

ترکیب الگوریتم‌های گرادیانی و تکاملی برای بهبود عملکرد بهینه‌سازی مشارکتی

حسین دارابی^{۱*} و جعفر روشنی‌یان^۲

۱- مهندسی هوافضا، سازمان صنایع هوافضا

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

* تهران، کدپستی: ۴۴۱۶-۱۵۸۷۵

hdarabi@dena.kntu.ac.ir

بهینه‌سازی مشارکتی یکی از روش‌های بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی دو سطحی است، که از سطح سیستم و سطح موضوع تشکیل شده و در حل مسائل پیچیده مهندسی کاربرد دارد. به دلیل همگرایی سخت این روش در سطح موضوع و به علت نویزی بودن قیود سطح سیستم از طرفی و لزوم مینیمم‌کردن تابع هدف در سطح سیستم از طرف دیگر؛ در این روش بهینه‌سازی، طراح، ناگزیر از استفاده از الگوریتم‌های تکاملی به منظور مینیمم‌کردن تابع هدف در سطح سیستم است. بنابراین، ثابت شده است که به کارگیری این الگوریتم‌ها با توجه به ماهیت مربوطه بسیار پرهزینه و زمان‌بر است. در این مقاله، با بررسی انجام شده، نحوه جدیدی از به کارگیری الگوریتم‌های بهینه‌سازی ابداع شده است که با استفاده از آن در حل مسائل نمونه، نتایج خوبی حاصل شده است. نشان داده شده است که با استفاده از این شیوه تعداد فراخوانی تابع یا زمان حل مسئله و به تبع آن هزینه محاسبات به طور محسوسی کاهش خواهد یافت. همچنین نشان داده شده است که این شیوه بعضاً باعث افزایش دقت نیز خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: طراحی بهینه چندموضوعی، الگوریتم‌های تکاملی، شبیه‌سازی سردشدن، الگوریتم‌های گرادیان پایه

علائم و اختصارات

t_{bi}	زمان کار موتور مراحل		
T	دما ($^{\circ}C$)		
T_i	نیروی پیشران مراحل	a	شتاب
x_i^*	مقادیر بهینه متغیرهای طراحی	D_m	قطر موشک
v	سرعت	f^*	مقدار بهینه تابع هدف
Y_{ij}	متغیر کوپلینگ	$f(x)$	تابع هدف
ΔE	تغییر انرژی	$g(x)$	قیود نامساوی
γ	زاویه تزریق	h	ارتفاع
		$h(x)$	قیود تساوی
		I_{SPi}	ضربه ویژه مراحل (موشک حامل)
		k	ضریب پناستی
		m_{ki}	جرم سازه مراحل
		\dot{m}_i	دبی جرمی مراحل
		M_{Upper}	جرم محموله
		r_i	قیود سازگاری

مقدمه

در صنایع هوافضا، به دلیل ابعاد و پیچیدگی مسائل مرتبط، در طراحی سیستم‌های فضایی که به نوبه خود از پیچیده‌ترین سیستم‌های مهندسی به شمار می‌آیند، معمولاً یک سیستم کامل را به زیرسیستم‌های مرتبط تجزیه کرده و سپس مورد بررسی، تحلیل یا بهینه‌سازی قرار می‌دهند. در گذشته و به طور سنتی این زیرسیستم‌ها

۱. دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. استاد

بهینه‌سازی مشارکتی

بهینه‌سازی مشارکتی، ساختار جدید طراحی برای بررسی و آنالیز توزیعی در مسائل با مقیاس بزرگ از نوع مسائلی است که غالباً در صنعت مشاهده می‌شود [۱۳، ۱۴]. بهینه‌سازی مشارکتی ابتدا در سال ۱۹۹۴ پیشنهاد شد. این روش یکی از روش‌های مبتنی بر تجزیه است که مسئله طراحی را به موضوعات مرتبط تقسیم می‌کند. این روش از مسائل بهینه‌سازی دو سطحی تشکیل می‌شود که شامل مسئله بهینه‌سازی سطح سیستم و نیز مسئله بهینه‌سازی موضوعی است. در این روش، بهینه‌ساز سطح سیستم، متغیرهای سطح سیستم را برای ارضای قیود بین‌موضوعی بهینه‌سازی می‌کند، در حالی که همزمان هدف سیستم را نیز به حداقل می‌رساند. بهینه‌ساز موضوعی نیز در حالی که قیود زیرسیستم یا هر موضوع ارضاء می‌کند، تابع هدف موضوعات یا همان قیود سازش‌پذیری بین موضوعی و سطح سیستم را به حداقل می‌رساند. بهینه‌سازی مشارکتی در قیاس با سایر روش‌های مبتنی بر تجزیه یا همان تفکیک موضوعات، زیرفضای موضوعی را با سطح اختیار بالا به طراح ارائه می‌دهد.

بهینه‌سازی مشارکتی با موفقیت در انواع مسائل ریاضی و مسائل طراحی مهندسی، طراحی مفهومی ماهواره‌برها و وسایل فضایی بدون سرنشین به کار برده شده است [۱۵، ۱۶].

فرمول‌سازی روش بهینه‌سازی مشارکتی

از جمله فرآیندهای مهم در مسائل بهینه‌سازی عبارتند از:

۱. تعیین تابع هدف: در مسائل بهینه‌سازی اصولاً باید بتوان تابعی با قابلیت بهینه‌شدن تعریف کرد تا از آن بتوان به‌عنوان معیار مؤثر بودن یا بهینه بودن طراحی استفاده کرد. این تابع را تابع هدف یا شایستگی می‌نامند که به صورت یک بردار به شکل رابطه (۱) نمایش داده می‌شود [۱۳].

$$f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)] \quad (1)$$

۲. تشخیص و تعیین متغیرهای طراحی و در نظر داشتن پارامترهای طراحی

۳. تعریف قیود مسئله

۴. فرمول‌سازی استاندارد بهینه‌سازی

یکی از ساده‌ترین مسائل بهینه‌سازی مشارکتی مسئله‌ای است که مشابه شکل (۱)، با دو موضوع در سطح زیرسیستم تعریف شده باشد.

با ابزارهای طراحی بومی توسعه داده می‌شدند و طراحان زیرسیستم‌ها هر یک به نوبه خود با امکانات موجود سعی در بهینه‌سازی زیرسیستم مرتبط داشتند. استفاده از این روش عموماً باعث ایجاد سیستم‌هایی می‌شد که ممکن بود در زیرسیستم‌ها بهینگی وجود داشته باشد، ولی بهینه‌سازی یک هدف کلی در سطح سیستم قابل اجراء نبود [۱]. از طرفی با توجه به ضرورت طراحی سیستم‌های مدرن مهندسی و به‌خصوص سیستم‌های فضایی که پیچیدگی بالایی دارند، فرآیند طراحی و بهینه‌سازی چنین سیستم‌های پیچیده‌ای، به مشکل جدی تبدیل شده و نهایتاً دانشمندان را به سمت تدوین روش‌های جدید طراحی یا همان روش‌های طراحی بهینه چندموضوعی سوق داد. اکنون بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی یکی از زمینه‌های رشد تحقیقات با دامنه وسیعی از کاربردهاست و بعضی از مفاهیم بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی، از جمله افزایش سرعت محاسبات کامپیوتری و به تبع آن کاهش هزینه حل مسائل، هنوز هم در دست توسعه هستند [۲].

با تکامل تحقیقات در زمینه طراحی بهینه چندموضوعی از یک طرف و دستیابی به فناوری‌های پیشرفته محاسباتی، تعداد روش‌های حل مسائل نیز افزایش یافته است. این روش‌ها در کارهایی که بالینگ و سوپیسکی (۱۹۹۴) [۳، ۴]، کرامر و همکاران (۱۹۹۴) [۵]، الکساندرو و لویس (۱۹۹۹) [۶]، توماس و لاورنس (۱۹۹۹) [۷] و آرورا و وانگ (۲۰۰۴) [۸] انجام داده‌اند، طبقه‌بندی شده است. کرامر و همکاران (۱۹۹۴) [۵]، روش‌های بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی را به روش‌های تک‌سطحی از جمله روش همه در یک مرحله، قابلیت یک‌موضوعی^۳ و قابلیت چندموضوعی^۴ طبقه‌بندی کردند و کلاً این سه روش را بهینه‌سازی تجمیعی کامل^۵ نامیدند [۹]؛ و نیز روش‌های دو سطحی همچون بهینه‌سازی مشارکتی^۶، تحلیل جامع سیستم دو سطحی^۷ و بهینه‌سازی زیرفضای متقارن^۸ نامیده شدند که توسط براون، کورو [۱۰، ۱۱]، بالینگ، سوپیسکی و همکاران تدوین شدند [۱۲].

در این مقاله، ابتدا، به شرح مختصری در خصوص روش بهینه‌سازی مشارکتی و الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن پرداخته شده، همچنین توضیح مختصری در خصوص روش جدید به‌کارگیری الگوریتم‌های بهینه‌سازی ارائه می‌شود. سپس با حل مسائل نمونه ریاضی و کاربردی نحوه به‌کارگیری این روش و نتایج حاصل از آن تشریح می‌شود.

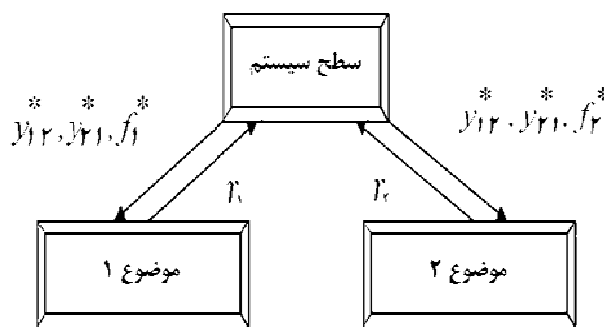
3. Individual Discipline Feasible (IDF)
4. Multiple Disciplines Feasible (MDF)
5. Fully Integrated Optimization (FIO)
6. Collaborative Optimization (CO)
7. Bi-Level Integrated System Synthesis (BLISS)
8. Concurrent Subspace Optimization (CSSO)

مقادیر هدف ارائه شده توسط سطح سیستم و مقادیر مرتبط محاسبه شده در سطح زیرسیستم است. مقدار بهینه این اختلاف به سطح سیستم جایی که قیود باید صفر شوند برمی‌گردد. متغیرهای مجازی y'_{ji} استفاده شده در سطح زیرسیستم می‌توانند قیود طراحی سطح سیستم را صرفنظر از مقادیر هدف ارسالی از سطح سیستم همیشه ارضاء کنند. فرآیند گام به گام روش بهینه‌سازی مشارکتی به شرح زیر است:

- ۱- شروع فرآیند بهینه‌سازی با مقادیر اولیه متغیرهای طراحی سیستم
- ۲- ارسال این متغیرها به سطوح زیرسیستم
- ۳- حل مسئله بهینه‌سازی در سطوح زیرسیستم
- ۴- عودت مقادیر بهینه توابع هدف سطوح زیرسیستم به سطح سیستم
- ۵- انتخاب یکسری از مقادیر جدید متغیرهای طراحی در سطح سیستم بعد از اجرای فرآیند بهینه‌سازی با ورودی‌های مرتبط و ارسالی از سطوح زیرسیستم طوری که تابع هدف سطح سیستم را مینیمم سازد.
- ۶- ادامه فرآیند تا دستیابی به بهینه واقعی (ارضای شرط توقف الگوریتم).

الگوریتم‌های بهینه‌سازی

از ابتدای ورود به بحث بهینه‌سازی تاکنون، الگوریتم‌های مختلفی با توجه به ماهیت مسائل مختلف طراحی از جمله تعداد متغیرهای طراحی، نوع متغیرها، خطی یا غیرخطی بودن توابع هدف و قیود، قیود مساوی یا نامساوی، زمان اجرای کدهای شبیه‌سازی و ... تهیه و تدوین شده و در سه دسته گرادینان پایه، جستجوی مستقیم و تکاملی در دو سر فصل قطعی و احتمالی دسته‌بندی شده‌اند، که با توجه به ماهیت مسئله و نظر طراح در حل مسائل مد نظر، به‌کارگرفته می‌شوند. باید به این نکته توجه داشت که یک الگوریتم خاص که قادر به حل همه مسائل بهینه‌سازی باشد وجود ندارد. پیچیده و بزرگ بودن فضای طراحی، تابع با بعضی نقاط تعریف نشده، ناپیوستگی و هموار نبودن تابع هدف، وجود چندین بهینه محلی، تعدد متغیرهای طراحی، کند بودن محاسبه تابع هدف، غیرخطی‌های شدید و ... همه اینها عواملی هستند، که در کنار بررسی همزمان هزینه و زمان اجرای فرآیند بهینه‌سازی، طراح را به سوی استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی پیش می‌برد. به دلیل اینکه ابتدا، الگوریتم ژنتیک ابداع شد که بر اساس تکامل جمعیت بنا شده بود، لذا به این نوع از الگوریتم‌ها، الگوریتم تکاملی گویند. همچنین به دلیل اینکه در این فرآیند متغیرهای مسئله را به صورت تصادفی در نظر می‌گیرند به این الگوریتم‌ها، الگوریتم تصادفی نیز گفته می‌شود. و نیز به دلیل اینکه در ایده این الگوریتم‌ها از قوانین طبیعت



شکل ۱- تفکیک موضوعات در روش بهینه‌سازی مشارکتی [۱۳]

به‌منظور حل این مسئله به روش بهینه‌سازی مشارکتی، باید مقادیر $f_1^*, f_2^*, y_{12}^*, y_{21}^*$ را به‌صورتی تعیین کرد که تابع f را با ارضای قیود مرتبط مینیمم سازد، با مشخص بودن این مقادیر می‌توان تعریف ریاضی مسئله بهینه‌سازی به روش مشارکتی را در سطح سیستم به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \text{Min :} & f(f_1^*, f_2^*) \\ \text{Subject to :} & r_i = 0, \quad i = 1 \text{ to } 2 \end{aligned} \quad (2)$$

در اینجا بردارهای $f_1^*, f_2^*, y_{12}^*, y_{21}^*$ متغیرهای کوپلینگ و هدف هستند، بنابراین، تمرکز سطح سیستم با استفاده از این متغیرها به روی تنظیم کوپلینگ بین موضوعات و تابع هدف است. قیود سطح سیستم توابع اسکالر r_1 و r_2 هستند که به‌وسیله هر یک از موضوعات مرتبط محاسبه می‌شوند. به عبارت دیگر برای مینیمم کردن موضوع i ام در ترکیب یک مسئله بهینه‌سازی، با استفاده از داده‌های $f_1^*, f_2^*, y_{12}^*, y_{21}^*$ باید متغیرهای x_i, y'_{ji} به‌گونه‌ای در نظر گرفته شوند تا تابع مسئله در سطح موضوع یا زیرسیستم مینیمم و مقدار قید سازگاری r_i به سطح سیستم بازگردد.

$$\begin{aligned} \text{Min:} & r_i = (y_{ij}^* - y_{ij}(x_i, y'_{ji}))^2 + \\ & (y_{ji}^* - y'_{ji})^2 + \\ & (f_i^* - f_i(x_i, y'_{ji}))^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Subject to : $g_i(x_i, y'_{ji}) \leq 0$

در این مسئله، سطح موضوع باید متغیرهای طراحی x_i را طوری بیابد که قیود طراحی موضوعی g_i را ارضاء نموده و تابع هدف جدید r_i را مینیمم سازد. این تابع هدف، اندازه‌های از اختلاف یا تفاوت بین

الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن به نرخ سرد کردن یا همان مقدار مینیمم تابع هدف خیلی حساس است و این تأثیر مستقیم به چگونگی رسیدن به جواب دارد. همان‌طور که اشاره شد، این الگوریتم تطبیق بسیار خوبی با جستجوی محلی دارد و حتی در جستجوی سراسری هم مشابه با الگوریتم ژنتیک عمل می‌کند. در این الگوریتم بهینه‌سازی نسبت به الگوریتم ژنتیک نیاز به تنظیم‌های کمتری وجود دارد، بنابراین، از لحاظ به‌کارگیری ساده‌تر از کاربرد الگوریتم ژنتیک است.

از جمله مهم‌ترین معایب این الگوریتم زمان طولانی اجرای فرآیند بهینه‌سازی است، که نقش زیادی در هزینه انجام فرآیند دارد. در این راستا به تلاش‌های تحقیقاتی بیشتری برای تعیین بهترین مقادیر پارامترهای آن، به‌ویژه برای قانون کاهش دما نیاز است.

الگوریتم‌های گرادیان پایه

الگوریتم‌های گرادیان پایه به الگوریتم‌هایی گفته می‌شود که به مقدار تابع و مشتق آن در فرآیند مینیمم‌سازی نیاز داشته و به همین دلیل است که در کار با توابع پیچیده و مشتق ناپذیر دچار مشکل می‌شوند. این نوع الگوریتم‌ها قادر به یافتن مینیمم سراسری نبوده و در طی فرآیند مینیمم‌سازی مقدار تابع، فرآیند به اولین مینیمم محلی که برسد با فرض اینکه به مینیمم مد نظر رسیده متوقف می‌شود. از طرفی این نوع الگوریتم‌ها با توجه به ماهیت مرتبط، سرعت و دقت بسیار خوبی داشته و به‌طور خلاصه می‌توان گفت در فضای طراحی کوچک، توابع هدف محدب و جستجوی محلی کارایی فوق‌العاده‌ای دارند.

چالش‌های حل مسائل به روش بهینه‌سازی مشارکتی

در روش بهینه‌سازی مشارکتی همان‌طور که گفته شد، مسئله به دو سطح سیستم و زیرسیستم شکسته شده، سپس با فرموله کردن آن در قالب فرمولاسیون بهینه‌سازی مشارکتی نسبت به حل مسئله اقدام می‌شود. برای رسیدن به پاسخ، باید تابع هدف سطح سیستم و توابع هدف تعریف شده در زیرسیستم‌های مرتبط با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی مینیمم شوند، از طرفی به دلیل ماهیت دو سطحی بودن روش بهینه‌سازی مشارکتی محدودیت‌هایی در این روش به شکل دشواری‌های محاسباتی و عددی، نرخ همگرایی کند و نیز رفتار نامنظم در حین اجرای فرآیند بهینه‌سازی در سطح سیستم به وجود می‌آید، وجود قیود تساوی در سطح سیستم یکی از مشکلات این روش است، در این روش، به دلیل اینکه زیرسیستم‌ها سعی بر ارضای قیود خود دارند، بنابراین، مقادیر اختلاف برگشتی به سطح سیستم صفر نشده و برگشت این پاسخ به سطح سیستم باعث نویزی شدن شرایط مسئله می‌شود. اگر چه الگوریتم‌های گرادیان

الهام یا الگوگیری شده است، به آنها الگوریتم‌های مکاشفه‌ای نیز گفته می‌شود.

الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن

الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن یکی از الگوریتم‌های تکاملی است، اولین مقاله در این خصوص، در سال ۱۹۸۳ توسط کریک پاتریک ارائه شد [۱۷، ۱۸]. این الگوریتم یک الگوریتم مکاشفه‌ای است، که از لحاظ ریاضی دقیقاً شبیه فرآیند ذوب کردن فلزات و سپس سرد کردن آن است. فلز وقتی بعد از ذوب شدن به آرامی سرد می‌شود، انرژی در آن به حالت مینیمم می‌رسد، از این منطبق (کم شدن انرژی)، منطقی برای مینیمم شدن تابع هدف استخراج شده است. به عبارتی این الگوریتم بر اساس شبیه‌سازی مؤثر یک مجموعه اتم در تعادل در دمای مورد نظر تدوین شده است. در هر گام این الگوریتم، یک اتم به‌صورت تصادفی جابه‌جایی کوچکی خواهد داشت و تغییر حاصله در انرژی سیستم ΔE محاسبه می‌شود. اگر $\Delta E > 0$ باشد، جابه‌جایی پذیرفته می‌شود، و ترکیب‌بندی با اتم جابه‌جا شده به عنوان نقطه آغازین گام بعد به‌کار برده می‌شود.

الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن، الگوریتمی همیشه همگراست، چون در هر تکرار به سمت کاهش مقدار تابع هدف یا نقطه بهینه حرکت می‌کند، به عبارت دیگر این الگوریتم همیشه به نقطه بهینه رسیده و معمولاً یک پاسخ با کیفیت خوب برای تابع هدف به‌دست می‌آورد. به‌علاوه این الگوریتم، یک الگوریتم عمومی کلی و کاربردی است و اجرای آن آسان است، یعنی برای تمام مسائلی که به‌صورت بالقوه از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکراری استفاده می‌کنند، تحت شرایطی که پس از هر تکرار تغییر مربوطه در تابع هدف مستقیماً و سریعاً ارزیابی می‌شود، کاربرد دارد (غالباً اگر امکان جلوگیری از محاسبه مجدد تابع هدف پس از هر تکرار وجود نداشته باشد، زمان محاسبه بیش از حد خواهد بود). همچنین می‌توان گفت این الگوریتم انعطاف‌پذیری زیادی دارد و امکان اضافه کردن قیود جدید به سادگی به برنامه وجود دارد [۱۹].

مزیت الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن در این است که ابتدا به صورت سراسری و تصادفی در فضای طراحی به جستجو می‌پردازد و وقتی نزدیک به نقطه بهینه می‌شود مثل الگوریتم‌های گرادیان پایه نقطه به نقطه به سمت هدف نزدیک می‌شود. از ویژگی دیگر این الگوریتم این است که در یک نقطه گیر نمی‌کند و حتی به نقطه بدتر هم می‌رود با احتمالی از جمله مشابه فرمول (۴)، به این امید که در نقطه بعدی در مقدار کمتری قرار گیرد [۲۰].

$$\exp\left(\frac{\Delta E}{T}\right) \quad (4)$$

به جواب است، این شیوه جدید که در این پژوهش به آن دست یافته شده است، قادر خواهد بود معایب هر دو الگوریتم را با به‌کارگیری هر دو منطق به‌طور همزمان در حل مسئله برطرف کند. به عبارتی همان‌طور که در توضیح الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن ذکر شد، این الگوریتم همیشه همگراست و حین اجرای فرآیند بهینه‌سازی خصوصاً زمانی که به نزدیکی نقطه بهینه می‌رسد با سرعت بسیار کم در جهت مینیمم کردن تابع هدف و دستیابی به نقطه مینیمم سراسری حرکت می‌کند، حال می‌توان برای تسریع در اجرای فرآیند، یک تکرار از فرآیند بهینه‌سازی را با الگوریتم تکاملی انجام داده و تکرار بعدی را با استفاده از منطق الگوریتم گرادیان پایه اجراء کرد، نتایج نشان می‌دهد که تعداد فراخوانی تابع هدف و به تبع آن زمان اجرای فرآیند بهینه‌سازی به‌طور چشمگیری کاهش می‌یابد، در حالی که دچار مشکلات ناشی از استفاده از الگوریتم‌های گرادیانی در سطح سیستم نیز نخواهد شد، چرا که تکرار بعد با منطق الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن انجام شده و این خود ماندن در مسیر درست به سمت نقطه هدف را تضمین خواهد کرد.

در اینجا ابتدا، حل مسئله را با یک دسته از متغیرهای طراحی x ، به‌عنوان نقطه شروع با الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن آغاز کرده و پس از اجرای یک تکرار از فرآیند بهینه‌سازی با استفاده از این الگوریتم، دسته متغیرهای طراحی حاصل از اجرای اولین تکرار فرآیند بهینه‌سازی x_i^* در طی این مرحله را به الگوریتم گرادیانی اعمال کرده و تکرار بعدی را با این الگوریتم انجام داده و پس از هر تکرار نیز شروط خاتمه فرآیند بهینه‌سازی چک شده تا در صورت ارضای آنها مسئله خاتمه یابد، در صورت ارضانشدن شروط ختم فرآیند بهینه‌سازی، این فرآیند تا ارضای شروط تعریف شده ادامه می‌یابد. تنها مشکلی که در اینجا وجود دارد این است که برای اعمال قید در الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن باید قیود را با استفاده از روش پنالتی به صورت رابطه (۵) به تابع هدف اعمال کرد [۲۱، ۲۲].

$$\begin{aligned} \text{Min} : & f(x) \\ & x \\ \text{S.t.} : & g(x) \leq 0, \quad h(x) = 0, \\ & x \in R^n \end{aligned} \quad (5)$$

$$g(x) := (g_1(x), \dots, g_m(x))^T$$

$$h(x) := (h_1(x), \dots, h_k(x))^T$$

پایه، به طور کلی کارآمدترین الگوریتم برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید هستند، ولی در این روش در سطح سیستم به دلیل مشکل نویزی بودن و قیودی که در سطح سیستم به‌صورت اسکالر در نظر گرفته می‌شود نمی‌توان از الگوریتم‌های گرادیانی مشابه الگوریتم برنامه‌سازی درجه دو متوالی استفاده کرد. بنابراین، باید از الگوریتم‌های تکاملی، تصادفی و مقاوم مثل الگوریتم ژنتیک، الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن یا الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات استفاده کرد که البته مشخص است که به‌کارگیری این الگوریتم‌ها بسیار زمان‌بر و پرهزینه است. در مینیمم‌سازی توابع هدف زیرسیستم مشکلی در به‌کارگیری الگوریتم‌های مختلف بهینه‌سازی وجود ندارد و طراح می‌تواند با توجه به نوع مسئله از هر الگوریتم مناسبی استفاده کند، که البته پیشنهاد می‌شود به‌منظور دستیابی به سرعت و دقت بالا از الگوریتم‌های گرادیانی استفاده شود.

حال به‌منظور رفع مشکل همگرایی در سطح سیستم، همان‌طور که گفته شد، اولاً باید از الگوریتم‌های تکاملی استفاده کرد و ثانیاً برای رفع مشکل سرعت اجرای محاسبات کامپیوتری و در نتیجه کاهش هزینه مرتبط باید به‌گونه‌ای این مشکل را حل کرد. برای رفع این مشکل و افزایش سرعت محاسبات یک الگوریتم جدید ابداع شد که با استفاده از این الگوریتم جدید، که الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن سریع^۹ نامیده می‌شود، در سرعت اجرای محاسبات، افزایش خوبی به‌دست آمد. قابلیت و صحنه‌گذاری این الگوریتم با حل چندین مسئله ریاضی و کاربردی نمونه و شناخته شده در مبحث طراحی بهینه چندموضوعی مورد بررسی واقع شد، که در اینجا نتایج سه مسئله ریاضی و کاربردی اکتفا می‌شود.

روند به‌کارگیری الگوریتم جدید بهینه‌سازی

این الگوریتم ترکیبی است از الگوریتم بهینه‌سازی سردشدن که یکی از انواع الگوریتم‌های تکاملی است و الگوریتم گرادیان پایه (به‌عنوان مثال الگوریتم برنامه‌سازی درجه دو متوالی^{۱۰})، در حل مسائل نشان داده شده است، در صورتی که از الگوریتم گرادیان پایه به تنهایی استفاده شود؛ اولاً قادر به حل مشکلات سطح سیستم در روش بهینه‌سازی مشارکتی نبوده و در ثانی ممکن است این الگوریتم در نقطه مینیمم محلی متوقف شود، پس طراح به دو دلیل ذکر شده ناچار به استفاده از الگوریتم تکاملی برای بهینه‌سازی تابع هدف سطح سیستم در روش بهینه‌سازی مشارکتی است، از طرفی در استفاده از الگوریتم‌های تکاملی نیاز به صرف زمان بسیار زیاد برای همگرایی و دستیابی

9. Fast Simulated Annealing Algorithm (FSAA)
10. Sequential Quadratic Programming (SQP)

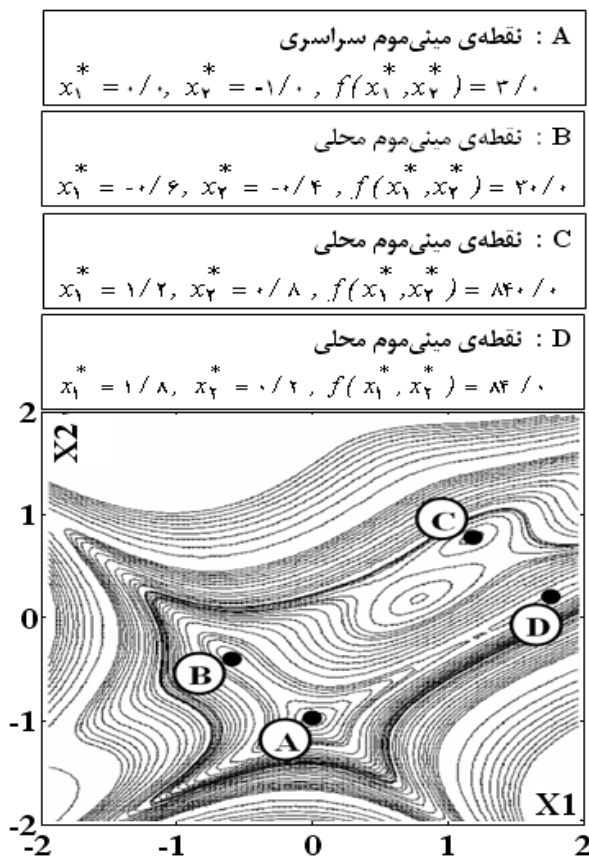
سراسری دست پیدا شود، لذا برای رفع این مشکل باید از الگوریتم‌های غیرگرادیانی در بهینه‌سازی تابع هدف سطح سیستم استفاده کرد.

$$f = (1 + (x_1 + x_2 + 1))^2 \times (19 - 14x_1 + 3x_1^2 + 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2) \times (30 + (2x_1 - 3x_2))^2 \times (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2) \quad (7)$$

$$r_i = 0 \quad ; \quad i = 1 \text{ to } 2$$

$$g_i \leq 1 \quad ; \quad i = 1 \text{ to } 2$$

با داشتن تابع هدف و قیود مسئله و با توجه به نحوه فرمولاسیون روش بهینه‌سازی مشارکتی، مسئله در قالب این الگوریتم با دو موضوع پیاده‌سازی شده شکل (۳)، سپس با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی گرادیان پایه در مینیمم‌سازی توابع هدف زیرسیستم و به‌کارگیری الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن و نیز الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن سریع در مینیمم‌سازی تابع هدف سطح سیستم، مورد بهینه‌سازی چندموضوعی واقع شد.



شکل ۲- نمودار نقاط مینیمم محلی و سراسری تابع مسئله ۱ [۱۳]

با فرض مسئله بالا به منظور اعمال قیود به صورت پنالتی به تابع هدف می‌توان نوشت (رابطه ۶):

$$f(x) = f(x) + k \times P(x)$$

$$x \in R^n$$

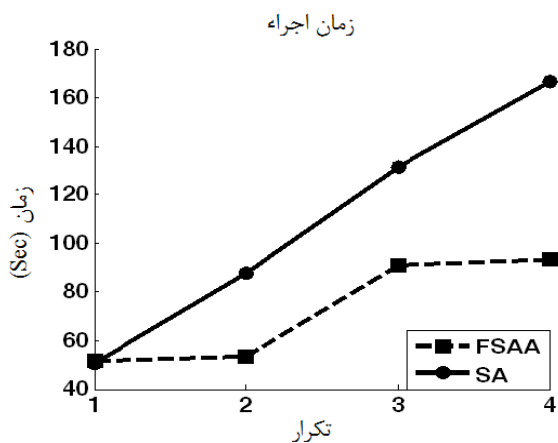
$$P(x) = \sum_{i=1}^m [\max\{0, g_i(x)\}]^q + \sum_{j=1}^k |h_j(x)|^q, \quad q \geq 1 \quad (6)$$

نتایج نشان می‌دهد که مسیر حرکت به سمت نقطه مینیمم سراسری در دو الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن و الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن سریع تقریباً بر هم منطبق بوده و در هر بازه یا تکرار که مسیر، تحت اثر اجرای الگوریتم گرادیانی قصد انحراف از مسیر الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن را داشته، تکرار یا تکرارهای بعدی باعث تصحیح مسیر و انطباق آن با مسیر الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن شده است. همچنین در این روش طوری برنامه‌ریزی شده است که آخرین تکرار فرآیند بهینه‌سازی با الگوریتم گرادیانی انجام شود، تا در صورتی که خطایی هرچند ناچیز و احتمالاً باقیمانده در تکرار، قبل از آن که با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن انجام شده، وجود داشته باشد، با استفاده از دقت الگوریتم گرادیانی برطرف گردد.

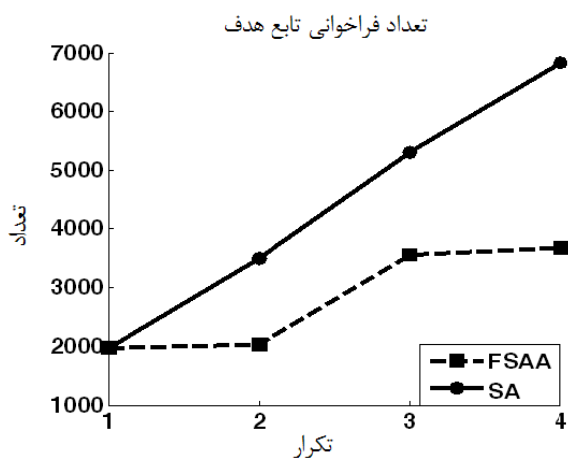
حل مسائل نمونه

به‌منظور اثبات قابلیت این الگوریتم به‌عنوان ابزار بهینه‌سازی در روش بهینه‌سازی مشارکتی، با حل مسائل ریاضی و کاربردی به شرح زیر در قالب روش بهینه‌سازی مشارکتی به ترتیب با دو و سه موضوع (دیسپلین) ^{۱۱} مزیت این الگوریتم نشان داده شده است. با بررسی نتایج مشخص گردید که الگوریتم جدید از کارایی بسیار مناسبی برخوردار بوده و باعث کاهش فراخوانی تابع هدف، کاهش زمان اجراء و در نهایت کاهش هزینه محاسباتی حل مسائل خواهد شد.

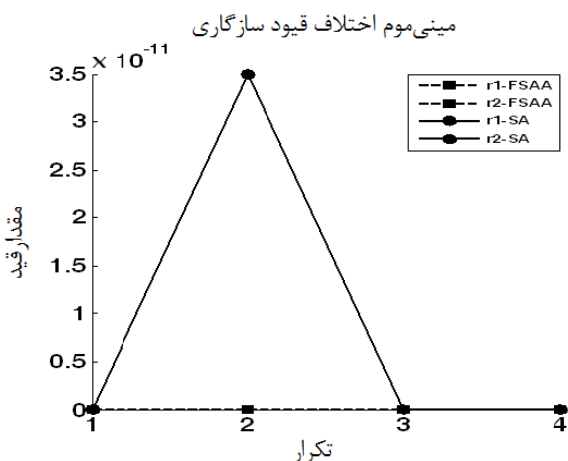
۱. مقدار می‌نیمم تابع ۷ را به‌عنوان حل یک مسئله ریاضی با در نظر داشتن قیود مربوطه به روش بهینه‌سازی مشارکتی محاسبه نمایید [۱۳]. این تابع همان‌طور که از شکل (۲) پیداست، نقاط مینیمم محلی زیادی دارد، بنابراین، به‌کارگیری الگوریتم‌های گرادیان پایه در سطح سیستم به‌منظور مینیمم‌سازی تابع هدف در سطح سیستم علاوه بر بروز مشکلات ذکر شده در روش بهینه‌سازی مشارکتی، با توجه به بازه در نظر گرفته شده برای متغیرهای طراحی و نقطه شروع الگوریتم بهینه‌سازی ممکن است، به پاسخی غیر از مینیمم



شکل ۵- نمودار تجمعی زمان لازم برای هر تکرار فرآیند بهینه‌سازی

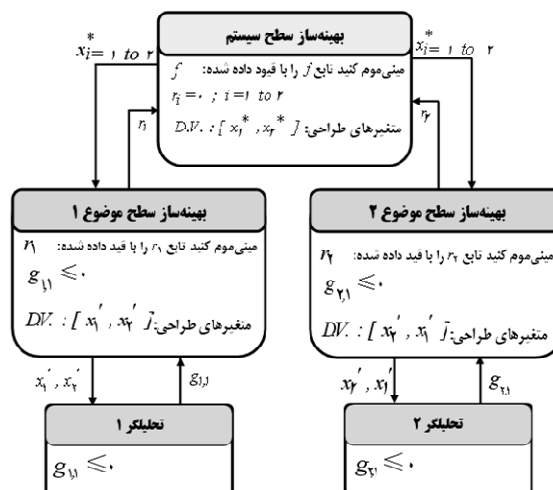


شکل ۶- نمودار تجمعی میزان فراخوانی تابع در طی اجرای الگوریتم بهینه‌سازی



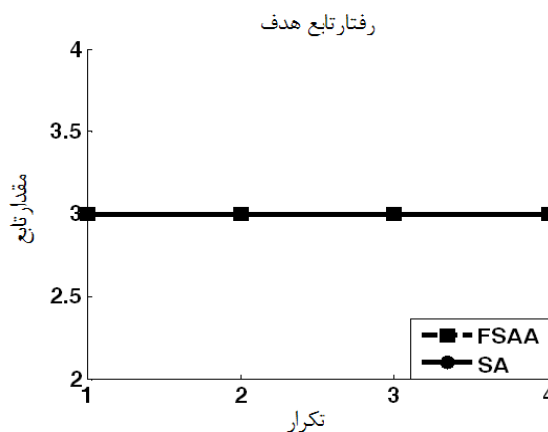
شکل ۷- نمودار مقادیر قیود تساوی سطح سیستم (مینیمم اختلاف)

۲. یکی دیگر از مسائل نمونه در مبحث طراحی بهینه چندموضوعی، حل مسئله کاربردی طراحی گیربکس کاهنده سرعت شکل (۸) است، در این مسئله طراح در نظر دارد ابعاد



شکل ۳- پیاده‌سازی مسئله به‌روش بهینه‌سازی مشارکتی

با توجه به تابع هدف و قیود مربوطه و نیز با در نظر گرفتن نقطه شروع و بازه متغیرهای طراحی، مسئله با استفاده از هر دو الگوریتم مورد بهینه‌سازی واقع شده است. با توجه به نتایج حاصل از حل مسئله بهینه‌سازی ریاضی مد نظر در قالب روش بهینه‌سازی مشارکتی، مشخص است، که با استفاده از الگوریتم جدید حداقل حدود ۴۴ درصد کاهش زمان اجرای محاسبات و ۳۱۳۸ بار یا ۴۶ درصد فراخوانی کمتر تابع هدف در فرآیند بهینه‌سازی نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن انجام شده است. همان‌طور که توضیح داده شد، الگوریتم‌های گرادینتی پایه در روش بهینه‌سازی مشارکتی در سطح سیستم به تنهایی پاسخگوی مسئله نبوده و همچنانکه از شکل (۲) پیداست، با توجه به بازه متغیرهای طراحی ممکن است در یکی از نقاط مینیمم محلی متوقف شود. نمودار رفتار تابع هدف، نمودار تجمعی زمان لازم برای هر تکرار فرآیند بهینه‌سازی، نمودار تجمعی میزان فراخوانی تابع و نمودار مینیمم اختلاف (مقدار قیود سازگاری) به ترتیب در شکل‌های (۴-۷) ارائه شده‌اند.



شکل ۴- نمودار رفتار تابع هدف در حین اجرای فرآیند بهینه‌سازی

به منظور استفاده از روش بهینه‌سازی مشارکتی در حل این مسئله، تابع هدف را به سه زیرتابع تفکیک کرده و با توجه به متغیرهای طراحی مسئله که در هر بخش از تابع اصلی نقش دارند، در اصل سه موضوع یا زیرسیستم برای حل مسئله به روش بهینه‌سازی مشارکتی تعریف نموده و سپس آن را در قالب فرمول‌سازی این روش تدوین و در نهایت می‌توان با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی شبیه‌سازی سردشدن و الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن سریع نسبت به بهینه‌سازی مسئله اقدام کرد.

$$f_1^* = 0.17154 b^* (m^*)^2 (z^*)^2 + 14/9334 z^* - 43/0.934$$

$$f_2^* = -1/5.079 (b^*) (d_1^*)^2 + 7/477 (d_1^*)^3 + 0.17154 l_1^* (d_1^*)^2$$

$$f_3^* = -1/5.079 (b^*) (d_2^*)^2 + 7/477 (d_2^*)^3 + 0.17154 l_2^* (d_2^*)^2$$

در اینجا باید متغیرهای زیر را به گونه‌ای یافت که با ارضای قیود مرتبط تابع هدف (۱۱) را مینیمم سازد.

$$b^*, m^*, z^*, l_1^*, d_1^*, l_2^*, d_2^*, f_1^*, f_2^*, f_3^*$$

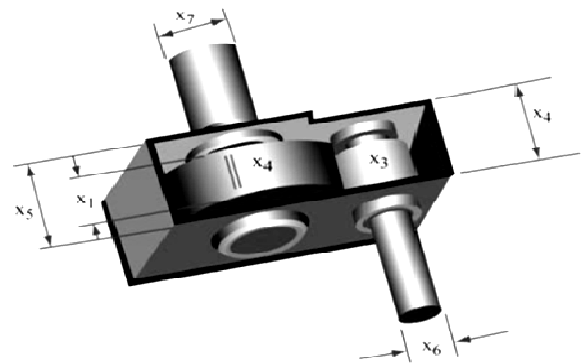
$$f = f_1^* + f_2^* + f_3^*$$

$$r_i = 0; \quad i = 1 \text{ to } 3$$

$$g_j \leq 1; \quad j = 1 \text{ to } 24$$

با توجه به فرآیند توضیح داده شده در حل مسئله نمونه شماره ۱، مسئله با سه موضوع در قالب روش بهینه‌سازی مشارکتی پیاده‌سازی شد. با مقایسه نتایج حاصل مشخص است که با استفاده از روش جدید حداقل حدود ۴۸ درصد کاهش زمان اجرای محاسبات و ۱۹۱۷۷۸ بار یا حدود ۴۸ درصد فراخوانی کمتر تابع هدف در فرآیند بهینه‌سازی نسبت به پاسخ الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن انجام شده است. نمودار رفتار تابع هدف، نمودار تجمعی زمان لازم برای هر تکرار فرآیند بهینه‌سازی، نمودار تجمعی میزان فراخوانی تابع هدف و نمودار مینیمم اختلاف به ترتیب در شکل‌های (۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲) ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در شکل کامل، نقاط تکرار بهینه‌سازی در هر دو الگوریتم بر هم منطبق هستند، اما با انتخاب قطعاتی از نمودار مشخص است که در بعضی نقاط پاسخ دو الگوریتم کاملاً بر هم منطبق نبوده و اندکی اختلاف دارند که البته این مورد مهم نیست، مهم این است که به‌عنوان مثال زمان اجرای تکرار شماره ۱۰ یا به عبارتی رفتن از نقطه ۱۰ به ۱۱ در الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن ۱۰۹۱ ثانیه و در الگوریتم جدید ۲۵ ثانیه است، یعنی طی مسیر، به سمت بهینه شدن تابع هدف در مدت زمان بسیار کمتر انجام شده است. در پایان نیز،

کلی گیربکس مد نظر را به گونه‌ای طراحی کند که ضمن داشتن کارایی لازم حداقل وزن ممکن را داشته باشد. متغیرهای طراحی همانگونه که از شکل پیداست عبارتند از: $b = x_1$ عرض چرخ‌دنده بزرگ، $m = x_2$ مدول دندانه، $z = x_3$ تعداد دندانه چرخ دنده، $l_1 = x_4$ و $l_2 = x_5$ طول شفت‌های گیربکس و $d_1 = x_6$ و $d_2 = x_7$ قطر شفت‌ها هستند. قیود مسئله شامل محدودیت‌های ناشی از تنش خمشی دندانه‌های چرخ‌دنده، تنش سطحی، تغییر مکان شفت‌ها بر اثر انتقال نیرو و تنش‌های شفت‌هاست. با داشتن تابع هدف مسئله، قیود مسئله و محدوده تغییرات متغیرهای طراحی به شرح زیر، می‌توان مسئله را با استفاده از روش بهینه‌سازی مشارکتی به صورت رابطه (۸) طراحی کرد:



شکل ۸- شماتیک گیربکس کاهنده سرعت

تابع هدف مسئله عبارت است از:

$$f = 0.17154 b m^2 (z^2 + 14/9334 z - 43/0.934) - 1/5.079 b (d_1^2 + d_2^2) + 7/477 (d_1^3 + d_2^3) + 0.17154 (l_1 d_1^2 + l_2 d_2^2)$$

قیود طراحی:

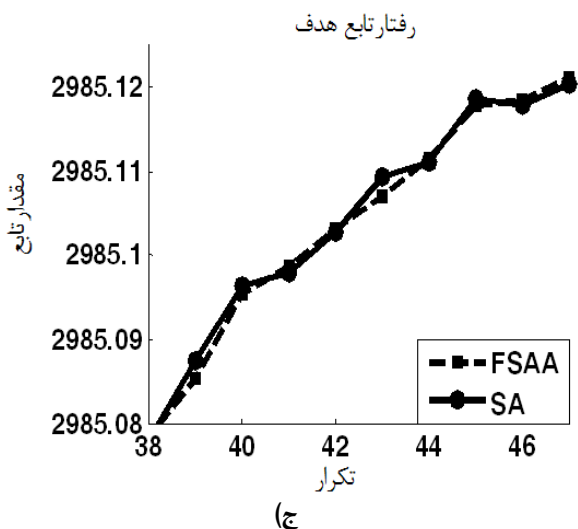
تعدادی قید طراحی بروی متغیرهای طراحی در این مسئله تعریف شده [۱۳]، که به تفکیک موضوعات و متغیرهای درگیر ارائه شده در مرجع در هر موضوع قابل دست‌بندی است. محدوده متغیرهای طراحی نیز به شرح رابطه (۹) است:

$$2/6 \leq b \leq 3/6, \quad 0.7 \leq m \leq 0.1$$

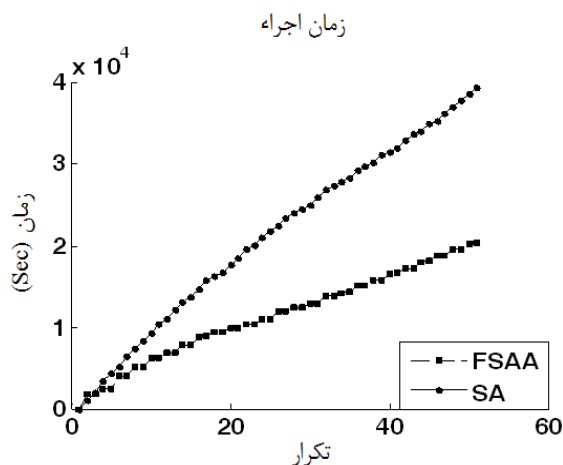
$$17/0 \leq z \leq 28/0, \quad 7/3 \leq l_1 \leq 1/3$$

$$7/3 \leq l_2 \leq 1/3, \quad 2/9 \leq d_1 \leq 3/9$$

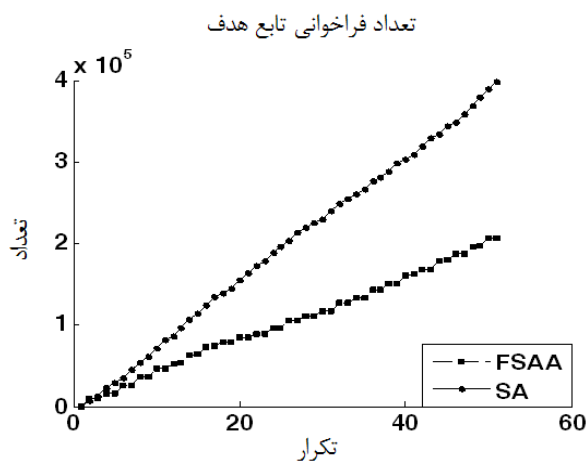
$$5/0 \leq d_2 \leq 5/5$$



شکل ۹- الف) نمودار رفتار تابع هدف در حین اجرای فرآیند بهینه‌سازی، ب) نمودار رفتار تابع هدف در حین اجرای فرآیند بهینه‌سازی در بازه تکرار ۸ تا ۱۳ ج) نمودار رفتار تابع هدف در حین اجرای فرآیند بهینه‌سازی در بازه تکرار ۳۸ تا ۴۶



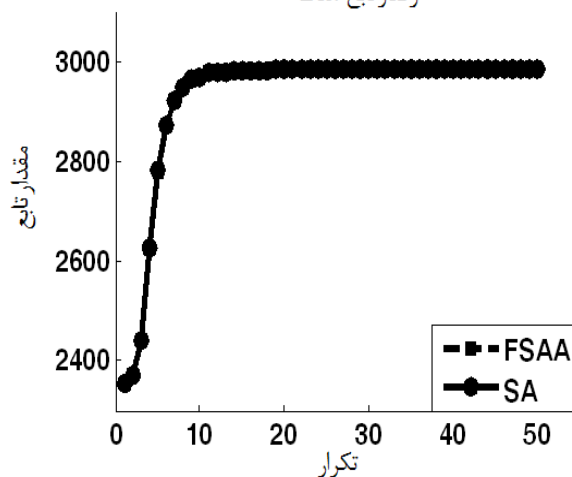
شکل ۱۰- نمودار تجمعی زمان لازم برای هر تکرار فرآیند بهینه‌سازی



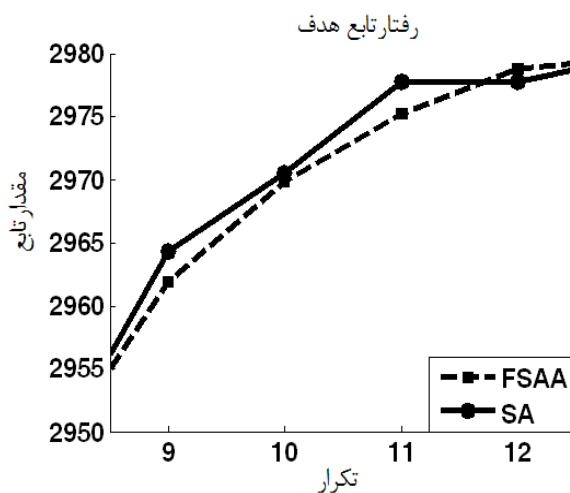
شکل ۱۱- نمودار تجمعی میزان فراخوانی تابع در طی اجرای روش بهینه‌سازی

نقاط با اندکی اختلاف به پاسخ مد نظر منطبق شده‌اند، که البته پاسخ الگوریتم جدید چون در نهایت با استفاده از خواص الگوریتم گرادیان پایه محاسبه شده و با بررسی کلیه شروط دیگر توقف برنامه، فرآیند اجرای برنامه متوقف می‌شود، در بازه بسیار محدود حول نقطه بهینه، جواب دقیق‌تر یا منطبق بر پاسخ الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن خواهد بود. به جهت ایجاد برداشت مناسب از توضیحات ارائه شده در خصوص مناسب نبودن استفاده از الگوریتم گرادیان پایه در فرآیند بهینه‌سازی سطح سیستم در روش بهینه‌سازی مشارکتی نتایج حاصل از حل این مسئله با استفاده از این الگوریتم در سطح سیستم نیز در شکل (۱۳) ارائه شده است. همان‌طور که از شکل پیداست با توجه به توضیحات ارائه شده، مشاهده می‌شود که با حدود ۲۵۰۰۰ بار تکرار نه تنها پاسخ مسئله یافت نشده است بلکه جواب کاملاً مغشوش و غیرقابل برداشت است.

رفتار تابع هدف



الف)



ب)

$$\text{Minimize : } f(x) = \left(\frac{x_1}{x_7} \times x_4 + x_{10}\right) + \left(\frac{x_2}{x_8} \times x_5 + x_{11}\right) + \left(\frac{x_3}{x_9} \times x_6 + x_{12}\right) + M_{upper}$$

With respect to

$$x = \{T_i, t_{b_i}, I_{SP_i}, m_{k_i}, \dot{m}_i, \left(\frac{T}{M_0}\right)_i, D_m, \theta_i\}; \quad (13)$$

$$i = 1, \dots, 3$$

Subject to :

g_i :

$$x_i^{lb} \leq x_i \leq x_i^{ub}; \quad i = 1, \dots, 27$$

$$a \leq 4.5 \text{ (g)}$$

h_i :

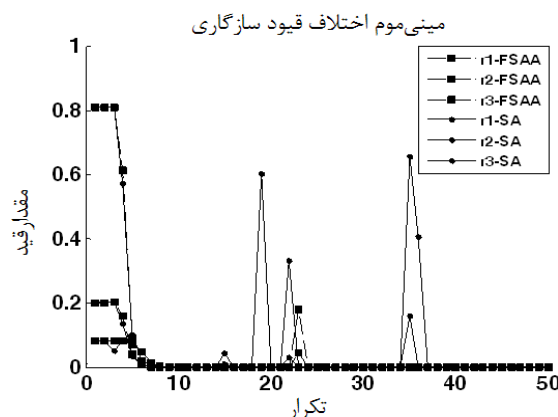
$$v_f - v_r = 0; \quad h_f - h_{orbit} = 0; \quad \gamma_f - \gamma_{orbit} = 0$$

با استخراج روابط استاندارد بهینه‌سازی و مقادیر نقطه شروع فرآیند طراحی و بازه‌های مرتبط، فرآیند بهینه‌سازی مسئله انجام و نتایج حاصل از اجرای این فرآیند در قالب نمودارهای شکل‌های (۱۴) و (۱۵) ارائه شده است.

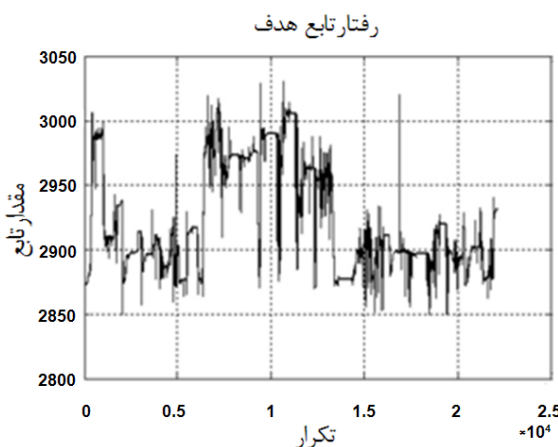
همان‌طور که ذکر شد، الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن، الگوریتمی دقیق و کاملاً همگراست، ولی سرعت بسیار پایینی دارد، از شکل (۱۴) مشخص است که روند تغییر به سمت همگرا شدن به نقطه بهینه است ولی با گذشت سه روز اجرای کامپیوتر و حدود ۵۵۰۰۰۰ تکرار، هنوز به نقطه مد نظر نرسیده است، بنابراین، برای رفع این مشکل با استفاده از ترکیب این الگوریتم با الگوریتم گرادیان پایه به صورت یک تکرار در میان می‌توان با سرعت و دقت خیلی خوبی به نتیجه رسید، چرا که هر دو الگوریتم همگرا هستند و لذا مشکل عدم دستیابی به بهینه سراسری را که ذات الگوریتم‌های گرادیانی است، الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن که الگوریتمی با قابلیت جستجوی سراسری فضای طراحی است، پوشش داده و نقص سرعت بسیار پایین الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن را الگوریتم گرادیانی پوشش می‌دهد که سرعتی بسیار بالا دارد.

در حل این مسئله با تنظیم الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن با تعداد تکرار کم و استفاده از نقطه بهینه استخراج شده به عنوان نقطه شروع الگوریتم گرادیان پایه، با سرعت و دقت بسیار خوب نقطه بهینه مد نظر در مدت زمان حدود یک دقیقه استخراج شده است.

در نمودارهای شکل (۱۶) نتایج حاصل از فرآیند بهینه‌سازی و خروجی شبیه‌سازی دو درجه آزادی که بیانگر صحت‌گذاری نتایج فرآیند بهینه‌سازی در دستیابی به الزام مأموریت یا به عبارتی در مدار قرار دادن محموله مد نظر در مدار ۲۰۰ کیلومتری، در فاز طراحی مفهومی است ارائه شده است.



شکل ۱۲- نمودار مقادیر قیود تساوی سطح سیستم (مینیمم اختلاف)

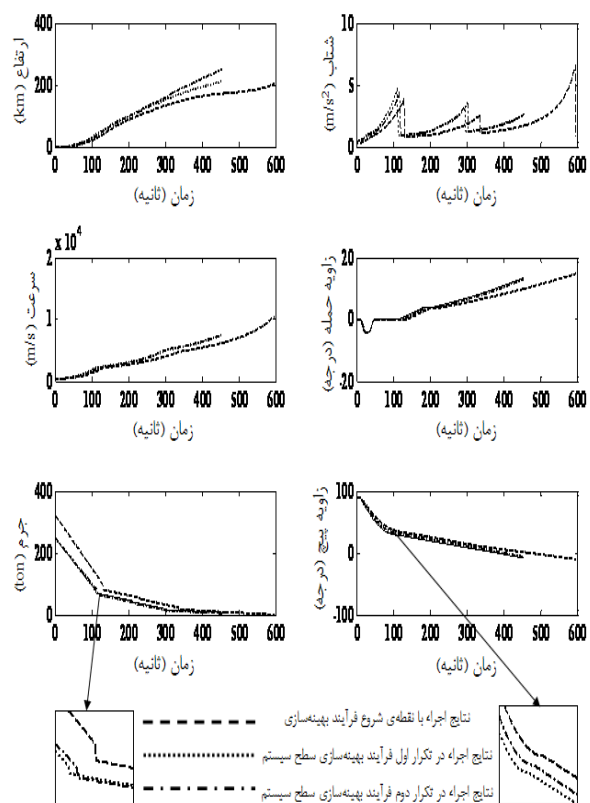


شکل ۱۳- تأثیر استفاده از الگوریتم گرادیان پایه به عنوان روش بهینه‌سازی در سطح سیستم در بهینه‌سازی مشارکتی

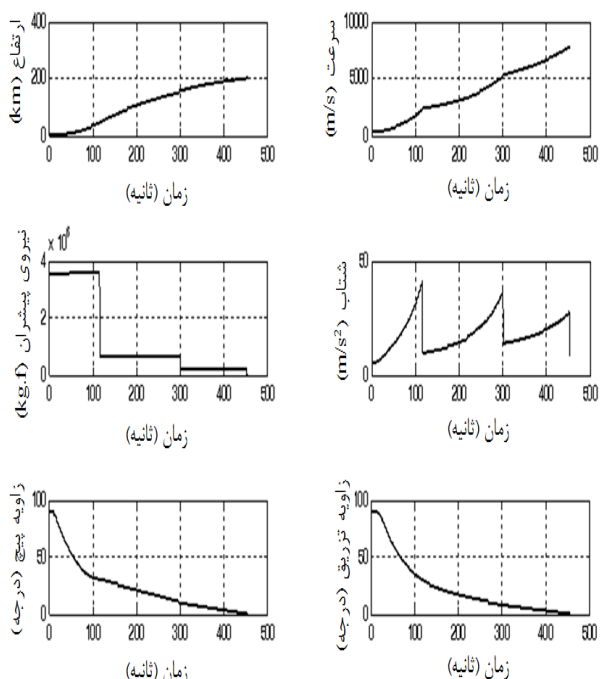
۳. به عنوان حل یک مسئله کاربردی هوافضایی می‌توان به بررسی مسئله بهینه‌سازی طراحی مفهومی یک ماهواره بر سه مرحله‌ای پرداخت. با توجه به ماهیت طراحی در مرحله طراحی مفهومی که صرفاً طرح به لحاظ قابلیت جرمی انرژی‌تیک مورد بررسی واقع می‌شود، تابع هدف در این مسئله می‌تواند مینیمم کردن جرم برخاست موشک باشد، لذا در این حالت تابع هدف سطح سیستم عبارت است از:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_i}{g_0 \cdot I_{SP_i}} \cdot t_{b_i} + m_{k_i} \right) + M_{upper} \quad (12)$$

با تعریف متغیرهای طراحی و فرمول‌سازی مسئله به صورت یک مسئله استاندارد بهینه‌سازی روابط زیر به دست می‌آید، لازم به توضیح است که چون در اینجا هدف نشان دادن تأثیر استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن سریع در طی فرآیند بهینه‌سازی مسئله است از ذکر جزئیات خودداری و صرفاً نتایج ارائه می‌شود، چرا که تبیین این موضوع خود نیازمند بررسی مجزا و کامل موضوع در قالب مقاله دیگری است.



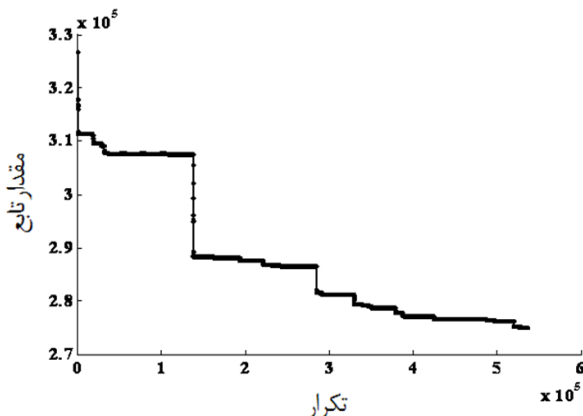
الف



ب

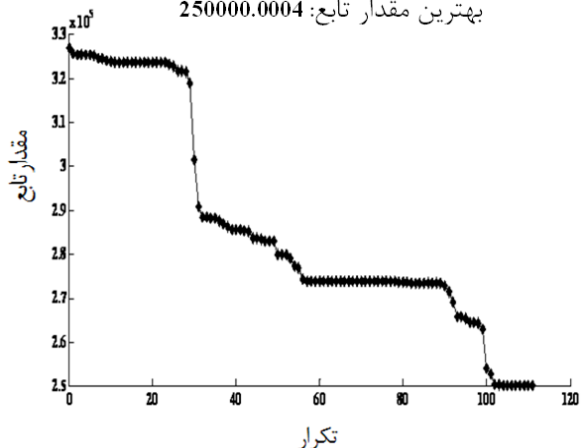
شکل ۱۶- الف- نتایج حاصل از بهینه‌سازی مسئله ب- نتایج حاصل از شبیه‌سازی دو درجه آزادی با استفاده از خروجی بهینه‌سازی

بهترین مقدار تابع: 275101.2007



شکل ۱۴- روند بهینه‌سازی تابع هدف در طی فرآیند بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن

بهترین مقدار تابع: 250000.0004



شکل ۱۵- روند بهینه‌سازی تابع هدف در طی فرآیند بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن سریع

لازم به توضیح است که این مورد برای نمونه ارائه شده است و با توجه به سرعت زیادی که در استفاده از روش پیشنهادی در دستیابی به پاسخ در فرآیند بهینه‌سازی ایجاد شده است، طراح می‌تواند با تغییر در بازه متغیرهای طراحی در حد معقول (در حدی که هیچ یک از قیود نقض نشوند)، نسبت به استخراج ترکیب‌های بسیار متنوعی از طراحی مفهومی مسئله مد نظر ضمن در نظر داشتن وزن برخاست بهینه شده و مشابه دست پیدا کند و با لحاظ باقی موارد مؤثر در طراحی از جمله نحوه مونتاژ، حمل و نقل و جابه‌جایی، قیدهای برج پرتاب و سایر الزامات مربوط به عملیات آماده‌سازی و پرتاب موشک هر طراحی را که مناسب بود در زمانی بسیار کوتاه از بین طرح‌های بهینه مختلف انتخاب کند.

نتیجه گیری

نزدیک می‌شود. از ویژگی دیگر این الگوریتم این است که در یک نقطه گیر نمی‌کند و حتی به نقطه بدتر هم می‌رود به این امید که در نقطه بعدی در مقدار کمتری قرار گیرد. از جمله مهم‌ترین معایب این الگوریتم نیز زمان طولانی اجرای فرآیند بهینه‌سازی است.

حال با استفاده از مزیت سرعت بالای الگوریتم گرادیان پایه و استفاده از آن در ترکیب با الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن به سرعتی بالاتر در دستیابی به نقطه مینیمم سراسری می‌توان رسید که حل مسائل ریاضی و کاربردی به‌خوبی این مزیت را اثبات کرد. یعنی قابلیت الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن تضمین رسیدن به نقطه مد نظر را کرده و قابلیت الگوریتم گرادیان پایه سرعت چشمگیری به روند اجرای فرآیند خصوصاً در حل مسائل پیچیده خواهد داد.

همان‌طور که مسئله نمونه شماره ۳ ارائه شد، در حل مسائل پیچیده، مشابه مسئله عنوان شده که موضوعات مختلفی در آن دخیل بوده و در آن با متغیرهای طراحی زیادی (تعداد ۲۷ متغیر طراحی در این مسئله) سروکار داریم، قابلیت این روش به‌خوبی قابل تأمل خواهد بود، چرا که فرآیند قابل انجام در مدت زمان سه روز با استفاده از این روش به حدود یک دقیقه کاهش می‌یابد و مسلماً در کار با مسائل پیچیده‌تر این موضوع بسیار چشمگیرتر خواهد بود. لازم به توضیح است، سرعت الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن هر چه به سمت نقطه بهینه نزدیک می‌شود به شدت کاهش می‌یابد و لذا با گذشت سه روز از اجرای برنامه و رسیدن به نقطه ۲۷۵۱۰۱/۲۰۰۷ (شکل ۱۴)، در صورتی که ناچار از دستیابی به نقطه بهینه که ۲۵۰۰۰۰/۰۰۰۴ است (شکل ۱۵)، با همین روش باشیم قطعاً زمانی بسیار بیشتر از زمان صرف شده تا نقطه ۲۷۵۱۰۱/۲۰۰۷ لازم خواهد بود.

مراجع

- [1] Brown, N., *Evaluation of Multidisciplinary Optimization (MDO) Techniques Applied to a Reusable Launch Vehicle*, AE 8900 Special Project Report, April 2004.
- [2] Chen, X., Yan, L., Luo, W., Xu L., Zhao, Y. and Wang, Zh., "Research on Theory and Application of Multidisciplinary Design Optimization of Flight Vehicles," 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2006.
- [3] Balling, R.J. and Sobieszczanski-Sobieski, J., "An Algorithm for Solving the System-level Problem in Multilevel Optimization," *Springer (Technical Papers)*, Vol. 9, Issue 3-4, 1994, pp 168-177.
- [4] Balling, R.J. and Sobieszczanski-Sobieski, J., *Optimization of Coupled Systems: a Critical Overview of Approaches*, NASA Langley Research Center Hampton, VA 23681-0001, Operated by Universities Space Research Association, 1994.

همانگونه که در بخش‌های قبلی ارائه شد، روش بهینه‌سازی مشارکتی یکی از روش‌های طراحی بهینه چندموضوعی است، که مناسب حل مسائل پیچیده با فضای طراحی بزرگ و از جمله مسائل هوافضایی است. مینیمم‌سازی تابع هدف در سطح سیستم در این روش با مشکلاتی همراه است، خصوصاً که این مشکل در مسائل پیچیده‌تر و با تعداد موضوع بیشتر حاد می‌شود، یعنی از یک سو باعث همگرایی سخت مسئله در سطح سیستم شده و از سوی دیگر طراح را ناچار به استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی در زمان به‌کارگیری این روش می‌کند، که این خود باعث افزایش زمان محاسبات کامپیوتری می‌شود. بنابراین، متخصصان درصددند که به هر روش ممکن زمان اجرای محاسبات کامپیوتری یا به عبارتی اجرای فرآیند بهینه‌سازی به این روش را بدون تغییر در دقت پاسخ مسئله کاهش دهند. در روش پیشنهادی در این مقاله، با توجه به مسائل ریاضی و کاربردی حل شده مشخص شد که تا حد قابل قبول و محسوسی می‌توان با به‌کارگیری آن در حل مسائل از زمان اجرای فرآیند بهینه‌سازی یا همان مینیمم‌سازی تابع هدف کم کرد. در نتایج هم به مدت زمان اجرای فرآیند و هم به تعداد فراخوانی تابع اشاره شده است، که البته میزان فراخوانی تابع در فرآیند بهینه‌سازی می‌تواند معیار مقایسه مناسبی باشد، چرا که زمان اجرا با استفاده از یک الگوریتم واحد در پردازنده‌های متفاوت می‌تواند متغیر باشد.

چنانچه می‌دانید الگوریتم‌های گرادیان پایه با توجه به ماهیت‌شان و اینکه از مشتق تابع استفاده می‌کنند، دقت و سرعت بسیار خوبی در همگرایی به پاسخ مینیمم دارند، ولی در شرایطی به‌درستی عمل می‌کنند که در محدوده مد نظر از فضای طراحی، مینیمم محلی وجود نداشته باشد، چرا که در این صورت مشابه پاسخ مسئله ۱ ممکن است در مینیمم محلی متوقف شوند.

از طرفی الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن یک الگوریتم غیرگرادیانی بوده و صرفاً از مقدار تابع استفاده می‌کند؛ لذا به نوع تابع هدف حساس نبوده و قادر به جستجوی سراسری فضای طراحی یا به عبارتی دستیابی به نقطه مینیمم سراسری در محدوده مد نظر طراح و در طی روند بهینه‌سازی است، این الگوریتم کاملاً همگراست، چون در هر تکرار به سمت کاهش مقدار تابع هدف یا نقطه بهینه حرکت می‌کند و به‌طور قطع به نقطه مینیمم سراسری در بازه مد نظر دست پیدا خواهد کرد. مزیت الگوریتم شبیه‌سازی سرد شدن در این است که ابتدا به صورت سراسری و تصادفی در فضای طراحی به جستجو می‌پردازد و وقتی نزدیک به نقطه بهینه می‌شود مثل الگوریتم‌های گرادیان پایه نقطه به نقطه به سمت هدف

- Engineering Department, Pusan National University, South Korea, 2000.
- [14] Scott, A.T., "An Evaluation of Three Commercially Available Integrated Design Frame Work Packages for use in the Space Systems Design Lab," Submitted Dr. John Olds, 2001.
- [15] Braun, R., Moore, A. and Kroo, I., "Use of the Collaborative Optimization Architecture for Launch Vehicle Design," In 6th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization Bellevue, WA, USA, 1996.
- [16] Brown, N. and Olds, R., "Evaluation of Multidisciplinary Optimization Techniques Applied to a Reusable Launch Vehicle," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 6, 2006, pp. 1289-1300.
- [17] Besnard, E., Cordier-Lallouet, N., Kural, O. and Chen, H.P., "Design Optimization With Advanced Simulated Annealing," (AIAA 99-0186), 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, 1999.
- [18] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. "Optimization by Simulated Annealing," *Science*, Vol. 220, No. 4598, 1983, pp. 671-680.
- [19] Dr'eo, J., P'etrowski, A., Siarry, P. and Taillard, E., *Meta Heuristics for Hard Optimization*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [20] Zeeshan, Q., Yunfeng, D., Rafique, A.F., Nisar, K. and Kamran, A., "Meta-Heuristic Approach for the Conceptual Design and Optimization of Multistage Interceptor," 18th World IMACS/MODSIM Congress, Cairns, Australia, 2009.
- [21] Freund, R.M., *Penalty and Barrier Methods for Constrained Optimization*, Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [22] Wah, B.W., Chen, Y. and Wang, T., "Simulated Annealing with Asymptotic Convergence for Nonlinear Constrained Optimization," *Journal of Global Optimization*, Vol. 39, Issue 1, 2007, pp. 1-37.
- [5] Cramer, E.J., and et al., "Problem Formulation for Multidisciplinary Optimization," *SIAM Journal on Optimization*, Vol. 4, Issue 4, 1994, pp. 754-776.
- [6] Alexandrov, N.M. and Lewis, R.M., "Comparative Properties of Collaborative Optimization and Other Approaches to MDO," *Institute for Computer Applications in Science and Engineering NASA Langley Research Center*, MCB University Press, 1999.
- [7] Zang, T.A. and Green, L.L., "Multidisciplinary Design Optimization Techniques Implications and Opportunities for Fluid Dynamics Research," 30th AIAA Fluid Dynamics Conference Norfolk, 1999.
- [8] Arora, S. and Wang, Q., "Review of Formulations for Structural and Mechanical System Optimization," *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 30, Issue 4, 2004, pp. 251-272.
- [9] Hashemi, M., Darabi, H. and Roshanian, J., "Comparison Between Traditional Method (Statistical Method) and Multidisciplinary Optimization Method (AAO) in Designing of a Lightweight Liquid Propellant LV," *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 5, No. 1, (10), Spring, 2012, pp 61-75.
- [10] Braun, R. and Kroo, I., "Development and Application of the Collaborative Optimization Architecture in a Multidisciplinary Design Environment," *Multidisciplinary Design Optimization: State of the Art*, (Technical Report), SIAM, 1995, pp. 98-116.
- [11] Braun, R., "Collaborative Optimization: An Architecture for Large-Scale Distributed Design," [PhD Thesis], Stanford University, 1996.
- [12] Balling, R.J. and Sobieszczanski-Sobieski, J., "An Algorithm for Solving the System-Level Problem in Multilevel Optimization," *Structural Optimization*, Vol. 9, No. 3, 1995, pp. 168-177.
- [13] Ming, L., "A Study on the Multidisciplinary Design Optimization (MDO) using Collaborative Optimization Method," [PhD Thesis], Shipbuilding and Marine