

# طراحی یک کنترل کننده $\mu$ برای کنترل وضعیت یک میکروماهواره انعطاف پذیر

رضا محسنی پور<sup>۱\*</sup>، مهرزاد نصیریان<sup>۲</sup>، عبدالرضا کاشانی نیا<sup>۳</sup> و محسن فتحی<sup>۴</sup>

۱ و ۴- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

۲ و ۳- دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

\* تهران، کد پستی: ۱۶۳۹-۱۱۱۵۵

mohsenipour\_r@ae.sharif.ir

افزایش ابعاد ماهواره‌ها و استفاده از سازه‌های متحرک سبک در ماهواره‌ها، سبب انعطاف پذیری و ایجاد نامعینی در مدل آن‌ها می‌شود. بنابراین، برای کنترل وضعیت این ماهواره‌ها باید از روش‌هایی استفاده کرد که در برابر نامعینی مدل سیستم مقاوم باشند و بتوانند اثر اغتشاشات و نویز اندازه‌گیری را حذف کنند. یکی از این روش‌ها، روش کنترل مقاوم است. اما، به دلیل محل قرارگیری قطب‌های معادلات دینامیکی ماهواره، طراحی کنترل کننده‌های مقاوم با مشکل مواجه می‌شود. در این مقاله، با استفاده از یک فیدبک داخلی، معادلات دینامیک ماهواره طوری تغییر داده می‌شوند تا قطب‌ها در محل مناسب‌تری قرار گیرند و سپس برای معادلات جدید با در نظر گرفتن اثرات انعطاف پذیری به عنوان نامعینی و در نظر گرفتن نامعینی در ماتریس اینرسی ماهواره، یک کنترل کننده  $H_\infty$  و جهت بهبود عملکرد، یک کنترل کننده  $\mu$  طراحی می‌شود. اما در ادامه این دو کنترل کننده برای معادلات اولیه آنالیز و مقایسه می‌شوند، نه برای معادلات جدید. همچنین به منظور مقایسه، یک کنترل کننده کلاسیک هم برای سیستم اولیه طراحی شده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل وضعیت ماهواره، انعطاف پذیر، کنترل مقاوم، نامعینی

## علائم و اختصارات

$\vec{T}_G$	گشتاور گرادیان جاذبه‌ای		
$\vec{M}$	گشتاور مغناطیسی پس ماند ماهواره	$\phi, \theta, \psi$	زوایای اویلر
$\vec{B}$	چگالی فلوی مغناطیسی زمین	$[p, q, r]^T$	سرعت زاویه‌ای چارچوب مرجع مداری نسبت به چارچوب بدنه
$P(s)$	مدل آشفته	$[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$	سرعت زاویه‌ای چارچوب بدنه نسبت به چارچوب اینرسی
$P_0(s)$	مدل نامی	$\vec{T}_d$	گشتاور اغتشاشی
$\Delta(s)$	بلوک نامعینی غیر ساختاریافته ضربی	$\vec{h}$	بردار اندازه حرکت زاویه‌ای بدنه صلب ماهواره
$W(s)$	تابع وزن نامعینی	$\vec{h}_w$	بردار اندازه حرکت زاویه‌ای چرخ عکس‌العملی
$P_0(s)$	ماتریس تابع تبدیل سیستم جدید		
$T(s)$	تابع تبدیل سیستم حلقه بسته		
$s(s)$	تابع حساسیت		
$w_s(s)$	تابع وزن حساسیت		
$K$	کنترل کننده		

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. استادیار

۳. استادیار

۴. استادیار

## مقدمه

ماهواره‌های انعطاف‌پذیر با مشکلات فراوانی مواجه است [۶]. مسائل اصلی در طراحی کنترل وضعیت ماهواره عبارتند از: اغتشاشات محیط فضا، نامعینی در ساختار انعطاف‌پذیر ماهواره و ماتریس اینرسی ماهواره [۷].

مروری بر کارهای انجام شده در زمینه کنترل مقاوم ماهواره، در ادامه آمده است. در مرجع [۸] طراحی یک کنترل‌کننده مقاوم درجه- پایین بهینه با شیفت- آلفا برای کنترل وضعیت یک فضاپیما با نیروی محرکه الکتریکی خورشیدی، بررسی شده است. در این مقاله، روشی جدید از شیفت- بلوک برای جابه‌جایی مجموعه متفاوت مقادیر ویژه حلقه بسته با مقادیر مختلف معرفی شده است. در مرجع [۹] یک کنترل‌کننده ترکیبی  $H_2/H_\infty$ ، که هم مقاومت پایداری و هم عملکرد ریشه میانگین مربع (rms) را در نظر می‌گیرد و مخصوصاً برای طراحی کنترل‌کننده وضعیت میکروماهواره‌ها جالب است، طراحی شده است. کنترل‌کننده ترکیبی  $H_2/H_\infty$  قابلیت بالایی از سازش متعادل بین عملکردهای  $H_2$  و  $H_\infty$  را نشان می‌دهد. مرجع [۱۰]، مدل‌کردن یک ساختار انعطاف‌پذیر و فرآیند طراحی کنترل‌کننده سه محوره را براساس روش کلی (GM) بیان می‌کند و عملکرد مناسب طراحی را نسبت به قابلیت مانور، به‌وسیله اعمال آن به یک مدل فضاپیما، انعطاف‌پذیر بزرگ نشان می‌دهد. در مرجع [۷] یک کنترل‌کننده فیدبک- خروجی  $H_2/H_\infty$  ترکیبی با محدودیت‌های جایابی قطب در برابر نامعینی داخلی تغییر ممان اینرسی و اغتشاشات محیطی فضا برای کنترل وضعیت میکرو ماهواره پیشنهاد شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که سیستم کنترل  $H_2/H_\infty$  ترکیبی ارائه شده، از نظر نرم،  $H_2$  پایدار مقاوم و بهینه است و حالت ماندگار خوب و عملکرد دینامیک مناسبی را در برابر نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات متغیر برای سیستم کنترل وضعیت میکرو ماهواره دارد. در مرجع [۱۱] یک روش بهینه برای آنالیز مقاومت یک سیستم کنترل وضعیت و مدار (AOCS) برای ماهواره‌های انعطاف‌پذیر پیشنهاد شده است.

در این مقاله، هدف این است که به‌منظور کنترل وضعیت ماهواره، کنترل‌کننده مقاومی طراحی شود که با وجود نامعینی ناشی از انعطاف‌پذیری در مدل ماهواره و ماتریس اینرسی و در حضور اغتشاشات محیط و نویز اندازه‌گیری بتواند کنترل وضعیت ماهواره را با دقت مطلوبی انجام دهد و سپس مسئله را در جزئیات بررسی کرده و به‌صورتی که در ادامه گفته شده سازمان یافته است. در بخش مدل‌سازی سیستم و اغتشاشات، معادلات دینامیک وضعیت ماهواره و عملگر چرخ عکس‌العملی استخراج و اغتشاشات محیط فضا بررسی می‌شوند. معادلات ماهواره پس از استخراج خطی و با معادلات چرخ عکس‌العملی ترکیب می‌شوند. در بخش انتخاب مدل نامی و توابع وزنی مورد نیاز، نشان داده می‌شود که معادلات خطی

طراحی ماهواره‌هایی با مأموریت‌های متنوع باعث افزایش تعداد محموله‌ها و در نتیجه افزایش ابعاد، وزن و توان مصرفی آن‌ها شده است. بنابراین، برای جذب انرژی بیشتر باید سطح مقطع مؤثر ماهواره، به‌منظور نصب پنل‌های خورشیدی افزایش یابد. از طرفی محدودیت‌های موجود در پرتاب ماهواره‌ها، سبب محدود شدن حجم و وزن آنها می‌شود. برای کاهش حجم ماهواره‌ها، آنها را به‌صورت یک سازه متمرکز به همراه تعدادی اجزای الحاقی که قبل از پرتاب بسته بوده و پس از قرار گرفتن در مدار باز می‌شوند، طراحی می‌کنند و برای کاهش وزن ماهواره‌ها، در طراحی سازه‌ها از مواد سبک استفاده می‌شود. مجموع این عوامل یعنی سبک وزن بودن، حجم کم و سطح مقطع زیاد، باعث انعطاف‌پذیری شدن سازه ماهواره‌ها می‌شود. در این حالت حفظ جهت صحیح بدنه اصلی و بخش‌های انعطاف‌پذیر با چالش‌های زیادی مواجه است. براساس این واقعیات، تحقیقات تئوری زیادی در راستای شناسایی و کنترل سازه‌های انعطاف‌پذیر انجام شده است [۱ و ۲].

در سه دهه گذشته، ماهواره‌های انعطاف‌پذیر که در برخی مقالات به عنوان سازه‌های فضایی بزرگ شناخته می‌شوند، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. اثر انعطاف‌پذیری ماهواره‌ها در بحث کنترل وضعیت، در تعدادی از گزارش‌های ناسا در مورد رفتار غیرعادی برخی ماهواره‌ها، اشاره شده است [۳]. در بعضی از این گزارش‌ها آمده است که برخی از ماهواره‌ها بدون هیچ دلیل شناخته شده‌ای در کنترل وضعیت خود دچار مشکل شده‌اند. تحقیقات بیشتر در این زمینه مشخص کرد که دلیل این رفتار عجیب، انعطاف‌پذیری سازه است که در برخی از حالت‌ها توسط سیستم کنترل وضعیت تشدید شده است [۴].

پیش از دهه ۷۰، سیستم کنترل وضعیت و پایداری ماهواره‌ها براساس مدل‌سازی دینامیک اجسام صلب و کنترل‌کننده‌های تک ورودی- تک خروجی طراحی می‌شدند. با پیشرفت علوم فضایی در اواخر دهه ۷۰، ماهواره‌های بزرگ که اجزای انعطاف‌پذیر داشته و شامل تعداد زیادی حسگر و محرک بودند، مطرح شدند. به این ترتیب نیاز به استفاده از قوانین کنترل پیچیده و سیستم‌های کنترل چند ورودی- چند خروجی برای ماهواره‌ها ایجاد شد [۵]. به منظور عملکرد با دقت زیاد در نشانه‌روی، معمولاً برای ماهواره‌ها کنترل وضعیت سه محوره استفاده می‌شود که منجر به یک سیستم کنترل MIMO می‌شود. ماهواره‌ها به‌طور کلی در معرض اغتشاش‌های محیطی متنوعی مانند گشتاورهای فشار خورشیدی، گشتاورهای مغناطیسی و گشتاورهای آیرودینامیکی و برخورد گرد و غبارات آسمانی هستند. به‌علاوه، در بیشتر مواقع ماتریس اینرسی ماهواره به طور دقیق معلوم نیست. از این رو طراحی سیستم کنترل برای



مقدار	پارامتر
۳۱۵/۲۲۸۱	بعد نقطه صعودی (degree)
۰/۰۱۴۳۰۱۳	خروج از مرکز بیضی
۱۵۳/۶۲۸۹	آرگومان حضیض (degree)
۲۰۷/۲۰۳۳	آنومالی میانگین (degree)
۱۵/۷۵۷۸۳۵۱۶	میانگین حرکت (deg/sec)

### مدل سازی اغتشاشات

یکی از مسائل مهم در کنترل وضعیت ماهواره، اغتشاشات محیط است که وضعیت ماهواره را از حالت مطلوب خارج می سازد و طراحی کنترل کننده با نادیده گرفتن این اغتشاشات کاملاً بی فایده است.

**گشتاور مغناطیسی:** بر اثر میدان مغناطیسی زمین و مواد مغناطیسی ماهواره، یک گشتاور مغناطیسی بر پیکره ماهواره وارد می شود. این گشتاور از رابطه

$$\vec{T}_m = \vec{M} \times \vec{B} \quad (7)$$

به دست می آید که  $\vec{M}$  گشتاور مغناطیسی پس ماند ماهواره ناشی از مغناطیس دائمی، القایی و حلقه های جریان تولید شده در ماهواره و  $\vec{B}$  چگالی فلوی مغناطیسی زمین است. بردار  $\vec{B}$  در سیستم مرجع مداری با استفاده از رابطه

$$\vec{B} = \frac{\mu_f}{|r|^3} \begin{bmatrix} \cos \omega_0 t \sin i_m \\ \cos i_m \\ 2 \sin \omega_0 t \cos i_m \end{bmatrix} \quad (8)$$

به دست می آید که  $\mu_f = 7.9 \times 10^{15} \text{Wb.m}$  شعاع مدار ماهواره و  $i_m$  زاویه مدار ماهواره نسبت به استوای مغناطیسی زمین است [۱۳].

**گشتاور آبرودینامیکی:** بر اثر حرکت ماهواره در جو بالای زمین یک گشتاور آبرودینامیکی به ماهواره وارد می شود. این گشتاور می تواند از رابطه

$$\vec{T}_a = \frac{1}{2} \rho |\vec{v}|^2 C_d A_a (\vec{u}_a \times \vec{s}_{cp}) \quad (9)$$

به دست آید که  $\rho$  چگالی جو،  $\vec{v}$  سرعت ماهواره،  $C_d$  ضریب رانش،  $\vec{u}_a$  بردار واحد در جهت سرعت،  $A_a$  مساحت سطح عمود بر  $\vec{u}_a$  و  $\vec{s}_{cp}$  برداری از مرکز جرم ماهواره به مرکز فشار است [۹].

**گشتاور خورشیدی:** بر اثر برخورد ذرات تشعشع خورشیدی با ماهواره یک گشتاور اغتشاشی به ماهواره وارد می شود. این گشتاور به طور تقریبی می تواند از رابطه

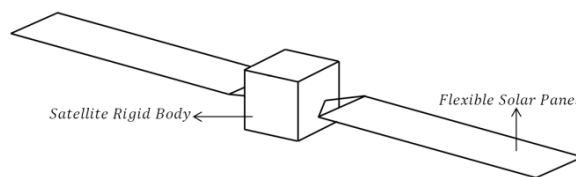
$$\vec{T}_s = \frac{1367}{c} A_s (1 + q) \cos \gamma (\vec{u}_s \times \vec{C}_{cp}) \quad (10)$$

به دست آید که  $c$  سرعت نور،  $A_s$  مساحت در معرض تابش خورشید،  $q$  ضریب انعکاس،  $\gamma$  زاویه تابش،  $\vec{u}_s$  بردار واحد در جهت تابش خورشید و  $\vec{C}_{cp}$  فاصله مرکز جرم ماهواره تا مرکز فشار خورشیدی است [۱۲].

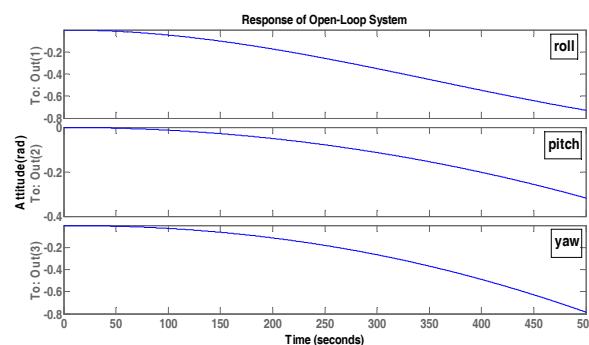
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4\omega_0^2}{I_x}(I_y - I_z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_0}{I_x}(I_x - I_y + I_z) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3\omega_0^2}{I_y}(I_x - I_z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\omega_0^2}{I_z}(I_y - I_x) & -\frac{\omega_0}{I_z}(I_x + I_z - I_y) & 0 & 0 & -\frac{\omega_0}{I_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{I_z} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$$

پیکربندی ماهواره به صورت شکل (۲) است. مشخصات میکروماهواره مورد نظر در جدول (۱) آمده است. این ماهواره از نظر ابعاد بدنه صلب و پارامترهای مداری کاملاً مشابه مشخصات ماهواره ملی امید است. پاسخ سیستم وضعیت ماهواره به یک پله با دامنه  $10^{-5} \text{Nm}$  در شکل (۳) نشان داده شده است. همان طور که دیده می شود سیستم در هر سه کانال رول، پیچ و یاء ناپایدار است.



شکل ۲- پیکره میکرو ماهواره



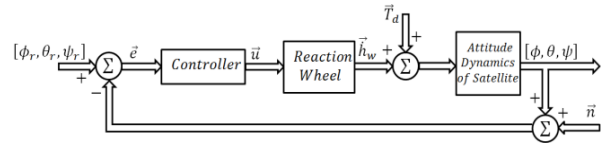
شکل ۳- پاسخ سیستم حلقه باز

جدول ۱- مشخصات فیزیکی و مداری میکرو ماهواره

مقدار	پارامتر
۰/۷۵ × ۰/۷۵ × ۰/۷۵	اندازه بدنه ماهواره (m)
۳ × ۰/۷۵	اندازه یک پنل خورشیدی (m)
۱۵	وزن (kg)
$[1 \ 4 \ 2] \pm 30\%$	ممان های اینرسی (kg.m <sup>2</sup> )
۵۵/۵۵۳۵	زاویه میل (degree)

به دست می آید. از آنجا که سیستم وضعیت ماهواره یک سیستم MIMO است، بنابراین، برای هر کدام از عناصر این ماتریس باید یک تابع وزن  $w_{ij}(s)$  که  $i, j = 1, 2, 3$  طوری انتخاب شود که رابطه (۱۲) را ارضا کند. برای عناصری که صفر هستند، تابع وزن نامعینی را می توان برابر یک در نظر گرفت. دیگر گرام بود  $|P_{ij}(s)/P_{ij_0}(s) - 1|$  برای عناصر غیر صفر رابطه (۱۳)، در شکل (۶) نشان داده شده است.

در ادامه با توجه به معادلات دینامیکی وضعیت ماهواره و چرخ عکس العملی، هدف طراحی یک سیستم کنترل وضعیت به صورت نشان داده شده در شکل (۴) است.



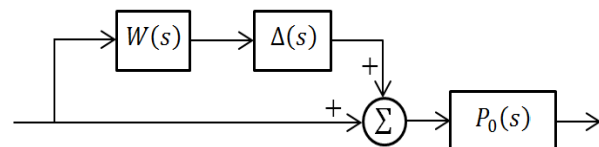
شکل ۴- بلوک دیاگرام سیستم کنترل وضعیت ماهواره

### انتخاب مدل نامی و توابع وزنی مورد نیاز

در اینجا مدل کردن سیستم ماهواره انعطاف پذیر، به این صورت انجام می شود که یک مدل نامی  $P_0(s)$  انتخاب می شود و تأثیرات انعطاف پذیری به صورت نامعینی حول این مدل نامی در نظر گرفته می شود و این نامعینی ها باعث به وجود آمدن مدل های آشفته  $P(s)$  می شوند. معادلات (۶) با مقادیر نامی جدول (۱)، به عنوان مدل نامی در نظر گرفته می شوند. برای در نظر گرفتن اثرات انعطاف پذیری فرض می شود، ممان های اینرسی ماهواره ۳۰ درصد نامعینی دارند. چون سیستم قسمت های انعطاف پذیر مدل نشده دارد، نامعینی به صورت غیر ساختاریافته ضربی در نظر گرفته می شود. برای یک سیستم SISO، ساختار مدل آشفته  $P(s)$  بر حسب مدل نامی  $P_0(s)$ ، بلوک نامعینی غیر ساختاریافته ضربی  $\Delta(s)$  و تابع وزن نامعینی  $W(s)$ ، به صورت

$$P(s) = [1 + \Delta(s)W(s)]P_0(s) \quad (11)$$

است که بلوک دیاگرام آن نیز در شکل (۵) نشان داده شده است.



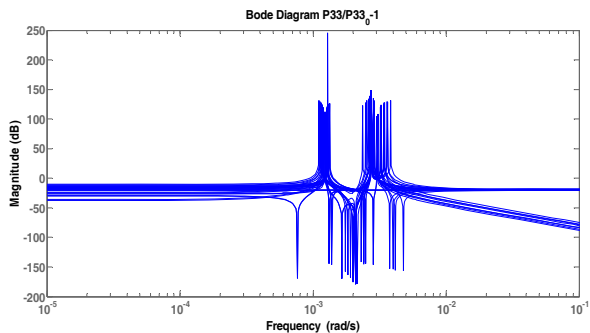
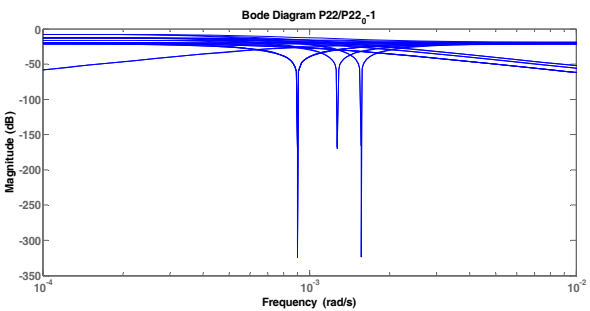
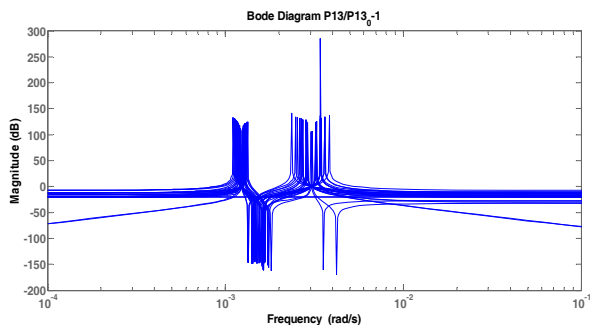
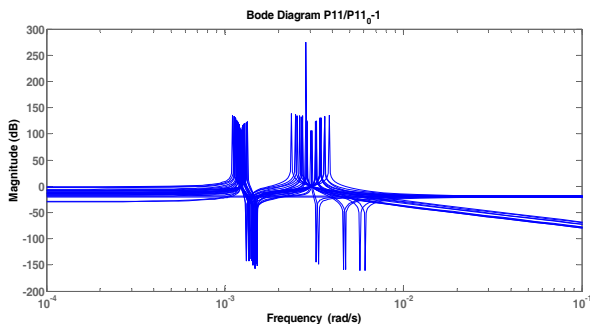
شکل ۵- بلوک دیاگرام مدل آشفته  $P$ ، با نامعینی غیر ساختاریافته ضربی

تابع وزن  $W(s)$  باید طوری انتخاب شود که با شرط  $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ ، رابطه

$$\forall \omega: |w(s)| \geq \left| \frac{P(s)}{P_0(s)} - 1 \right| \quad (12)$$

به ازای تمامی مدل های آشفته  $P(s)$  برقرار باشد [۱۴]. ماتریس تابع انتقال سیستم خطی شده به صورت

$$P_0(s) = \begin{bmatrix} P_{011}(s) & 0 & P_{013}(s) \\ 0 & P_{022}(s) & 0 \\ P_{031}(s) & 0 & P_{033}(s) \end{bmatrix} \quad (13)$$



شکل ۶- رسم دیاگرام بود  $\left| \frac{P_{ij}(s)}{P_{ij_0}(s)} - 1 \right|$  برای عناصر غیر صفر رابطه (۱۳)

$$\|w(s)T(s)\|_{\infty} < 1 \quad (۱۶)$$

است که  $T(s)$  تابع تبدیل سیستم حلقه بسته و  $w(s)$  تابع وزن نامعینی هستند [۱۵]. از آنجا که عناصر رابطه (۱۵) به صورت مجزا در دسترس نیستند، ماتریس تابع وزن به صورت

$$W(s) = \begin{bmatrix} w_1(s) & 0 & 0 \\ 0 & w_2(s) & 0 \\ 0 & 0 & w_3(s) \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

انتخاب می شود که

$$\forall \omega: |w_i(s)| \geq \max_{j=1,2,3} |w_{ij}(s)| \quad (۱۸)$$

با این کار توابع وزنی به صورت روابط (۱۹) به دست می آیند.

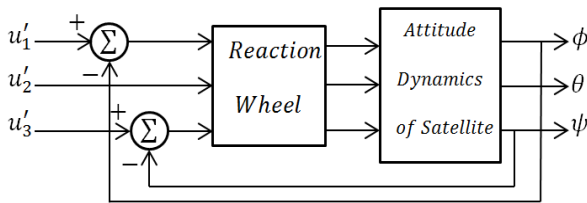
$$W_1(s) = 10^{-\frac{5}{20}} (s + 0.0025)^2 / (s + 0.8)^2$$

$$W_2(s) = 10^{-\frac{18}{20}} (s + 0.02) / (s + 0.0005) \quad (۱۹)$$

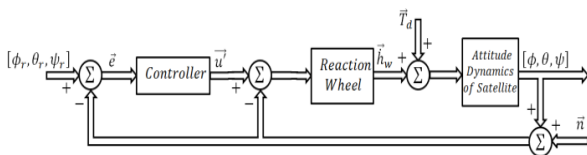
$$W_3(s) = 10^{-\frac{3}{20}} (s + 0.0015)^2 / (s + 0.8)^2$$

شرط عملکرد نامی برای یک سیستم SISO، به صورت

$$\|w_s(s)s(s)\|_{\infty} < 1 \quad (۲۰)$$



شکل ۷- ایجاد فیدبک داخلی در سیستم اصلی



شکل ۸- بلوک دیاگرام سیستم کنترل وضعیت ماهواره با ایجاد فیدبک داخلی

است که  $S(s)$  تابع حساسیت (تابع تبدیل خطا به ورودی مرجع) و  $w_s(s)$  تابع وزن حساسیت هستند [۱۵]. در اینجا مطلوب است که پاسخ پله سیستم حلقه بسته، دارای زمان نشست ۱۲ ثانیه و خطای کمتر از ۱ درجه باشد. بنابراین ماتریس تابع وزن حساسیت، با سعی و خطا به صورت

$$W_s(s) = \begin{bmatrix} w_{s1}(s) & 0 & 0 \\ 0 & w_{s2}(s) & 0 \\ 0 & 0 & w_{s3}(s) \end{bmatrix} \quad (۲۱)$$

انتخاب می شود که

$$W_{s_i}(s) = \frac{s^2 + 1.5s + 2.25}{s(s + 1.5)}, i = 1, 2, 3 \quad (۲۲)$$

همان طور که دیده می شود بجز برای حالت  $|P_{22}(s)/P_{220}(s) - 1|$  بقیه شکل ها به علت قرارگرفتن قطبها بر روی محور موهومی، پیکهای بزرگی دارند. بنابراین، توابع وزنی  $w_{ij}(s)$  متناظر با آنها که باید رابطه (۱۲) را ارضا کنند نیز، دارای همین پیکها می شوند که این مسئله، طراحی کنترل کننده مقاوم را با مشکل مواجه می کند [۱۴]. قطبهای عناصر غیرصفر رابطه (۱۳) به صورت

$$p_1 = 0, p_{2,3} = \pm i\sqrt{1.508 \times 10^{-6}}, p_{4,5} = \pm i\sqrt{9.308 \times 10^{-6}}$$

است. یکی از راههای رفع این مشکل جابهجایی قطبها به مقدار کمی است [۸] اما در اینجا مقادیر ممانهای اینرسی ماهواره طوری هستند که قطبهای سیستم که بر روی محور موهومی هستند، بسیار به مبدا نزدیک هستند و با این جابهجایی باز هم نمی توان بر مشکل غلبه کرد.

برای غلبه بر این مشکل باید معادلات را به گونه ای تغییر داد تا قطبها به اندازه کافی از محور موهومی دور شوند. با یک ایده، مطابق شکل (۷)، دو فیدبک منفی واحد در سیستم غیرخطی اصلی، از خروجیهای رول و یاو به ترتیب به ورودیهای اول و سوم، ایجاد می شوند. بنابراین، فرم فضای حالت سیستم جدید خطی شده، به صورت

$$\begin{cases} \dot{X} = A_{new}X + Bu' \\ y = CX + Du' \end{cases} \quad (۱۴)$$

به دست می آید که

$$A_{new} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4\omega_0^2 \frac{(I_x - I_z) + 1}{I_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_0}{I_x} (I_x - I_y + I_z) & 0 & 0 & \frac{\omega_0}{I_x} \\ 0 & -\frac{3\omega_0^2}{I_y} (I_x - I_z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\omega_0^2 (I_y - I_z) + 1}{I_z} & -\frac{\omega_0}{I_z} (I_x - I_y + I_z) & 0 & 0 & 0 & -\frac{\omega_0}{I_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

و شکل (۴)، به صورت شکل (۸) تغییر می کند.

ماتریس تابع تبدیل سیستم جدید به صورت رابطه (۱۵) است.

$$P_0(s) = \begin{bmatrix} P_{011}(s) & 0 & P_{013}(s) \\ 0 & P_{022}(s) & 0 \\ P_{031}(s) & 0 & P_{033}(s) \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

قطبهای عناصر غیرصفر رابطه (۱۶) به صورت

$$p_1 = 0, p_{2,3} = \pm 1, p_{4,5} = \pm 0.7071$$

است. دیاگرام بود  $|P_{ij}(s)/P_{ij0}(s) - 1|$  برای عناصر غیرصفر رابطه (۱۵) در شکل (۹) نشان داده شده اند. ملاحظه می شود که پیکها حذف شده اند. حال توابع وزنی  $w_{ij}(s)$  باید به نحوی انتخاب شوند که رابطه (۱۲) را برای سیستم جدید ارضا کنند. این کار در شکل (۹) انجام و نشان داده شده است.

شرط پایداری مقاوم برای یک سیستم SISO، به صورت

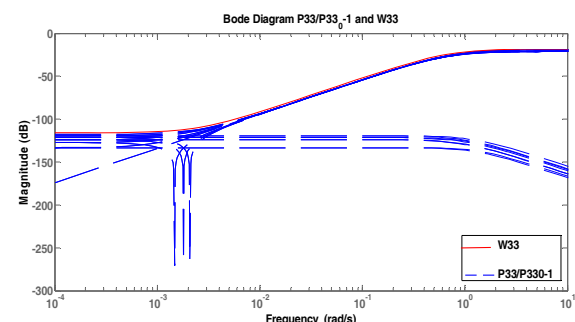
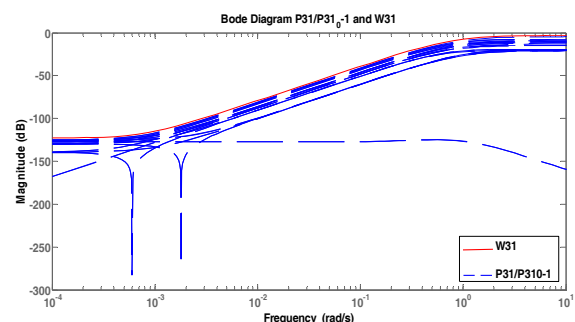
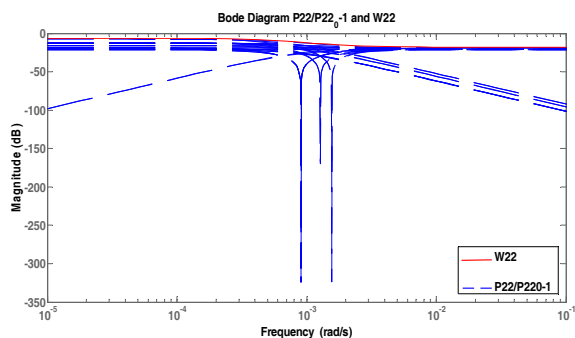


## طراحی کنترل کننده

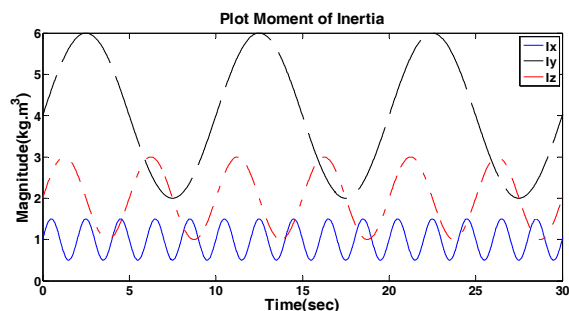
در این قسمت برای معادلات سیستم اولیه معادلات (۶)، یک کنترل کننده کلاسیک براساس خطاهای زوایای اوپلر و برای معادلات سیستم جدید معادله (۱۴)، دو کنترل کننده مقاوم  $H_\infty$  و  $\mu$  طراحی می شود. در نهایت سیستم غیرخطی اولیه بیان شده با معادلات (۱) تا (۴) در حالت حلقه بسته، با هر سه کنترل کننده شبیه سازی می شود. در شبیه سازی ها، ممان های اینرسی ماهواره دارای ۵۰ درصد نامعینی به صورت نشان داده شده در شکل (۱۰) در نظر گرفته شده اند. شبیه سازی سیستم حلقه بسته در دو حالت انجام شده است. در یک حالت پاسخ سیستم حلقه بسته به یک پالس اغتشاش به صورت نشان داده شده در شکل (۱۱) و در حالت دیگر به منظور بررسی پاسخ گذرای سیستم، پاسخ سیستم حلقه بسته به یک ورودی پله با دامنه ۴۰ درجه در هر سه کانال رول، پیچ و یاو در حضور اغتشاشات طبیعی فضا و نویز اندازه گیری به دست آمده است که مقدار RMS نویز حسگرهای وضعیت و خطای آنها برابر ۰/۰۱ درجه در نظر گرفته شده است.

## کنترل کننده کلاسیک

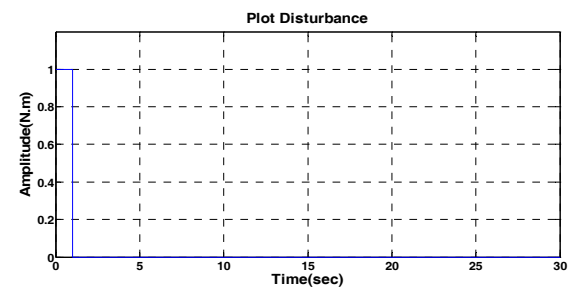
وقتی که یک کنترل کننده کلاسیک برای معادلات بدنه صلب ماهواره طراحی شود، هر چند ممکن است این کنترل کننده تا حدودی در برابر نامعینی مقاوم باشد اما تضمینی وجود ندارد که برای سیستم عملی، عملکرد مطلوب را داشته باشد. در اینجا برای سیستم اولیه با معادلات (۶)، یک کنترل کننده کلاسیک بر اساس خطاهای زوایای اوپلر با قوانین کنترلی بصورت (۲۳) با ضرایب  $K_x = 2.25$ ،  $K_z = 3.15$ ،  $K_{yd} = 1.2$ ،  $K_y = 1.8$ ،  $K_{xd} = 1.5$  و  $K_{yz} = 2.1$  طراحی شده است [۱۲].



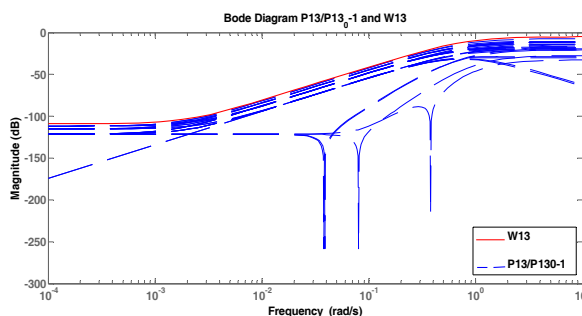
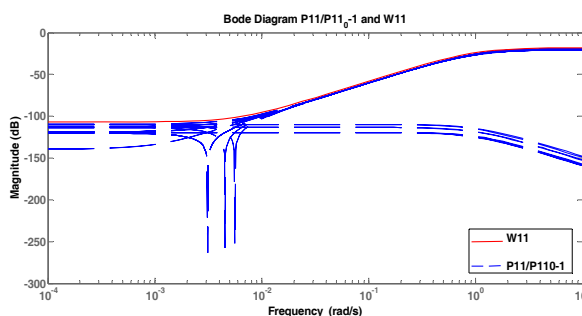
شکل ۹- رسم دیاگرام بود  $\left| \frac{P_{ij}(s)}{P_{0ij}(s)} - 1 \right|$  و  $W_{ij}(s)$  برای عناصر غیر صفر رابطه (۱۵)

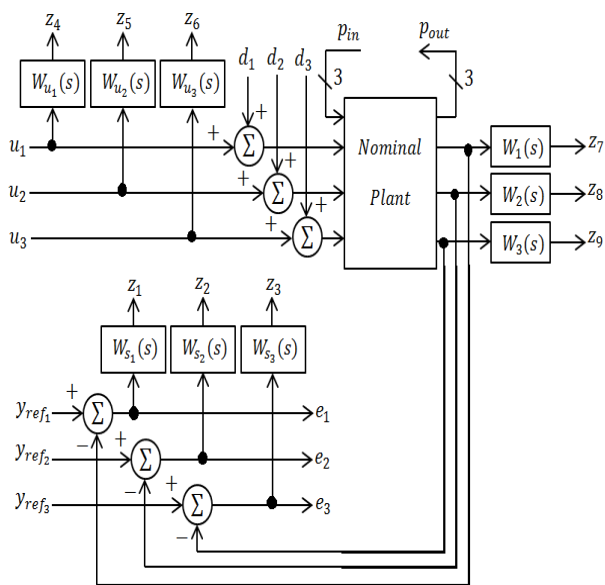


شکل ۱۰- تغییرات ممان های اینرسی ماهواره با ۵۰ درصد نامعینی

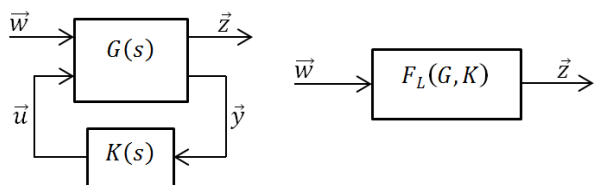


شکل ۱۱- ورودی پالس اغتشاش در شبیه سازی پاسخ سیستم حلقه بسته به اغتشاش





شکل ۱۴- ساختار استاندارد  $H_\infty$



شکل ۱۵- ساختار LFT حلقه بسته در طراحی  $H_\infty$

برای آنالیز سیستم حلقه بسته با کنترل کننده زیربهبینه  $H_\infty$  از نظر پایداری مقاوم، عملکرد نامی و عملکرد مقاوم، از ساختار نشان داده شده در شکل (۱۶) استفاده می‌شود. در این شکل نامعینی در بلوک  $\Delta$  جمع شده است که به صورت رابطه (۲۵) در نظر گرفته شده است.

$$\Delta = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_S & 0 \\ 0 & \Delta_F \end{bmatrix} : \Delta_S \in \mathcal{C}^{3 \times 3}, \Delta_F \in \mathcal{C}^{6 \times 6} \right\} \quad (25)$$

پاسخ فرکانسی حد بالا و پایین  $\mu$  برای کنترل کننده  $H_\infty$ ، در شکل (۱۷) نشان داده شده است. با توجه به اینکه برای پایداری مقاوم باید شرط

$$\|W(I + F(P_0, \Delta)K)^{-1}F(P_0, \Delta)K\|_\infty < 1 \quad (26)$$

برقرار باشد [۱۴]، به وضوح دیده می‌شود که سیستم حلقه بسته با  $K_{hin}$  پایداری مقاوم را تضمین کرده است.

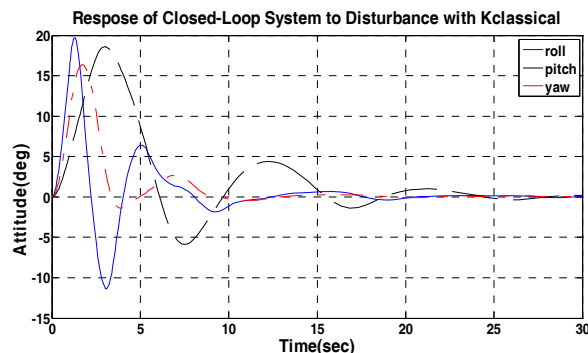
برای عملکرد نامی و عملکرد مقاوم باید به ترتیب روابط (۲۷) و (۲۸) برقرار باشند [۱۴].

$$\|W_S(I + F(G_0, \Delta)K)^{-1}\|_\infty < 1 \quad (27)$$

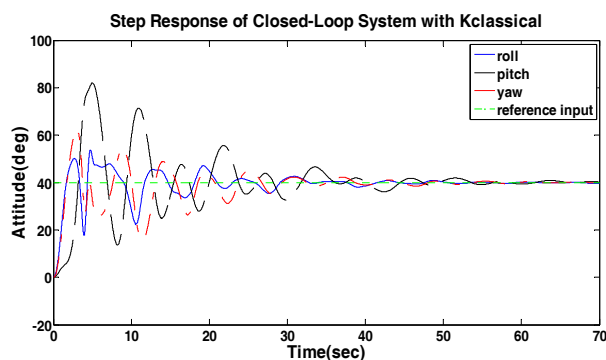
$$\left\| \begin{bmatrix} W(I + F(G_0, \Delta)K)^{-1}F(G_0, \Delta)K \\ W_S(I + F(G_0, \Delta)K)^{-1} \\ W_U(I + F(G_0, \Delta)K)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} u'_1 &= K_x(\phi_r - \phi) + K_{xd}\dot{\phi} \\ u'_2 &= K_y(\theta_r - \theta) + K_{yd}\dot{\theta} \\ u'_3 &= K_z(\psi_r - \psi) + K_{yz}\dot{\psi} \end{aligned} \quad (23)$$

پاسخ سیستم حلقه بسته به پالس اغتشاش برای این کنترل کننده، در شکل (۱۲) رسم شده است. پاسخ پله سیستم حلقه بسته نیز در شکل (۱۳) نشان داده شده است.



شکل ۱۲- پاسخ سیستم حلقه بسته با  $K_{classic}$  به پالس اغتشاش شکل ۱۱



شکل ۱۳- پاسخ پله سیستم حلقه بسته با  $K_{classic}$

### کنترل کننده زیربهبینه $H_\infty$

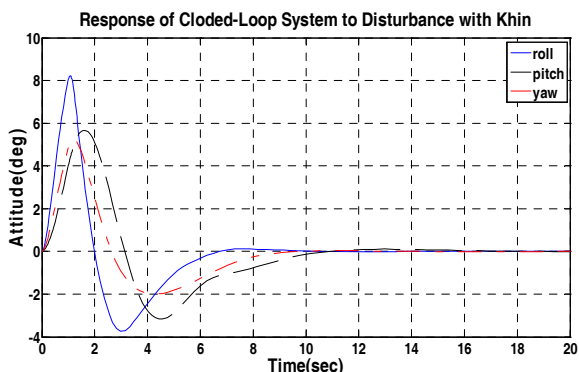
اتصالات داخلی سیستم برای طراحی کنترل کننده زیربهبینه  $H_\infty$  با توجه به توابع وزن انتخاب شده، به صورت شکل (۱۴) است. در این شکل اغتشاش است و  $p_{in}$  و  $p_{out}$  به ترتیب خروجی و ورودی بلوک نامعینی هستند. با توجه به شکل (۱۵) هدف پیدا کردن کنترل کننده  $K(s)$  است به طوری که رابطه (۲۴) را ارضا کند. در این رابطه،  $G(s)$  سیستم تعمیم یافته است [۱۴].

$$\min_K \text{stabilising} \|F_l(G, K)\|_\infty \quad (24)$$

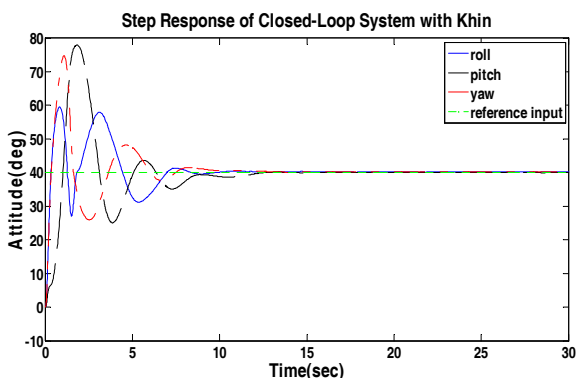
طراحی کنترل کننده زیربهبینه  $H_\infty$  در نرم افزار متلب با استفاده از دستور *hinsyn* انجام می‌شود. این دستور یک کنترل کننده زیربهبینه  $H_\infty$  را برای ساختار سیستم حلقه باز نشان داده شده در شکل (۱۴) طراحی می‌کند [۱۶]. در اینجا با استفاده از این دستور، یک کنترل کننده زیربهبینه  $H_\infty$  با درجه ۲۲ به دست آمده است.



پاسخ سیستم حلقه بسته با  $K_{hin}$  به پالس اغتشاش، در شکل (۱۹) رسم شده است. همان طور که ملاحظه می شود، سیستم در هر سه کانال، اغتشاش را با زمان نشست کمتری نسبت به کنترل کننده کلاسیک حذف کرده است. پاسخ پله آن نیز در شکل (۲۰) نشان داده شده است؛ در هر سه کانال کنترل کننده  $H_\infty$  دارای عملکرد بهتری نسبت به کنترل کننده کلاسیک است.



شکل ۱۹ - پاسخ سیستم حلقه بسته با  $K_{hin}$  به پالس اغتشاش شکل ۱۱



شکل ۲۰ - پاسخ پله سیستم حلقه بسته با  $K_{hin}$

### سنتر $\mu$ : روش تکرار $D-K$

بلوک دیاگرام سیستم حلقه بسته که در سنتر  $\mu$  استفاده می شود، به صورت شکل (۱۶) است. در روش تکرار  $D-K$ ، یک کنترل کننده با استفاده از رابطه (۲۹) به دست می آید.

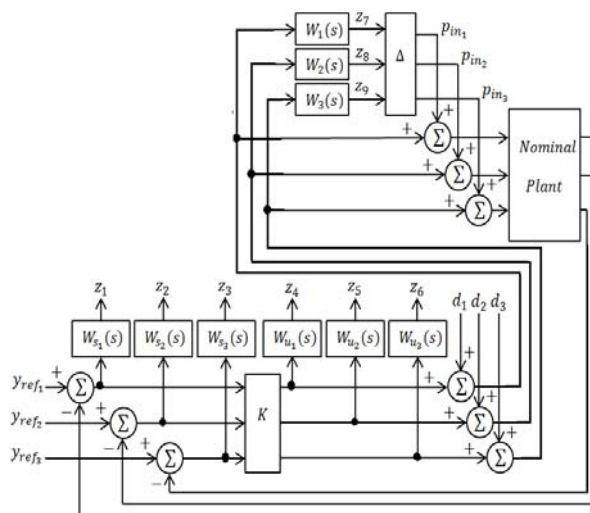
$$\min_{\text{stabilizing } K} \min_{\substack{D_1(s), D_r(s) \\ \text{stabil.} \\ \text{min. phase}}} \|D_1(s)F_L(P, K)D_r^{-1}(s)\|_\infty \quad (29)$$

هدف سنتر  $\mu$  پیدا کردن یک کنترل کننده پایدار ساز  $K(s)$  است، به طوری که شرط زیر برقرار باشد [۱۴]:

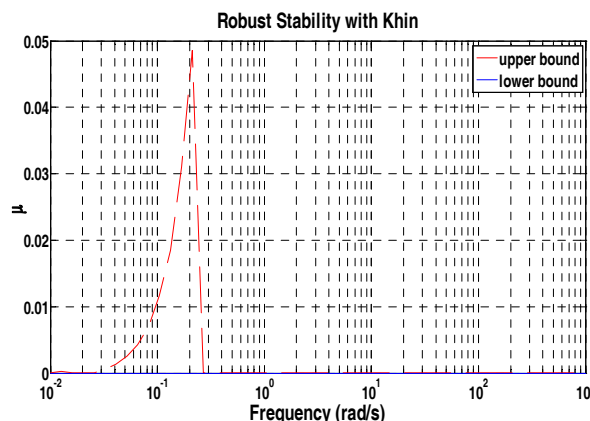
$$\mu_\Delta[F_L(P, K)(j\omega)] < 1 \quad (30)$$

با استفاده از مرجع [۱۶] (نرم افزار متلب)، بعد از ۶ تکرار، کنترل کننده  $\mu$  با  $\mu_\Delta = 0.993$  به دست می آید. اما، کنترل کننده

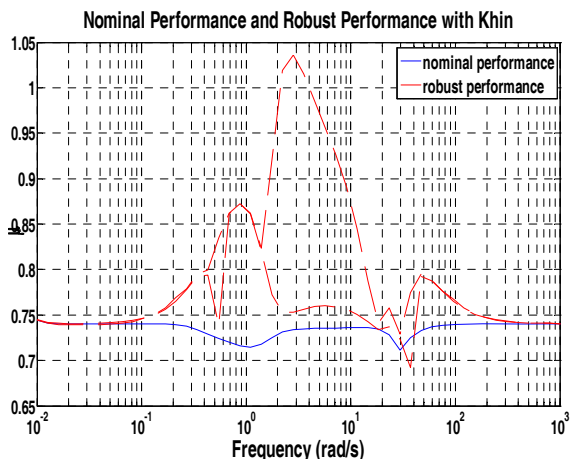
پاسخ فرکانسی عملکرد نامی و عملکرد مقاوم در شکل (۱۸) نشان داده شده است. دیده می شود که سیستم با  $K_{hin}$  دارای عملکرد نامی است ولی عملکرد مقاوم را تضمین نمی کند.



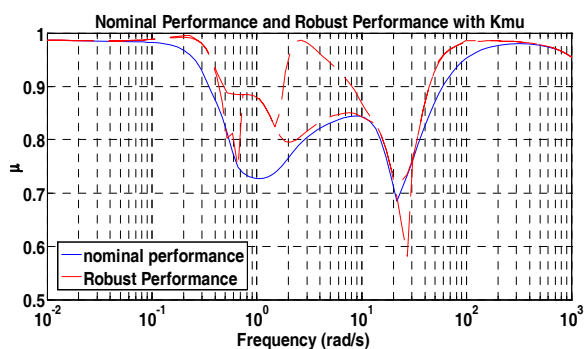
شکل ۱۶ - ساختار سیستم حلقه بسته برای آنالیز  $\mu$



شکل ۱۷ - آنالیز پایداری مقاوم با  $K_{hin}$

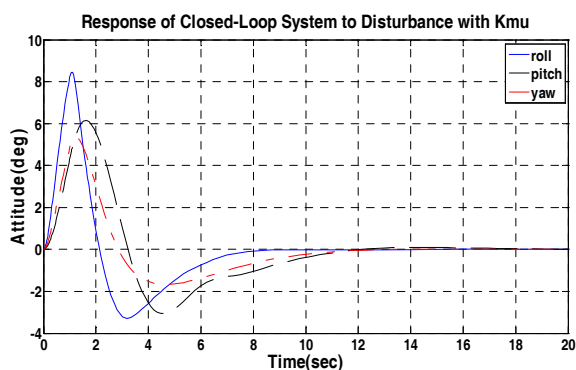


شکل ۱۸ - عملکرد نامی و مقاوم با  $K_{hin}$

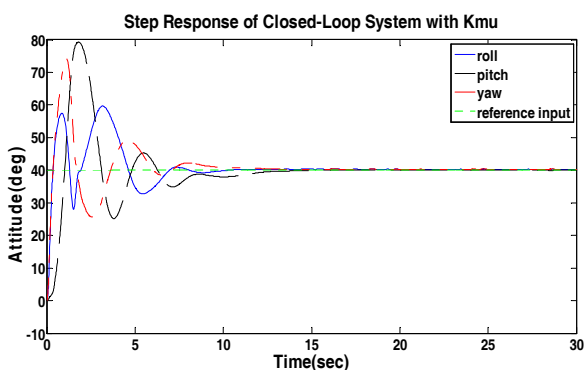


شکل ۲۳- عملکرد نامی و مقاوم با  $K_{mu}$

در شکل (۲۶)، عملکرد دو کنترل کننده  $H_{\infty}$  و  $\mu$  با افزایش نرم نامعینی مقایسه شده است. این شکل نشان می‌دهد که کنترل کننده  $\mu$  عملکرد مقاوم را برای نامعینی‌های با اندازه  $1/0.02$  تضمین می‌کند. برای کنترل کننده  $H_{\infty}$  عملکرد حلقه بسته با افزایش دامنه نامعینی، زودتر کاهش پیدا می‌کند و عملکرد مقاوم را برای نامعینی‌های با بیش از اندازه  $0.9335$  تضمین نمی‌کند.



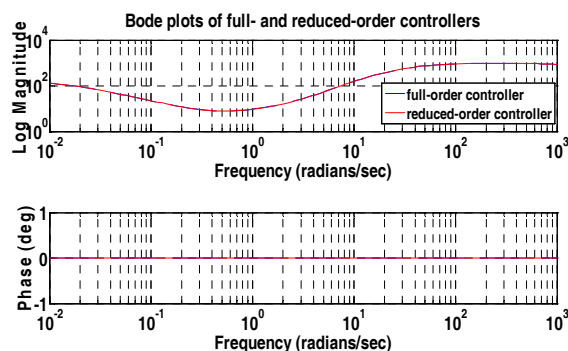
شکل ۲۴- پاسخ سیستم حلقه بسته با  $K_{mu}$  به ورودی اغتشاش شکل ۱۱



شکل ۲۵- پاسخ پله سیستم حلقه بسته با  $K_{mu}$

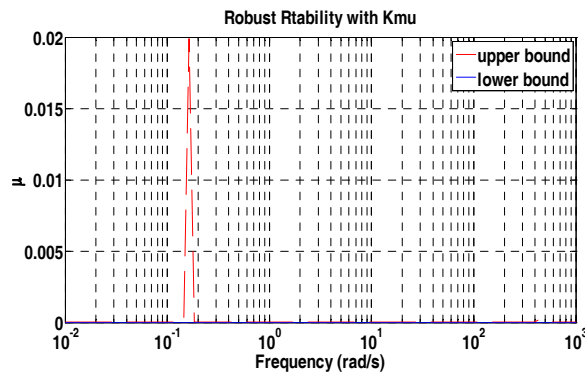
سه کنترل کننده طراحی شده، در جدول (۲) با هم مقایسه شده‌اند. با توجه به جدول (۲)، کنترل کننده‌های مقاوم  $H_{\infty}$  و  $\mu$  عملکرد بهتری

به دست آمده از درجه ۵۲ است که پیاده‌سازی آن می‌تواند مشکل باشد. در اینجا از تقریب نرم هنکل<sup>۵</sup> برای کاهش درجه کنترل کننده استفاده می‌شود. کنترل کننده‌ای که از تقریب کنترل کننده اصلی به دست می‌آید، یک کنترل کننده با درجه ۱۹ است. در شکل (۲۱) پاسخ فرکانسی کنترل کننده اصلی و کنترل کننده کاهش یافته  $K_{mu}$  نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که پاسخ فرکانسی هر دو کنترل کننده کاملاً بر هم منطبق هستند.



شکل ۲۱- پاسخ فرکانسی کنترل کننده اصلی و کنترل کننده کاهش یافته

آنالیز پایداری مقاوم و عملکرد مقاوم کنترل کننده  $K_{mu}$  به ترتیب در شکل‌های (۲۲) و (۲۳) نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که این کنترل کننده برخلاف کنترل کننده  $H_{\infty}$ ، علاوه بر پایداری مقاوم، عملکرد مقاوم را نیز تضمین کرده است. پاسخ سیستم حلقه بسته با  $K_{mu}$  به پالس اغتشاش، در شکل (۲۴) رسم شده است. دیده می‌شود که سیستم در هر سه کانال اغتشاش را به خوبی حذف کرده است. پاسخ پله سیستم حلقه بسته نیز در شکل (۲۵) نشان داده شده است که تقریباً مشابه با سیستم حلقه بسته مربوط به  $K_{hin}$  است.



شکل ۲۲- آنالیز پایداری مقاوم با  $K_{mu}$

ماهواره، عملکرد بهتری داشت و همچنین درجه آن کمتر بود که می تواند باعث پیاده سازی راحت تر آن شود. بنابراین، می توان نتیجه گرفت که در بین کنترل کننده های مطرح شده، کنترل کننده  $\mu$  طراحی شده برای این سیستم، بهترین انتخاب است.

### مراجع

[1]Hyland, D. C., Junkins, J. L. and Longman, R. W., "Active Control Technology for Large Space Structures," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 16, No. 5, 1993, pp. 801-821.

[2]Morgul, O., "Control and Stabilization of A Flexible Beam Attached to A Rigid Body," *International Journal of Control*, Vol. 51, No. 1, 1990, pp. 11-31,

[3]Noll, R. B., Zvava, J. and Deyst, J. J., *Effect of Structural Flexibility on Spacecraft Control Systems*, NASA SP-8016, 1969.

[4]Siamak, T., On Attitude Recovery of Spacecraft Using Nonlinear Control, (Thesis PhD), The Department of Electrical and Computer Engineering, Concordia University, Canada, 2005.

[5]Hayrani, OZ., Dynamics and Control in Modal-Space of Flexible Spacecraft, (Thesis PhD), Virginia Polytechnic Institute and State University, 1979.

[6]Li, G. X., Zhou, J. and Zhou, F. Q., "Variable Structure Control for Flexible Spasecraft," *Proceedings of The 25<sup>th</sup> Chinese Control Conference*, Harbin, Heilongjiang, 2006.

[7]Wu, B., Cao, X. and Li, Z., "Multi-Objective Output-Feedback Control for Microsatellite Attitude Control: An LMI Approach," *Acta Astronautica*, No. 64, 2009, pp. 1021-1031.

[8]SeetharamaBhat, M., Sreenatha, A. G. and Shrivastava, S. K., "Robust Low Order Dynamic Controller for Flexible Spacecraft," *Control Theory and Applications, IEEE Proceedings D*, Vol. 138, No. 5, 1991, pp. 460-468.

[9]Yang, C. D. and Sun, Y. P., "Mixed  $H_2/H_\infty$  State-Feedback Desing for Microsatellite Attitude Control," *Control Engineering Practice*, Vol. 10, Issue 9, 2002, pp. 951-970

[10]Chae, J. S. and Park, T. W., "Dynamic Modeling and Control of Flexible Space Structures," *KSME International Journal*, Vol. 17, No. 12, 2003, pp. 1912-1921.,

[11]Wang, W., Menon, P. P., Bates, D. G. and Bennani, S., "Robustness Analysis of Attitude and Orbit Control Systems for Flexible Satellites," *Control Theory & Applications, IET*, Vol. 4, Issue 12, 2010, pp. 2958-2970.

[12]Sidi, M. J., *Spacecraft Dynamics and Control A Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, New York, 1997.

[13]Kulkarni, J. and Campbell, M., "An Approach to Magnetic Torque Attitude Control of Satellites via  $H_\infty$ Control for LTV Systems," *43<sup>rd</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Bahamas, 2004, pp. 273-277.

[14]Skogestad, S. and Postlethwaite, I., *Multivariable Feedback Control Analysis and Design*, John Wiley & Sons, 2001.

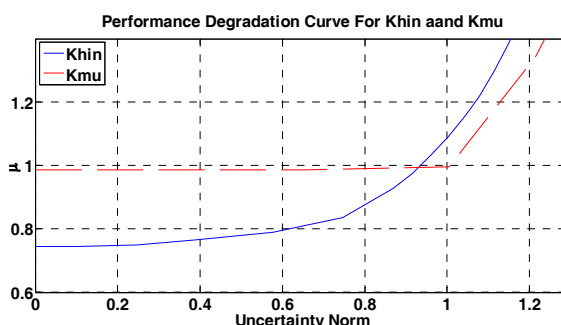
[15]Zuou, K. and Doyle, J., *Essentials of Robust Control*, Tom Robbins, 1998.

[16]Gu, D. W., Petkov, P. Hr. and Konstantinov, M. M., *Robust Control Design with Matlab*, Springer, 2005.

نسبت به کنترل کننده کلاسیک دارند. مطابق این جدول کنترل کننده های  $H_\infty$  و  $\mu$  تقریباً عملکرد مشابهی دارند، ولی مهم ترین معیار، تضمین عملکرد مقاوم است که با توجه به جدول (۲) و شکل (۲۶)، فقط کنترل کننده  $\mu$  این معیار را برآورده کرده است. همچنین درجه این کنترل کننده نسبت به کنترل کننده  $H_\infty$  کمتر است. بنابراین، می توان نتیجه گرفت که کنترل کننده  $\mu$ ، برای این سیستم بهترین انتخاب است.

جدول ۲- مقایسه هر سه کنترل کننده

$K_{\mu}$	$K_{hin}$	$K_{classic}$	
۰/۹۳۳۵	۱/۰۰۲	-	مقدار $\mu$ در آنالیز عملکرد مقاوم
۱۱/۰۹۴۸	۱۰/۶۸۴۳	۲۵/۸۷۶۸	نرم فراجش در پاسخ به اغتشاش (deg)
۸/۰۲۳۶	۷/۵۹۰۶	۲۱/۷۹۲۴	مدت زمان حذف اغتشاش با خطای ۱ درجه (sec)
۵۹/۴۶	۵۹/۵۰	۶۱/۸۱	نرم فراجش در پاسخ پله (%)
۱۱/۳۵۰۸	۱۱/۵۷۴۹	۵۵/۰۸۱۹	زمان نشست در پاسخ پله با خطای ۱ درجه (sec)



شکل ۲۶- تنزل عملکرد برای کنترل کننده های  $K_{\mu}$  و  $K_{hin}$

### نتیجه گیری

در این مقاله، هدف، کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف پذیر با استفاده از کنترل کننده مقاوم بود. برای این منظور یک کنترل کننده کلاسیک براساس خطاهای زوایای اوپلر و دو کنترل کننده مقاوم  $H_\infty$  و  $\mu$  با استفاده از ایده فیدبک داخلی، به منظور رفع مشکل طراحی کنترل کننده مقاوم، طراحی شدند. کنترل کننده های طراحی شده برای یک نمونه ماهواره، شبیه ماهواره ملی امید شبیه سازی شدند. نتایج شبیه سازی نشان دادند که هم در حذف اغتشاش و هم در پاسخ گذرا، کنترل کننده های مقاوم  $H_\infty$  و  $\mu$  بهتر از کنترل کننده کلاسیک هستند. دو کنترل کننده  $H_\infty$  و  $\mu$  از نظر زمان نشست و فراجش تقریباً عملکرد مشابهی داشتند، ولی کنترل کننده  $\mu$  برخلاف کنترل کننده  $H_\infty$ ، عملکرد مقاوم را برای سیستم اصلی تضمین کرد و از نظر مقاومت در برابر نامعینی ساختار انعطاف پذیر