Archive of SID

جلد ۸ / شمارهٔ ۳/ پاییز ۱۳۹۴ ص. ص. ۴۰ - ۲۷

# ISST

p(x(t),u(t))

## كنترل بهينة غيرخطي مسئلة ملاقات و اتصال فضايي

## محمد نوابی (\* و مهدی رضا اخلومدی ۲

۱-۲- دانشکدهٔ مهندسی و فناوریهای نوین، دانشگاه شهید بهشتی

\*تهران، کد پستی: ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳

m navabi@sbu.ac.ir

در این مقاله، یک کنترل بهینه غیرخطی برای مسئله ملاقات و اتصال مداری پیشنهاد شده است. فضاپیمایی که قصد ملاقات و اتصال با هدف را دارد توسط عملگرهای کنترلی به نوعی کنترل میشود تا ملاقاتی امن و پایدار با رعایت ملزومات و قیود مسئله صورت پذیرد. با استفاده از معادلات غیرخطی دینامیک موقعیت و وضعیت فضاپیما به صورت نسبی برای مدار دایروی و بیضوی در حضور چرخهای عکس العملی و بدون چرخ به طراحی کنترلر بهینه پرداخته می شود. تابع هزینهٔ کنترل بهینه به فرم تنظیم کنندهٔ مربعی غیرخطی بیان می شود و قیود کنترلی به مسئله اعمال می شود تا کنترل استخراج شده در محدودهٔ مجاز مومنتوم خروجی چرخها قرار گیرد. به دلیل اهمیت مقاومت به عدم قطعیتها در سیستم، کنترل بهینهٔ غیرخطی برای این مسئله با استفاده از معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت بر اساس روش تحلیلی بردارهای ویژه ماتریس همیلتونین استخراج می شود. نتایج شبیه سازی مبین مناسب بودن این روش کنترل غیرخطی برای فرایند ملاقات و اتصال مداری است.

واژههای کلیدی: ملاقات و اتصال مداری، کنترل بهینهٔ غیرخطی، تنظیم کنندهٔ مربعی غیرخطی، معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، بردارهای ویژهٔ ماتریس همیلتونین

و اختصارات	علائم و
------------	---------

		ثابت هندسی مدار	р
شتابهای خطی	$a_x, a_y, a_z$	کواترنیونهای نسبی	$q_{1}, q_{2}, q_{3}, q_{4}$
ماتریسهای سیستم	A, B	ماتریس های وزنی کنترل و حالت	R,Q
خروج از مرکزیت	е	شعاع فضاییما هدف و رهگیر	$r_{T}$ , $r_{C}$
آنومالی اسنتریک	E	مسير نسبي	S
هميلتونين	Н	زمان	t
مومنتوم زاویهای مدار	h	گشتاور کنترلی	$T_{Cx}, T_{Cy}, T_{Cz}$
مومنتوم زاویهای فضاپیما هدف و رهگیر	$H_{\scriptscriptstyle T}$ , $H_{\scriptscriptstyle C}$	زیر ماتریسهای متناظر با بردارهای ویژه ماتریس	
ماتريس هميلتونين	HM	هميلتونين	Х,Ү
ماتریس ممان اینرسی فضاپیما هدف و رهگیر	$I_T, I_C$	بردار حالت و کنترل سیستم	x(t),u(t)
معيار عملكرد	J	موقعیتهای نسبی	x,y,z
آنومالی متوسط	Μ	آنومالی حقیقی	θ
گشتاور اغتشاشی	Ν	کمک حالت	$\lambda(t)$
جهتهای یکه دستگاه حرکت نسبی	$\hat{O}_r, \hat{O}_h, \hat{O}$	مقادیر ویژه ماتریس همیلتونین	$\lambda_1, \lambda_2 \lambda_n$
		پارامتر جاذبه استاندارد	μ
۱. استادیار (نویسنده محاطب) ۲ دانشجمی کارشنارس ارشد		سرعت زاویهای مدار	$\omega_o$

ضريب تعريف شده براي كمك حالت

۱. استادیار (نویسنده ۲. دانشجوی کارشناسی ارشد

دریافت مقاله: ۹۴/۰۳/۰۹ ، تأیید مقاله: ۹۴/۰۸/۱۸

مأموريتهاى جديد مانند مسافرت فضايى با انجام مانور ملاقات

برای حل این مسئله استفاده شده است [۶-۹، ۱۲-۱۶].

روشهای مختلف کنترلی برای این موضوع ارائه شده است که از جمله میتوان به کنترل تطبیقی برای تخمین و تنظیم پارامترهای فرایند ملاقات و اتصال اشاره کرد [۸, ۹]، همچنین برای کنترل فرایند ملاقات و اتصال مداری روشهای تکاملی [۱۱,۱۰] و فازی [۱۰] نیز مورد توجه محققان بوده است. به دلیل وجود عدم قطعیتهای پارامتری سیستم یا اغتشاشات وارده از روشهای مقاوم مانند  $_{\infty}$  نیز

همچنین حل مسئلهٔ ملاقات سوخت بهینه [۳، ۱۷] و زمان بهینه [۱۸] یا بهینهسازی مسیر ملاقات [۱۷] مورد توجه قرار گرفته است. از روشهای کنترلی دیگر که در این زمینه به کار گرفته شده است؛ میتوان به کنترل مدل پیشبین اشاره کرد [۱۹]. کنترل بهینهٔ مسئلهٔ ملاقات و اتصال به صورت خطی و غیرخطی با روشهای مختلف و گاه نوآورانه و ابتکاری مورد بررسی محققان قرار گرفته شده است [۴، ۱۱–۱۷]. مقالات تألیف شده، معمولاً مسئلهٔ ملاقات و

اتصال را به صورت جداگانه مد نظر قرار میدهند، در صورت عدم

نامیزانی در پیشرانش ها با مرکز جرم فضاییما، در صورت عدم حضور

گشتاورهای اغتشاشی و در صورتی که فاصلهٔ نسبی بیشتر از یک متر

فرض شود، چنین رویکردی کاملاً صحیح است و فرایند ملاقات و

اتصال و در واقع موقعیت و وضعیت فضاپیما غیرکوپل می شوند [۲۰].

در حل همزمان ملاقات و اتصال با هدف در مدار دایروی کنترل

بهينهٔ غيرخطي ريكاتي وابسته به حالت ً با روش حل مرحله به مرحله

پیشرانشها را مد نظر قرار دادهاند، در بعضی مراجع برای فرایند

ملاقات و اتصال با هدف در مدار بیضوی مورد توجه قرار نگرفته

است، در حالی که در مقالهٔ حاضر، ملاقات و اتصال در حالت کلی

مدار بیضوی هدف مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در

کارهای انجامشده وضعیت نسبی دو فضاپیما در صورت وجود چرخ-

های عکسالعملی در فضاپیمای رهگیر بیان نشده و برای فرایند

اتصال در حضور چرخهای عکسالعملی نیز تحقیقی درخور صورت

مراجع ذكر شده، عملكر كنترل وضعيت حين فرايند اتصال

با مرور در مراجع مشاهده می شود که در مقالات تألیف شده

تنظيم كنندة مربعي خطى نيز صورت پذيرفته است [ ٢٠، ٢١].

اتصال از چرخ عکس العملی نیز استفاده شده است [۲۲].

مورد بررسی قرار گرفته است [۷].

خمل / فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی جلد ۸ / شمارهٔ ۳ / پاییز ۱۳۹۴

$\dot{\omega}_o$	شتاب زاویهای مدار
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	سرعتهای زاویهای فضاپیما
$\omega^{C}$	سرعت زاویهای فضاپیما رهگیر بیان شده در فریم
$\omega_c$	فضاپیما رهگیر
$\omega_x^T, \omega_y^T, \omega_z^T$	سرعتهای زاویهای فضاپیما رهگیر نسبت به هدف بیان
	شده در دستگاه بدنی فضاپیما هدف
$\omega^T$	سرعت زاویهای فضاپیما هدف بیان شده در فریم بدنی
$\omega_{T}$	فضاپیما هدف
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	در جهتهای مختصات حرکت نسبی
Т	برای هدف
С	برای رهگیر
max	حداكثر
I	بیان شده در دستگاه اینرسی
Т	بیان شده در فریم بدنی هدف
С	بیان شده در فریم بدنی رهگیر

#### مقدمه

ملاقات فضایی مانوری است که در آن دو فضاپیما در یک مدار با فاصلهٔ بسیار کم در حد چند متر تا پنجاه سانتی متر به یکدیگر میرسند. ملاقات به تطبیق و برابر شدن سرعت دو فضاپیما نیازمند است تا آنها بتوانند در یک فاصلهٔ ثابت در فاز حفظ ایستگاه باقی بمانند. ملاقات ممکن است با پهلوگیری یا اتصال دنبال شود، این فرایند معرف ارتباط فیزیکی و سختافزاری بین فضاپیماهاست. در واقع صفر شدن سرعت نسبی دو فضاپیما در فاصلهٔ بسیار نزدیک معرف ملاقات و تنظیم وضعیت فضاپیمای ملاقاتکننده نسبت به درگاه اتصال فضاپیمای هدف<sup>۳</sup> و معرف فرایند اتصال فضایی است [۲].

مسئلهٔ ملاقات و اتصال مداری از اوایل دههٔ شصت میلادی به دلیل نیازهای عملیاتی فضایی ذهن دانشمندان را به خود مشغول کرده بود. برای اولین بار، بازآلدرین در سال ۱۹۶۳، رسالهٔ دکترای خود را با عنوان تکنیکهای هدایت افق دید برای ملاقات مداری سرنشیندار ارائه داد [۱]. او که خود بعدها به عنوان یک فضانورد در چنین مأموریتی حضور داشت بابی را در موضوع ملاقات و اتصال مداری گشود. روشهای کنترلی مختلف راجع به کنترل این مسئله به کار گرفته شده است. در مقالهٔ مربوط به مرجع [۲] مقدمهای مناسب راجع به فرایند ملاقات و اتصال مداری ارائه شده ممانعت از برخورد با زبالههای فضایی در مسیر ملاقات [۵] در نظر گرفتهاند. از نکات مورد توجه در زمینهٔ ملاقات مداری بررسی ملاقات و اتصال خودکار فضایی بوده است [۱, ۶]. همچنین

در صورتی که در این مقاله، معادلات وضعیت نسبی در حضور چرخهای عکس العملی استخراج شده و کنترل فرایند اتصال با استفاده از این چرخها نیز تحلیل شده است. مراجع در صورت

نگرفته است،

<sup>4.</sup> State Dependent Riccati Equation (SDRE)

استفاده از روش ریکاتی وابسته به حالت [۲۱، ۲۰] از روش حل عددی تنظیم کنندهٔ مربعی خطی در هر مرحله از حل استفاده کردهاند، در صورتی که در مقالهٔ حاضر، از روش حل تحلیلی بردارهای ویژهٔ ماتریس همیلتونین استفاده میشود. همچنین در [۲۰، ۲۰] قیودی روی کنترل در نظر گرفته نشده است، در حالی که در این مقاله قیود کنترلی لحاظ شدهاند. از مهمترین ویژگی روش ریکاتی وابسته به حالت میتوان به قابلیت اعمال آن بر سیستم فیرخطی و مقاومت آن نسبت به عدم قطعیت در حالتهای سیستم و اغتشاشات اشاره کرد. در این مقاله، فرض بر این است که ملاقات در مدارات بیضوی در نزدیکی زمین صورت میپذیرد.

ساختار مقاله به این صورت است که در قسمت بعدی دینامیک حرکت انتقالی نسبی و در قسمت سوم دینامیک وضعیت نسبی به صورت غیرخطی استخراج میشود، سپس در قسمت چهارم، تابع هزینهٔ کنترل بهینهٔ سیستم انتخاب میشود. بعد در قسمت پنجم مسئلهٔ تنظیمکنندهٔ مربعی غیرخطی<sup>۵</sup> بیان میشود و روش ریکاتی وابسته به حالت معرفی میشود، سپس به پارامترسازی سیستم معادلات موقعیت و وضعیت برای مبادرت به حل پرداخته میشود. روش حل تحلیلی بردارهای ویژهٔ ماتریس همیلتونین بیان میشود و طرز اعمال قیود به مسئله مطرح میشود، سپس با انتخاب ماتریسهای وزنی مناسب پیشنیازهای حل به طور کامل فراهم میشود. بعد در قسمت هفتم مسئلهٔ شبیهسازی شده و نتایج استخراج میشود. در نهایت در قسمت هشتم به جمع-

#### دینامیک حرکت انتقالی نسبی

دو فضاپیمای صلب که در مدار زمین قرار دارند را مد نظر قرار داده، یکی فضاپیمای هدف T و دیگری فضاپیمای رهگیر  $^{2}$  C است. هدف در این قسمت، بیان حرکت نسبی و استخراج معادلات حاکم بر آن است. برای بیان این حرکت دستگاههای مختصاتی که در ادامه ذکر میشوند لازم است: فریم مرجع راستگرد کارتزین اینرسی زمین مرکز که با Tنمایش داده میشود، دیگری فریم مرجع قائم محلی افق محلی<sup>۷</sup> (LVLH) است که روی فضاپیمای هدف فیکس شده است و با T نمایش داده میشود و نهایتاً فریم هدف فیکس شده است و با T نمایش داده میشود و نهایتاً فریم میشود (شکل ۱). در این دستگاه که محور  $\hat{x}$  در جهت بردار شعاعی فضاپیمای هدف، محور  $\hat{z}$  در جهت عمود بر صفحهٔ مداری

- 5. Nonlinear Quadratic Regulator
- 6. Chaser
- 7. Local Verical Local Horizontal

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی / ۲۹ جلد ۸/ شمارهٔ ۳/ پاییز ۱۳۹۴

فضاپیمای هدف و نهایتاً محور  $\hat{y}$  دستگاه را کامل میکند. در موضوع بحث در این مقاله فرض شده است که فریم مداری T با فریم بدنی T همراستا هستند.



شکل **۱** - دستگاه مختصات و فریم LVLH متصل روی هدف

برپایهٔ قوانین حرکت نیوتن، معادلات حرکت برای فضاپیمای هدف و رهگیر در شرایط عدم حضور نیروهای اغتشاشی خارجی به صورت (۱) استخراج میشود:

$$\ddot{r}_{T} = -\frac{\mu}{r_{T}^{3}}\vec{r}_{T}, \qquad \ddot{r}_{C} = -\frac{\mu}{r_{C}^{3}}\vec{r}_{C}$$
 (1)

که در آن  $\vec{r}_c, \vec{r}_r \in R^3$  معرف مرکز جرم فضاپیمای رهگیر و هدف در دستگاه اینرسی هستند و  $\mu$  ثابت گرانش زمین است. اندازهٔ بردار-های موقعیت به صورت (۲) قابل بیان است:

$$r_{T} = \left\| \vec{r}_{T} \right\|_{2} = \frac{a_{T} \left( 1 - e^{2}_{T} \right)}{1 + e_{T} \cos(\theta_{T})}, \qquad r_{C} = \left\| \vec{r}_{C} \right\|_{2} = \frac{a_{C} \left( 1 - e^{2}_{C} \right)}{1 + e_{C} \cos(\theta_{C})}$$
(Y)

 $e_r$ ,  $e_c$  ، معادلات  $a_r$ ,  $a_c$  نیم محورهای بزرگ بیضی،  $e_r$  ،  $a_c$  تیخی،  $e_c$  که در این معادلات  $e_c$  ,  $a_c$  آنومالیهای حقیقی مدار هدف و رهگیر خروج از مرکزیت و  $\overline{\sigma}_c$  ,  $\overline{\sigma}_t$  آنومالیهای حقیقی مدار هدف و رهگیر هستند. با تعریف بردار حرکت نسبی به صورت  $\overline{s} = \overline{r}_r - \overline{r}_c$  دینامیک حرکت انتقالی C به T به صورت (۳) قابل نوشتن است [۳۳]:  $\overline{x} - 2\omega_{oT} \ y - \dot{\omega}_{oT} \ y - \omega_{oT}^2 x =$ 

$$-\frac{\mu(r_{T}+x)}{[(r_{T}+x)^{2}+y^{2}+z^{2}]^{\frac{3}{2}}}+\frac{\mu}{r_{T}^{2}}+a_{x} \qquad (1-1)$$

$$\ddot{y} + 2\omega_{oT}\dot{x} + \dot{\omega}_{oT}x - \omega_{oT}^{2}y = -\frac{\mu y}{\left[\left(r_{T} + x\right)^{2} + y^{2} + z^{2}\right]^{\frac{3}{2}}} + a_{y} \qquad (-\tau)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu z}{\left[\left(r_{T} + x\right)^{2} + y^{2} + z^{2}\right]^{\frac{3}{2}}} + a_{z} \qquad (\downarrow - \Upsilon)$$

که در روابط (۳)  $\omega_{or}, \omega_{or}, \omega_{or}$  سرعت زاویه ای مداری فضاپیما هدف و مشتق آن است، با فرض بسیار کوچک تر بودن فاصلهٔ نسبی فضاپیما رهگیر نسبت به هدف نسبت به بردار شعاعی فضاپیما هدف  $r_{\tau} \gg s$  می توان معادلات حرکت نسبی خطی را به صورت (۴) برای مدار دایروی استخراج کرد. این معادلات به معادلات کلوهسی– ویلتشایر معروف هستند،:

$$M_{T} = E_{T} - e_{T} \sin\left(E_{T}\right) \tag{11}$$

که (۱۱) باید با روشی عددی در هر لحظه از زمان حل شود، با استخراج  $E_T$  می توان با کمک رابطهٔ (۱۲) آنومالی حقیقی را استخراج کرد:

$$\tan\left(\frac{E_T}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - e_T}{1 + e_T}} \tan\left(\frac{\theta_T}{2}\right) \tag{1Y}$$

با استخراج  $r_{T}$  می توان در هر لحظه  $r_{T}$ ,  $\dot{\omega}_{OT}$ ,  $\dot{\omega}_{OT}$  لازم در معادلات (۳) را استخراج کرد.

#### دینامیک حرکت چرخشی نسبی

در این قسمت، هدف استخراج مدل ریاضی مناسبی است که حرکت وضعی رهگیر C را نسبت به هدف Tبر حسب وضعیت و سرعتهای زاویهای هدف بیان کند، بدین ترتیب، سرعت زاویهای رهگیر نسبت به هدف به صورت (۱۳) بیان می شود:  $\omega = \omega_c - \omega_T$  (۱۳) در معادلهٔ (۱۳)  $\omega_T, \omega_c$  (۱۳) مدف و رهگیر با

توجه به یک فریم دلخواه هستند. تعریف  $\vec{a}_{\scriptscriptstyle N}$  بیانگر برداری در فریم N است، و همچنین  $\left. \frac{d\vec{a}}{dt} \right|_{\scriptscriptstyle N}$  معرف مشتق زمانی بردار  $\vec{a}$ در فریم N است. مرجع N است.

وضعیت فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف با استفاده از  
کواترنیونها ،
$$q_1,q_2,q_3,q_4$$
 بیان خواهد شد. ماتریس چرخش *D* با  
توجه به ترمهای کواترنیونها به صورت (۱۴) قابل تعریف است:  
D(q)

$$= \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 - q_3q_4) & 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ 2(q_1q_2 + q_3q_4) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) \\ 2(q_1q_3 - q_2q_4) & 2(q_2q_3 + q_1q_4) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix}$$
 (14)

که رابطهٔ (۱۴) یک بردار را از فریم C به فریم T انتقال می دهد و در آن  $T = [q_1, q_2, q_3, q_4]$  است. بدین ترتیب، سینماتیک وضعیت فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف به صورت (۱۵) قابل بیان است:  $\dot{q} = \frac{1}{2}Q(q)\omega^c$  (۱۵)

که در رابطهٔ (۱۵) ماتریس Q(q)به صورت (۱۶) است:

$$Q = \begin{bmatrix} q_4 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_4 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_4 \\ -q_1 & -q_2 & -q_3 \end{bmatrix}$$
(15)

وضعیت فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف، بیان شده در دستگاه هدف T با توجه به مرجع [۲۴] استخراج خواهد شد. ابتدا از معادلهٔ (۱۳) در فریم اینرسی *I* مشتق گرفته می شود: 
$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\omega_{0T} \dot{z} &= a_x \\ \ddot{y} + \omega_{0T}^2 y &= a_y \\ \dot{z} + 2\omega_{0T} \dot{x} - 3\omega_{0T}^2 z &= a_z \end{aligned} \tag{(4)}$$

که  $\omega_0$  سرعت زاویه ای مدار دایروی است. معادلهٔ (۴) با فرض صفر بودن شتابهای خارجی قابل حل تحلیلی است [۲۳]:  $x(t) = A_0 \cos(\omega_{007}t + \alpha) + x_{0f}$ 

$$y(t) = -2A_0 \sin(\omega_{007}t + \alpha) - \frac{3}{2}\omega_0 t x_{0ff} + y_{0ff} \qquad (-\Delta)$$

$$z(t) = B_0 \cos(\omega_{00T} t + \beta) \qquad (\downarrow -\Delta)$$

که  $A_0, B_0, \alpha, \beta, x_{0ff}, y_{0ff}$  شابتهای انتگرالی هستند و میتوان با شرایط اولیه محاسبه شوند. با توجه به معادلات، معادلهٔ (۵ ب) به دلیل حضور ترم زمانی به صورت خطی افزایش مییابد. برای اجتناب از این این افزایش به سمت بینهایت باید رابطهٔ (۶) برقرار باشد:

$$\dot{y}_0 + \omega_{00T} x_0 = 0 \tag{(5)}$$

با فرض (۶) ضریب انتگرالی  $x_{_{0ff}}$  صفر خواهد شد.

برای شبیه سازی ملاقات در مدار بیضوی همان گونه که در معادلات (۳) دیده می شود، باید سرعت های زاویه ای و مشتق آن در هر لحظه از زمان محاسبه شود. بدین ترتیب با کمک مکانیک مداری و حل معادلهٔ کپلر می توان از زمان به آنومالی حقیقی و شعاع مداری در هر لحظه رسید. برای مدار کپلری دلخواه رابطهٔ (۷) برقرار است:

$$r_T = \frac{p_T}{1 + e_T \cos(\theta_T)} \tag{V}$$

که در آن  $p_T$  ثابت هندسی مدار،  $e_T$  خروج از مرکزیت،  $heta_T$  آنومالی حقیقی و  $r_T$  شعاع مداری است. سرعت زاویهای مدار به صورت رابطهٔ (۸) تعریف می شود:

$$\omega_{oT} = \frac{d \theta_T}{dt} = \sqrt{\frac{\mu}{r_T^3}} \tag{A}$$

$$\dot{\omega}_{OT} = \frac{d \,\omega_{OT}}{dt} = -\frac{3}{2} r_T^{-5/2} \sqrt{\mu} \frac{dr_T}{d\theta_T} \frac{d\theta_T}{dt}$$

$$\frac{dr_T}{d\theta_T} = \frac{p_T e_T \sin(\theta_T)}{(1 + e_T \cos(\theta_T))^2}$$
(٩)

با داشتن زمان از حضیض در مدار 
$$t$$
 میتوان آنومالی متوسط  
 $M_T$  را به صورت (۱۰) بهدست آورد:  
 $M_T = n_T t$  (۱۰)

(۱۱) که در آن 
$$\frac{\mu}{a_T^{-3}} = \sqrt{n_T}$$
 است. با استفاده از معادلهٔ کپلر (۱۱) می توان آنومالی استریک  $E$  را استخراج کرد:

$$\left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{x} = \frac{d\omega_{c}}{dt} \left|_{x} - \frac{d\omega_{r}}{dt} \right|_{x}$$
(1V)

معادلهٔ (۱۷) با توجه به ماتریس انتقال و چرخش دستگاه بدنی به اینرسی قابل بازنویسی است [۲۴]:

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\Big|_{T}\right)^{T} = D\left(q\right)\left(\frac{d\omega_{c}}{dt}\Big|_{T}\right)^{C} - \left(\frac{d\omega_{r}}{dt}\Big|_{T}\right)^{T}$$
  
-Skew  $(\omega_{r})^{T}\omega^{T}$  (1A)

که در رابطهٔ (۱۸) ماتریس ( $\vec{a}$  یا  $\vec{a} = [a_1, a_2, a_3]^T$  با Skew ( $\vec{a}$  ) ماتریس (۱۸) قابل تعریف است:

$$Skew(\vec{a}) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}$$
(19)

با ضرب کردن معادلهٔ (۱۸) در تانسور اینرسی فضاپیمای هدف  $I_r \in R^3$ به دست می آید [۲۴]:

$$I_{T}\left(\frac{d\omega}{dt}\Big|_{T}\right)^{T} = I_{T}D(q)\left(\frac{d\omega_{c}}{dt}\Big|_{C}\right)^{C} - I_{T}\left(\frac{d\omega_{r}}{dt}\Big|_{T}\right)^{T} \qquad (\Upsilon \cdot)$$
$$-I_{T}Skew(\omega_{T})^{T}\omega^{T}$$

اگر  $\vec{H}$  مومنتوم زاویه ای کل جسم صلب باشد و N گشتاور خارجی وارد بر فضاییما باشد برای فضاییمای رهگیر:

$$\left. \frac{dH_c}{dt} \right|_{T} = \frac{dH_c}{dt} \bigg|_{C} + \omega_c \times H_c = N_c \tag{(Y1)}$$

و برای فضاپیمای هدف:

$$\left. \frac{dH_T}{dt} \right|_T = \left. \frac{dH_T}{dt} \right|_T + \omega_T \times H_T = N_T \tag{YY}$$

که در روابط (۲۱) و (۲۲)

$$H_{c} = I_{c} \omega_{c} \quad , \ H_{T} = I_{T} \omega_{T}$$

به دلیل حساست مانور اتصال، در بعضی مواقع لازم است از کنترل کنندههایی استفاده شود که تولید اغتشاش نکنند، به همین دلیل از چرخهای عکسالعملی نیز ممکن است حین این مانور استفاده شود. در صورت وجود چرخ عکسالعملی [۲۵]:

$$H_{c} = I_{c}\omega_{c} + h_{wc} \tag{(14)}$$

که  $h_{wc}$  معرف مومنتوم زاویه ای چرخهای عکس العملی فضاپیمای رهگیر است. بدین ترتیب، برای حالت بدون چرخ عکس العملی به دست می آید:

$$I_{C} \left. \frac{d \omega_{C}}{dt} \right|_{T} = I_{C} \left. \frac{d \omega_{C}}{dt} \right|_{C} + \omega_{C} \times I_{C} \omega_{C} = N_{C}$$
 (4)

$$I_{T} \left. \frac{d \omega_{T}}{dt} \right|_{T} = I_{T} \left. \frac{d \omega_{T}}{dt} \right|_{T} + \omega_{T} \times I_{T} \omega_{T} = N_{T} \qquad (\downarrow \Upsilon \Delta)$$

و در صورت وجود چرخ عکسالعملی در فضاپیمای رهگیر معادلهٔ آن به فرم (۲۶) بهدست میآید:

$$\begin{aligned} I_{C} \left. \frac{d \,\omega_{C}}{dt} \right|_{T} &= I_{C} \left. \frac{d \,\omega_{C}}{dt} \right|_{C} + \dot{h}_{WC} + \omega_{C} \times I_{C} \,\omega_{C} + \\ \omega_{C} \times h_{WC} &= N_{C} \end{aligned} \tag{79}$$

با استفاده از معادلات (۲۵) و (۲۵ب) و (۲۶) و جایگذاری آنها در معادلهٔ (۲۰)، معادلهٔ دینامیک وضعیت نسبی برای حالت فضاپیمای رهگیر بدون چرخ عکسالعملی به صورت (۲۷) استخراج می شود [۲۰]:

$$I_{T}\left(\frac{d\omega}{dt}\Big|_{T}\right)^{T} = I_{T}D(q)I_{C}^{-1}[N_{C} - \omega_{C}^{C} \times I_{C}\omega_{C}^{C}] - I_{T}\omega_{r}^{T} \times \omega_{r}^{T} - [N_{T} - \omega_{r}^{T} \times I_{T}\omega_{r}^{T}]$$

$$(YY)$$

(۲۸) با داشتن (۲۲) به صورت (۲۸) بازنویسی مجدد است [۲۴]:

$$I_{T}\dot{\omega}^{T} = I_{T}D(q)I_{C}^{-1}[N_{C} - D(q)^{-1}(\omega^{T} + \omega_{T}^{T}) \times I_{C}D(q)^{-1}(\omega^{T} + \omega_{T}^{T})] - (\Upsilon \Lambda)$$

$$I_{T}\omega_{T}^{T} \times \omega^{T} - [N_{T} - \omega_{T}^{T} \times I_{T}\omega_{T}^{T}]$$

در صورت وجود چرخ عکسالعملی در فضاپیمای رهگیر  
معادلهٔ (۲۸) به صورت (۲۹) استخراج می شود:  

$$I_T \dot{\omega}^T = I_T D(q) I_c^{-1} [N_c - D(q)^{-1} (\omega^T + \omega_r^T) \times I_c D(q)^{-1} (\omega^T + \omega_r^T) - D(q)^{-1} (\omega^T + \omega_r^T) \times I_c D(q)^{-1} (\omega^T + \omega_r^T) - D(q)^{-1} (\omega^T + \omega_r^T) h_{wc} - \dot{h}_{wc}]$$

$$I_T \omega_T^T \times \omega^T - [N_T - \omega_T^T \times I_T \omega_r^T]$$

معادلهٔ (۲۸) به همراه (۱۵) معرف ۲ حالت [w, p] است، که در کنار سه کنترل سیستم را تکمیل میکنند. در صورت داشتن سیستمی به فرم (۲۹) سه حالت مربوط به  $h_{wc}$  به سیستم اضافه می شوند. معادلات (۲۸) یا (۲۹) و (۱۵) برای بیان وضعیت کافی هستند و همچنین به همراه معادلهٔ (۳) یا (۴) که مبین موقعیت هستند؛ معادلات لازم برای بیان مانور ملاقات و اتصال مداری غیر کوپل هستند. در صورتی که فاصلهٔ لازم برای ملاقات با توجه به ابعاد فضاپیما یک متر فرض شود و از گشتاورهای اغتشاشی کوپل کنندهٔ حرکت (مانند گرادیان جاذبه) صرفنظر شود، این دو معادله غیر کوپل خواهند شد.

#### تابع هزينه به فرم تنظيم كنندهٔ مربعي

هدف از کنترل فرایند ملاقات و اتصال صفر کردن حالتهای نهایی نسبی موقعیت، وضعیت و سرعتهای آنهاست. همچنین در عین حال باید به دلیل اهمیت مصرف انرژی تلاش کنترلی حداقل شود.

به منظور حداقل کردن تلاش کنترلی یا به عبارت دیگر حداقل کردن مصرف سوخت، همچنین تنظیم کردن حالتهای نسبی در شرایط پایدار نهایی صفر و در عین هموار کردن مسیر برای جلوگیری از صدمات سازهای و اغتشاشات تابع هزینه به فرم تنظیم کننده (۳۰) بیان می شود: محمد نوابي و مهدي رضا اخلومدي

(TT) 
$$J = \frac{1}{2} \int_{0}^{t_{f}} \left[ x(t)^{T} Q x(t) + u(t)^{T} R u(t) \right] dt$$

این امکان وجود داشت که به جای استفاده از تابع هزینه به فرم تنظیم کنندهٔ مربعی، تابع هزینه به فرم انتگرالی مصرف انرژی تعریف شود، در چنین حالتی با استخراج شروط لازم بهینگی و حل مسئله مقدار مرزی با شرایط نهایی مربوط به حالتهای نهایی صفر جواب سوخت بهینه استخراج می شد؛ ولی در چنین حالتی به دلیل لحاظ نکردن ترم مسیر یا حالتهای سیستم جوابهای بهینه حداقل سوخت ناهموار خواهند بود، که از لحاظ عملی مشکلات فراوانی خواهد داشت. این تابع هزینه هم برای حل موقعیت فراوانی خواهد داشت. این تابع هزینه هم برای حل موقعیت لحاظ می شود که در تابع هزینه (۳۰) ، (t) معرف بردار حالت سیستم است و (t) سکنترل است که برای موقعیت فضاپیما به صورت (۳۱) انتخاب شده است.

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی جلد ۸ / شمارهٔ ۳ / پاییز ۱۳۹۴

(٣•)

$$\mathbf{x}(t)_{Position} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \ \mathbf{u}(t)_{Position} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$$
(٣١)

همچنین برای وضعیت فضاپیما نیز باید متغیرهای حالت به گونهای انتخاب شود که سیستم قابلیت ارضا ملزومات روش حل کنترل بهینه را داشته باشد. در «زیر فصل پارامترسازی معادلات سیستم» این انتخاب بیان خواهد شد.

در رابطهٔ (۳۰) ماتریسهای R, Q ماتریسهای وزنی هستند و به ناظر بر اهمیت حالت یا کنترل خاصی برای تنظیم شدن هستند. در این مقاله، این ماتریسها قطری و ثابت در نظر گرفته شدهاند و به ترتیب باید مثبت نیمه معین و مثبت معین باشند. وجود ترم (t) x در تابع هزینه باعث هموار شدن جوابهاخواهدشد، همچنین این ترم باعث مقاومت نسبت به تغییر حالتها خواهد شد [77].

#### مسئلة تنظيم كنندة مربعى غيرخطي

روش تنظیم کنندهٔ مربعی خطی LQR با حداقل کردن معیار عملکرد تعریف شده توسط طراح برای سیستمهای خطی شده مناسب است. ولی برای یک سیستم غیرخطی رویکرد تنظیم کننده مربعی غیرخطی NQR لازم است [۲۷]. در سیستم غیرخطی حالتها و کنترل به صورت ترمهای غیرخطی ظاهر می شوند. سیستم معادلهٔ (۳۲) را درنظر گرفته:

$$\dot{x} = f(x(t)) + g(x(t), u(t))$$

$$x(0) = x_0$$
(TY)

و تابع هزینهٔ (۳۳) که باید توسط کنترل بهینه حداقل شود:

$$J(x_{0},u) = \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} \left[ x(t)^{T} Q x(t) + u(t)^{T} R u(t) \right] dt \qquad (\Upsilon\Upsilon)$$

با تشکیل تابع همیلتونین (۳۴) و لحاظکردن شرایط لازم بهینگی (۳۵) کنترل بهینه به صورت (۳۶) استخراج می شود، که در آن کمک حالت سیستم است:

$$H = \frac{1}{2}x(t)^{T}Qx(t) + \frac{1}{2}u(t)^{T}Ru(t) + \frac{1}{2}u(t)^{T}R$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 = Ru + \frac{\partial g^{T}}{\partial u} (x, u) \lambda$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{x} = f(x) + g(x, u)$$
(Ya)

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\lambda}^{T} = Qx - \frac{\partial f^{T}}{\partial x}(x)\lambda + \frac{\partial g^{T}}{\partial x}(x,u)\lambda$$
$$u(t) = -R^{-1}\frac{\partial g^{T}}{\partial u}(x(t),u(t))\lambda(t) \qquad (\Im S)$$

#### روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت

روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت، راهی برای حل کردن معادلات (۳۵) برای استخراج کنترل بهینه فراهم می کند. اولین گام در این روش شبه خطی سازی دینامیک سیستم به صورت معادلهٔ (۳۷) است:

$$f(x) = A(x)x \tag{(YY)}$$

$$g(x,u) = B(x,u)u$$

SDC این فرایند شبه خطیسازی با عنوان پارامترسازی SDC شناخته می شود، این نوع فاکتور گیری وقتی تعداد حالت بیشتر از یک شناخته می شود، این نوع فاکتور گیری وقتی تعداد حالت بیشتر از یک باشد یکتا نیست. در این پارامترسازی باید معادلهٔ (۳۸) برقرار باشد: f(0) = 0 (۳۸)

این به این معنی است که مرکز نقطه تعادلی برای سیستم است. با توجه به معادلهٔ (۳۷) روش معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت با جستجوی کمک حالتی به فرم (۳۹) به نوعی از روش تنظیم کنندهٔ مربعی خطی تقلید میکند.

$$\lambda(t) = p(x(t), u(t))x(t)$$
(٣٩)

A, B همانند تنظیم کنندهٔ مربعی خطی لازم است جفت کنترل پذیر و جفت C, A مشاهده پذیر باشد. اولین معادلهٔ حداقل سازی به فرم معادلهٔ (۴۰) قابل نوشتن است:

$$u(t) = -R \quad (B \quad (x,u)P(x,u)x - \sum_{i=1}^{k} u_i \left(\frac{\partial B_{1 \to m,i}}{\partial u}(x,u)\right) P(x,u)x$$
 (f•)

بر اساس معادلات (۳۹) و (۴۰) و معادلات شرط لازم بهینگی،  
معادلهای شبیه ریکاتی به فرم معادلهٔ (۴۱) بازنویسی می شود.  

$$P(x,u)A(x) + A^{T}(x)P(x,u) - P(x,u)A(x) + A^{T}(x)P(x,u) + Q = \left[ \dot{P}(x,u) + \sum_{i=1}^{k} x_{i} \left( \frac{\partial A_{1 \to m,i}}{\partial x}(x,u) \right)^{T} P(x,u) + \left( \sum_{i=1}^{k} u_{i} \left( \frac{\partial B_{1 \to m,i}}{\partial x}(x,u) \right)^{P} P(x,u) - \left( \sum_{i=1}^{k} u_{i} \left( \frac{\partial B_{1 \to m,i}}{\partial x}(x,u) \right)^{P} P(x,u) - \left( P(x,u) B(x,u) R^{-1} \sum_{i=1}^{k} u_{i} \left( \frac{\partial B_{1 \to m,i}}{\partial u}(x,u) \right)^{P} P(x,u) \right]$$
(۴۱)

صورت زیادی ساده می شود و معادلهٔ (۴۲) حاصل می شود [۲۷].  $P(x,u)A(x) + A^{T}(x)P(x,u) -$ 

$$P(x,u)B(x,u)R^{-1}B^{T}(x,u)P(x,u) + Q = 0$$

$$u(x) = -R^{-1}(B^{T}(x,u)P(x,u))x$$
(\*7)

بهدلیل این فرض، جواب شبه بهینه خواهد بود و دقت آن به میزان اعتبار فرض وابسته خواهد شد، این نوع جواب پایدار خواهد بود [۲۷]. معادلهٔ (۴۲) معادلهای ریکاتی با ماتریسهای A,B وابسته به حالت است، که با انتگرال گیری از آخر یا روشی که در ادامه ذکر می شود قابل حل است.

#### پارامترسازی معادلات سیستم

پارامترسازی یا فاکتورگیری SDC برای مسئلهٔ ملاقات مداری براساس معادلات موقعیت (۳) و (۴) در این مقاله به صورت (۴۳) و (۴۴) انتخاب شده است. برای معادلات کلوهسی– ویلتشایر ماتریس سیستم A به صورت (۳۷) قابل استخراج است:

$$A_{Position} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\omega_{00T} \\ 0 & -\omega_{00T}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\omega_{00T}^2 & -2\omega_{00T} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(FY)

برای ملاقات در مدار بیضوی ماتریس سیستم به صورت وابسته به حالت و متغیر با زمان به صورت (۴۴) استخراج شده است:

$$A_{Position} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-\mu}{r_c^3} + \omega_{0T}^2 & 0 & \dot{\omega}_{0T} & 0 & 0 & 2\omega_{0T} \\ 0 & \frac{-\mu}{r_c^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\omega}_{0T} & 0 & \omega_{0T}^2 + \frac{2\mu}{r_c^3} & -2\omega_{0T} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(YY)

که در رابطهٔ (۴۴) 
$$r_{c} = [(r_{T} + x)^{2} + y^{2} + z^{2}]^{0.5}$$
 است.  
همچنین برای هر دو حالت ماتریس کنترل به صورت (۴۵) است:

$$B_{Position} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ I_{3\times3} \end{bmatrix}_{6\times3}$$
(45)

برای فاکتورگیری و شبهخطیسازی معادلات، وضعیت سیستم لازم است؛ معادلات بر حسب متغیر  $\omega$  که مبین سرعت نسبی دو فضاپیماست، انتخاب شوند. این کار نیازمند انجام تغییراتی در فرم معادلات (۲۸) و (۲۹) است. با فرض صفر بودن گشتاورهای اغتشاشی (  $N_T$ ,  $N_c = 0$ ) با توجه به معادلهٔ (۲۹) می توان نوشت:

$$I_{T}\omega^{T} = I_{T}D(q)I_{C} [$$

$$-D(q)^{-1}(\omega^{T} + a_{T}^{T}) \times I_{C}D(q)^{-1}(\omega^{T} + a_{T}^{T})$$

$$-D(q)^{-1}(\omega^{T} + a_{T}^{T})h_{wc} - \dot{h}_{wc}]$$

$$-I_{T}\omega_{T}^{T} \times \omega^{T} + [a_{T}^{T} \times I_{T}a_{T}^{T}]$$
(\*\*)

$$I_{T}\dot{\omega}^{T} = -I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T} \times I_{c}D(q)^{-1}\omega^{T} \\ -I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T} \times I_{c}D(q)^{-1}\omega_{T}^{T} \\ -I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega_{T}^{T} \times I_{c}D(q)^{-1}\omega_{T}^{T} \\ -I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega_{T}^{T} \times I_{c}D(q)^{-1}\omega_{T}^{T}$$

$$( \mathsf{FV} ) \\ -I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega_{T}^{T}h_{wc} \\ -I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega_{T}^{T}h_{wc} \\ \mp I_{T}D(q)I_{c}^{-1}T(q)^{-1}\omega_{T}^{T}h_{wc} \\ -I_{T}\omega_{T}^{T} \times \omega^{T} + \omega_{T}^{T} \times I_{T}\omega_{T}^{T}$$

در معادلهٔ (۴۷) درصورتی که از چرخ عکس العملی استفاده شود  $T_{cc} = \dot{h}_{wc}$  و با علامت منفی در سمت راست معادله حاضر است و از قانون کنترل بهینه استخراج می شود. در صورتی که از چرخ عکس العملی استفاده نشود  $T_{cc}$  با علامت مثبت در سمت راست معادله حضور دارد و باید از قانون کنترل بهینه استخراج شود، همچنین در این حالت، ترمهای شامل  $m_{wc}$  از معادلات حذف خواهند شد. در معادلهٔ (۴۷) به دلیل وجود ضربهای برداری هنوز ترمها به صورت ضرایبی از  $\varpi$  و  $m^{x}$  نیستند، به همین دلیل نیازمند تبدیل ضربهای برداری به ضربهای ماتریسی است. با توجه به تعریف (۱۹) و خاصیت راستگردی  $A \times B = -B \times A$  معادلهٔ (۴۷)

$$\begin{aligned} & (\Delta Y) \quad \text{ascletic (AY)} \quad \text{ascletic curve for a constraint of the sector (AY)} \\ & \text{large for a scheme (and the sector of the sector$$

$$\Omega^{C} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{z}^{C} & -\omega_{y}^{C} & \omega_{x}^{C} \\ -\omega_{z}^{C} & 0 & \omega_{x}^{C} & \omega_{y}^{C} \\ \omega_{y}^{C} & -\omega_{x}^{C} & 0 & \omega_{z}^{C} \\ -\omega_{x}^{C} & -\omega_{y}^{C} & \omega_{z}^{C} & 0 \end{bmatrix}$$
 (54)

که در رابطهٔ (۵۴):

$$\omega_{x}^{C} = D_{1,1}^{-1}(q)\omega_{x}^{T} + D_{1,2}^{-1}(q)\omega_{y}^{T} + D_{1,3}^{-1}(q)\omega_{z}^{T}$$

$$\omega_{y}^{C} = D_{2,1}^{-1}(q)\omega_{x}^{T} + D_{2,2}^{-1}(q)\omega_{y}^{T} + D_{2,3}^{-1}(q)\omega_{z}^{T}$$

$$\omega_{z}^{C} = D_{3,1}^{-1}(q)\omega_{x}^{T} + D_{3,2}^{-1}(q)\omega_{y}^{T} + D_{3,3}^{-1}(q)\omega_{z}^{T}$$
( $\Delta\Delta$ )

همچنین با تعریف ماتریسهای (۵۶) برای سادگی:  

$$CO_{3\times3} = -skew (D(q)I_c^{-1}D(q)^{-1}\omega^T)I_c D(q)^{-1}$$
  
 $FO_{3\times3} = I_T^{-1}skew (h_{Wc})I_T D(q)I_c^{-1}D(q)^{-1}$  (۵۶)  
 $GO_{3\times3} = \mp D(q)I_c^{-1}$ 

با استفاده از (۵۳) الی (۵۶) و (۴۹) ماتریس شبهخطی سیستم

و ماتریس کنترل برای وضعیت به صورت (۵۷) و (۵۸) استخراج شده است:

$$A_{attitude} = \begin{bmatrix} -skew(\omega^{C}) & q_{4}D^{-1}(q) \\ 0_{3\times 3} & FO + CO \end{bmatrix}_{6\times 6}$$
 ( $\Delta Y$ )

$$B_{attitude} = \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ GO \end{bmatrix}$$
 ( $\Delta \lambda$ )

این انتخاب مبتنی بر این بوده است که حالتها و کنترلهای

وضعیت سیستم به صورت (۵۹) انتخاب شدهاند: ۲ ا

$$\mathbf{x}(t)_{Attitude} = \begin{vmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \omega_x^T \\ \omega_y^T \\ \omega_y^T \end{vmatrix}, \quad \mathbf{u}(t)_{Attitude} = T_{CC} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$$
 (29)

شایان ذکر است برای استخراج دستگاه معادلات (۵۲) فرض شد اغتشاشات وارد به سیستم صفر هستند. در حل مسئله ترمی ثابت که مبین تمامی اغتشاشات وضعیتی باشد به سیستم معادلات اعمال می شود.

$$\begin{split} &I_{T}\dot{\omega}^{T} = \{-skew \left(I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T}\right)I_{c}D(q)^{-1} \\ +skew \left(I_{c}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T}\right)I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1} \\ -skew \left(I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T}\right)I_{c}D(q)^{-1} \\ -skew \left(I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T}\right)I_{c}D(q)^{-1} \\ -\{skew \left(I_{T}D(q)I_{c}^{-1}\right)\omega^{T} \qquad (f\Lambda) \\ +skew \left(I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T}\right)\}h_{wc} \\ +skew \left(\omega^{T}_{T}\right)I_{T}\omega^{T}_{T} \\ -skew \left(I_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T}\right)I_{c}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T} \\ +I_{T}D(q)I_{c}^{-1}T_{cc} \\ \mp I_{T}D(q)I_{c}^{-1}T_{cc} \\ \mp U_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q) \\ +skew \left(\omega^{T}_{T}\right)I_{c}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T})h_{wc} \\ +skew \left(I_{c}D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T}\right)I_{c}D(q)^{-1}\omega^{T}_{T} \\ +I_{T}D(q)I_{c}^{-1}T_{cc} \\ \mp U_{T}D(q)I_{c}^{-1}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q) \\ +I_{C}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_{c}D(q)I_$$

$$\dot{\omega}^{T} = \{-skew \left( D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T} \right)I_{c}D(q)^{-1} \}\omega^{T} - \{skew \left( D(q)I_{c}^{-1}D(q)^{-1}\omega^{T} \right)\}h_{wc} \mp D(q)I_{c}^{-1}T_{cc}$$
(\*9)

با توجه به معادلهٔ (۴۹) مشخص می شود که حل در حالت غیر کوپل و شرایط نهایی سرعت زاویه ای صفر برای فضاپیما هدف مستقل از ماتریس اینرسی فضاپیما هدف است.

برای بیان سینماتیک وضعیت از رابطهٔ (۱۵) میتوان نوشت:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}Q(q)\omega^{C} = \frac{1}{2}Q(q)\left(D(q)^{-1}\left(\omega^{T} + \omega_{T}^{T}\right)\right) \qquad (\Delta \cdot)$$

که با فرض غیرچرخان بودن هدف :

$$\dot{q} = \frac{1}{2}Q(q)D(q)^{-1}\omega^{T}$$
( $\Delta$ )

معادلهٔ (۵۱) و (۴۹) فرم نهایی برای استخراج ماتریسهای شبهخطی یا فاکتورهای SDC هستند. اما این مهم است که آیا این فرم نوشتن معادلات برای بهدست آوردن ماتریسهای A, B کنترل پذیر مناسب است یا خیر. اگر  $M_{W}$ به عنوان حالتی برای استخراج کنترل بهینه استفاده شود، (مانند فرم (۴۹)) سیستم A کنترل پذیر نخواهد بود. همچنین معادلهٔ (۵۱) نیز باید بر حسب p شبه خطی شود تا سیستم کنترل پذیر شود، به همین دلیل معادلات شبه خطی شود تا سیستم کنترل پذیر شود، به همین دلیل معادلات کنترل طوری انتخاب شود تا سیستم کنترل پذیر باشد. اگر کالتهای سیستم نیز به صورت سه متغیر کواترنیون  $p_{1,92,92}$ سه سرعت زاویهای  $w_{x}, w_{y}, w_{z}$ انتخاب شوند؛ سیستمی مناسب برای اعمال روش کنترل بهینهٔ غیرخطی تولید شده است. با

### حل معادلهٔ ریکاتی غیرخطی با استفاده از بردارهای ویژهٔ ماتریس همیلتونین

برای حل معادلهٔ (۴۲) و استخراج کنترل بهینهٔ u و حالتهای x روشهای مختلفی وجود دارد. پس از تشکیل و استخراج معادلات ریکاتی وابسته به حالت یکی از روشهای حل و استخراج، جواب تشکیل ماتریس همیلتونین است. بدین صورت ابتدا ماتریس همیلتونین تشکیل داده میشود و سپس از روی بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه با قسمت حقیقی منفی اظهارنظر میشود. ماتریس همیلتونین به فرم معادلهٔ (۲۰) تشکیل داده میشود:

$$HM = \begin{bmatrix} A(x) & -B(x)R^{-1}B^{T}(x) \\ -Q(x) & -A^{T}(x) \end{bmatrix}$$
(F•)

است. با این  $PX = 2n \times 2n$  برابر با  $2n \times 2n$  است. با این خاصیت مهم که تمام مقادیر ویژهٔ آن حول محورهای موهومی و حقیقی متقارن هستند. جواب پایدارکننده تنها وقتی موجود است که n مقدار ویژه در نیمصفحهٔ چپی داشته باشد. از روی این n hM مقدار ویژه، n بردار ویژهٔ متناظر استخراج می شود که از آنها برای استخراج p در معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت (۴۲) استفاده می شود، که مطلوب q به صورت معادله (۶۱) استخراج خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix}$$
(F1)

 $P = X Y^{-1}$ 

در صورتی که n مقدار ویژه در نیم صفحه چپی دستگاه R, Q و A, B ماتریس های A, B و  $\lambda_x$  مختصات موجود نباشد باید در انتخاب ماتریس های  $\lambda_x$  (۶۱) مراد و پارامترسازی جدید اتخاذ کرد. در معادلهٔ (۶۱) مراع ها مقادیر ویژهٔ ماتریس HM هستند. بدین صورت با حل سیستم معادلات دینامیکی به صورت معادلات دیفرانسیل معمولی با شرایط اولیه در هر مرحله از حل ماتریس HM تشکیل داده می شود و ماتریس q و نهایتاً کنترل u محاسبه می شود [۲۸].

#### قيود كنترلى وضعيت

در صورت استفاده از چرخهای عکس العملی برای کنترل وضعیت نسبی فضاپیما، به دلیل اینکه حداکثر گشتاور تولیدی توسط یک چرخ خاص محدود است، باید این محدودیت بر کنترل بهینهٔ غیرخطی اعمال شود. با تعریف قید کنترلی به صورت معادلهٔ (۶۲):  $|u| \le u_{\max}$ 

این قید کنترلی در هر لحظه از حل باید مورد بررسی قرار گیرد. برای ارضا (۶۲)، اول ماتریسهای R و Q به گونهای انتخاب شود که کنترل بهینه استخراج شده در محدودهٔ مجاز یا حداقل در

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی / ۳۵ جلد ۸ / شمارهٔ ۳/ پاییز ۱۳۹۴

## تبیین موقعیت و سرعت در دستگاه اینرسی زمین مرکز

با توجه به شکل (۱) میتوان جهتهایی که دستگاه حرکت نسبی را به صورت (۶۳) بیان کرد [۲۳]:

$$\hat{O}_r = \frac{\mathbf{r}_T}{r_T}, \ \hat{O} = \hat{O}_h \times \hat{O}_r, \ \hat{O}_h = \frac{\mathbf{h}_T}{h}$$
(FY)

با مفروض داشتن مدار حرکت فضاپیما هدف در هر لحظه، موقعیت و سرعت این فضاپیما در دستگاه اینرسی قابل استخراج است. سپس با استفاده از رابطهٔ (۶۴) مومنتوم زاویهای این فضاپیما نیز استخراج می شود:

$$\mathbf{h}_{T} = \mathbf{r}_{T} \times \dot{\mathbf{r}}_{T} \tag{5\%}$$

با استفاده از مومنتوم زاویه ای و بردار موقعیت و سرعت در دستگاه اینرسی برای فضاپیمای هدف، با کمک شکل (۱) می توان بردار موقعیت فضاپیمای تعقیب کننده در دستگاه اینرسی را به صورت (۶۵) استخراج کرد:

$$\mathbf{r}_{c} = \mathbf{r}_{T} + \mathbf{s} = (r_{T} + z)\hat{O}_{r} + x\hat{O} + y\hat{O}_{h}$$
(F $\Delta$ )

شایان ذکر است که معادلات حرکت نسبی (۳) در بخش (۲) با مشتق گیری از رابطهٔ (۶۵) و اعمال فرضهای ساده ساز قابل استخراج هستند. همچنین در صورت تمایل میتوان با استفاده از مشتق گیری برای فریم گردان به فرم (۶۶)، سرعتهای فضاپیما تعقیب کننده را در دستگاه اینرسی به فرم (۶۲) استخراج کرد:

$$\dot{\mathbf{r}}_{c} = V_{rel} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{oT} \end{bmatrix} \times \mathbf{r}_{c} \tag{59}$$

$$\begin{split} \dot{\mathbf{r}}_{c} &= \dot{\mathbf{r}}_{T} + \dot{\mathbf{s}} = \left(\dot{r}_{T} + \dot{z} - \omega_{OT} \left(r_{t} + z\right)\right) \hat{O}_{r} \\ &+ \left(\dot{x} + \omega_{OT} \left(r_{T} + z\right)\right) \hat{O} + \dot{y} \hat{O}_{h} \end{split} \tag{5Y}$$

که در رابطهٔ (۶۶ / <sub>rel</sub> مبین مشتق زمانی بردار r<sub>c</sub> بدون درنظرگرفتن چرخش مداری فضاپیما هدف است و ترم دوم مبین چرخش محورهاست.

#### شبیهسازی و نتایج

چهارسری شبیهسازی صورت گرفته است، اول برای کنترل بهینهٔ غیرخطی موقعیت نسبی فضاپیما در مانور ملاقات، دوم کنترل بهینهٔ غیرخطی وضعیت نسبی فضاپیما در مانور اتصال بدون چرخهای عکسالعملی و با استفاده از پیشرانش و سوم کنترل بهینهٔ غیرخطی وضعیت نسبی فضاپیما در مانور اتصال با استفاده از چرخهای عکسالعملی HR0610 با حداکثر گشتاور خروجی ۵ نیوتن- متر و چهارم با استفاده از چرخهای عکسالعملی HR12 با حداکثر گشتاور خروجی ۲/۰ نیوتن- متر [۲۹]. سیستم (۶۸) و (۶۹) معرف این دو مانور موقعیت وضعیت است:

 $\dot{\mathbf{x}}_{Position} = A_{Position} \left( x, t \right) \mathbf{x}_{Position} + B_{Position} \left( x, t \right) \mathbf{u}_{Position} \quad (\mathcal{F} \wedge)$ 

 $\dot{\mathbf{x}}_{Attitude} = A_{Attitude} (x, t) \mathbf{x}_{Attitude} + B_{Attitude} (x, t) \mathbf{u}_{Attitude}$  (۶۹) این شبیه سازی ها برای حالت کلی فضاپیما هدف در مدار

یی سبیه سروی برای حال علی علی سیپیه ملک در سار بیضوی صورت گرفته است که برای هر دو مانور تابع هزینه به فرم (۳۰) انتخاب شده است. پس از نوشتن شروط لازم برای بهینگی، معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت با ماتریسهای A, B متغیر با زمان و حالت حاصل می شود که با استفاده از مقادیر ویژهٔ ماتریس همیلتونین کنترل مورد نیاز استخراج می شود.

برای شبیه سازی های مسئلهٔ ملاقات و اتصال بین دو فضاپیما که کنترل فعال روی فضاپیمای رهگیر قرار دارد، جرم فضاپیمای رهگیر ۱۰۰۰ کیلوگرم درنظر گرفته شده است و فرض شده است که فضاپیما هدف در مدار بیضوی با ارتفاع اوج و حضیض ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰ کیلومتر قرار دارد و فضاپیمای رهگیر برای ملاقات از مدارات دورتر به سمت هدف مانور می دهد. ماهواره تحت گشتاورهای اغتشاشی محدود قرار می گیرد و عملکرد کنترل در صورت اعمال این گشتاورهای نیز بررسی می شود. تمام شبیه سازی های موقعیت و وضعیت تحت نیرو و گشتاور اغتشاشی <sup>4–</sup>01و عدم قطعیتهای حالت و پارامتری 0.1 قراردارد. شرایط اولیه، سرعتهاوفواصلنسبی برای هر دو حالت به صورت جدول ۱ و شرایط اولیه وضعیتهای نسبی در جدول ۲ نشان داده شده است، زمان شبیه سازی های موقعیت ۲۰۰۰۰ ثانیه است.

**جدول ۱** – شرایط اولیه موقعیت نسبی فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف

x <sub>0</sub> (km)	y <sub>0</sub> (km)	$z_0(km)$	$\dot{x}_0(km/s)$	$\dot{y}_0(km/s)$	$\dot{z}_0(km/s)$
१८२	-۵۹۰	۳۲۹۰	•	-•/۵۵	•

محمد نوابی و مهدی رضا اخلومدی

جدول ۲ - شرایط اولیه وضعیت نسبی فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف

<i>q</i> <sub>1</sub>	<i>q</i> <sub>2</sub>	<i>q</i> <sub>3</sub>	$q_4$	$\omega_x(deg/s)$	$\omega_y(deg/s)$	$\omega_z(deg/s)$
•	·	•	١	-0.3	0.5	0.1

همچنین برای تابع هزینه ماتریسهای وزنی R, Q برای موقعیت به صورت رابطهٔ (۷۰) بیان شده است که  $I_{3\times3}, I_{6\times6}$ ماتریسهای یکه مربعی مرتبهٔ ۳ و مرتبهٔ ۶ هستند:  $Q = \begin{bmatrix} .01I_{3\times3} & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & .001I_{3\times3} \end{bmatrix}$  (۷۰)  $R = 10^4 I$ 

$$R = 10^4 I_{3\times 3}$$

همچنین ماتریسهای وزنی R,Q برای کنترل وضعیت بدون چرخ عکسالعملی و در صورت وجود چرخ HR0610 به صورت معادلهٔ (۷۱) انتخاب شدهاند:

$$Q = 1000 \times I_{6\times 6}$$

$$R = 0.1 \times I_{3\times 3}$$
(Y1)

ماتریس.های وزنی برای حالتی که از چرخ عس العملی کوچکتر، یعنی HR12 استفاده می شود به صورت (۷۲) است:  $Q = 100 \times I_{6x6}$ 

$$\tilde{R} = 0.1 \times I_{2\times 2} \tag{(YY)}$$

با توجه به اطلاعات مذکور شبیه سازی ها صورت گرفته است. این انتخاب R,Q به گونهای بوده است که مسئلهٔ تنظیم کنندهٔ مربعی غیرخطی جوابهای پایدارکننده داشته باشد و ماتریس همیلتونین n مقدار ویژهٔ سمت چپ محورهای حقیقی داشته باشد. افزایش R زمان لازم را زیاد میکند و تلاش کنترلی را کم میکند. از طرف دیگر افزایش Q تلاش کنترلی را زیاد کرده و زمان لازم برای ملاقات و اتصال یا صفر شدن حالتها را کم میکند. شکل (۲) موقعیت نسبی فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف را نمایش می-دهد، همانگونه که ذکر شده است زمان شبیهسازی ۳۰۰۰۰ ثانیه بوده است، و ملاقات یا صفرشدن سرعت نسبی و موقعیت نسبی در ۲۰۲۳۵ ثانیه اتفاق میافتد. برای نمایش بهتر تغییرات زیاد در ابتدای حرکت شکل (۲)، (۳) و (۵) کمیتها را تا ۱۰۰۰۰ ثانیه نمایش میدهند. شکل (۳) کنترلهای بهینهٔ غیرخطی اعمال شده توسط پیشرانشها را برای فرایند ملاقات نمایش میدهد که نوسانی هستند. در شکل (۴) مسیر حرکت نسبی فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف نمایش داده شده است. در انتهای حرکت چند دور به صورت اسپیرال زده می شود تا فاصله به یک متری برسد. شکل (۵) سرعتهای نسبی را تا همگرا شدن به سمت صفر نمایش می-دهد. سرعتها، کنترل و موقعیت در شکل (۲)، (۳) و (۵) پایدار و هموار هستند. نهایتاً شکل (۶) مسیر حرکت فضاپیمای رهگیر و هدف را در دستگاه اینرسی نمایش میدهد. رهگیر بعد از ۱/۷۹ دوره تناوب فضاپیمای هدف به أن میرسد و ملاقات صورت می-

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی / ۷۳ جلد ۸ / شمارهٔ ۳/ پاییز ۱۳۹۴



شکل ۵- سرعت نسبی فضاپیمای تعقیب کننده نسبت به هدف



**شکل ۶**– مسیر حرکت دو فضاپیما در دستگاه اینرسی

با انجام شبیهسازیهای مربوط به فضاپیمای رهگیر بدون چرخ عکسالعملی و با استفاده از پیشرانش نتایج به صورت شکلهای (۲)، (۸) و (۹) استخراج شده است. شکل (۷) کواترنیون-های نسبی اول، دوم و سوم فضاپیمای رهگیر نسبت به هدف را نمایش میدهد. با توجه به شرایط اولیهٔ کواترنیونهای نسبی اول، دوم و سوم صفر انتخاب شده بود. شکل (۸) سرعتهای زاویهای نسبی را نمایش میدهد که به صورت پایدار و هموار به صفر رسیدهاند. زمان استقرار برای فرایند اتصال برای این فضاپیما ۴۵ ثانیه است. نهایتاً شکل (۹) کنترلهای بهینهٔ غیرخطی را نمایش میدهد که حداکثری برابر ۲/۸ نیوتن– متر و تلاش کنترلی ۷/۴۱۷ ژول دارد. پذیرد. تلاش کنترلی در شکل (۳) ۳۷۱۶ کیلوژول و حداکثر کنترل اعمال شده به سیستم ۳۲۹۰ نیوتن است.



شکل ۲- فواصل نسبی فضاپیمای تعقیب کننده نسبت به هدف



شکل ۴- مسیر حرکت نسبی فضاپیمای تعقیب کننده نسبت به هدف

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی جلد ۸ / شمارهٔ ۳ / پاییز ۱۳۹۴

محمد نوابی و مهدی رضا اخلومدی

شکل (۱۲) کنترل بهینهٔ حاصل از چرخها را نمایش میدهد. در این حالت تلاش کنترلی لازم ۷/۲۳۴ نیوتن – متر است. کمتر بودن تلاش کنترلی در این حالت به دلیل وجود ترم دمپینگ حاصل از چرخ در دینامیک سیستم است. نهایتاً شکل (۱۳) مومنتوم زاویهای چرخها را نمایش میدهد. در شکل (۱۳) مشاهده میشود چرخها پس از انجام مانور با سرعت زاویهای ثابت میچرخند تا فضاپیمای رهگیر در وضعیت مطلوب حفظ شود.



شکل **۱۱** – سرعت زاویه ای نسبی با استفاده از چرخهای عکس العملی HR0610



شکل ۲۲ – گشتاور کنترلی حاصل از چرخهای عکس العملی HR0610



شکل ۷- کواترنیون های نسبی در حالت بدون استفاده از چرخ عکس العملی



شکل ۸- سرعت زاویه ای نسبی در حالت بدون استفاده از چرخ عکس العملی



شکل ۹- کنترل بهینه غیرخطی در حالت بدون استفاده چرخ عکس العملی

در صورت استفاده از چرخ قوی HR0610 نتایج به صورت شکلهای (۱۰) تا (۱۳) استخراج می شوند. شکل (۱۰) کواترنیونهای نسبی را نمایش میدهد و شکل (۱۱) سرعتهای زاویهای نسبی را، نمای کلی شکل (۱۰) و (۱۱) مانند شکل (۷) و (۸) است، ولی در حقیقت این دو مجموعه با هم تفاوت دارند و تفاوت به دلیل وجود ترمی ضربی شامل مومنتوم چرخ و سرعت زاویهای نسبی در معادلهٔ دینامیک است.



شکل **۱۳** – مومنتوم زاویهای مورد نیاز چرخهای HR0610

در صورت استفاده از چرخهای عکسالعملی HR12 نتایج به صورت شکلهای (۱۴) تا (۱۷) استخراج می شوند. شکل (۱۴) نمایش دهندهٔ کواترنیون های نسبی است، پرشی که در  $q_2$  دیده می شود به دلیل بالاتر بودن سرعت زاویهای اولیه متناظر با آن است. شکل (۱۵) سرعت زاویههای نسبی را نمایش می دهد. شکل (۱۶) کنترل بهینهٔ مقید را نمایش می دهد. در ابتدا، کنترل حول محور بدنی X و V مقدار ثابت حداکثر است؛ به همین دلیل سرعتهای زاویهای برای این دو محور در شکل (۱۵) به صورت خطی تغییر می کنند. شکل (۱۷) که مومنتوم چرخها را نمایش می دهد نیز در ابتدای طرکت به دلیل ثابت بودن کنترل به صورت خطی تغییر می کند. وقتی کنترل وارد مقادیر مجاز رابطه (۶۲) می شود، عیناً به سیستم اعمال می شود. با توجه به کمتر بودن حالت اولیه مربوط به gنسبت به سرعت زاویهای در دو محور دیگر، مقدار کنترل برای این نسبت به سرعت زاویهای در دو محور دیگر، مقدار کنترل برای این



شکل **۱۴** – کواترنیونهای نسبی با استفاده از چرخهای عکسالعملی HR12

فصلنامهٔ علمی- پژوهشی علوم و فناوری فضایی / ۹۳ جلد ۸ / شمارهٔ ۲/ پاییز ۱۳۹۴



شکل 1۵ – سرعت زاویهای نسبی با استفاده از چرخهای عکس العملی HR12





شکل ۲۶ – گشتاور کنترلی بهینه با استفاده از چرخهای عکس العملی HR12

شکل **۱۷** – مومنتوم زاویدای چرخهای عکس العملی HR12

- [9] Andrade, C., Robust Control Applied to Consistent Rendezvous and Docking, (Bs Thesis), Massachusetts Institute of Technology, 2008.
- [10] Ortega, G. and Giron-Sierra, J. M., "Genetic Algorithms for Fuzzy Control of Automatic Docking with a Space Station," *Evolutionary Computation, IEEE International Conference*, Vol. 1, 1995, pp. 157.
- [11] Tournes, C., Shtessel, Y. and Foreman, D., "Automatic Space Rendezvous and Docking using Second Order Sliding Mode Control," *In Intech Open Access Publisher*, 2011.
- [12] Xin, M. and Pan, H., "Indirect Robust Control of Spacecraft Via Theta-D Optimal Control Solution," AIAA Journal, Vol. 4, No. 35, 2010, pp. 20-22.
- [13] Crispin, Y. and Seo, D., "Rendezvous Between Two Active Spacecraft with Continuous Low Thrust," Advances in Spacecraft Technologies, Dr Jason Hall (Ed.), InTech, 2011, pp.585.
- [14] Xiangyu, G., Kok, L.T. and Guangren, D., "An Optimal Control Approach to Robust Control of Nonlinear Spacecraft Rendezvous System with Theta-D Technique," *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol. 9, No. 5, 2013, pp. 200-210.
- [15] Xiangyu, G., Wei, Y. and Hao, L., "An Optimal Control Approach to Robust Control of Spacecraft Rendezvous System on Elliptical Orbit," *Control Conference (CCC)*, Chinese, IEEE, Vol. 31, 2012, pp. 2321-2325.
- [16] Murtazin, R., "Rendezvous Missions: From ISS to Lunar Space Station," *Acta Astronautica*, Vol. 101, 2014, pp. 151–156.
- [17] Bevilacqua, R., Romano, M. and Yakimenko, O., "Online Generation of Quasi-Optimal Spacecraft Rendezvous Trajectories," *Elsevier*, Vol. 64, No. 2, 2009, pp. 345-358.
- [18] Harris, M.W. and Acikmese, B., "Minimum Time Rendezvous of Multiple Spacecraft Using Differential Drag," *Aiaa Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 37, No. 2, 2014, pp.365-373.
- [19] Vallet, C. and et. al., "Model Predictive Control Application to Spacecraft Rendezvous in Mars Sample Return Scenario," *Progress in Flight Dynamics, Guidance, Navigation, Control, Fault Detection, and Avionics. EDP Sciences*, Vol. 6, 2013, pp. 137-158.
- [20] Lee, D. and Pernicka, H., "Optimal Control for Proximity Operations and Docking," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 11, No. 3, 2010, pp. 206-220.
- [21] Mauro, M. and Zamaro, M., "Application of SDRE Technique to Orbital and Attitude Control of Spacecraft Formation Flying," *Acta Astronautica*, Vol. 94, No. 1, 2014, pp. 409-420.

نتيجه گيرى

مشاهده شد که با کنترل غیرخطی مطرح شده میتوان سیستم را در زمانی مناسب و به صورت هموار، به شرایط پایدار نهایی رساند. معادلات وضعیت و موقعیت غیرخطی نسبی استخراج شد تا به دلیل نیاز به امنیت بالابرای مانور، مدل دقیقی از سیستم ارائه کنند. با توجه به شبیهسازیهای عددی استفاده از چرخهای عکسالعملی ضعیف برای ماهوارهٔ انتخابی مناسب نبودند و چرخهای قوی عملکرد کنترلی مشابه به پیشرانشها داشتند. روش تحلیلی بردارهای ویژهٔ ماتریس همیلتونین برای اولین بار در این مسئله برای حل معادلهٔ ریکاتی وابسته به حالت و استخراج کنترل بهینهٔ مانور ملاقات و اتصال به کار گرفته شد. این روش به عدم قطعیتهای محدود حالت و پارامتری سیستم مقاوم بود. همچنین در مقابل نیروها و گشتاورهای اغتشاشی محدود وارد به سیستم عملکرد مناسبی از خود نشان داد.

#### مراجع

- Aldrin, B., Line-of-Sight Guidance Techniques for Manned Orbital Rendezvous, (PhD Thesis), Massachusetts Institute of Technology, 1963.
- [2] Luo, Y., Zhang, J. and Tang, G., "Survey of Orbital Dynamics and Control of Space Rendezvous," *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 27, Issue 1, 2014, pp. 1-11.
- [3] Louis S.B. and Jonathan P.H., "Safe Trajectories for Autonomous Rendezvous of Spacecraf," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 31, No. 5, 2008, pp. 1478-1489.
- [4] Michael, J., Chudej, K. and Pannek, J., "Modelling and Optimal Control of a Docking Maneuver with an Uncontrolled Satellite," *arXiv preprint*, 2012, pp. 1203.6782.
- [5] Phillips, J.M., Kavraki, L.E. and Bedrossian, N., Spacecraft Rendezvous and Docking with Real-Time, Randomized Optimization, AIAA Guidance, Navigation, and Control, 2003.
- [6] Lu, W., Geng, Y.H., Chen, X.Q. and Zhang, F., "Relative Position and Attitude Coupled Control for Autonomous Docking with a Tumbling Target," *International Journal* of Control and Automation, Vol. 4, No. 4, 2011, pp. 1-22.
- [7] Gu, D. and Liu, Y., "Robust Parametric Control of Spacecraft Rendezvous," *Hindawi Publishing Corporation*, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.
- [8] Andrade, C., Ramirez-Mendoza, R., Giacoman-Zarzar, M., Morales, R., Fejzic, A., Saenz-Otero, A., and Miller, D.W., "Robust Control Applied Towards Rendezvous and Docking," *Control Conference (ECC), European*, At Budapest, Hungary, 2009.