تحلیلی مذکور با مدل اول ترکیب شده و مدل بسط‌یافته ایجاد می‌شود. در نهایت به منظور بررسی و اعتبارسنجی مدل‌ها، مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از دو مدل و داده‌های تست انجام می‌شود.

کلمات کلیدی: چرخ عکس‌العملی، اغتشاشات، نابالانسی استاتیکی، نابالانسی دینامیکی، چرخ‌طیار

علائم و اختصارات

n	تعداد هارمونی‌های مدل
C_i	ضریب دامنه هارمونی $\text{Am} (Nm/(Hz)^2) N/(Hz)^2$
Ω	سرعت چرخ طیار (هرتز)
i	h_i امین عدد هارمونی
α	اختلاف فاز تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0, 2\pi]$
N_σ	ضریبی برای تصحیح DT
μ_{noise}	میانگین نویز

$m(t)$

نیرو یا گشتاور (نیوتن یا نیوتن - متر)

۱. پژوهشگر (نویسنده مخاطب)

۲. کارشناسی ارشد

وک^۳ اغتشاشات چرخ عکس‌العملی ایتهاکو^۴ نوع E [۳]، سوک^۵ و همکارانش نیز اغتشاشات چرخ عکس‌العملی HAU [۴] را اندازه‌گیری کرده و مورد پردازش قرار دادند. آنها در کارهایشان برای اندازه‌گیری اغتشاشات از میز اندازه‌گیری نیرو/ گشتاور کیستلر^۶ استفاده کردند. الیاس^۷ در کارش به تأثیر اغتشاشات چرخ عکس‌العملی روی سازه ماهواره به عنوان یک جسم انعطاف‌پذیر پرداخته است [۵]. مسترسون^۸ اغتشاشات چرخ‌های عکس‌العملی را مدل‌سازی کرده و بر روی چرخ‌های عکس‌العملی ایتهاکو نوع B و E پیاده‌سازی کرده است [۶]. مدل وی دارای پنج درجه آزادی است و قادر به شناسایی اغتشاشات (نیرو و گشتاور) در راستای چرخش چرخ طیار نیست. آقالاری و همکاران نیز با مدل‌سازی اغتشاشات چرخ عکس‌العملی به بررسی این موضوع پرداختند [۷].

در این مقاله، اغتشاشات چرخ عکس‌العملی به‌طور کامل مدل‌سازی شده (به‌صورت تجربی و تحلیلی و با اضافه‌کردن اغتشاشات راستای Z در مدل) و بر یک نمونه آزمایشگاهی [۸] پیاده‌سازی می‌شود. مدل تحلیلی دارای شش درجه آزادی است و قادر به شناسایی نیروها و گشتاورهای اغتشاشی در راستای سه محور مختصات است. با طراحی و ساخت بستر اندازه‌گیری اغتشاشات چرخ عکس‌العملی، اغتشاشات اندازه‌گیری شده و براساس داده‌های تست، مدل‌های تحلیلی و تجربی برای اغتشاشات ارائه می‌شود. در نهایت با مقایسه مدل‌های ارائه شده با همدیگر و نیز با داده‌های تست، مدل‌ها اعتبارسنجی می‌شوند.

مدل تجربی

در این مدل فرض بر آن است که اغتشاشات شامل هارمونی‌های مجزا از سرعت دورانی چرخ عکس‌العملی می‌باشد که در آن دامنه هر هارمونی با مربع سرعت دوران چرخ متناسب است [۶].

$$m(t) = \sum_{i=1}^n C_i \Omega^2 \sin(2\pi h_i \Omega t + \alpha_i) \quad (1)$$

در مدل تجربی، داده‌های تست برای یافتن پارامترها مورد استفاده قرار می‌گیرند. در شکل (۱) نمودار کلی ارائه شده است.

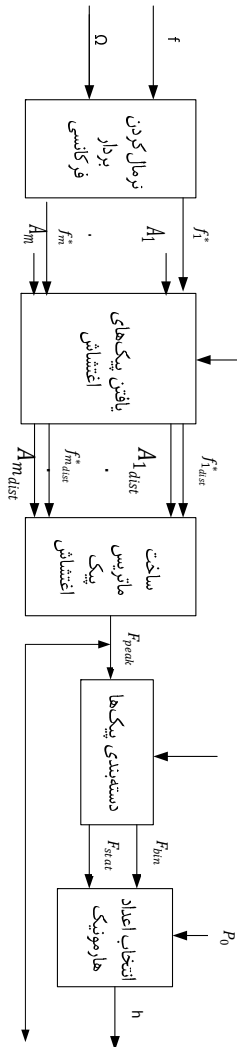
σ_{noise}	انحراف معیار نویز درصد احتمال
N_{bin_k}	تعداد فرکانس موجود در هر دسته
N_{poss_k}	حداکثر تعداد فرکانس بی‌بعد ممکن برای یک دسته
F_x	نیروی اغتشاشی در راستای X
F_z	نیروی اغتشاشی در راستای Z
F_r	نیروی اغتشاشی شعاعی
T_x	گشتاور اغتشاشی در راستای X
T_z	گشتاور اغتشاشی در راستای Z
M_{tot}	وزن چرخ طیار، جرم نابالانسیهای استاتیکی و دینامیکی
M_s	وزن نابالانسی استاتیکی
M_d	وزن نابالانسی دینامیکی
R	شعاع چرخ طیار
r_s	فاصله جرم نابالانسی استاتیکی از مرکز چرخش چرخ طیار
R_d	فاصله جرم نابالانسی دینامیکی از مرکز چرخش چرخ طیار
Irr و I_{zz}	ممان اینرسی‌های جرمی چرخ طیار در راستای شعاعی و Z
h	فاصله جرم نابالانسی دینامیکی تا محور Y
k	سختی فنر
$k\theta$	سختی پیچشی فنر
c	میرایی دمپر
dc	فاصله دمپر تا محور Y
kd	فاصله فنر تا محور Y
ω	مودهای انتقالی و دورانی شعاعی مدل
ψ, φ, θ	میزان چرخش مدل به ترتیب در راستاهای X, Y و Z

مقدمه

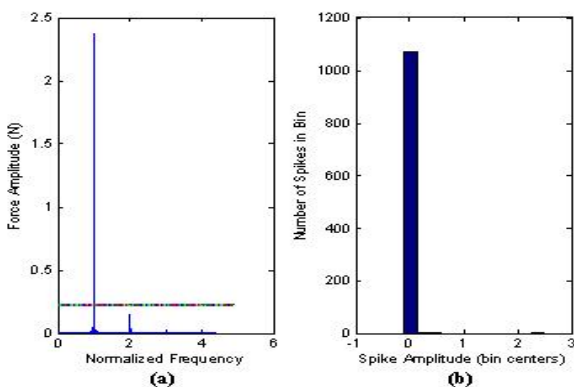
چرخ‌های عکس‌العملی یکی از عملگرهای کنترل وضعیت فعال در ماهواره‌هاست و اغلب برای انجام مانورهای چرخشی دقیق مورد استفاده قرار می‌گیرند. این عملگر معمولاً از یک موتور الکتریکی، بردهای الکتریکی و کنترلی، چرخ طیار و محفظه تشکیل می‌شود [۱]. در یک چرخ عکس‌العملی، منابع ایجاد اغتشاش چهار عامل زیر هستند: (۱) نابالانسی چرخ طیار (۲) اغتشاشات یاتاقان (۳) اغتشاشات موتور الکتریکی (۴) خطاهای راه‌اندازی موتور الکتریکی [۲]. معمولاً نابالانسی‌های چرخ طیار مهم‌ترین عامل تولید اغتشاش هستند که باعث ایجاد نیروها و گشتاورهای اغتشاشی شده و در فرکانس‌های چرخشی آن رخ می‌دهند. اغتشاشات یکی از خصوصیات ذاتی و منحصر به فرد چرخ‌های عکس‌العملی هستند.

3. Weck
4. ITHACO
5. Suk
6. Kistler Force/ Torque Table
7. Elias
8. Masterson

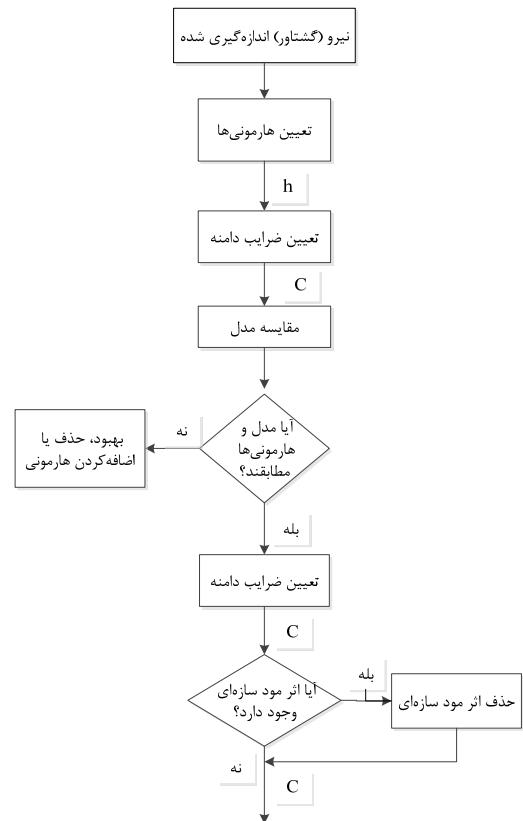
آن به صورت خطی افقی نمایش داده شده است. شکل (۳ب) نشان‌دهنده دسته‌بندی نقاط بیشینه نسبی در طیف فرکانسی دامنه است.



شکل ۲- نمودار تعیین اعداد هارمونی در مدل تجربی



شکل ۳- تعیین قله‌های اغتشاش داده‌های تست F_z ، سرعت ۳۴۰۰ دور در دقیقه



شکل ۱- نمودار تعیین پارامترهای مدل تجربی

تعیین اعداد هارمونی

در شکل (۲) نمودار تعیین اعداد هارمونی ارائه شده است. بردار فرکانس نسبت به سرعت‌های مختلف دوران نرمال می‌شود و همراه با بردار دامنه برای یافتن پیک‌های اغتشاشی مورد استفاده قرار می‌گیرد. پیک‌های اغتشاشی برای هر سرعت دوران، با توجه به طیف فرکانسی دامنه به دست می‌آیند. بعد از یافتن تمام نقاط بیشینه نسبی در طیف فرکانسی دامنه، این نقاط بر حسب اندازه دامنه دسته‌بندی می‌شوند. از آنجاکه اکثر نقاط بیشینه مربوط به نویز هستند، پس دسته‌ای که بیشترین تعداد را در خود گنجانده به عنوان دسته نویز شناخته می‌شود. برای حذف نویز یک حد مرزی DT مشخص می‌شود. رابطه (۲) این حد مرزی را بر حسب میانگین نویز μ_{noise} و انحراف معیار نویز σ_{noise} بیان می‌کند.

$$DT = \mu_{noise} + N_{\sigma} \sigma_{noise} \quad (2)$$

که N_{σ} ضریبی برای تصحیح DT است. مقادیر بیشینه نسبی از طیف دامنه که از DT کمتر باشند به عنوان نویز شناخته شده و از محاسبات حذف می‌شوند. طیف فرکانسی دامنه برای نیروی F_z در سرعت ۳۴۰۰ دور در دقیقه در شکل (۳ا) ارائه شده و حد DT در

دو شرط برای مشاهده و یافتن پیک متناظر با اعداد هارمونی در بین دامنه نیرو یا گشتاور باید بررسی شود. (۱) فرکانس حاصل از ضرب عدد هارمونی و سرعت دوران باید در بازه فرکانسی مطلوب قرار گیرد. (۲) فرکانس بی بعد شده متناظر با آن دامنه در همسایگی کوچکی از عدد هارمونی قرار گیرد. در صورتی که دو شرط فوق با هم برقرار باشند، h_i در آن سرعت و طیف دامنه متناظر با آن قابل مشاهده است، در غیر این صورت h_i در آن طیف مشاهده نخواهد شد و در محاسبات مقدار متناظر با دامنه و سرعت برابر با صفر قرار داده می شود. بعد از یافتن دامنه اغتشاشات در همه سرعت های دوران برای یک عدد هارمونی، ضریب دامنه متناظر با آن تعیین می شود. برای محاسبه ضرایب دامنه از روش تقریب حداقل مربعات استفاده شده است. خطای بین داده های اندازه گیری شده d_{ij} و نتایج مدل $K\Omega_j^2$ برای ضریب دامنه آمین هارمونی در سرعت λ_m از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$e_{ij} = d_{ij} - K\Omega_j^2 \quad (4)$$

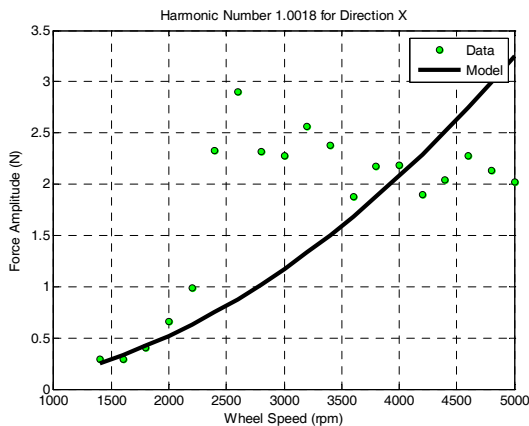
که در آن K یک عدد مجهول است. مجموع مربع خطا برای سرعت چرخشی λ_m از رابطه (۵) محاسبه می گردد.

$$\sum_{j=1}^m e_{ij}^2 = \sum_{j=1}^m d_{ij}^2 - 2K \sum_{j=1}^m \Omega_j^2 d_{ij} + K^2 \sum_{j=1}^m \Omega_j^4 \quad (5)$$

برای کمینه کردن میزان مجموع مربع خطا، مشتق آن نسبت به K برابر با صفر قرار داده شده و رابطه (۶) برای C_i به دست می آید.

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^m d_{ij} \Omega_j^2}{\sum_{j=1}^m \Omega_j^4} \quad (6)$$

نمودارهای دامنه- سرعت در هر هارمونی، نشان دهنده کیفیت همخوانی بین داده های تست و نیروی اغتشاش به دست آمده از C_i در آن هارمونی است. نمودار سرعت- دامنه برای هارمونی اول نیروی F_x قبل از حذف اثر مودهای سازه ای در شکل (۵) ارائه شده است.



شکل ۵- نمودار دامنه نیرو - سرعت چرخش در هارمونی اول داده های F_x

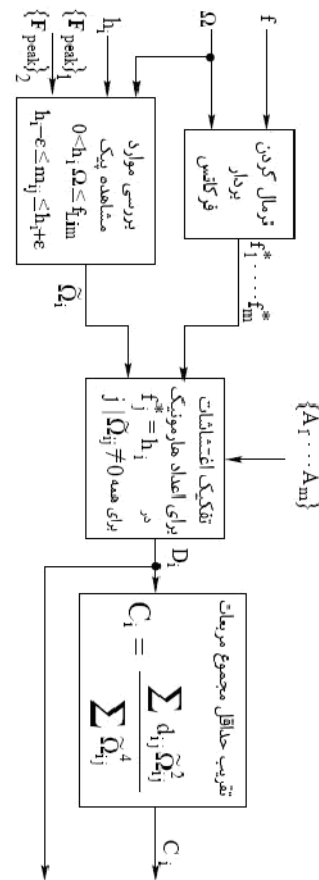
در بعضی مواقع در سرعت های پایین مقدار دامنه اغتشاشات به قدری کوچک است که با دامنه نویز تقریباً از یک مرتبه هستند. این پدیده باعث می شود که در اعداد هارمونی به دست آمده، جواب های غیر قابل قبولی مشاهده شود. برای رفع این مشکل، تدبیری اتخاذ شده است تا پس از مشاهده نمودارها، امکان حذف داده های مربوط به تعدادی از سرعت های پایین میسر شود. قله های اغتشاشی سرعت های مختلف پس از شناسایی، در یک دسته و فرکانس های بی بعد شده متناظر نیز در دسته ای دیگر قرار می گیرند. برای هر دسته، درصد احتمال P_o به صورت زیر محاسبه می شود.

$$P_o = \frac{N_{bin_k}}{N_{poss_k}} \times 100 \quad (3)$$

اگر P_o از یک حد مطلوبی بیشتر باشد، میانگین آن دسته به عنوان عدد هارمونی شناخته می شود.

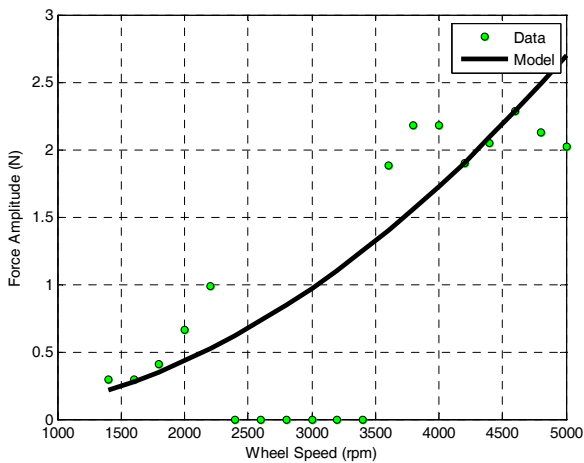
محاسبه ضرایب دامنه

در شکل (۴) نمودار محاسبه ضرایب دامنه ارائه شده است. این دیاگرام نشان می دهد که چگونه با استفاده از نتایج به دست آمده از بخش قبلی و اطلاعات تست، ضرایب دامنه محاسبه می شود.

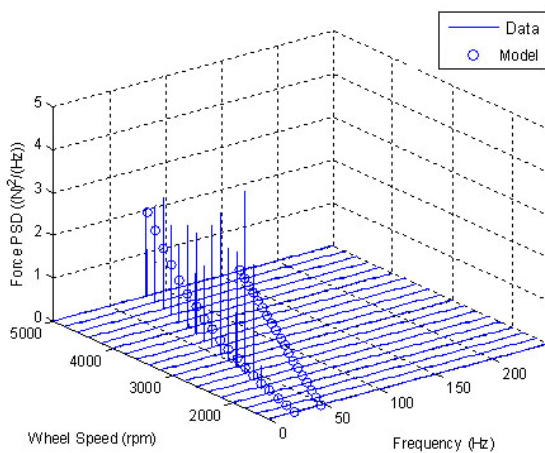


شکل ۴- فلوجارت محاسبه ضرایب دامنه در مدل تجربی

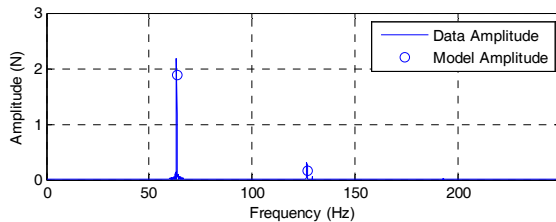
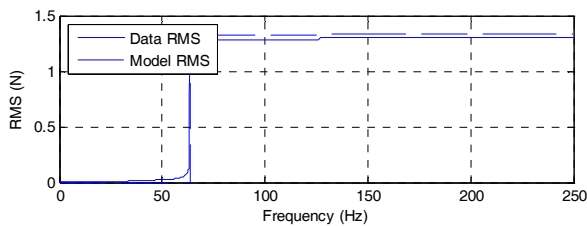
$$\sigma_{\text{mod } j} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{C_i^2 \Omega_j^4}{2}} \quad (۸)$$



شکل ۶- نمودار دامنه نیرو- سرعت چرخش در هارمونی اول داده‌های F_x پس از حذف اثر مودهای سازهای



شکل ۷- نمودار چگالی طیف توانی برای مقایسه داده‌های تست F_x و نتایج مدل F_r



شکل ۸- نمودار ریشه میانگین مربع تجمعی و طیف دامنه برای F_r در سرعت چرخشی ۳۸۰۰ دور در دقیقه

برای یافتن اعداد هارمونی در جهت شعاعی، از اعداد هارمونی یافته شده برای جهات x و y استفاده می‌شود. اگر اعداد هارمونی دو راستا در یک بازه تلورانس (\mathcal{E}) قرار بگیرند، میانگین آنها برای جهت شعاعی در نظر گرفته می‌شود. اما اگر عدد هارمونی یکی از راستاها در بازه تلورانس قرار گرفت، همان عدد به عنوان عدد هارمونی راستای شعاعی مد نظر قرار می‌گیرد. برای محاسبه ضرایب دامنه مربوطه در هر دو راستای x و y ، دامنه‌های مربوط به هارمونی مورد نظر و سرعت‌های متناظر با آنها یافته شده و با استفاده از رابطه (۶) ضرایب دامنه مجهول در راستای شعاعی محاسبه می‌گردد.

جدول ۱- اعداد هارمونی و ضرایب دامنه برای راستای x ، y و شعاعی

جهت مدل	عدد هارمونی	ضریب قبل از حذف
x	1.0018	1.2994e-7
x	2.0021	1.1614e-8
y	1.0017	6.6539e-8
r	1.0017	9.8238e-8
r	2.0021	9.6844e-9

در جدول (۱) اعداد هارمونی برای داده‌های نیرو در راستای x و y ارائه شده است. بر اساس مطالب بالا، عدد هارمونی اول در راستای شعاعی، میانگین اعداد هارمونی در راستای x و y بوده و عدد هارمونی دوم راستای شعاعی، همان عدد هارمونی دوم راستای x است.

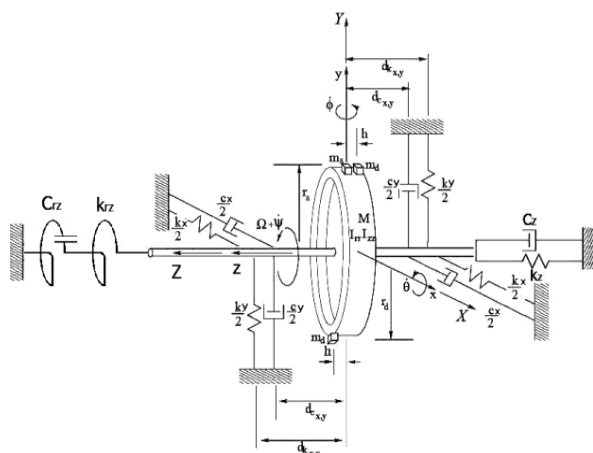
حذف اثر مودهای سازهای چرخ عکس‌العملی

جایجایی زیاد در فرکانسی نزدیک به فرکانس طبیعی سازه، مود سازهای نام دارد. هدف از ارائه مدل تجربی، بیان رابطه بین دامنه نیروهای (یا گشتاورهای) اندازه‌گیری شده از سازه بر اثر دوران و سرعت دوران است. وجود اثر مود سازهای در داده تجربی می‌تواند خطای قابل توجهی را در پارامترهای مدل تجربی ایجاد کند. طوریکه مقدار بیشتری برای ضرایب دامنه محاسبه شده و در نتیجه مقادیر دامنه محاسبه شده برای مدل نیز بیشتر می‌گردد. همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده است، با حذف اثر مود سازهای، هم‌خوانی بهتری بین داده‌ها و مدل ایجاد می‌شود.

به‌منظور بررسی نتایج مدل و داده‌های تست از نمودار چگالی طیف توانی، نمودارهای طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی استفاده می‌شود. چگالی طیف توانی مدل تجربی برای چرخ عکس‌العملی به صورت زیر محاسبه می‌شود [۹ و ۵].

$$S_{\text{mod } j}(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{C_i^2 \Omega_j^4}{2} \delta(\omega - h_i \Omega_j) \quad (۷)$$

مقدار ریشه میانگین مربع داده‌های تست با ریشه دوم مساحت زیر منحنی چگالی طیف توانی برابر بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۹ و ۵].



شکل ۱۰- شماتیک مدل فیزیکی مجموعه چرخ عکس‌العملی

چرخ طیار با نابالانسی‌های استاتیکی و دینامیکی

نابالانسی استاتیکی به دلیل عدم تطابق مرکز جرم چرخ طیار و محور چرخش آن حاصل می‌شود. این کار را می‌توان به سادگی و با افزودن یک جرم کوچک m_s در شعاع r_s بر روی چرخ طیار انجام داد. نابالانسی دینامیکی نیز به دلیل اختلاف زاویه‌ای محور اینرسی اصلی چرخ طیار با محور چرخش آن به وجود می‌آید. این کار با افزودن دو جرم کوچک m_d که از نظر شعاعی در مقابل هم و در دو سر مخالف قرار دارد (در شعاع r_s و با زاویه ۱۸۰ درجه نسبت به یکدیگر) و انحراف محوری آنها از هم به اندازه h است، مدل‌سازی می‌شود.

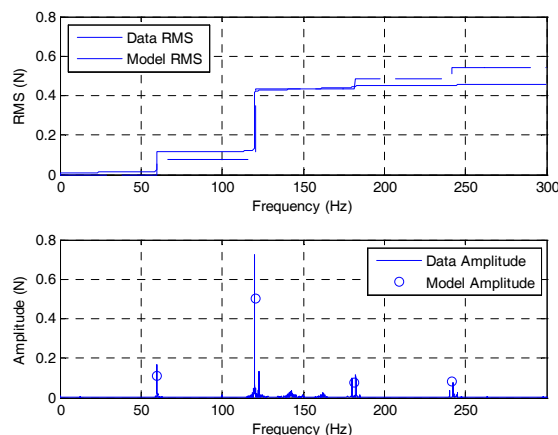
پس از محاسبه انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و کار خارجی کل انجام شده بر سیستم، انجام ساده‌سازی و خطی‌سازی برای جابه‌جایی‌های نزدیک صفر، معادلات حرکت انتقالی و دورانی برای سیستم به صورت زیر حاصل می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} M_x & 0 & 0 \\ 0 & M_y & 0 \\ 0 & 0 & M_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & c_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -U_{ms} \Omega^2 \sin(\Omega t) \\ U_{ms} \Omega^2 \cos(\Omega t) \\ A \Omega^2 \sin(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} I_\theta & \frac{1}{2} \tilde{I} \sin(2\Omega t) & 0 \\ \frac{1}{2} \tilde{I} \sin(2\Omega t) & I_\phi & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_\theta}{\Omega} - \tilde{I} \sin(2\Omega t) & I_{zz} + 2\tilde{I} \cos^2(2\Omega t) & 0 \\ \Omega - I_{zz} - 2\tilde{I} \sin^2(2\Omega t) & \frac{c_\phi}{\Omega} + \tilde{I} \sin(2\Omega t) & 0 \\ 0 & 0 & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\theta & 0 & 0 \\ 0 & k_\phi & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \phi \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{md} \Omega^2 \cos(\Omega t) \\ U_{md} \Omega^2 \sin(\Omega t) \\ B \Omega^2 \sin(\Omega t) \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{M_t} \quad (9)$$

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{\dot{\psi} I_{zz}}{2I_{rr}} + \sqrt{\left(\frac{\dot{\psi} I_{zz}}{2I_{rr}}\right)^2 + \frac{k_\theta}{I_{rr}}} \quad (10)$$



شکل ۹- نمودار ریشه میانگین مربع تجمعی و طیف دامنه برای Fz در سرعت چرخشی ۳۸۰۰ دور در دقیقه

در نمودارهای شکل‌های (۸) و (۹) بهتر می‌توان دامنه‌های مربوط را مقایسه کرد. هر افزایش ناگهانی در نمودار ریشه میانگین مربع تجمعی، همراه با وقوع یک قله در بازه طیف دامنه است.

مدل تحلیلی

مدل تجربی به دلیل حذف اثر مدهای سازه‌ای قادر به مدل‌سازی آن نیست. برای مدل‌سازی این اثر در چرخ عکس‌العملی مدل تحلیلی ارائه می‌شود که تنها قادر به مدل کردن اغتشاشات ایجاد شده در فرکانس‌های چرخشی چرخ طیار است. در این مدل چرخ عکس‌العملی به صورت یک چرخ طیار چرخان بالانس شده در نظر گرفته می‌شود. با اضافه کردن نامیزانی استاتیکی و دینامیکی به صورت یک جرم متمرکز، سفتی و میرایی در شافت و یاتاقان‌ها به صورت فنر و دمپر خطی، مدهای سازه‌ای مدل شده و با استفاده از روش انرژی معادلات حرکت به دست می‌آیند. این مدل دارای شش درجه آزادی می‌باشد که در شکل (۱۰) نمایش داده شده است. برای محاسبه معادلات کلی حرکت دو حالت زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

چرخ طیار بالانس شده

با استفاده از روش انرژی و انجام ساده‌سازی‌های لازم، معادلات حرکت به دست آمده و با حل آنها، مدهای انتقالی و دورانی شعاعی به ترتیب به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\omega^2 = \frac{k}{M_t} \quad (9)$$

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{\dot{\psi} I_{zz}}{2I_{rr}} + \sqrt{\left(\frac{\dot{\psi} I_{zz}}{2I_{rr}}\right)^2 + \frac{k_\theta}{I_{rr}}} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} M_r & 0 & 0 \\ 0 & M_r & 0 \\ 0 & 0 & M_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & c_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^n C_{rad_i} \Omega^2 \sin(h_{rad_i} \Omega t) \\ \sum_{i=1}^n C_{rad_i} \Omega^2 \cos(h_{rad_i} \Omega t) \\ \sum_{i=1}^n C_{ax_i} \Omega^2 \sin(h_{ax_i} \Omega t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} I_\theta & \frac{1}{2} \tilde{I} \sin(2\Omega t) & 0 \\ \frac{1}{2} \tilde{I} \sin(2\Omega t) & I_\phi & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_\theta}{\Omega} - \tilde{I} \sin(2\Omega t) & I_{zz} + 2\tilde{I} \cos(2\Omega t) & 0 \\ -I_{zz} - 2\tilde{I} \sin^2(2\Omega t) & \frac{c_\phi}{\Omega} + \tilde{I} \sin(2\Omega t) & 0 \\ 0 & 0 & c_{rz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\theta & 0 & 0 \\ 0 & k_\phi & 0 \\ 0 & 0 & k_{rz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n C_{tor_i} \Omega^2 \cos(h_{tor_i} \Omega t) \\ \sum_{i=1}^n C_{tor_i} \Omega^2 \sin(h_{tor_i} \Omega t) \\ \sum_{i=1}^m C_{ax_i} \Omega^2 \sin(h_{ax_i} \Omega t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن h_i و C_i اعداد هارمونی و ضرایب دامنه به‌دست آمده از مدل تجربی برای هر راستا هستند.

در معادلات حرکت (۱۴) و (۱۵)، برخی از پارامترها با توجه به داده‌های فیزیکی و ابعاد هندسی چرخ طیار تعیین می‌شوند اما برخی دیگر از پارامترها از بررسی داده‌های تست محاسبه می‌شوند.

با مقایسه دامنه نیروی هم‌فرکانس با دوران چرخ عکس‌العملی ($h=1$) در رابطه‌های (۱۱) و (۱۴) و نیز دامنه گشتاور هم‌فرکانس با دوران چرخ عکس‌العملی ($h=1$) در رابطه‌های (۱۲) و (۱۵) می‌توان مقدار U_{ms} و U_{md} را به‌صورت روابط زیر محاسبه کرد:

$$U_{ms} = m_s r_s = C_{rad_i} \quad (16)$$

$$U_{md} = 2m_d h r_d = C_{tor_i} \quad (17)$$

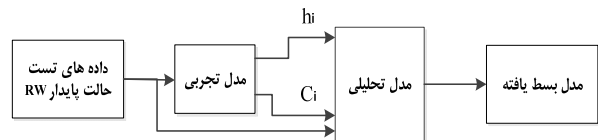
از آنجاکه هرگاه هارمونی اغتشاشی در فرکانسی برابر با فرکانس طبیعی سازه قرار بگیرد، یک افزایش ناگهانی در دامنه اغتشاش روی می‌دهد، می‌توان با جستجوی این افزایش‌ها در دامنه اغتشاش، مقدار فرکانس طبیعی را تعیین کرد. فرکانس میانگین نقاطی که در بیشترین تراکم قرار داشته باشند به عنوان فرکانس طبیعی مود انتقالی در نظر گرفته می‌شود.

که در معادلات حرکت بالا:

$$\begin{aligned} M_{tot} &= M + m_s + m_d, \quad I_\theta = I_{rr} + 2m_d h^2 + \tilde{I} \cos^2(\psi t) \\ I_\phi &= I_{rr} + 2m_d h^2 + \tilde{I} \sin^2(\psi t), \quad \tilde{I} = 2m_d r_d^2 + m_s r_s^2 \\ K_\theta &= K d_k^2, \quad C_\theta = C d_c^2, \quad I_{rr} = \frac{1}{2} MR^2, \quad I_{zz} = \frac{1}{4} MR^2 \end{aligned} \quad (13)$$

مدل تحلیلی بسط یافته

همان‌طور که گفته شد، مدل تحلیلی تنها قادر است تا نیروها و گشتاورهایی را مدل کند که فرکانسی برابر با فرکانس دوران چرخ عکس‌العملی داشته باشند. اما در حالت کلی نیروها و گشتاورهای اغتشاشی امکان وقوع در فرکانس‌هایی برابر با ضرایب مختلف از فرکانس دوران چرخ را دارند. این مسئله در رابطه (۱) در مدل تجربی در نظر گرفته شده است ولی مدل تحلیلی به تنهایی قادر به مدل کردن اغتشاشات هارمون‌های بالاتر نیست. از این رو از پارامترهای به‌دست آمده از مدل تجربی استفاده می‌شود تا یک مدل تحلیلی بسط‌یافته ایجاد شود که در آن همه هارمونی‌های اغتشاشات به‌صورت تحلیلی مد نظر قرار گیرند. شکل (۱۱) به صورت شماتیک ارتباط بین مدل تجربی و مدل تحلیلی را برای ایجاد مدل تحلیلی بسط یافته نشان می‌دهد.



شکل ۱۱- ارتباط مدل تجربی و مدل تحلیلی برای ایجاد مدل بسط یافته

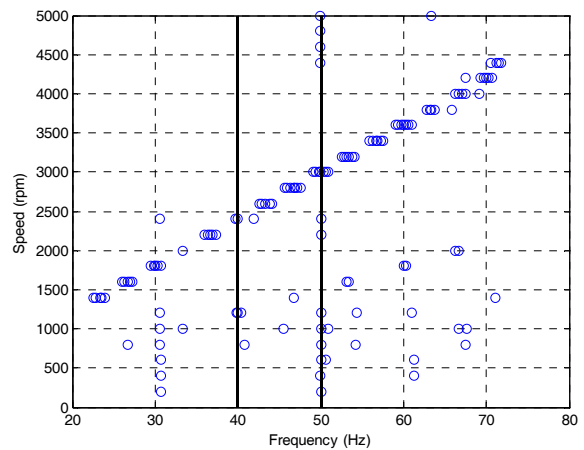
اغتشاشاتی که در فرکانس‌هایی به غیر از فرکانس دوران چرخ طیار روی می‌دهند معمولاً منشأی به غیر از نامیزانی چرخ طیار دارند. این منشأ می‌تواند اغتشاشات موتور، خرابی یاتاقان‌ها یا دینامیک روغن کاری باشد [۱۰]. در نظر گرفتن رفتار دینامیکی همه اجزای مجموعه چرخ عکس‌العملی، به یک مدل پیچیده نیاز دارد. بنابراین برای سادگی از پارامترهای مدل تجربی استفاده می‌شود تا فرکانس و دامنه سایر اغتشاشات هارمونیک (بدون مدل‌سازی منشأ فیزیکی آنها) نیز در مدل تحلیلی وارد شود. معادلات حرکت مدل بسط یافته، با اضافه کردن سایر اغتشاشات به‌صورت توابع نیروی هارمونیک در فرکانس‌های $h_i \Omega$ و با دامنه $C_i \Omega^2$ در سمت راست معادله به‌دست می‌آید. معادلات حرکت انتقالی و دورانی با توجه به روابط (۱۱) و (۱۲) به‌صورت روابط (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شود.

متفاوتی برای فرکانس طبیعی وجود خواهد داشت. برای این منظور با توجه به تابع فرکانس طبیعی از سرعت دوران و نیز حدس اولیه، در همه سرعت‌های دوران چرخ عکس‌عملی بازه‌ای برای یافتن بیشینه‌های دامنه در نظر گرفته شده و سپس با برآزش تابع فرکانس طبیعی بر حسب سرعت، مقدار تصحیح شده فرکانس طبیعی در سرعت دوران صفر (فرکانس طبیعی مودهای دورانی) محاسبه می‌شود. با یافتن فرکانس‌های طبیعی و با استفاده از روابط (۹) و (۱۰) می‌توان k_θ ها، k_k ها و d_k ها را محاسبه کرد. اما این روش برای محاسبه سفتی‌ها از آنجا که می‌تواند با افزایش دامنه‌ها بر اثر اعداد هارمونی همراه شود، مقدار خطایی گریزناپذیر در خود دارد. خطای مذکور را می‌توان با مقایسه نتایج مدل بسط یافته و نتایج اندازه‌گیری رفع کرد. بدین صورت مقادیری که در آن بیشترین هم‌خوانی بین نتایج مدل بسط یافته و تست روی می‌دهد به عنوان مقادیر پارامتر سفتی در نظر گرفته شده و مقادیر اولیه تصحیح می‌شوند.

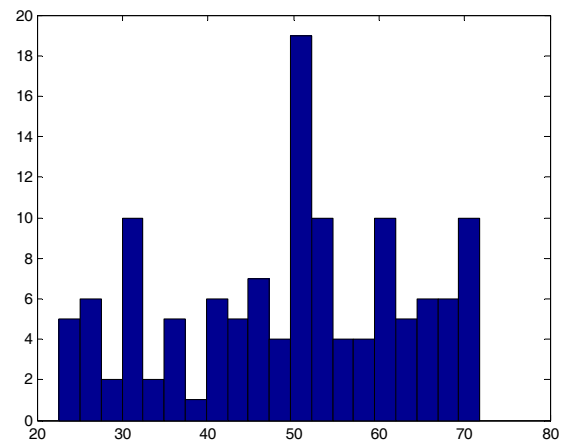
برای به دست آوردن پارامترهای میرایی سیستم، ابتدا یک مقدار برای میرایی حدس زده شده و نتایج مدل تحلیلی و داده‌های تست مقایسه می‌شوند. سپس پارامترهای میرایی آنقدر تغییر می‌کند تا همپوشانی مناسبی بین نتایج مدل و داده‌های تست برقرار شود. با یافتن پارامترهای میرایی می‌توان d_c ها را محاسبه کرد. پارامترهای محاسبه شده برای مدل تحلیلی بسط یافته چرخ عکس‌عملی آزمایشگاهی در [۱۱] ارائه شده است.

بستر تست

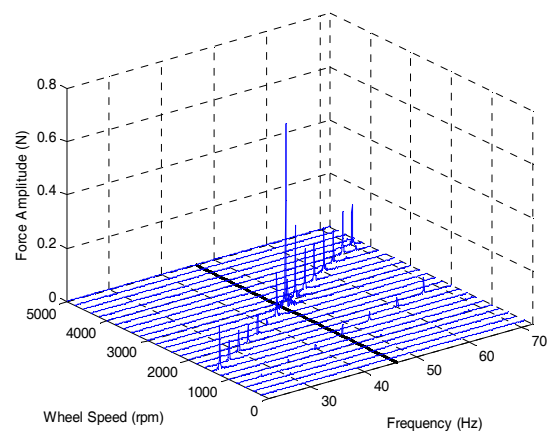
بستر تست برای اندازه‌گیری اغتشاشات متشکل از میز صلب، صفحه پایه تراز، حسگر نیرو/ گشتاور سنج شش محوره، پایه‌های اتصال حسگر و صفحه واسط است. حسگر شش محوره، ساخت شرکت ATI بوده (۴۵ مینی) و قادر به اندازه‌گیری نیرو و گشتاور در سه جهت x ، y و z است [۱۲]. به منظور اتصال حسگر به صفحه واسط و نیز به صفحه تراز، دو پایه برای آن طراحی و ساخته شد. پایه اتصال بالایی باید در عین داشتن استحکام لازم، وزن کمی داشته باشد تا نیروی زاید بیش از حد بر حسگر وارد نشود. صفحه تراز مکانی است که مجموعه چرخ عکس‌عملی، صفحه واسط و حسگر روی آن نصب شده و مجموعه کلاً روی میز صلب نصب می‌شوند. با تعبیه سه پیچ تراز، این صفحه قابلیت تراز شدن در روی میز را دارد. به منظور کاهش نویز و نیز ارضاکردن شرایط اتصال گیردار مجموعه، میز نصب باید کاملاً صلب باشد. چرخ عکس‌عملی از طریق صفحه واسط بر روی حسگر سوار می‌شود (شکل ۱۵).



شکل ۱۲- نحوه قرارگیری نقاط با دامنه بیشینه برای داده‌های نیروی F_z

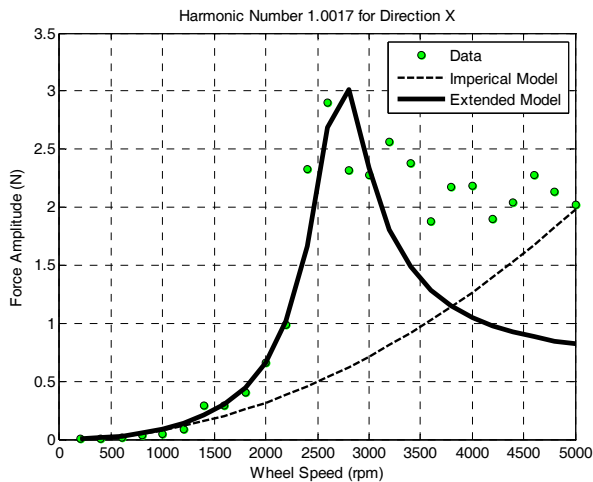


شکل ۱۳- نمودار ستونی توزیع نقاط بیشینه دامنه در فرکانس‌های مختلف برای نیروی F_z

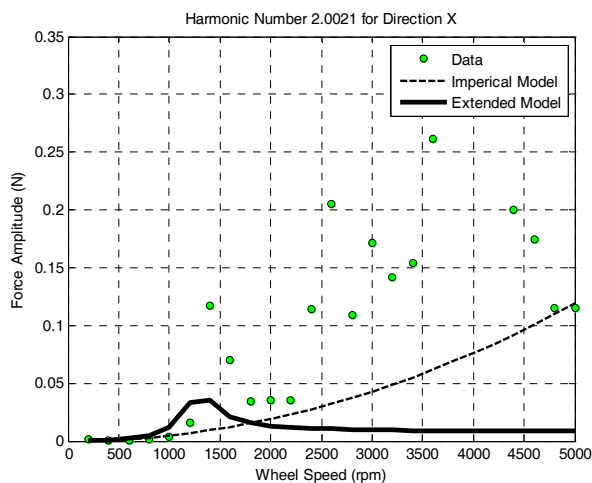


شکل ۱۴- نمایش فرکانس طبیعی مود انتقالی شعاعی سازه‌ای در نمودار آبخاری F_z

روش استفاده شده برای یافتن فرکانس طبیعی مودهای انتقالی نمی‌تواند برای یافتن فرکانس طبیعی مودهای دورانی شعاعی به کار رود، زیرا برای هر سرعت دوران چرخ طیار مقدار



شکل ۱۶- نمودار مربوط به دامنه نیروی شعاعی F_x برحسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۱/۰۰۱۷

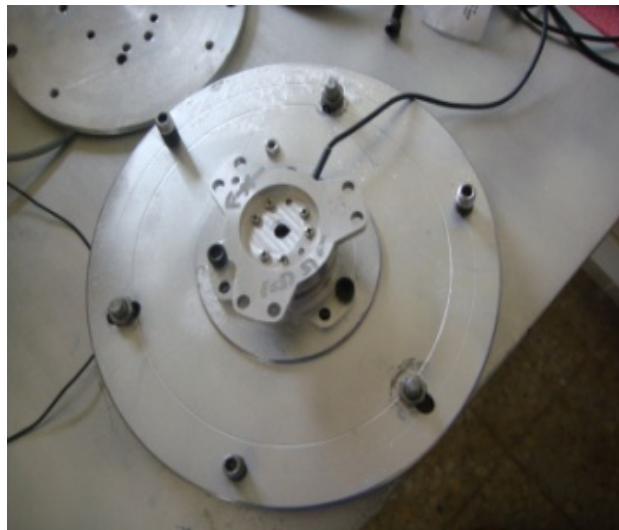


شکل ۱۷- نمودار مربوط به دامنه نیروی شعاعی F_x بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۲/۰۰۲۱

شکل (۱۸) نمودار آبشاری چگالی طیف توانی را برای نیروی F_x نشان می‌دهد. خطوط نمایانگر داده‌های تست و دایره‌ها مقادیر برآورد شده توسط مدل بسطیافته را نشان می‌دهند. در این نمودار اعداد هارمونی که توسط مدل تجربی به مدل بسط یافته منتقل شده‌اند به خوبی در نمودار مشهود هستند. در مورد اندازه مقدار چگالی طیف توانی نیز می‌توان گفت که برای هارمونی یک به خوبی قابل مشاهده است و هارمونی دیگر به علت کم بودن نسبتاً قابل مشاهده نیست.

شکل‌های (۱۹) و (۲۰) طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی را برای دو سرعت دوران ۳۰۰۰ دور در دقیقه و ۴۲۰۰ دور در دقیقه نشان می‌دهند.

اندازه‌گیری اغتشاشات به وسیله حسگری که قابلیت اندازه‌گیری نیرو و گشتاور را در راستای سه محور مختصاتی با نرخ ۱۰ کیلوهرتز دارد انجام می‌شود. اندازه‌گیری در سرعت‌های چرخشی ثابت و مجزا و در حالت یکنواخت صورت می‌گیرد بدین صورت که پس از شروع به کار چرخ عکس‌العملی و کنترل سرعت چرخ‌طیار در یک سرعت خاص، اندازه‌گیری اغتشاشات شروع می‌شود. این عمل در این پروژه با پله‌های ۲۰۰ دور در دقیقه و در بازه ۵۰۰۰-۰ دور در دقیقه انجام شده است. داده‌های هر سرعت در فایل‌های جداگانه ذخیره می‌شوند.



شکل ۱۵- بستر تست ساخته شده برای اندازه‌گیری اغتشاشات عملگر

نتایج عددی

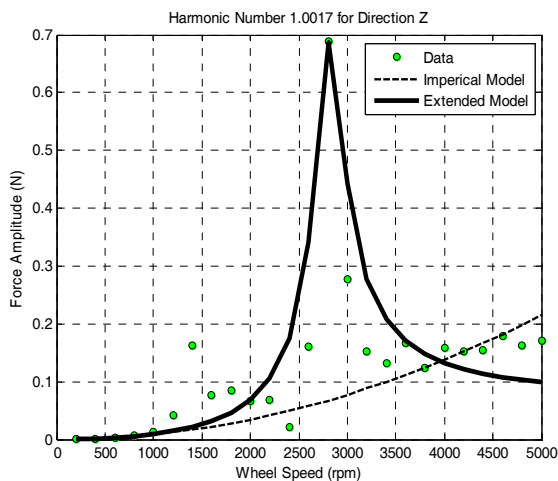
در این قسمت نتایج عددی مربوط به دو مدل تجربی و تحلیلی بسطیافته و نیز نتایج تست برای نیروها و گشتاورهای اغتشاشی ارائه شده و با همدیگر مقایسه می‌شوند.

در شکل (۱۶) نمودار مربوط به دامنه نیروی شعاعی F_x برحسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۱/۰۰۱۷ و شکل (۱۷) برای عدد هارمونی ۲/۰۰۲۱ ارائه شده است.

همان‌طور که در نمودار شکل (۱۶) مشاهده می‌شود مدل بسطیافته توانسته است به خوبی اثر مود سازه‌ای را مدل کند. اختلاف زیادی بین داده‌های اندازه‌گیری شده تست و مدل بسط یافته در سرعت‌های بالا مشاهده می‌شود. این اختلاف می‌تواند ناشی از مشکلات تست باشد زیرا که داده‌ها در این قسمت روند مناسبی را دنبال نمی‌کنند. در شکل (۱۷) مشاهده می‌شود که مدل‌های تجربی و تحلیلی بسطیافته نتوانسته‌اند به خوبی با نتایج تست در عدد هارمونی ۲/۰۰۲۱ تطابق داشته باشند.

با توجه به شکل (۱۹) مدل بسط یافته توانسته است برای سرعت ۳۰۰۰ دور در دقیقه مقدار نزدیک‌تری به نتایج تست را نسبت به مقادیر مدل تجربی داشته باشد در حالی که در شکل (۲۰) برای سرعت ۴۲۰۰ دور در دقیقه مدل تجربی به نتایج تست نزدیک‌تر است. این مسئله می‌تواند ناشی از این باشد که نتایج تست در سرعت بالا روند مناسبی ندارد و عواملی دیگر بر پاسخ تأثیر گذاشته‌اند.

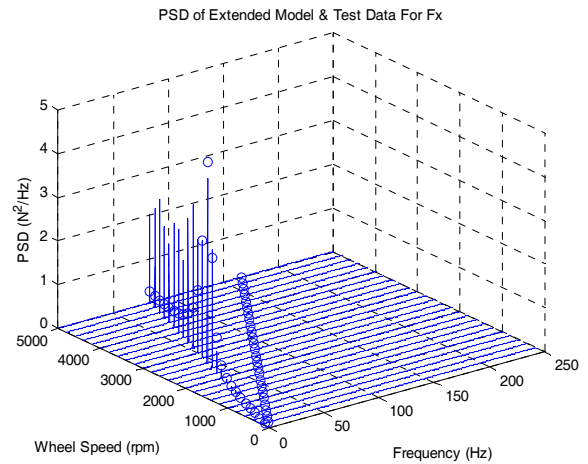
در شکل‌های (۲۱) تا (۲۵) نمودارهای مربوط به دامنه نیروی محوری F_z بر حسب سرعت دوران برای پنج عدد هارمونی ارائه شده است. با توجه به نمودار هارمونی اول در شکل (۲۱) مشاهده می‌شود که مدل بسط یافته توانسته است به خوبی اثر مود سازه‌ای را مدل کند. در اینجا نیز اختلافی بین داده‌های اندازه‌گیری شده تست و مدل بسط یافته در برخی سرعت‌ها مشاهده می‌شود که می‌تواند ناشی از مشکلات تست باشد.



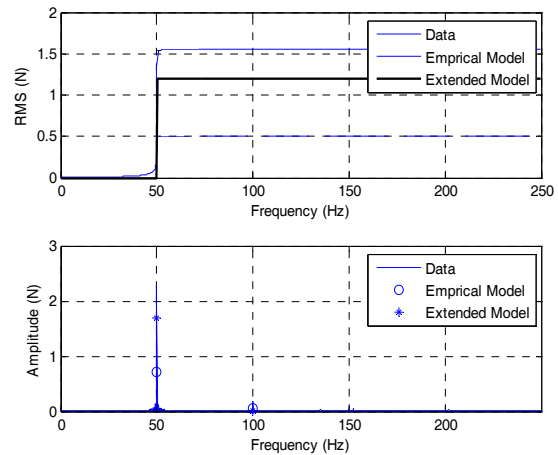
شکل ۲۱- مربوط به دامنه نیروی محوری F_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۱/۰۰۱۷

با توجه به شکل‌های (۲۲) تا (۲۵) مشاهده می‌شود که مدل تحلیلی بسط یافته نتوانسته است هارمونی‌های بالا را به خوبی مدل کند. مدل تجربی نتایج بهتری را در این اعداد هارمونی نشان می‌دهد. شکل (۲۶) نیز تابع چگالی طیفی (چگالی طیف توانی) داده‌های اندازه‌گیری شده و مدل بسط یافته برای نیروی F_z نشان می‌دهد.

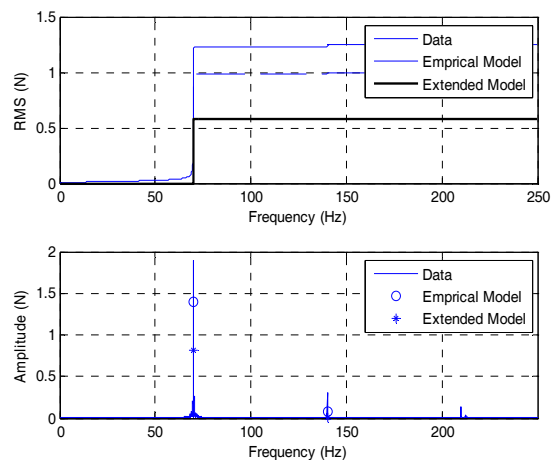
شکل‌های (۲۷) و (۲۸) نمودار طیف دامنه و RMS تجمی را به ترتیب برای سرعت‌های ۲۸۰۰ دور در دقیقه و ۱۸۰۰ دور در دقیقه برای نیروی F_z را نشان می‌دهند. در سرعت ۲۸۰۰ دور در دقیقه مدل بسط یافته به نتایج تست نزدیک‌تر بوده و برآورد بهتری را نسبت به مدل تجربی دارد ولی در سرعت ۱۸۰۰ دور در دقیقه مدل تجربی برآورد بهتری را نشان می‌دهد. روند نامناسب نتایج تست می‌تواند عامل این اختلاف باشد.



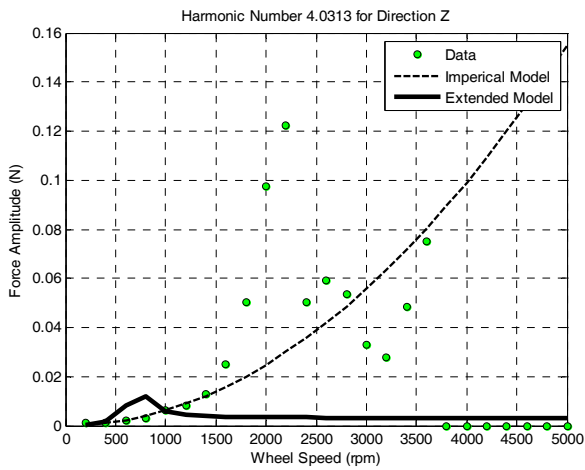
شکل ۱۸- تابع چگالی طیفی (چگالی طیف توانی) داده‌های اندازه‌گیری شده و مدل بسط یافته برای نیروی F_x



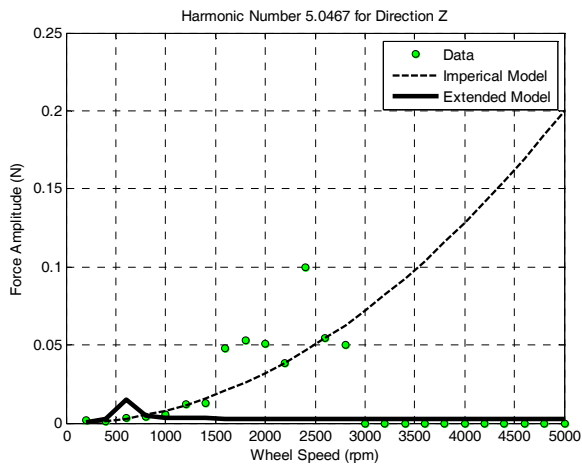
شکل ۱۹- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمی برای نیروی F_x در سرعت دوران ۳۰۰۰ دور در دقیقه



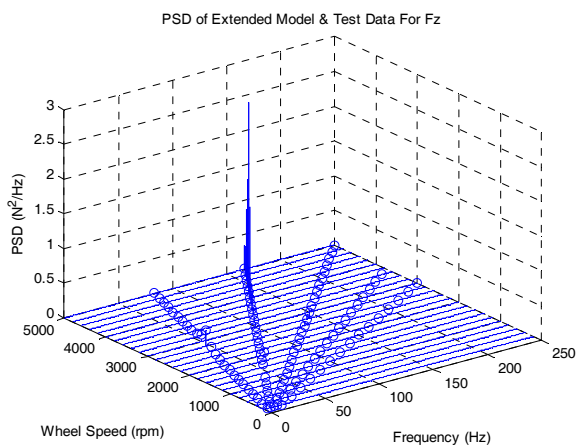
شکل ۲۰- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمی برای نیروی F_x در سرعت دوران ۴۲۰۰ دور در دقیقه



شکل ۲۴- نمودار مربوط به دامنه نیروی محوری F_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۴/۰۳۱۳

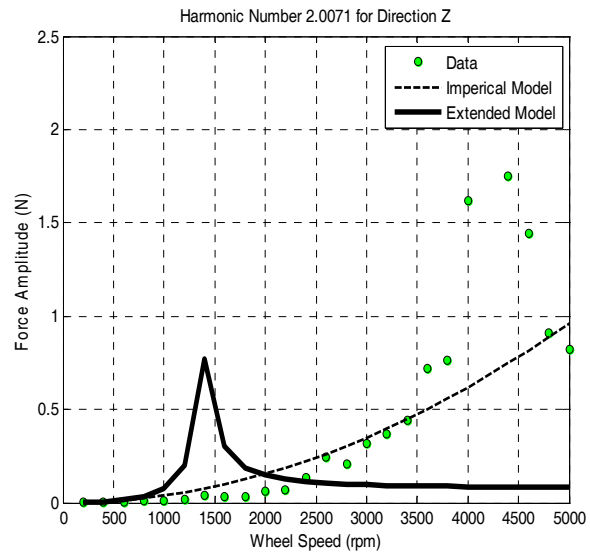


شکل ۲۵- مربوط به دامنه نیروی محوری F_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۵/۰۴۶۷

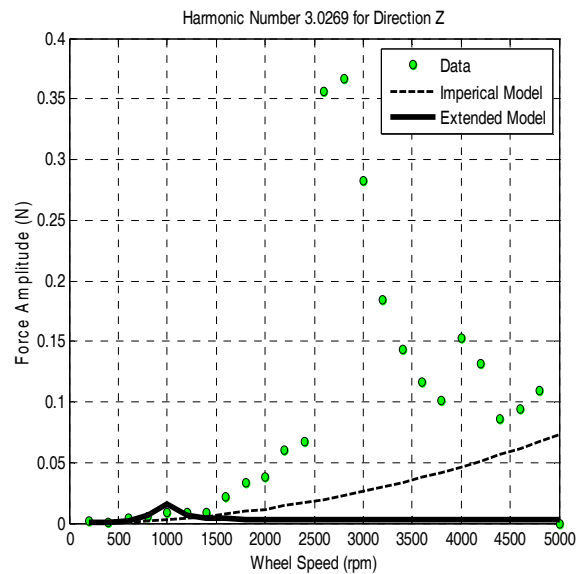


شکل ۲۶- تابع چگالی طیفی (چگالی طیف توانی) داده‌های اندازه‌گیری شده و مدل بسط‌یافته برای نیروی F_z

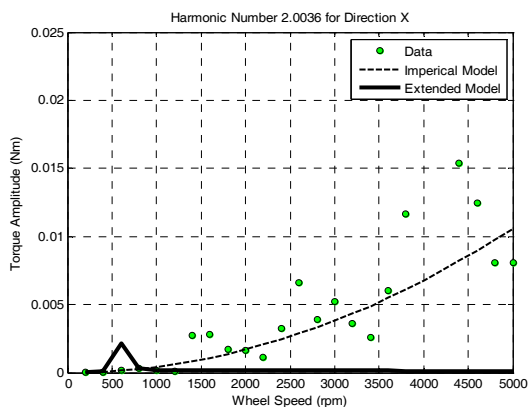
شکل (۲۹) نمودار مربوط به دامنه گشتاور T_x بر حسب سرعت دوران را برای عدد هارمونی ۱/۰۰۱۸ و شکل (۳۰) برای عدد هارمونی ۲/۰۰۳۶ نشان می‌دهد.



شکل ۲۲- نمودار مربوط به دامنه نیروی محوری F_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۲/۰۰۷۱



شکل ۲۳- مربوط به دامنه نیروی محوری F_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۳/۰۲۶۹

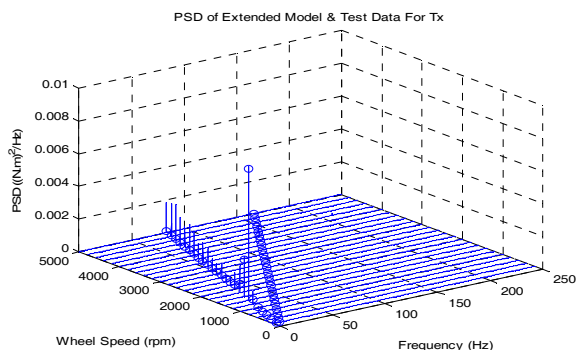


شکل ۳۰- نمودار مربوط به دامنه گشتاور T_x بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۲/۰۰۳۶

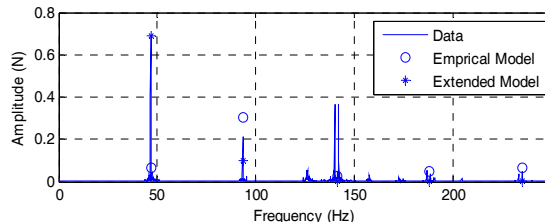
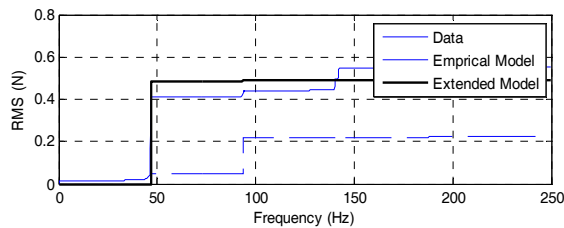
شکل (۳۱) نمودار آبخاری چگالی طیف توانی را برای نیروی F_z نشان می‌دهد. خطوط نمایانگر داده‌های تست و دایره‌ها مقادیر برآورد شده توسط مدل بسط یافته را نشان می‌دهند.

در نمودار شکل (۳۱) اعداد هارمونی که از مدل تجربی اخذ شده‌اند به خوبی نمایش داده شده‌اند ولی مقادیر چگالی طیف توانی مدل بسط یافته به مقادیر تست نزدیک نیست. شکل‌های (۲۷) و (۲۸) نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی را به ترتیب برای سرعت‌های ۲۸۰۰ دور در دقیقه و ۱۸۰۰ دور در دقیقه را برای نیروی F_z نشان می‌دهند. در سرعت ۲۸۰۰ دور در دقیقه مدل بسط یافته به نتایج تست نزدیک‌تر بوده و برآورد بهتری را نسبت به مدل تجربی دارد ولی در سرعت ۱۸۰۰ دور در دقیقه مدل تجربی برآورد بهتری را نشان می‌دهد. روند نامناسب نتایج تست می‌تواند عامل این اختلاف باشد.

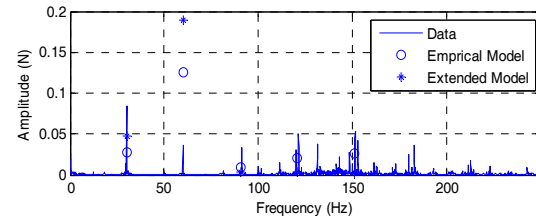
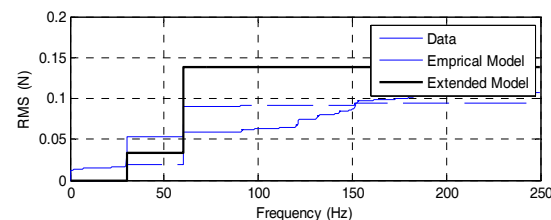
باتوجه به نمودار هارمونی ۱/۰۰۱۸ مشاهده می‌شود که مدل بسط یافته توانسته است به خوبی اثر مود سازهای را مدل کند. در اینجا نیز اختلافی بین داده‌های اندازه‌گیری شده تست و مدل بسط یافته در سرعت‌های بالا مشاهده می‌شود. این اختلاف می‌تواند ناشی از مشکلات تست باشد. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که عواملی بر نتایج تست مؤثر بوده‌اند که در مدل تحلیلی بسط یافته در نظر گرفته نشده‌اند.



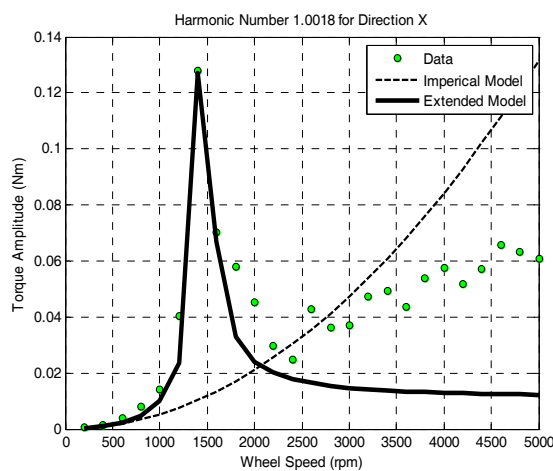
شکل ۳۱- تابع چگالی طیفی (چگالی طیف توانی) داده‌های اندازه‌گیری شده و مدل بسط یافته برای گشتاور T_x



شکل ۲۷- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی برای نیروی F_z در سرعت دوران ۲۸۰۰ دور در دقیقه



شکل ۲۸- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی برای نیروی F_z در سرعت دوران ۱۸۰۰ دور در دقیقه



شکل ۲۹- نمودار مربوط به دامنه گشتاور T_x بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۱/۰۰۱۸

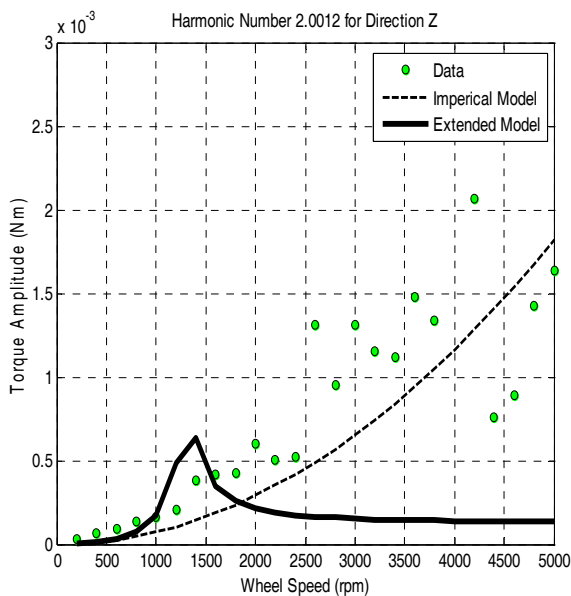
شکل‌های (۳۲) و (۳۳) نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی را به ترتیب برای سرعت‌های ۳۰۰۰ دور در دقیقه و ۱۸۰۰ دور در دقیقه را برای نیروی گشتاور T_x را نشان می‌دهند.

در سرعت ۱۸۰۰ دور در دقیقه مدل بسط‌یافته توانسته است تخمین مناسبی را از داده‌های اندازه‌گیری شده داشته باشد ولی تخمین مدل تجربی در سرعت ۳۰۰۰ دور در دقیقه بهتر است. با توجه به روند داده‌های تست و اختلاف با مدل‌های تجربی و تحلیلی بسط‌یافته در سرعت‌های مختلف این نتایج قابل پیش‌بینی است.

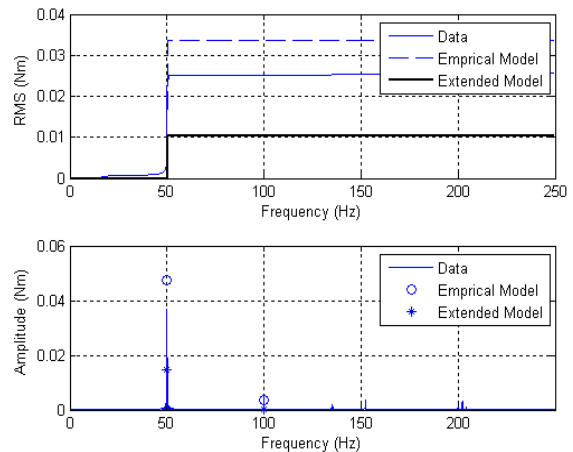
شکل‌های (۳۴) تا (۳۶) نمودار مربوط به دامنه گشتاور T_z را برحسب سرعت دوران برای سه عدد هارمونی نشان می‌دهد.

باتوجه به نمودار هارمونی $1/0.43$ مشاهده می‌شود که مدل بسط‌یافته توانسته است به خوبی اثر مود سازه‌ای را مدل کند.

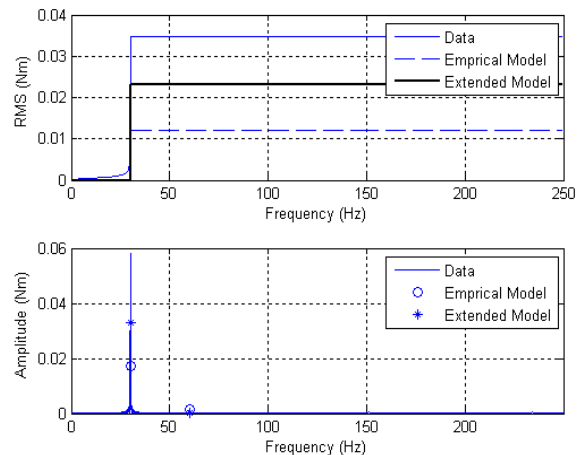
شکل (۳۷) نمودار آبخاری چگالی طیف توانی را برای گشتاور T_z نشان می‌دهد. خطوط نمایانگر داده‌های تست و دایره‌ها مقادیر برآورد شده توسط مدل بسط‌یافته را نشان می‌دهند. اعداد هارمونی که از مدل تجربی اخذ شده‌اند به خوبی در این نمودار نشان داده شده‌اند ولی مقادیر چگالی طیف توانی مدل بسط‌یافته در برخی نقاط با داده‌های اندازه‌گیری شده اختلاف دارند.



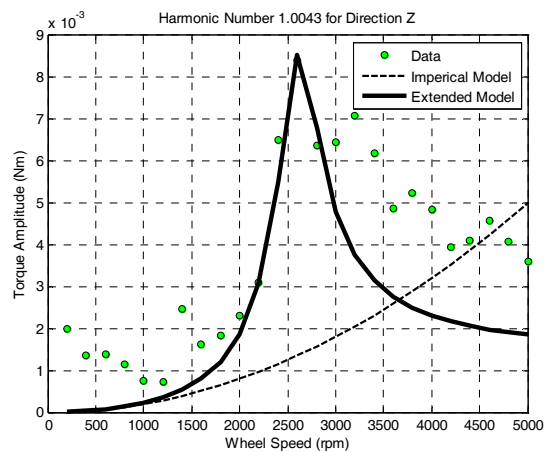
شکل ۳۵- نمودار مربوط به دامنه گشتاور T_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی $2/0.12$



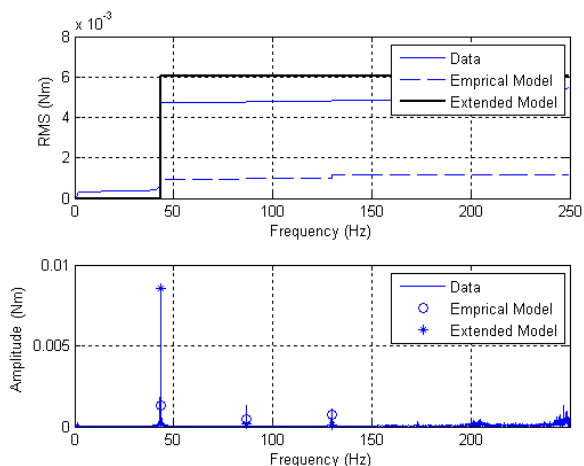
شکل ۳۲- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی برای گشتاور T_x در سرعت دوران در دقیقه ۳۰۰۰



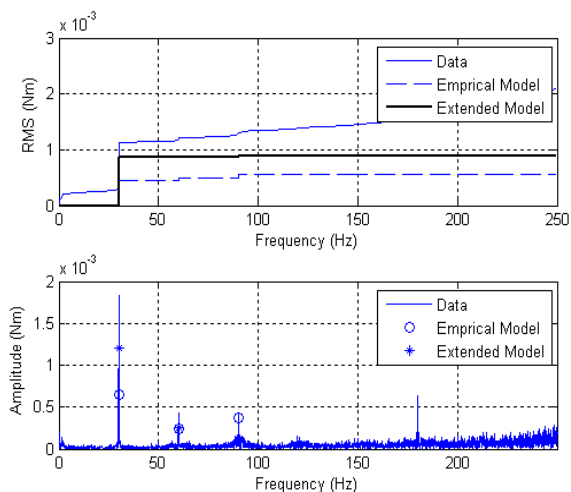
شکل ۳۳- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی برای گشتاور T_x در سرعت دوران ۱۸۰۰ دور در دقیقه



شکل ۳۴- نمودار مربوط به دامنه گشتاور T_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی $1/0.43$



شکل ۳۸- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی برای گشتاور T_z در سرعت دوران ۲۶۰۰ دور در دقیقه

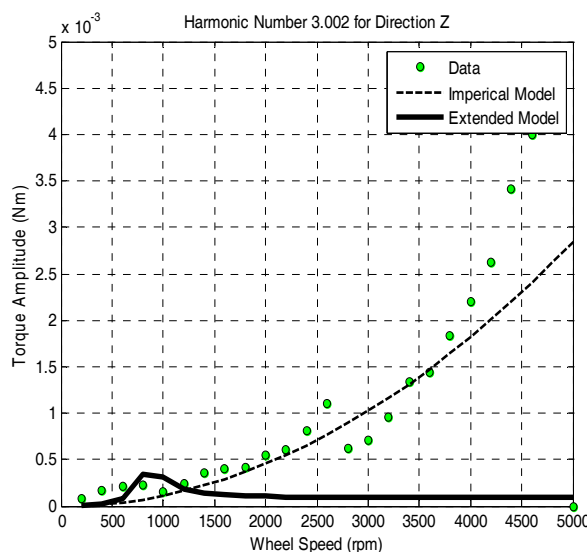


شکل ۳۹- نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی برای گشتاور T_z در سرعت دوران ۱۸۰۰ دور در دقیقه

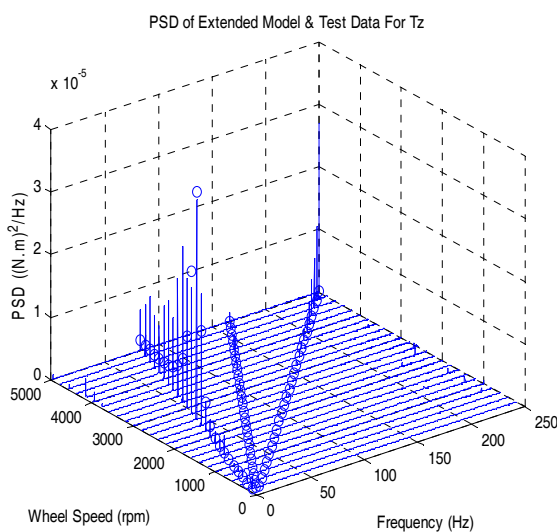
در مجموع می‌توان گفت که مدل تحلیلی بسطیافته هارمونی‌های اصلی را به خوبی مدل می‌کند ولی رفتار هارمونی‌های بالاتر را نمی‌تواند به صورت دقیق پیش‌بینی کند. مشکلات عملی در تست باعث شده است که داده‌های اندازه‌گیری در دو راستای شعاعی در بسیاری از سرعت‌های بالا روند مناسبی را نداشته باشند.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، اغتشاشات ناشی از نابالانسی‌های چرخ عکس‌العملی در راستای هر سه محور مدل‌سازی شده و سپس اغتشاشات پیش‌بینی‌شده توسط مدل‌ها با اغتشاشات اندازه‌گیری‌شده یک عملگر نمونه آزمایشگاهی مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد. برای



شکل ۳۶- نمودار مربوط به دامنه گشتاور T_z بر حسب سرعت دوران برای عدد هارمونی ۳/۰۰۲



شکل ۳۷- تابع چگالی طیفی (چگالی طیف توانی) داده‌های اندازه‌گیری شده و مدل بسط یافته برای گشتاور T_z

شکل‌های (۳۸) و (۳۹) نمودار طیف دامنه و ریشه میانگین مربع تجمعی را برای گشتاور T_z به ترتیب در سرعت‌های دوران ۲۶۰۰ دور در دقیقه و ۱۸۰۰ دور در دقیقه نشان می‌دهند. در سرعت ۲۶۰۰ دور در دقیقه مدل بسطیافته تخمین بهتری از داده‌های تست نسبت به مدل تجربی دارد. در سرعت ۱۸۰۰ دور در دقیقه هر دو مدل تجربی و بسطیافته تقریباً به هم نزدیک هستند ولی باز مدل بسطیافته به نتایج تست نزدیک‌تر است. در این راستا مدل تحلیلی توانسته تقریب خوبی را برای مقادیر و روند تغییرات داده‌های تست ارائه کند.

- Astronautical Society Guidance and Control Conference*, February, AAS paper, 1998, pp. 98-063.
- [2] Bailke, B., "A Compilation of Reaction Wheel Induced Spacecraft Disturbances," *20th Annual American Astronautical Society Guidance and Control Conference*, February, AAS paper, 1997, pp. 97-038.
- [3] de Weck, O., "Reaction Wheel Disturbance Analysis," *MIT SSL Memo*, October 1998.
- [4] Hwa-Suk, O., Jae-Wook, K., LEE, H., Myung-Ryong, N., and Dong-Jo, P., "Torque and Force Measurement of a Prototype HAU Reaction wheel and the Effect of Disturbance on the Attitude Stability of Spacecraft," *KSME International Journal*, Vol. 15, No. 6, 2001, pp. 743-751.
- [5] Elias, L. M., A Structurally Coupled Disturbance Analysis Method Using Dynamic Mass Measurement Techniques, with Application to Spacecraft Reaction Wheel Systems, (M. Sc. Thesis), MIT, March 2001.
- [6] Masterson, R. A., Miller, D. W., and Grogan, R. L., "Development of Empirical and Analytical Reaction Wheel Disturbances Models," *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 1999.
- [7] Aghalari, A., Iranzad, M. and Mahdiabadi, M., "Measuring and Simulation of A Prototype Reaction Wheel Disturbances", *18th International Conference of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology*, Tehran, Iran, 1389, (In Persian).
- [8] Aghalari, A., Mahdiabadi, M. and Dehghan, S.M., "Designing, Testing and Evaluation of a Prototype Reaction Wheel for Microsatellite," *8th International Conference of Aerospace Engineering, Maleke-Ashtar University*, Isfahan, Iran, 1387, (In Persian).
- [9] Wirsching, P. H., Paez, T. L., and Ortiz, H., *Random Vibration: Theory and Practice*, John Wiley & Sons Inc, 1983.
- [10] Bently, D. E. Hatch, C. T. and Grissom, B., *Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics*, Bently Pressurized Bearing Press, 2002.
- [11] Aghalari, A., Iranzad, M., General Analytical RWA Disturbance Modeling, *Technical Report, Aerospace University Complex*, 1388, (In Persian).
- [12] Available, [on line]: <http://www.ati-ia.com>, Access, 2006.

اندازه‌گیری اغتشاشات، بستر تست مناسب طراحی و ساخته شده است. برای اغتشاشات دو مدل ارائه می‌شود. مدل اول بر اساس داده‌های تست است و یک رابطه تجربی به صورت یک سری سینوسی برای اغتشاشات ارائه می‌دهد. این مدل قادر به پیش‌بینی اثر مودهای سازه‌ای چرخ عکس‌عملی نیست. برای این منظور یک مدل تحلیلی ارائه می‌شود. این مدل تنها قادر به پیش‌بینی نیروها و گشتاورهای اغتشاشی (شش درجه آزادی) در هارمونی‌های اصلی چرخ عکس‌عملی است که در فرکانس‌های چرخشی رخ می‌دهند. برای لحاظ کردن هارمونی‌های دیگر، مدل تحلیلی مذکور با مدل اول ترکیب شده و مدل بسط‌یافته ایجاد می‌شود. در شکل‌های (۵) و (۶) نتایج مدل تجربی با داده‌های تست به ترتیب در دو حالت وجود اثر مود سازه‌ای و حذف آن ارائه شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تطابق بسیار خوبی در حالت دوم وجود دارد و مدل تجربی به خوبی توانسته است اغتشاشات عملگر را مدل کند. در شکل‌های (۱۶) تا (۳۹) نتایج مدل تحلیلی بسط‌یافته با نتایج مدل تجربی و نیز تست ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل تحلیلی بسط‌یافته توانسته است به خوبی اثر مودهای سازه‌ای را مدل کند. اما در سرعت‌های چرخشی بالا بین داده‌های تست و مدل تحلیلی اختلافی وجود دارد. چون عملگر مذکور نمونه آزمایشگاهی و تحقیقاتی است، گذشت زمان و فعالیت‌های صورت گرفته می‌تواند بر روی آن تأثیر منفی داشته باشد لذا این اختلاف می‌تواند ناشی از خود عملگر یا مشکلات تست باشد. همچنین دلایل بالا بر روی بالانس چرخ‌طیار نیز تأثیر منفی دارد که مقادیر نسبتاً زیاد نیروها و گشتاورهای اغتشاشی مؤید این موضوع است.

مراجع

- [1] Bailke, B., "High Fidelity Mathematical Modeling of Reaction Wheel Performance," *21st Annual American*