JSST
فصلنامهٔ علمی - پژوهشی علوم و فناوری فضایی

جلد ۶ / شمارهٔ ۴/ زمستان ۱۳۹۲
ص. ص ۳۶- ۲۹

هدایت صریح مبتنی بر همواری دیفرانسیلی در بازگشت به جو

رضا اسماعیل‌زاده[۱]*

۱- مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر

*تهران، کد پستی ۱۶۷۸۸۱۵۶۱۱

esmaelzadeh@aut.ac.ir

در این مقاله، قانون هدایت صریح مبتنی بر همواری دیفرانسیلی برای وسایل بازگشتی به جو توسعه داده می‌شود. مسیر حرکت، به یک منحنی بیزیهٔ سه‌بعدی درجهٔ سه مقید شده و فرمان‌های کنترلی با حل مسئلهٔ معکوس ترکیب شده با رویکرد همواری دیفرانسیلی و ارتباط با پارامترهای منحنی بیزیه، حاصل می‌شوند. مقایسهٔ این روش با روش هدایت تناسبی خالص، دقت یکسانی را نشان می‌دهد اگرچه روش پیشنهادی زمینه و قابلیت مناسب‌تری را برای بهینه‌سازی مسیر ارائه می‌دهد. مزایای دیگری نظیر تولید مسیر با حداقل پارامترها، قابلیت استفاده در انواع وسایل بازگشتی به جو با مکانیزم‌های کنترلی متفاوت و استقلال از زمان اصابت، این رویکرد را متمایز کرده‌اند.

واژه‌های کلیدی: هدایت صریح، همواری دیفرانسیلی، ورود به جو، منحنی بیزیه

علائم و اختصارات

فرمان شتاب	a_c
فرمان شتاب افقی	a_{hc}
حداکثر شتاب مجاز	a_{max}
فرمان شتاب قائم	a_{vc}
نقاط کنترلی بیزیه	B_i
ارتفاع	h
نیروی برآی آیرودینامیکی	L
جرم	m
فاصله شعاعی مرکز ثقل جسم از مرکز زمین	r
زمان	t
بردار ورودی، پارامتر مستقل منحنی بیریه	u
سرعت	V
کمیت‌های ناوبری	X
بردار خروجی	y
خروجی هموار	z
زاویهٔ حمله	α
تابع یکنواخت	Φ
زاویه مسیر پرواز	γ
برد یا انحراف سمتی	η
پارامتر جاذبه	μ
برد	ξ
ثابت زمانی	τ
زاویه غلت	σ
زاویه سمت	ψ
تابع یکنواخت	Ψ
مشتق نسبت به زمان	$\dot{(\ )}$
مشتق نسبت به برد	$(\ )'$

زیرنویس

شرایط اولیه	0
شرایط نهایی	f

مقدمه

به‌طورکلی، طراحی الگوریتم‌های هدایت را می‌توان به‌عنوان هنریافتن فرمان‌های صحیح برای حرکت بین دو نقطه تعریف کرد.

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

دریافت مقاله: ۹۱/۰۵/۱۷ ، تأیید مقاله: ۹۲/۱۲/۱۲

روش‌های مختلف زیادی برای طراحی الگوریتم‌های هدایت پیشنهاد شده‌اند. این روش‌ها طیف گسترده‌ای را از الگوریتم‌های نخستین استخراجی از رؤیت فیزیکی نظیر هدایت تعقیب، هدایت تناسبی (PN) و انواع آن تا روش‌هایی که از کاربرد روش‌هایی ریاضی حاصل شده‌اند، دربرمی‌گیرد. اغلب روش‌های هدایتی را در دو دستهٔ اصلی می‌توان قرار داد [۱]: الف- روش‌های مبتنی بر مسیر نامی، ب- روش‌های تولید، بازسازی و پیش‌بینی آنی مسیر. در رویکرد اول، قبل از عملیات یک مسیر مرجع (بهینه) تعریف و حین پرواز، کنترل‌کننده وظیفه دارد وسیله را روی این مسیر نگاه دارد. رویکردهای پیش‌بینی یا بازسازی، مسیر آتی را براساس وضعیت جاری وسیله توسط محاسبات کامپیوتر پرواز ایجاد کرده تا ورودی کنترل برای ادامهٔ مسیر محاسبه شود.

روش‌های هدایت صریح مثال خوبی از دستهٔ دوم هستند. مرجع [۲] با مروری بر آنها، مزایای آنها را نسبت به سایر روش‌ها نشان داده است. این روش‌ها، که از مسیرهای خارجی از قبل مشخص‌شده استفاده می‌کنند، مزیت محاسباتی زیادی دارند و می‌توانند حل‌های نزدیک بهینه‌ای را با دقتی مطلوب تولید کنند. این روش‌ها به سیستم‌هایی قابل اعمالند که نسبت به شتاب، خطی بوده و قرار است دینامیک مطلوبی داشته باشند، به‌عبارتی حل یک مسئلهٔ معکوس برای آن سیستم. اگرچه به‌دلیل پارامترهای کنترلی ضمنی بعضی از محققان [۴ و ۳] مسئلهٔ معکوس را به‌عنوان یک روش مستقیم درنظرگرفته‌اند، بهتر است این روش در یک دستهٔ متفاوت دیگری بررسی شود. در یک روش مستقیم، اگر شرایط اولیه و تاریخچهٔ زمانی کنترل‌ها داده شده باشند باید مسیر جسم پرنده پیش‌بینی شود؛ یعنی عمل کوشی[2]، درحالی‌که در یک مسئلهٔ معکوس باید کنترل‌های همخوان با یک مسیر مطلوب پیش‌بینی شوند [۵]. روش‌های معکوس در حوزهٔ طراحی اتوپایلوت‌های غیرخطی [۸-۶] و الگوریتم‌های هدایت بسیار مورد توجه‌اند [۱۳-۹]. مرجع [۳] مرور کاملی از پژوهش‌های انجام یافته در روسیه و ایالات متحده در حوزهٔ کاربرد رویکرد مسئلهٔ معکوس در تولید مسیر بهینه ارائه داده است. در کاربردهای هدایت، بهره‌های هدایت با شکل هندسی مسیری که دنبال خواهد شد و قیودی را که قرار است ارضا کند مرتبط می‌شوند. اگرچه استفاده از این رویکرد در الگوریتم‌های هدایتی توسط مراجع [۹ و ۳] با بسط روش‌های ارائه شده در [۱۵-۱۳] توسعه‌یافته ولی هنوز با مشکلات جدی از قبیل تعداد نسبتاً زیاد پارامترهای بهینه‌سازی (مرجع [۱۳] ۲۰ عدد، مرجع [۱۶] ۱۲و مرجع [۹] ۸ عدد)، وابستگی به بردار سرعت وسیله، محاسبات نسبتاً دشوار و وابستگی دقت به تعداد بخش‌های مورد استفاده در تقریب روبه‌روست.

این مقاله، توسعهٔ کار قبلی مؤلف [۱۷] در حداکثرسازی سرعت فرود است. با استفاده از رویکردهای مسئلهٔ معکوس و همواری دیفرانسیلی، برای هدایت یک وسیلهٔ بازگردانده به جو (RV)[3]، مافوق‌صوت بدون پیشران به‌سمت نقطه‌ای ثابت روی سطح زمین قانون هدایت صریحی ارائه خواهد شد. شکل هندسی مسیر توسط ارتفاع و انحراف سمت به‌عنوان توابعی از برد با استفاده از منحنی بیزیه[4] [۱۸] مشخص می‌شود. قانون هدایت مبتنی بر شتاب‌های نرمال و جانبی است. این مقاله روش هدایتی جدید و ساده‌ای را بیان کرده که مسیرهای فضایی را به صورت تحلیلی و با کمترین پارامتر تولید می‌کند. این روش مزایای روش‌های مراجع [۱۳ و ۹] را شامل می‌شود. اگرچه این روش هدایتی برای یک RV طراحی شده ولیکن برای هر نوع وسیله پرنده در هر فاز پروازی قابل استفاده خواهد بود.

ادامه مقاله بدین‌صورت سازماندهی شده که در بخش دوم مسئلهٔ هدایت به همراه دینامیک RV تعریف شده، در بخش سوم، الگوریتم محاسباتی مورد استفاده و به‌عبارتی ترکیب رویکردهای مسئلهٔ معکوس و همواری دیفرانسیلی، در بخش چهارم روش تولید مسیر و در بخش پنجم نتایج شبیه‌سازی آورده شده‌است.

تعریف مسئله

با فرض زمین کروی غیردوار با میدان جاذبهٔ $g=\mu/r^2$ و با توجه به شکل (۱) معادلات حرکت سه‌بعدی RV عبارتند از:

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &= \mathrm{d}V/dt = (mg\sin\gamma - D)/m \\
\dot{\gamma} &= \mathrm{d}\gamma/dt = (a_{\mathrm{vc}} + (g - V^2/r)\cos\gamma)/V \\
\dot{\psi} &= \mathrm{d}\psi/dt = a_{\mathrm{hc}}/V\cos\gamma \\
\dot{\xi} &= d\xi/dt = -V\cos\gamma\cos\psi \\
\dot{\eta} &= d\eta/dt = -V\cos\gamma\sin\psi \\
\dot{h} &= dh/dt = -V\sin\gamma
\end{aligned} \qquad (۱)
$$

برای وسایل BTT(Bank-To-Turn):

$$
a_{\mathrm{vc}} = L\cos\sigma/m, \quad a_{\mathrm{hc}} = L\sin\sigma/m \qquad (۲)
$$

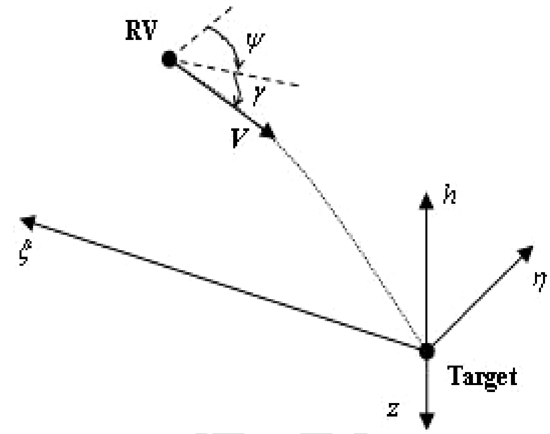
در اینجا مسئلهٔ هدایت عبارت است از یافتن فرمان‌های شتاب (یا زوایای حمله و غلت برای BTT) به نحوی‌که RV را به‌سمت هدف رهنمون ساخته درحالی‌که در مجموعه معادلات (۱) الف- شرایط اولیه V_0، γ_0، ξ_0، ψ_0، η_0 و h_0 معلوم و ب- شرایط نهایی ξ_f، η_f و h_f معلوم (معادل با هدف ثابت) بوده و قید زیر را ارضا کند:

2. Cauchy task

3. Reentry Vehicle

4. Bezier

$$a_c = \sqrt{a_{vc}^2 + a_{hc}^2} \leqslant \boldsymbol{a}_{max} \qquad (۳)$$



شکل ۱- هندسه مسیر

واضح است $\boldsymbol{a}_{max}$ با محدودیت‌هایی نظیر زاویهٔ حمله، فشار دینامیکی، گرمایش، بار و غیره می‌تواند مرتبط شود.

هموارى ديفرانسيلى و مسئلهٔ معكوس

هموارى ديفرانسيلى بحثى نسبتاً جديد است كه نخستين بار توسط فلايس و همكاران [۱۹] در يک مبحث جبر ديفرانسيلى مطرح شد و به‌سرعت در حوزه‌هاى وسيعى از علوم مهندسى به‌كار برده شد. مهم‌ترين ويژگى سيستم‌هاى هموار اين است كه مى‌توان تعدادى متغير (برابر با تعداد ورودى‌ها) يافت به‌نحوى كه ورودى‌ها و متغيرهاى حالت را بتوان برحسب آنها و مشتقاتشان بدون نياز به هرگونه فرايند انتگرال‌گيرى بيان كرد. به‌بيان دقيق‌تر، يک سيستم ديناميكى به شكل عمومى زير را درنظر بگيريد [۲۰]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t),u(t)) \\ y(t) &= h(x(t),u(t)) \end{aligned} \qquad (۴)$$

به‌طورى‌كه x بردار n بعدى متغير حالت، u بردار m بعدى ورودى، y بردار m بعدى خروجى، $h(.)$ و $f(.)$ توابعى غيرخطى هستند. اين سيستم هموار ديفرانسيلى خواهد بود اگر بتوان مجموعه‌اى از متغيرهاى مستقل $z(t) \in \Re^m$ تحت عنوان خروجى‌هاى هموار به‌شكل

$$z(t) = \Phi(x(t),u(t),\dot{u}(t),\ldots,u^{(a)}(t)) \qquad (۵)$$

را يافت. به‌طورى‌كه

$$\begin{aligned} x(t) &= \Psi_x(z(t),\dot{z}(t),\ldots,z^{(b)}(t)) \\ u(t) &= \Psi_u(z(t),\dot{z}(t),\ldots,z^{(b+1)}(t)) \end{aligned} \qquad (۶)$$

كه Ψ و Φ توابعى يكنواخت، $z^{(a)}(t)$ و $z^{(b)}(t)$ مشتقات مراتب a و b تابع $z(t)$ هستند.

در حالاتى‌كه به توليد مسير صريح نياز است، رويكرد هموارى ديفرانسيلى مى‌تواند بسيار مفيد باشد زيرا رفتار سيستم‌هاى همواره فقط با خروجى‌هاى هموار تعيين شده‌است، بنابراين مسيرها را مى‌توان در فضاى خروجى طراحى كرد و سپس به ورودى‌هاى متناظر انتقال داد. پژوهشگران زيادى اين رويكرد را براى مسئلهٔ هدايت ورود به جو مورد استفاده قرار داده‌اند [۲۳-۲۰]. ازآنجاكه نيكل و همكاران [۲۴] در مطالعهٔ خود نشان داده‌اند اگر متغيرهاى h ، ξ و η به‌عنوان خروجى‌هاى هموار درنظرگرفته شوند سيستم غيرخطى (۱) هموار نخواهد بود، تمام پژوهشگران براى حل اين معضل، ديناميک طولى و عرضى جسم پرنده را مستقل فرض كرده و فقط در ديناميک طولى، رويكرد هموارى ديفرانسيلى را به‌كار برده‌اند و فرض كرده‌اند ديناميک عرضى توسط يک نوع روش معكوس‌كردن زاويهٔ غلت كنترل شود [به‌عنوان مثال ۲۱]. واضح است فرض استقلال كانال‌ها با محدوديت‌هايى همراه است. در اين مقاله براى غلبه بر اين مشكل، پيشنهاد مى‌شود متغيرهاى Ψ و γ به‌عنوان خروجى‌هاى هموار درنظر گرفته شوند و سپس از رويكرد ديناميک معكوس براى حل مسئله استفاده شود.

به منظور كاربرد اين رويكرد، ابتدا در معادلات حركت، متغير مستقل از t به ξ تغيير داده مى‌شود (متغير مستقل هر متغير يكنوايى مى‌تواند انتخاب شود مرجع [۲۵] در انتخاب متغير مستقل در هدايت RV مى‌تواند مفيد باشد). بعد از آن معادلات (۱) براى حصول فرامين شتاب حل مى‌شوند:

$$\begin{aligned} a_{vc} &= (V^2/r - g)\cos\gamma - V^2\cos\gamma\cos\psi\,\gamma' \\ a_{hc} &= -V^2\cos^2\gamma\cos\psi\,\psi' \end{aligned} \qquad (۷)$$

به‌طورى‌كه علامت پريم بيانگر مشتق نسبت به ξ است. از طرف ديگر باتوجه به هندسهٔ مسير (شكل ۱) زواياى γ و ψ را مى‌توان به‌دست آورد:

$$\tan\gamma = \cos\psi\, \mathrm{d}h/\mathrm{d}\xi, \qquad \tan\psi = \mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\xi \qquad (۸)$$

در روابط (۷) مسير دلخواه توسط پارامترهاى هموار γ' و ψ' وارد شده است؛ به‌عبارتى مسير فضايى روى صفحه دوبعدى γ' و ψ' انتقال يافته است. اين دو پارامتر هموار، با مشتق‌گيرى از معادلهٔ (۸) نسبت به ξ حاصل مى‌شوند:

$$\begin{aligned} \gamma' &= (h''\cos\psi - h'\psi'\sin\psi)\cos^2\gamma \\ \psi' &= \cos^2\psi\,\eta'' \end{aligned} \qquad (۹)$$

واضح است در رابطهٔ فوق با حضور h'' و η''، فرامين شتاب به شكل مسير مرتبط مى‌شوند. مسير مجاز، رابطهٔ (۲) را بايد ارضا كند.

برای شبیه‌سازی‌های سه درجه آزادی (3DOF) اختلاف زمانی شتاب واقعی $\boldsymbol{a}$ نسبت به فرمان شتاب $\boldsymbol{a}_c$ را می‌توان با یک تأخیر مرتبهٔ اول مدل کرد:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{a}/dt + \boldsymbol{a}/\tau = \boldsymbol{a}_\mathrm{c}/\tau \qquad (۱۰)$$

به‌طوری‌که ثابت زمانی τ قطب‌های غالب حلقه بستهٔ اتوپایلوت و عملگر را تقریب می‌زند. با توجه به اینکه در مباحث هدایت فرض پاسخ لحظه‌ای ($\tau \rightarrow 0$) برای سیستم کنترل پذیرفتنی است، از این به بعد فرض می‌شود فرمان شتاب همان شتاب واقعی RV است یعنی ($a=a_c$).

تولید مسیر

تاکنون برای تولید مسیر روش‌های زیادی مورد استفاده قرار داده شده‌اند [۹، ۱۴، ۲۶ و۲۷] که تمامی آنها دارای پارامترهای زیاد بوده و به شرایط خاصی نیاز دارند. در این مقاله استفاده از منحنی‌های بیزیه برای تولید مسیر پیشنهاد می‌شود.

این منحنی‌ها به دلیل خواصشان در حوزه‌های مختلفی نظیر گرافیک کامپیوتری [۱۸]، هدایت ربات‌ها [۲۹ و ۲۸]، طراحی ایرفویل [۳۱ و ۳۰] و بهینه‌سازی مسیر [۳۲] استفاده شده‌اند. یک منحنی بیزیه از درجهٔ n بدین صورت تعریف می‌شود:

$$P(u) = \sum_{i=0}^{n} B_i J_{n,i}(u) \qquad (۱۱)$$

به طوری که

$$J_{\mathrm{n,i}}(u) = C_N^i \tau^i (1-u)^{n-i}, \qquad C_N^i = n!/[i!(n-i)!] \qquad (۱۲)$$

u پارامتر مستقل منحنی است که مقادیری بین [۰ و ۱] می‌گیرد و B_i نقاط کنترلی هستند. بنابراین همان‌طور که از رابطهٔ (۱۱) دیده می‌شود منحنی بیزیه توسط مختصات نقاط کنترلی کاملاً مشخص می‌شود. مشتق مرتبهٔ r یک منحنی بیزیه را بدین‌صورت می‌توان تعیین کرد:

$$\frac{\mathrm{d}^r}{\mathrm{d}u^r} P(u) = \frac{n!}{(n-r)!} \sum_{i=0}^{n-r} \Delta^r B_i J_{n-r,i} \qquad (۱۳)$$

به‌طوری‌که برای $i=0,\dots,n$:

$$\begin{aligned} &\Delta^0 B_i = B_i, \\ &\Delta^k B_\mathrm{i} = \Delta^{k-1} B_{i+1} - \Delta^{k-1} B_i \quad for \quad k = 0,\dots,r \end{aligned} \qquad (۱۴)$$

واضح است مشتق r ام بیزیه در ابتدا یا انتهایش، فقط به $r+1$ نقطهٔ کنترلی نزدیک آن (شامل خودش) وابسته است. بنابراین در $u=0$:

$$\begin{aligned} &P'(0) = n(B_1 - B_0) \\ &P''(0) = n(n-1)(B_2 - 2B_1 + B_0) \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

در این مسئله پارامتر u برابر با برد نرمالیزه $\bar{\xi} = (\xi - \xi_0)/(\xi_\mathrm{f} - \xi_0)$ بوده و توسط مختصات $(h_\mathrm{i}, \eta_\mathrm{i})$ به‌عنوان نقاط کنترلی B_i تقریب بیزیهٔ مسیر انجام می‌شود. با فرض قابل قبول $n=3$ برای مسیرهای بازگشتی، نقاط ابتدا $B_0 = (h_0, \eta_0)$ و انتها $B_3 = (h_\mathrm{f}, \eta_\mathrm{f})$ معلوم بوده حال باید نقاط میانی $B_1 = (h_1, \eta_1)$ و $B_2 = (h_2, \eta_2)$ را مشخص کرد. در ابتدای مسیر با استفاده از روابط (۸) و (۱۵) می‌توان نقطهٔ کنترلی B_1 را تعیین کرد:

$$\begin{aligned} &\eta_1 = \eta_0 + \lambda \tan\psi_0 / 3 \\ &h_1 = h_0 + \lambda \tan\gamma_0 \sec\psi_0 / 3 \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

به طوری‌که $\lambda = \xi_f - \xi_0$. از طرف دیگر با توجه به روابط (۷)، (۹) و (۱۵) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} &a_\mathrm{hc} = f_1(\eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0) \\ &a_\mathrm{vc} = f_2(h_2, h_1, h_0, \eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0) \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

به‌طوری‌که

$$\begin{aligned} f_1 &= -6V_0^2 \cos^2\gamma_0 \cos^3\psi_0 (\eta_2 - 2\eta_1 + \eta_0)/\lambda^2 \\ f_2 &= (V_0^2/r_0 - g_0)\cos\gamma_0 - V_0^2 \cos^3\gamma_0 \cos^2\psi_0 \\ &\quad * [6(h_2 - 2h_1 + h_0) - 9\sin 2\psi_0 (\eta_2 \\ &\quad - 2\eta_1 + \eta_0)(h_1 - h_0)/\lambda]/\lambda^2 \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

که X_0 کمیت‌های ناوبری در آغاز پروازست. باتوجه به اینکه می‌دانیم:

$$|a_\mathrm{hc}| \leqslant a_\mathrm{max} \qquad (۱۹)$$

از (۷)، (۹) و (۱۵) داریم:

$$g_1(\eta_1, \eta_0, X_0) \leqslant \eta_2 \leqslant g_2(\eta_1, \eta_0, X_0) \qquad (۲۰)$$

به طوری‌که

$$\begin{aligned} &g_1 = -\frac{a_\mathrm{max}\lambda^2}{6V_0^2 \cos^2\gamma_0 \cos^3\psi_0} + 2\eta_1 - \eta_0, \\ &g_2 = \frac{a_\mathrm{max}\lambda^2}{6V_0^2 \cos^2\gamma_0 \cos^3\psi_0} + 2\eta_1 - \eta_0 \end{aligned} \qquad (۲۱)$$

با یک مقدار انتخابی در این محدوده، a_hc را می‌توان با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۷) به‌دست آورد:

$$\begin{aligned} &g_3(h_1, h_0, \eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0) \le h_2 \\ &\qquad \le g_4(h_1, h_0, \eta_2, \eta_1, \eta_0, X_0) \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

به‌طوری‌که

$$\begin{aligned} g_3 = &\Big[\frac{-\sqrt{(a_\mathrm{max}^2 - a_\mathrm{hc}^2)} + (V_0^2/r_0 - g_0)\cos\gamma_0}{V_0^2 \cos^3\gamma_0 \cos^2\psi_0} \\ &+ 9\sin 2\psi_0 (\eta_2 - 2\eta_1 + \eta_0)(h_1 - h_0)/\lambda^3\Big]\lambda^2/6 + 2h_1 - h_0 \end{aligned} \qquad (۲۳)$$

$$g_4=[\frac{\sqrt{(a_{max}^2-a_{hc}^2)}+(V_0^2/r_0-g_0)\cos\gamma_0}{V_0^2\cos^3\gamma_0\cos^2\psi_0}$$
$$+9\sin2\psi_0(\eta_2-2\eta_1+\eta_0)(h_1-h_0)/\lambda^3]\lambda^2/6+2h_1-h_0$$

با انتخاب سومین نقطهٔ کنترلی، B_2، مسیر اولیهٔ تولید و RV آن را دنبال خواهد کرد، مادامی‌که قیود ارضا شوند. هرگاه فرمان‌های شتاب از حداکثر مجاز تجاوز کنند مقادیر h، η، ψ و γ از مقادیر مطلوب در مسیر اولیه انحراف خواهند یافت. با ثابت نگه‌داشتن شرایط نهایی و با استفاده از مقدار لحظه‌ای λ و شرایط پیوستگی C_0 (موقعیت)، C_1 (زاویه) و C_2 (شتاب) نقاط کنترلی مسیر جدید به‌طور خودکار به‌دست می‌آیند. بنابراین برای هدایت RV تنها کار لازم انتخاب نقطهٔ کنترلی B_2 برای مسیر بیزیهٔ اولیه است. باید توجه کرد تمام مقادیر محدوده‌های روابط (۱۱) و (۱۲) رسیدن RV به هدف را با ارضای قیود تضمین می‌کنند.

در حالتی‌که جهت بردار نهایی سرعت مقید باشد، منحنی بیزیهٔ درجهٔ چهار توصیه می‌شود یعنی اگر بردار نهایی سرعت مقید به γ_f و ψ_f شود، نقاط B_0، B_1، B_2 و B_4 به‌طریق مشابهی تعیین و نقطهٔ B_3 را می‌توان مثل B_1 مشخص کرد (به‌عنوان مثال مرجع [۳۳]):

$$\eta_3=\eta_4-\lambda\tan\psi_f/3,\quad h_3=h_4-\lambda\tan\gamma_f\sec\psi_f/3 \quad (۲۴)$$

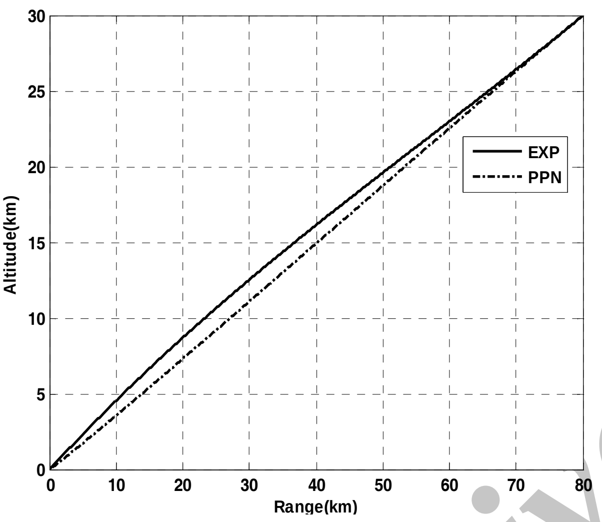
شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

برای نمایش کارایی این قانون هدایتی، با شرایط مرزی جدول (۱)، برای یک RV با مشخصات ارائه شده در مرجع [۳۴] شبیه‌سازی جرم نقطه‌ای سه‌درجه آزادی با مدل اتمسفر استاندارد و جداول ضرایب آیرودینامیکی به‌صورت تابعی از زاویه حمله و اعداد ماخ و رینولدز انجام گرفت.

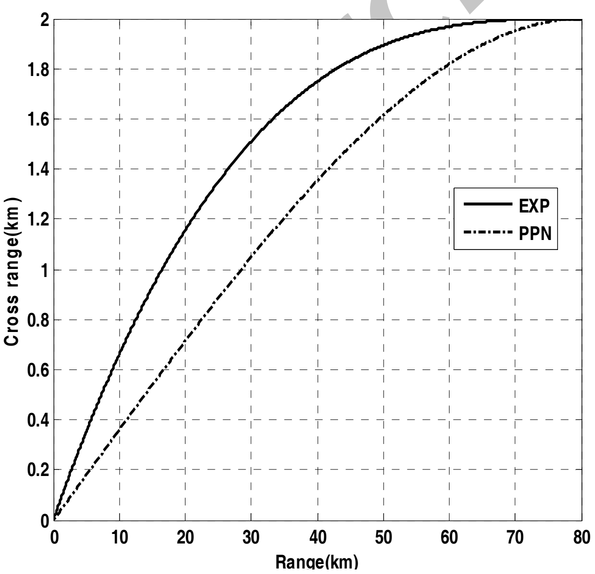
بافرض $\eta_2=2\eta_1-\eta_0$ در معادلهٔ (۲۰) و $h_2=g_4$ در معادله (۲۱) به‌عبارتی انتخاب h_2 و η_2 به‌نحوی‌که در ابتدای پرواز $a_{vc}=a_{max}=g$ و $a_{hc}=0$ باشد (برای حالت BTT معادل با $L_c=L_{max}$ و $\sigma=180°$) نتایج این فرض (Explicit (EXP)) با عملکرد هدایت تناسبی خالص (PPN[5]) با ضریب [N=3][۳۵] که یکی از متعارف‌ترین روش‌های هدایت ورود به جو است، سنجیده شده و نتایج در شکل‌های (۲) الی (۶) آورده شده‌اند. در تمام شبیه‌سازی‌ها از انتگرال‌گیر رانگ-کوتا مرتبهٔ چهار با قدم‌های ثابت Δt=0.01 sec استفاده شده است. مشاهده می‌شود هر دو روش دارای دقتی مشابه ولی با عملکردی متفاوت هستند.

5. Pure Proportional Navigation

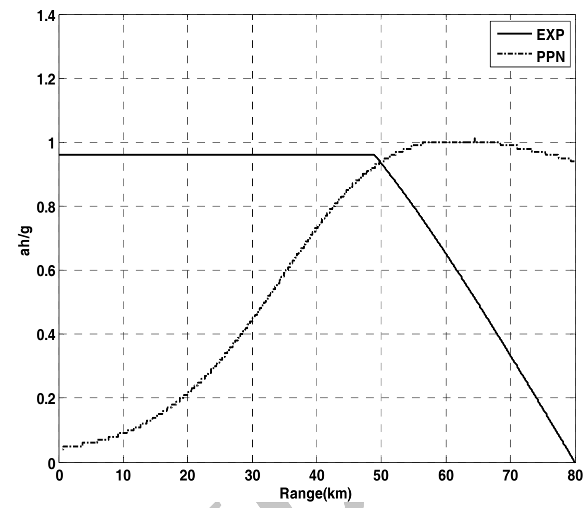
شکل‌های (۲) و (۳) مسیرهای پرواز را برای هر دو روش نشان می‌دهند. روش PPN سعی در همراستا نگه داشتن مسیر در یک خط مستقیم به سمت هدف داشته درحالی‌که روش EXP، (با فرضی که برای انتخاب h_2 و η_2 صورت گرفت) RV را به ارتفاعات تا حدامکان بالاتر که نیروی پسا کمتر است هدایت می‌کند؛ بنابراین اختلافات در مسیر و فرمان شتاب افقی (شکل ۴) تأثیر کمی در تغییرات سرعت از خود نشان می‌دهد (شکل ۶). این رفتار نخستین بار توسط ایسلر و همکارش[۳۶] تأیید شد.



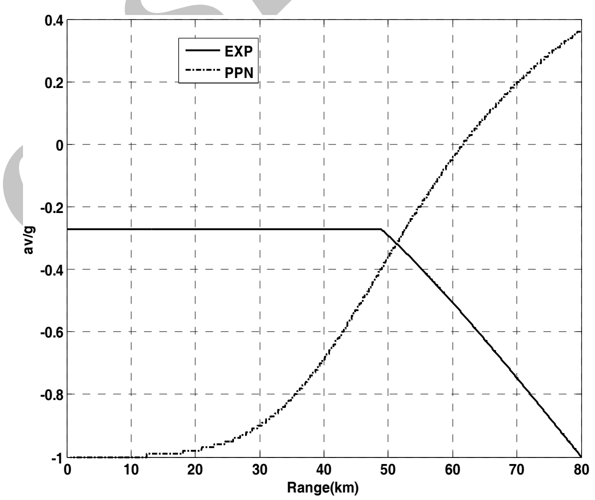
شکل ۲- تغییرات ارتفاع بر حسب برد در هر دو روش



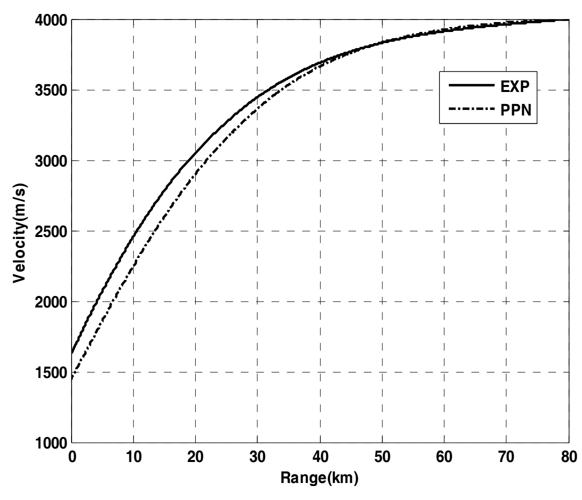
شکل ۳- تغییرات انحراف سمت بر حسب برد در هر دو روش



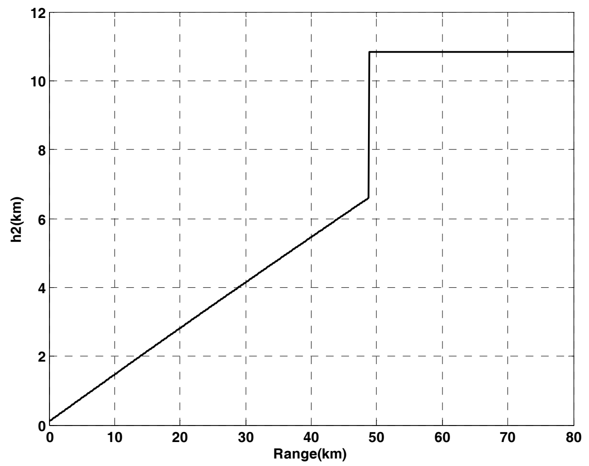
شکل ۴– تغییرات فرمان شتاب افقی بر حسب برد در هر دو روش



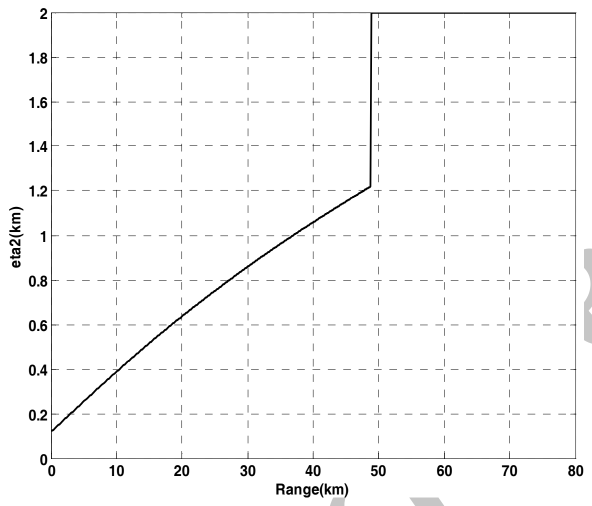
شکل ۵– تغییرات فرمان شتاب قائم بر حسب برد در هر دو روش



شکل ۶– تغییرات سرعت بر حسب برد در هر دو روش



شکل ۷– تغییرات نقطه کنترلی h_2



شکل ۸– تغییرات نقطه کنترلی η_2

شکل (۵) فرمان شتاب قائم را در هر دو روش نشان می‌دهد. هر دو روش قید شتاب حداکثر را ارضا کرده‌اند درحالی‌که این شکل نشان می‌دهد روش PPN با نزدیک‌شدن به هدف برای همراستا شدن با هدف تلاش زیادی از خود بروز می‌دهد درحالی‌که روش پیشنهادی برعکس عمل می‌کند. تغییرات نقاط کنترلی روش پیشنهادی نیز در شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۶) سرعت

نهایی ایجاد شده در روش پیشنهادی EXP، ۱۶۲۰ متر بر ثانیه و روش PPN، ۱۴۱۰ متر بر ثانیه است. به‌عبارتی روش پیشنهادی EXP نسبت به روش متعارف تناسبی ۱۳٪ افزایش در سرعت نهایی را نشان می‌دهد. این افزایش در سرعت نهایی یا کاهش در تلفات انرژی جنبشی دارای مزایای چشمگیری است که در برخی مأموریت‌ها مفید خواهند بود. این روش می‌تواند با حل عددی نقطه

کنترلی B_2 برای بهینه‌سازی سرعت نهایی، تلاش کنترلی، فشار دینامیکی، انتقال حرارت و غیره توسعه یابد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از ترکیب روش‌های همواری دیفرانسیلی و حل مسئلهٔ معکوس، یک روش هدایتی صریح برای حصول مسیرهای بازگشتی به‌سمت هدفی مشخص و ثابت حاصل شد. فرمان‌های هدایتی به شکل مسیری مرتبط شد که با منحنی بیزیه تعریف می‌شود. حین اشباع فرامین، نقاط کنترلی لحظه‌ای منحنی بیزیه آنقدر تغییر می‌کنند که نیروی کنترلی مجاز و کافی در تعقیب مسیر ایجاد شود. نقاط کنترلی بیزیه را می‌توان با استفاده از فرضیاتی به‌دست آورد. روش پیشنهادی دارای مزایای زیادی است: ۱- ارضای قبلی شرایط مرزی ۲- نبود مسیرهای پرت حین تولید مسیر، ۳- بیان تحلیلی مسیر مرجع با حداقل پارامترها ۴- قابل کاربرد در RVهایی با ساختار متفاوت صرف‌نظر از مقدار نسبت برآ به پسا یا محدودهٔ ماخ پروازی آن ۵- قابل کاربرد در RVهایی با ساختار متفاوت کنترلی BTT یا STT (Skid-To-Turn) ۶- مستقل از مسیر نامی و زمان اصابت. مقایسهٔ نتایج این روش با روش تناسبی عملکرد بسیار عالی و انعطاف‌پذیری خوبی را نشان می‌دهد.

مراجع

[1]Gräβlin, M. H., Telaar J. and Schottle U. M., “Ascent and Reentry Guidance Concept Based on NLP-Methods,” *Acta Astronautica*, Vol. 55, No. 3-9, 2004, pp. 461-471.

[2]Shrivastava, S. K., Bhat, M. S., and Sinha, S. K., “Closed-loop Guidance of Satellite Launch Vehicle- An Overview,” *Journal of the Institute of Engineers*, Vol. 66, No.2, 1986, pp. 62-76.

[3]Yakimenko, O. A., “Direct Method for Rapid Prototyping of Near-Optimal Aircraft Trajectories,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 23, No. 5, 2000, pp. 865-875.

[4]Lu, P., “Inverse Dynamics Approach to Trajectory Optimization for an Aerospace Plane,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 16, No. 4, 1993, pp. 726-731.

[5]Borri, M., Bottasso, C. L. and Montelaghi, F., “Numerical Approach to Flight Dynamics,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 20, No. 4, 1997, pp.742-747.

[6]Kato, O. and Sugiura, I., “An Interpretation of Airplane General Motion and Control as Inverse Problem,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 9, No. 2, 1986, pp. 198-204.

[7]Lane, S. H. and Stengel, R. S., “Flight Control Design Using Non-Linear Inverse Dynamics,” *Journal of Automatica*, Vol. 24, No. 4, 1988, pp. 471-483.

[8]Sentoh, E. and Bryson, A. E., “Inverse and Optimal Control for Desired Outputs,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 15, No. 3, 1992, pp. 687-691.

[9]Hough, M. E., “Explicit Guidance Along an Optimal Space Curve,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 12, No. 4, 1982, pp. 495-504.

[10]Leng, G., “Guidance Algorithm Design: a Nonlinear Inverse Approach,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 5, 1998, pp. 742-746.

[11]Lin, C. F. and Tsai, L. L., “Analytical Solution of Optimal Trajectory-Shaping Guidance,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 4, 1987, pp. 61-66.

[12]Sinha, S. K. and Shrivastava, S. K., “Optimal Explicit Guidance of Multistage Launch Vehicle Along Three-Dimensional Trajectory,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, No. 3, 1990, pp. 394-403.

[13]Taranenko, V. T. and Momdzhi, V. G., *Direct Method of Modification in Flight Dynamic Problems*, Mashinostroenie, Moscow, Press, 1986 (In Russian).

[14]Cameron, J. D. M., “Explicit Guidance Equations for Maneuvering Re-Entry Vehicles,” *IEEE Conference on Decision and Control*, USA, 1977.

[15]Page, J. and Rogers, R., “Guidance and Control of Maneuvering Reentry Vehicles,” *IEEE Conference on Decision and Control*, USA, 1977.

[16]Mortazavi, M., Trajectory Determination Using Inverse Dynamics and Reentry Trajectory Optimization, (PhD Thesis), Moscow Aviation Institute, 2000.

[17]Esmaelzadeh, R., Naghash, A., Mortazavi, M., “Explicit Reentry Guidance Law Using Bezier Curves”, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 50. No. 170, 2008, pp. 225-230.

[18]Rogers, D. F. and Adams, J. A., *Mathematical Elements for Computer Graphics*, New York, McGraw-Hill, 1990.

[19]Fliess, M., L´evine, J., Martin, P. and Rouchon, P., “Flatness and Defect of Nonlinearsystems: Introduction Theory and Examples”, *International Journal of Control*, Vol. 61, No. 1, 1995, pp. 1327–1361.

[20]Zerar, M., Cazaurang, F. and Zolghadri, A., “LPV Modeling of Atmospheric Re-entry Demonstrator for Guidance Reentry Problem”, *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, Seville, Spain, December 12-15, 2005.

[21]Morio, V., Cazaurang, F. and Vernis, P., “Flatness-Based Hypersonic Reentry Guidance of a Lifting-Body Vehicle,” *Control Engineering Practice*, Vol. 17, No. 5, 2009, pp. 588-596.

[22]Sira-Ramirez, H., “Soft Landing on a Planet: A Trajectory Planning Approach for the Liouvillian Model”, *Proceedings of the American Control Conference*, San Diego, 1999.

[23]Sun, L. G. W., Zheng, Z., "Trajectory Optimization for Guided Bombs Based on Differential Flatness", *Proceedings of the Chinese Control and Decision Conference*, 2009.

[24]Neckel, T., Talbot, C. and Petit, N., "Collocation and Inversion for a Reentry Optimal Control Problem," *Proceedings of the 5th International Conference on Launcher Technology*, 2003.

[25]Rogers, D. F. and Adams, J. A., *Mathematical Elements for Computer Graphics*, New York, McGraw-Hill, 1990.

[26]Judd, K. B. and McLain, T. W., "Spline Based Path Planning for Unmanned Air Vehicles," *AIAA Guidance, Navigation and Control Confrence and Exhibit*, Canada, 2001.

[27]Shen, Z., On-Board Three-Dimensional Constrained Entry Flight Trajectory Generation, (PhD Thesis), Iowa State University, 2002.

[28]Nagatani, K., Yosuke, I. and Yutaka, T., "Sensor-Based Navigation for Car-Like Mobile Robots Based on a Generalized Voronoigraph," *Advanced Robotics*, Vol. 17, No. 5, 2003, pp. 385-401.

[29]Zhang, J., Raczkowsky, J. and Herp, A., "Emulation of Spline Curves and its Applications in Robot Motion Control," *IEEE Confrence on Fuzzy Systems*, Orlando, FL, USA, 1994, pp. 831-836.

[30]Myong, H. S. and Kyu, J. L., "Bezier Curve Application in the Shape Optimization for Transonic Airfoils," *the 18th AIAA Applied Aerodynamics Confrence*, USA, 2000, pp. 884-894.

[31]Venkataraman P., "Unique Solution for Optimal Airfoil Design," *the 15th AIAA Applied Aerodynamics Confrence,* USA, 1997, pp. 205-215.

[32]Desideri, J. A., Peigin, S. and Timchenko, S., *Application of Genetic Algorithms to the Solution of the Space Vehicle Reentry Trajectory Optimization Problem*, INRIA Sophia Antipolice Research Report, No. 3843, 1999.

[33]Rahman, T., Zhou, H., Chen, W., "Bézier Approximation Based Inverse Dynamic Guidance for Entry Glide Trajectory," *9th Asian Control Conference (ASCC)*, 2013.

[34]Lin, T. F., et al., "Novel Approach for Maneuvering Reentry Vehicle Design," *Journal of Spacecraft and Rocket*, Vol. 40, No. 5, 2003, pp. 605-614.

[35]Shneydor, N. A., *Missile Guidance and Pursuit; Kinematics, Dynamics, and Control, Chichester*, Horwood Publishing Ltd., 1998.

[36]Eisler, G. R. and Hull, D. G., "Guidance Law for Planar Hypersonic Descent to a Point," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 16, No. 2, 1993, pp. 400-402.