

# طراحی قانون کنترلی PID و فیدبک کواترنیون و پیاده‌سازی در شبیه‌ساز ماهواره مجهز به عملگرهای ژیروسکوپی

علیرضا آقالاری<sup>۱\*</sup> و جواد طیبی<sup>۲</sup>

۱- مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

\*البرز، کدپستی: ۳۱۵۹۹۱۶۱۱۱

Ali\_Aghalar@mut.ac.ir

اخیراً، تمایل به استفاده از ماهواره‌های کوچک به دلیل هزینه پایین، سرعت بالا و سادگی طراحی، ساخت و پرتاب افزایش پیدا کرده است. در برخی از مأموریت‌ها نیاز به مانورهای سریع بسیار حائز اهمیت است. در این مقاله، طراحی و پیاده‌سازی عملی کنترل وضعیت شبیه‌ساز سه درجه آزادی ماهواره چابک - مجهز به ژایروهای کنترل ممان تک‌جیمبال با آرایه هرمی - با به کارگیری قانون کنترلی PID و راهبردی فیدبک کواترنیون در دو حالت مختلف بهره و به صورت یک و سه محور یارانه می‌شود. ابتدا، عملگرها و شبیه‌ساز ماهواره معرفی شده و راهبردی کنترلی با استفاده از سیمولینک/ متلب شبیه‌سازی می‌شود. سپس استراتژی کنترلی در سیستم پیاده‌سازی شده و آزمایش‌های کنترل وضعیت اجرا می‌شوند. در نهایت، نتایج حاصل از تست‌های تجربی با هم و نیز با نتایج تئوری مقایسه می‌شوند. به منظور فرار از شرایط تکینگی منطق هدایت SR استفاده شده است. نتایج بیانگر تحقق مانور سریع شبیه‌ساز و مطابقت خوب نتایج تئوری با نتایج تجربی است.

**واژه‌های کلیدی:** کنترل وضعیت، ماهواره واکنش سریع، ژایروی کنترل ممان تک‌جیمبال، شبیه‌ساز ماهواره، PID، استراتژی فیدبک کواترنیون، الگوریتم هدایت

$\delta_i$	زاویه جیمبال هر عملگر
$\beta$	زاویه نصب هر عملگر نسبت به صفحه شبیه‌ساز
$h_0$	مومنوم زاویه‌ای هر عملگر در لحظه اولیه
$\delta$	بردار نرخ چرخش جیمبال
$J(\delta)$	ماتریس جاکوبین
$n$	تعداد عملگرها
B و A	ماتریس‌های وزنی متقارن و مثبت
$\alpha$	پارامتر دوری تکینگی
$u$	گشتاور کنترل
$q_{ed}$	بردار جهت خطای وضعیت کواترنیون
$q_e$	بردار خطای کواترنیون وضعیت

## علائم و اختصارات

$H_s$	مومنوم زاویه‌ای کل سیستم نسبت به محور بدنی
$I_s$	ماتریس اینرسی کل شبیه‌ساز ماهواره
$\omega$	بردار سرعت زاویه‌ای شبیه‌ساز در مختصات بدنی
$h_{cmg}$	بردار مومنوم زاویه‌ای عملگرها در محورهای بدنی
Text	مجموع گشتاورهای خارجی عمل‌کننده روی شبیه‌ساز
$T_c$	گشتاور کنترلی
$h_i$	بردار مومنوم زاویه‌ای هر عملگر

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۲. کارشناسی ارشد

که به عبور از میان تکنیکی‌های داخلی کمک می‌کرد. لاپاس [۱۱] یک سیستم کنترل وضعیت جدید در کارش ارائه کرد. وی به خوبی خواص عملگرهای ژيروسکوپیی را توضیح داده و تفاوت بین آنها و وسایل تبادل مومنتومی دیگر مانند چرخ عکس‌العملی را نشان داد. وی همچنین یک میز تست برای درک خواص عملگر ژيروسکوپیی طراحی کرد. تکینالپ و یاووزاوغلو [۱۲] یک الگوریتم سینماتیک معکوس جدید برای عملگرهای ژيروسکوپیی اضافی که دوری تکنیکی‌ها را فراهم می‌کنند، ایجاد نموده‌اند. در سال ۲۰۰۹، کاون [۱۳] نیز یک قانون هدایت ساده با استفاده از تجزیه مقادیر تکین ارائه کرد.

علاوه بر تحقیقاتی که در زمینه قوانین هدایت و شرایط تکین ژایروی کنترل ممان بیان شد، قسمت دیگری از این تحقیقات به بررسی قوانین کنترلی متمرکز شده‌اند. کنترلهایی که با فرض گشتاور مستقیم حول محورهای بدنی ماهواره به کار می‌رود، ممکن است برای کاربردهایی که نیازمند کنترل وضعیت دقت بالا هستند به دلیل تولید گشتاورهای ماهواره با عملگرهایی به همراه دینامیک اضافی، مناسب نباشند. ظرفیت گشتاور تولیدی این عملگرها به علت تغییر در دینامیک مانند فرسایش یاتاقان و افزایش اصطکاک در جیمبال و چرخ مومنتوم ممکن است، کاهش یابد. نتیجه اصطکاک افزایش مصرف توان به علت اتلاف انرژی است. ماهواره‌های هیپارکوس ۵ و ماژلان ۶ [۱۴] نمونه‌هایی از شکست ماهواره‌های واقعی ناشی از چالش‌های عملگرهای ژيروسکوپیی هستند. هیپارکوس به علت خرابی در عملگر ژيروسکوپیی شکست خورد. یکی از این عیب‌ها به علت گشتاور مقاوم بالا و متغیر در یکی از عملگرها بود که منجر به تخریب نابه‌هنگام گردید. ماهواره ماژلان مدت ۵ ماه در راه رسیدن به ونوس قرار داشت اما قبل از این که مأموریت را شروع کند رانش نامنظم موتور در یکی از عملگرها نمایان شد. دلیل این خرابی اصطکاک ایجاد شده به علت خطای فرآیند ساخت در روغن کاری یاتاقان که با مواد زائد آلوده شده بود یافت شد.

طراحی سیستم کنترل وضعیت برای ماهواره به علت نامعینی‌های پارامتریک، اغتشاشات و غیرخطی‌ها که معمولاً در دینامیک ماهواره وجود دارند؛ پیچیده است. برای فائق آمدن بر این چالش‌ها کنترله وضعیت بر اساس NNS [۱۵-۱۶] به کار برده است. ماکونیس [۱۷] یک کنترله تطبیقی غیرخطی استفاده کرد که نامعینی‌های اینرسی و نامعینی اصطکاک جیمبال را جبران می‌کرد. در این مقاله، پس از طراحی و شبیه‌سازی کنترل وضعیت شبیه‌ساز ماهواره - مجهز به ژایروهای کنترل ممان تک جیمبال-

$qC$	بردار فرمان کواترنیون
$D$ و $K$	ماتریس‌های وزنی
$\zeta$	نسبت میرایی
$\omega n$	فرکانس طبیعی
$\tau$	گشتاور کنترلی

## مقدمه

ماهواره‌ها دامنه وسیعی از مأموریت‌های فضایی را پوشش می‌دهند که هرکدام احتیاج به نیازمندی‌های سیستمی متفاوتی دارند. اندازه این ماهواره‌ها از پیکوماهواره‌ها تا ایستگاه‌های فضایی متفاوت است. ماهواره‌های امروزی بیش از قبل احتیاج به قابلیت مانوردهی چرخشی سریع و چابک دارند. ماهواره‌هایی که برای ردیابی موشک‌ها، تصویربرداری و ردیابی اهداف متحرک زمینی طراحی می‌شوند به چابکی زیادی ( $10\% - 1$ ) برای انجام مأموریت خود نیاز دارند [۱]. ماهواره بیلس-۳۱ اولین ماهواره با اندازه کوچک است که از ژایروی کنترل ممان تک‌جیمبال کوچک به منظور اجرای مانورهای سریع ماهواره به صورت آزمایشی استفاده کرده است.

مانورهای سریع ماهواره در محدوده  $10 - 1 \text{ deg/s}$  و مانورهای بسیار سریع ماهواره در محدوده  $10 - 40 \text{ deg/s}$  هستند. اولین تحقیق در مورد استفاده از ژایروهای کنترل ممان برای کنترل وضعیت فضاپیما توسط ژاکوت و لیسکا صورت گرفت [۲]. مارگولیز و اوبران [۳] در فرمول‌بندی کردن تئوری تکنیکی و کنترل برای ژایروهای کنترل ممان تک‌جیمبال در ۱۹۷۸ از پیش‌تازان این کار بودند. بدروسیان [۴-۵] در سال ۱۹۹۰ قوانین هدایت را برای ژایروهای کنترل ممان تک‌جیمبال ارائه کرد. ودالی [۶] در سال ۱۹۹۱، تولید فرمان گشتاور با استفاده از عملگر ژيروسکوپیی تک‌جیمبال و تخمین زوایای اولیه مطلوب جیمبال را به منظور دوری از تکنیکی‌های داخلی عنوان کرد. اوه و ودالی [۷] یک مجموعه کامل معادلات حرکت شامل اینرسی عرضی روتور به‌علاوه ترم‌های اینرسی جیمبال را توسعه دادند. میفه [۸] بسته مومنتوم را برای ژایروهای کنترل ممان تک‌جیمبال با پیکربندی هرمی ایجاد کرد. در سال ۱۹۹۷، قانون هدایت محدود ژایروی کنترل ممان با چیدمان هرمی توسط کوروکاوا [۹] ارائه شد. پس از آن فضای مومنتوم زاویه‌ای محدود شده شناسایی شد و بسته مومنتوم به‌دست آمد. علاوه بر این کوروکاوا کاربردهای این روش را برای کنترل سیستم ژایروی کنترل ممان میرا توصیف کرد. وای [۱۰] با اصلاح روش معکوس SR، یک منطق جدید را معرفی کرد

5. Hipparcos  
6. Magellan

3. BILSAT-1  
4. MIR

جدول ۱- مشخصات فنی عملگرهای شبیه‌ساز

مقدار	خصوصیات فنی
$60 (\%/sec)$	حداکثر نرخ حرکت جیمبال
$0.623 (N.m.s)$	حداکثر مومنتم زاویه‌ای
$5000 (rpm)$	حداکثر سرعت زاویه‌ای چرخ طیار
$0.1$ (درجه)	دقت کنترل جیمبال
$180 \pm$ (درجه)	حداکثر محدوده چرخش جیمبال

### شبیه‌ساز ماهواره

به منظور ارزیابی عملکرد قوانین کنترلی از شبیه‌ساز ماهواره استفاده می‌شود. این شبیه‌ساز که قادر است شرایط ماهواره در فضا را در روی زمین فراهم آورد توسط نگارنده و همکاران طراحی و ساخته شده است [۲۲]. شبیه‌ساز مذکور از سه بخش تشکیل شده است. بخش اول، پایه که نگهدارنده کل مجموعه است. بخش دوم، یاتاقان هوایی که شرایط تعلیق مجموعه را فراهم می‌آورد. بخش سوم، صفحه پلتفرم که تمام عملگرها و زیرسیستمها بر روی آن سوار شده‌اند. ارتباط بین کامپیوترهای زمینی و شبیه‌ساز به صورت بی‌سیم فراهم می‌گردد. به منظور ایجاد بلادرنگی و افزایش نرخ ارسال و دریافت داده‌ها از سیستم عامل لینوکس در کامپیوتر شبیه‌ساز استفاده شده است. در کامپیوتر زمینی از نرم‌افزار Labview تحت سیستم عامل ویندوز XP برای ارسال فرامین، مشاهده و ذخیره داده‌ها استفاده شده است. از یک حسگر AHRS (Microstrain-GX3) با دقت دینامیکی ۲ درجه به منظور تعیین وضعیت شبیه‌ساز ماهواره استفاده شده است [۲۳]. عملگرهای ژایروی کنترل ممان تک‌جیمبال به صورت هرمی و با زاویه ۵۴/۷ درجه نسبت به صفحه شبیه‌ساز نصب شده‌اند. در شکل (۲) نمایی از شبیه‌ساز ماهواره و در جدول (۲)، مشخصات فنی آن ارائه شده است.



شکل ۲- نمایی از شبیه‌ساز ماهواره

با استفاده از راهبرد کنترلی و قانون هدایت طراحی شده در نرم‌افزار سیمولینک/متلب، تست‌های عملی به صورت مانورهای تک‌محوره و سه‌محوره حول سه راستای رول، پیچ و یاو و با ضرایب بهره متفاوت بر روی شبیه‌ساز ماهواره انجام شده و نتایج تست‌ها با هم و نیز با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مقایسه می‌شوند.

### ژایروی کنترل ممان تک‌جیمبال

به دلیل ویژگی‌های برتر مانند دامنه گشتاور بالا، ذخیره مومنتوم و هزینه کمتر، ژایروهای کنترل ممان به‌منظور تحقق مانورهای سریع استفاده می‌شوند. موارد کاربردهای علمی و فنی زیر نیازمند مانورهای سریع و بسیار سریع ماهواره هستند:

- اهداف نقطه‌ای؛ که ماهواره نیاز دارد تا بر روی یک هدف تمرکز کند و تصاویر پایدار فراهم کند. نمونه‌ای از این موارد مشاهده ستاره‌ها هستند.
  - ردیابی هدف؛ که ماهواره نیاز دارد یک هدف متحرک را دنبال کند. نمونه‌ای از این موارد ردیابی شهاب‌سنگ‌ها و مشاهده تخلیه الکتریکی بالای اتمسفر هستند.
- این عملگرها از یک جیمبال برای تولید گشتاور ژيروسکوپی با استفاده از چرخش روتور چرخان حول محور جیمبال بهره می‌برند. حداقل سه عملگر ژيروسکوپی تک‌جیمبال برای به‌دست آوردن کنترل وضعیت سه محوره مورد نیاز است. با این حال یک سیستم کنترل وضعیت مطمئن نیازمند چهار عدد از این عملگرها برای دوری از عملکرد غیر کاراست که با عنوان تکینگی داخلی شناخته می‌شود.

با توجه به مزایای ژایروهای کنترل ممان تک‌جیمبال، یکی از معایب اصلی آنها نسبت به سایر عملگرها وجود پدیده تکینگی است که برای رفع این چالش روش‌های مختلف هدایت ارائه شده است. در شکل (۱) نمایی از عملگرهای استفاده شده در شبیه‌ساز ماهواره و در جدول (۱)، مشخصات فنی آنها ارائه شده است. این عملگرها توسط نگارنده و همکاران طراحی و ساخته شده‌اند [۱۹-۲۱].



شکل ۱- نمایی از عملگرهای استفاده شده در شبیه‌ساز ماهواره

$$h_{cmg} = h_0 \begin{bmatrix} -\cos \beta \sin \delta_1 \\ \cos \delta_1 \\ \sin \beta \sin \delta_1 \end{bmatrix} + h_0 \begin{bmatrix} -\cos \delta_2 \\ -\cos \beta \sin \delta_2 \\ \sin \beta \sin \delta_2 \end{bmatrix} + h_0 \begin{bmatrix} \cos \beta \sin \delta_3 \\ -\cos \delta_3 \\ \sin \beta \sin \delta_3 \end{bmatrix} + h_0 \begin{bmatrix} \cos \delta_4 \\ \cos \beta \sin \delta_4 \\ \sin \beta \sin \delta_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

مشتق زمانی  $h$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{h}_{cmg} = J(\delta)\dot{\delta}, \quad J = \frac{\partial h_{cmg}}{\partial \delta} \equiv \left[ \frac{\partial h_{cmg i}}{\partial \delta_j} \right] \quad (7)$$

در معادله (۷)،  $\dot{\delta}$  بردار نرخ چرخش جیمبال است.  $J(\delta)$  یک ماتریس  $3 \times n$  است که جاکوبین طرح مونتوم زاویه‌ای (معادله ۸) است.  $n$  تعداد ژایروهای کنترل ممان استفاده شده در سیستم کنترل وضعیت است.

$$J(\delta) = \frac{\partial h_{cmg}}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} -\cos \beta \cos \delta_1 \\ -\sin \delta_1 \\ \sin \beta \cos \delta_1 \end{bmatrix} + h_0 \begin{bmatrix} \sin \delta_2 \\ -\cos \beta \cos \delta_2 \\ \sin \beta \cos \delta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \delta_3 \\ \sin \delta_3 \\ \sin \beta \cos \delta_3 \end{bmatrix} + h_0 \begin{bmatrix} -\sin \delta_4 \\ \cos \beta \cos \delta_4 \\ \sin \beta \cos \delta_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

### الگوریتم هدایت ژایروی کنترل ممان

شرایط تکین در یک پیکربندی خاص زاویه جیمبال عملگرها رخ می‌دهد. در این شرایط رتبه ماتریس جاکوبین کاهش می‌یابد ( $\text{rank}(J) < 3$ ). در این مورد یک جهت در فضا وجود دارد که تولید گشتاور مجموعه ژایروهای کنترل ممان موجود نیست. هدف قانون هدایت به دست آوردن بهترین مسیرهای زاویه جیمبال برای گشتاور کنترل لازم به منظور مانور مطلوب و رهایی از شرایط تکین است. با فرمولاسیون مناسب قانون هدایت، شبیه‌ساز ماهواره می‌تواند نرخ‌های مانور مطلوب به دست آورد. برای آرایه هرمی چهار ژایروی کنترل ممان تک جیمبال گشتاور فرمان به طور مستقیم، با استفاده از قانون هدایت به دست می‌آید.

در این کار از میان قوانین هدایت مختلف الگوریتم SR برای انجام شبیه‌سازی‌های تئوری و تست‌های تجربی انتخاب شده است. این قانون برای غلبه بر تکینگی توسط ناکامورا و هانافوسا [۲۴] برای بازوهای مکانیکی روبات که از نظر مکانیکی شبیه ژایروهای کنترل ممان هستند، ارائه شده است. این روش با حل مسئله کمینه‌سازی زیر استخراج می‌شود:

$$\min_{\dot{\delta}} \frac{1}{2} \{ \delta^T A \dot{\delta} + \tau_{error}^T B \tau_{error} \} \quad (9)$$

در رابطه بالا  $\tau_{error} = J(\delta)\dot{\delta} - \tau$  است. حل این مسئله عبارت زیر را نتیجه می‌دهد.

$$\dot{\delta} = J_{SR} \tau = [J(\delta)^T A J(\delta) + B]^{-1} J(\delta)^T A \tau \quad (10)$$

جدول ۲- پارامترهای شبیه‌ساز ماهواره

مقادیر	پارامتر
[۳/۱، ۳/۱، ۵/۸]	ممان اینرسی شبیه‌ساز (kg.m2)
۵۴/۷۳	زاویه نصب عملگر (deg) ( $\beta$ )
حدود ۵۱	وزن شبیه‌ساز (kg)
[±۱۸۰، ±۴۵، ±۴۵]	محدوده حرکتی [رول، پیچ، یاو]

### مدل‌سازی دینامیکی شبیه‌ساز ماهواره

مونتوم زاویه‌ای کل شبیه‌ساز ماهواره به صورت مجموع مونتوم زاویه‌ای بدنی شبیه‌ساز ماهواره و مونتوم زاویه‌ای عملگرها به صورت زیر بیان می‌شود.

$$H_s = I_s \omega + h_{cmg} \quad (1)$$

با جایگذاری رابطه (۱) در معادله حرکت چرخشی در مختصات

بدنی و ساده‌سازی معادلات داریم:

$$\dot{H}_s + \omega \times H_s = T_{ext} \quad (2)$$

با نشان دادن گشتاور داخلی عملگرها با  $T_c$ ، ترکیب روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x &= T_x - \omega_z \omega_y (I_z - I_y) + T_{c_1} \\ I_y \dot{\omega}_y &= T_y - \omega_z \omega_x (I_x - I_z) + T_{c_2} \\ I_z \dot{\omega}_z &= T_z - \omega_y \omega_x (I_y - I_x) + T_{c_3} \end{aligned} \quad (3)$$

در رابطه بالا،  $T_c$  گشتاور کنترلی است و برای یک شبیه‌ساز

کنترل شده با وسایل تبادل مونتوم به صورت زیر بیان می‌شود.

$$-\dot{h}_{cmg} - \omega \times h_{cmg} = T_c \quad (4)$$

در روابط (۳)،  $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]$  و  $[I_x, I_y, I_z]$  به ترتیب مؤلفه‌های

سرعت زاویه‌ای در مختصات بدنی و ممان اینرسی کل سیستم هستند. در چیدمان هرمی، هر یک از عملگرها با زاویه  $\beta = 54.73^\circ$  نسبت به صفحه شبیه‌ساز نصب شده‌اند و کنترل سه محوره کامل با قابلیت مونتوم تقریباً برابر در همه محورها را با کمترین افزونگی فراهم می‌آورند. بردار مونتوم زاویه‌ای هر عملگر ( $h_i$ ) تابعی از زاویه جیمبال آنها ( $\delta_i$ ) است.

$$h_i = h(\delta_i) \quad (5)$$

با در نظر گرفتن بردارهای مونتوم زاویه‌ای چهار ژایروی

کنترل ممان و زاویه  $\beta$  و تصویرکردن بردارهای مونتوم زاویه در محوره‌های بدنی شبیه‌ساز داریم:

$$K = kI_{s/c}, \frac{k}{2} = \omega_n^2 \quad (17)$$

$$D = dI_{s/c}, d = 2\zeta\omega_n$$

در اینجا  $\zeta$  نسبت میرایی،  $\omega_n$  فرکانس طبیعی و  $I_{s/c}$  ماتریس اینرسی کل شبیه‌ساز ماهواره هستند. با جایگذاری ماتریس اینرسی و بهره‌های سیستم در رابطه (۱۵)، گشتاور تولیدی کنترلر در راستای محورهای مختصات بدنی به صورت رابطه (۱۸) ساده می‌شوند.

$$u = -2\omega_n^2 \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1e} \\ q_{2e} \\ q_{3e} \end{bmatrix} - 2\zeta\omega_n \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (18)$$

### نتایج تئوری و تجربی

الگوریتم راهبردی کنترلی با زبان C++ تهیه و در کامپیوتر شبیه‌ساز پیاده‌سازی می‌شود. قبل از انجام تست‌ها لازم است تا بالانس جرمی و تعادل خنثی در سیستم ایجاد گردد. بالانس جرمی سیستم به صورت دستی و در صفحه شبیه‌ساز با استفاده از وزنه‌های کوچکی که در اطراف شبیه‌ساز تعبیه شده است انجام می‌شود. این کار به دلیل حداقل کردن گشتاورهای اغتشاشی گرانشی ناشی از وزن سیستم در صفحه شبیه‌ساز (در راستاهای x و y) انجام می‌شود. تعادل خنثی نیز بیانگر وضعیت تعلیق ماهواره در فضا بوده و مرکز جرم سیستم کاملاً منطبق بر مرکز چرخش آن است. ایجاد چنین شرایطی به صورت کامل در روی زمین بسیار سخت است؛ اما با دقت خوبی می‌توان وضعیت نزدیک به آن را فراهم ساخت. این کار نیز به دلیل حداقل کردن گشتاورهای اغتشاشی گرانشی ناشی از وزن سیستم به دلیل عدم تطابق کامل مرکز جرم سیستم با مرکز چرخش آن در راستای عمود بر صفحه شبیه‌ساز و به کمک وزنه کوچک تعبیه شده در مرکز شبیه‌ساز به صورت دستی (در راستای z) انجام می‌گیرد. پس از انجام کارهای فوق و اطمینان از صحت کارکرد سیستم، زوایای اویلر فرمان از طریق کامپیوتر زمینی ارسال و تست آغاز می‌شود. تست‌ها در دو حالت مختلف بهره طبق جدول (۳) و به صورت یک و سه محوری انجام می‌شود. در تمام تست‌ها سعی می‌شود که مانور از حالت اولیه نزدیک [۰، ۰، ۰] که به صورت دستی تنظیم می‌شود آغاز شود. نتایج تئوری نیز با استفاده از شبیه‌سازی‌های انجام شده در نرم‌افزار سیمولینک / متلب (شکل ۳) به دست می‌آیند. در نهایت نتایج حاصل از تست با نتایج تئوری ارائه و مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرند.

جدول ۳- بهره‌های کنترلر

K21, K22, K23	K11, K12, K13	حالت‌ها
۲/۰۳، ۲/۰۳، ۳/۱۸	۱/۳۶، ۱/۳۶، ۲/۵۶	آزمایش اول و دوم
۶/۱، ۶/۱، ۱۱/۴	۷/۵، ۷/۵، ۱۴/۰۳	آزمایش سوم و چهارم

اگر A و B به صورت ماتریس‌های قطری I3 و I4 به ترتیب انتخاب شوند معکوس SR به صورت زیر به دست می‌آید.

$$J_{SR} = [\alpha I_4 + J^T J]^{-1} J^T \equiv J^T [\alpha I_3 + J J^T]^{-1} \quad (11)$$

$\alpha$  پارامتر دوری تکینگی است که به طور مناسب و بر طبق اندازه تکینگی ( $J J^T$ )  $m = \det(J J^T)$  انتخاب می‌گردد. اندازه تکینگی معیاری برای سنجش تکینگی سیستم است به طوری که مقدار  $m = 0$  متناظر با ورود سیستم به شرایط تکینگی است. از این پارامتر می‌توان برای ارزیابی روش‌های مختلف هدایت در شبیه‌سازی‌ها استفاده کرد. پارامتر  $\alpha$  را می‌توان به صورت زیر انتخاب کرد.

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{for } m \geq m_{cr} \\ a_0(1 - m/m_0)^2 & \text{for } m < m_{cr} \end{cases} \quad (12)$$

یا

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{for } m \geq m_{cr} \\ a_0/m & \text{for } m < m_{cr} \\ a_{max} & \text{for all other possibilities} \end{cases} \quad (13)$$

که

$$a = a_0 e^{-\mu \det(J J^T)} \quad (14)$$

که پارامترهای  $a_0$  و  $\mu$  مقادیر ثابت عددی هستند. با این حال در روش SR چنانچه سیستم به شرایط تکینگی نزدیک شود گشتاورهای تحقق یافته شروع به اختلاط از گشتاورهای مطلوب می‌کنند. عیب اصلی این روش عبور نکردن از تکینگی‌های داخلی بیضی است.

### راهبرد کنترل فیدبک کواترنیون

برای انجام مانورهای سریع بنا بر تعریف ارائه شده در مقدمه، کنترلر فیدبک خطی به فرم زیر به کار گرفته شده است.

$$u = -Kq_e - D\omega \quad (15)$$

مطابق رابطه (۱۵)،  $q_e$  خطای کواترنیون و  $\omega$  نرخ سرعت زاویه‌ای شبیه‌ساز ماهواره، به کنترلر فیدبک برای تولید بردار گشتاور کنترل  $u$  تغذیه می‌شوند. به منظور بیان اختلاط بین وضعیت جاری  $q$  و وضعیت فرمان  $q_c$  خطای کواترنیون به صورت زیر توصیف می‌شود:

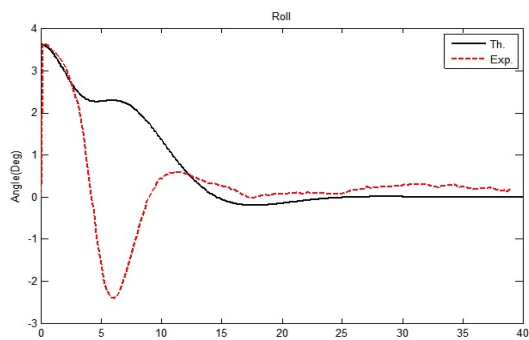
$$\begin{bmatrix} q_{1e} \\ q_{2e} \\ q_{3e} \\ q_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{4c} & q_{3c} & -q_{2c} & -q_{1c} \\ -q_{3c} & q_{4c} & q_{1c} & -q_{2c} \\ q_{2c} & -q_{1c} & q_{4c} & -q_{3c} \\ q_{1c} & q_{2c} & q_{3c} & q_{4c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (16)$$

که

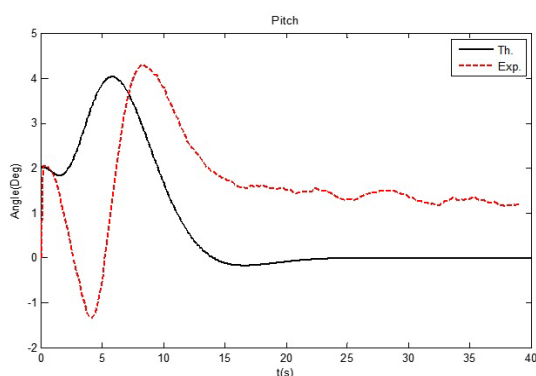
$q_c = [q_{1c}, q_{2c}, q_{3c}, q_{4c}]^T$ ،  $q_e = [q_{1e}, q_{2e}, q_{3e}, q_{4e}]^T$  است. بهره‌های سیستم از وای [۲۵]، به فرم رابطه (۱۸) انتخاب شده‌اند.

## تست اول

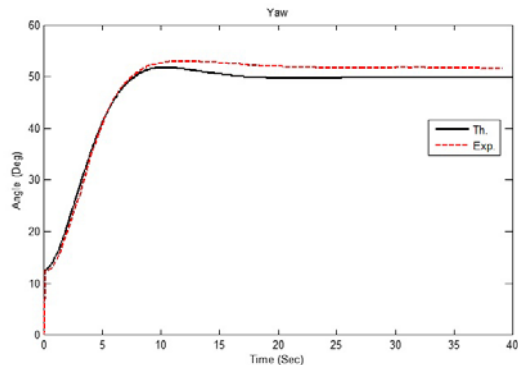
در جدول (۴) شرایط تست اول ارائه شده است. در این تست یک مانور تک‌محوری در راستای یاو از شرایط اولیه تقریباً صفر مدنظر است. شکل (۳) زوایای اویلر در راستاهای رول، پیچ و یاو در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود شبیه‌ساز با دقت خوبی توانسته است مانور فرمان را اجرا کند و تطابق بسیار خوبی بین نتایج تئوری و تست ملاحظه می‌شود. اختلاف بسیار اندکی که در پایداری وجود دارد و اصطلاحاً خطای حالت دائم نامیده می‌شود (کمتر از دقت دینامیکی حسگر تعیین وضعیت است) به دلایل زیر است: ۱) شرایط محیطی تست ۲) اصطکاک یاتاقان هوایی ۳) گشتاور گرانشی ۴) دقت حسگر تعیین وضعیت ۵) فرض عملکرد ایده‌آل عملگرهای ژایروی کنترل ممان و حسگرها ۶) عدم فیلترینگ نویزهای ورودی و اغتشاشی سیستم ۷) تأخیر سیستم. در شکل (۴) نمودار زوایای جیمبال در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، حداکثر مقدار زوایای جیمبال در حالت تجربی بیشتر از حالت تئوری است که از دلایل آن می‌توان به ایده‌آل فرض کردن عملگرها در حالت تئوری اشاره کرد. در حالت عملی وجود اصطکاک یاتاقان‌های جیمبال، شرایط محیطی تست، اصطکاک یاتاقان هوایی و عوامل دیگر باعث می‌شوند تا حداکثر گشتاور مورد نیاز برای انجام مانور بیشتر از حالت تئوری باشد که این مسئله منجر به بالا رفتن نرخ چرخش جیمبال‌ها و در نتیجه افزایش حداکثر زاویه چرخش آنها می‌گردد. در نمودار شکل (۵) که مقدار گشتاور مورد نیاز در جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است مؤید این موضوع است. در شکل (۶) نمودار شاخص سینگولاریتی ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار این شاخص از ثابته تقریباً دو تا چهار سیر نزولی داشته و به سمت صفر میل می‌کند. این موضوع نشان‌دهنده افزایش احتمال اتفاق پدیده سینگولاریتی است که باید قانون هدایت اعمال شده مانع از این اتفاق گردد. برای این منظور اغتشاش کوچکی در راستاهای رول و پیچ پدید آمده (که نتایج آن ایجاد مانورهای کوچک در دو راستای رول و پیچ بین ثانیه دوم تا چهارم است که در شکل (۳) نیز قابل مشاهده است) تا از ورود سیستم به حالت سینگولار جلوگیری گردد.



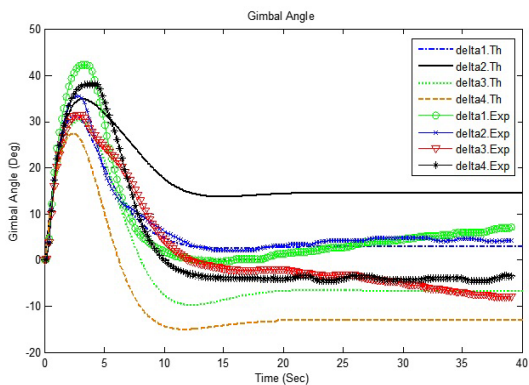
(الف)



(ب)



شکل ۳- (الف و ب) نمودار زوایای اویلر در سه راستای رول، پیچ و یاو در دو حالت تئوری و تجربی در تست اول



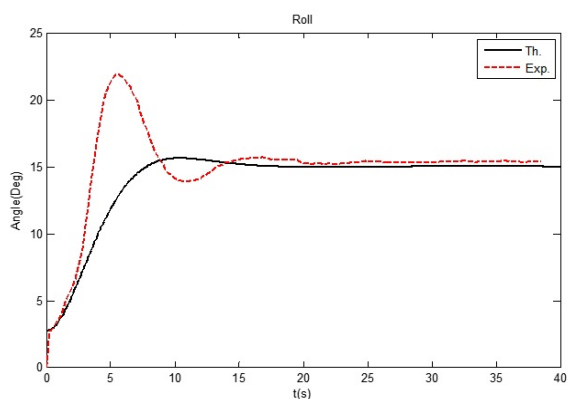
شکل ۴- نمودار زوایای جیمبال عملگرها در حالت تئوری و عملی

جدول ۴- شرایط آزمایش اول

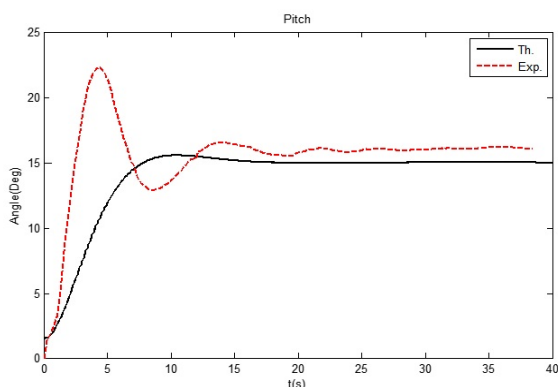
مقادیر	پارامتر
[۳/۶۲، ۲/۰۴، ۱۲/۵۱]	زوایای اویلر اولیه
[۰، ۰، ۵۰]	زوایای اویلر مطلوب
[۰، ۰، ۰]	زوایای اولیه جیمبال
در حدود [۰، ۰]	نرخ‌های زاویه‌ای اولیه (rad/s)
۰/۴۷	$\zeta$
۰/۷	$\omega_n$

جدول ۵- شرایط آزمایش دوم

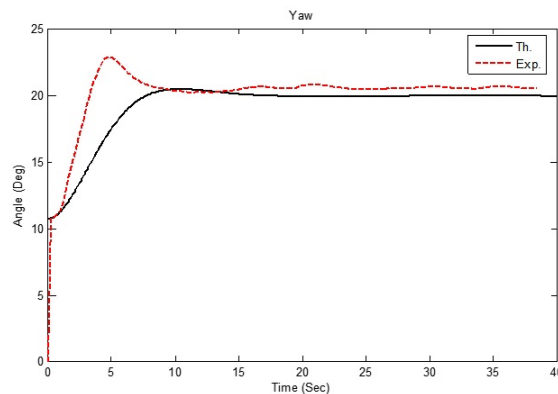
مقادیر	پارامتر
[۲/۷۳، ۱/۵۶، ۰/۷۳]	زوایای اوایلر اولیه
[۱۵، ۱۵، ۲۰]	زوایای اوایلر مطلوب
[۰، ۰، ۰]	زوایای جیمبال اولیه
[۰، ۰، ۰]	نرخ‌های زاویه‌ای اولیه (rad/s)
۰/۴۷	$\zeta$
۰/۷	$\omega_n$



(الف)

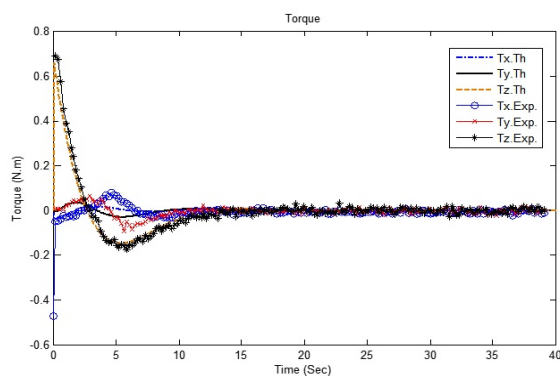


(ب)

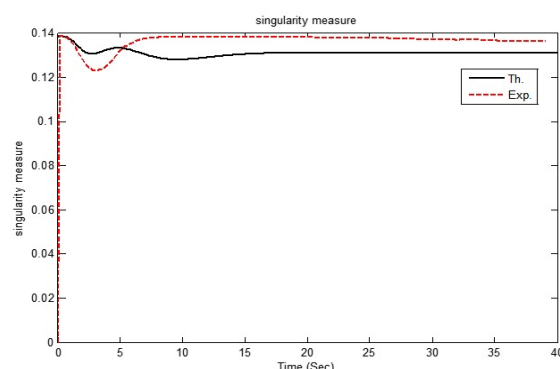


(ج)

شکل ۷- (الف، ب و ج) نمودارهای زوایای اوایلر در سه راستای رول، پیچ و یاو در حالت تئوری و عملی



شکل ۵- نمودار گشتاور مورد نیاز عملگرها در حالت تئوری و عملی



شکل ۶- نمودارهای شاخص سینگولاریتی در حالت تئوری و عملی

تست دوم

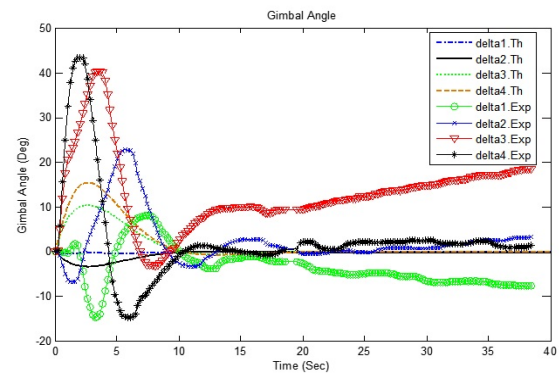
در جدول (۵) شرایط تست دوم ارائه شده است. در این تست یک مانور سه محوری در راستاهای رول، پیچ و یاو از شرایط اولیه تقریباً صفر مدنظر است. در شکل (۷) زوایای اوایلر در راستاهای رول، پیچ و یاو در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود، شبیه‌ساز با دقت خوبی توانسته است مانور فرمان را اجرا نماید و تطابق بسیار خوبی بین نتایج تئوری و تست ملاحظه می‌شود. در این تست نیز خطای حالت ماندگار مشاهده می‌شود که دلایل آن قبلاً ذکر شده است. در شکل (۸) نمودار زوایای جیمبال در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود به دلیل بالا بودن حداکثر گشتاور مورد نیاز در حالت تجربی (شکل ۹)، حداکثر مقدار زوایای جیمبال در حالت تجربی بیشتر از حالت تئوری است. در نمودار شکل (۱۰) ملاحظه می‌شود که مقدار شاخص سینگولاریتی در ابتدا سیر نزولی داشته و به سمت صفر میل می‌کند. این موضوع نشان‌دهنده افزایش احتمال اتفاق پدیده سینگولاریتی است که باید قانون هدایت اعمال شده مانع از این اتفاق شود. به همین دلیل اختلافی بین گشتاورهای تولید شده و گشتاورهای مطلوب مورد نیاز برای انجام مانور ایجاد می‌شود. نتایج این کار در نمودار شکل (۹) مشاهده می‌شود که باعث فرارفت بیش از انتظار زوایای رول و پیچ از مقادیر مطلوب شده است.



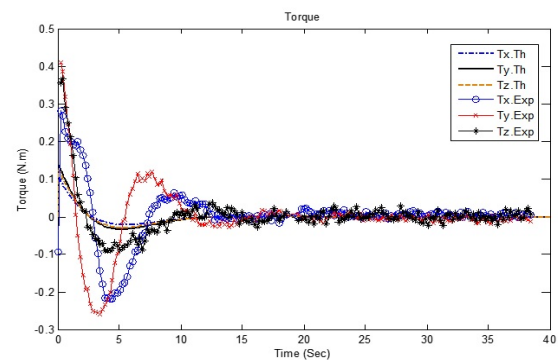
تست نیز مانند دو تست قبل خطای حالت ماندگار مشاهده می‌شود که دلایل آن قبلاً ذکر شده است. در شکل (۱۲) نمودار زوایای جیمبال در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. به دلیل کاهش زمان مانور، نرخ چرخش زوایای جیمبال نسبت به تست اول افزایش یافته و به تبع آن حداکثر مقدار زوایای جیمبال بیشتر از حداکثر مقدار زوایای جیمبال در تست اول می‌گردد. در شکل (۱۳) نمودار گشتاورهای مورد نیاز در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. در شکل (۱۴) نمودار شاخص سینگولاریتی ارائه شده است. در این تست نیز مانند دو تست قبل احتمال رخ دادن پدیده سینگولاریتی در ثانیه‌های اولیه افزایش پیدا می‌کند که استفاده از قانون هدایت باعث افزایش مقدار شاخص سینگولاریتی و فرار از پدیده مذکور می‌گردد.

جدول ۶- شرایط آزمایش سوم

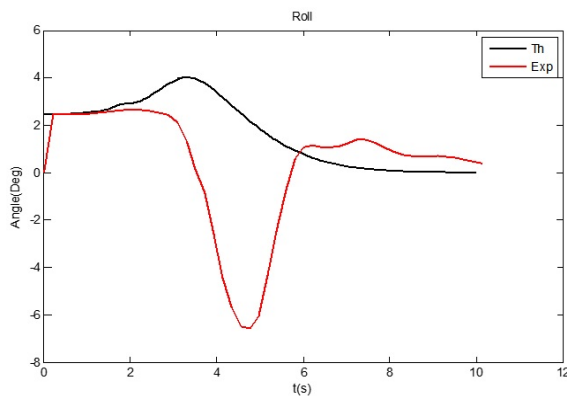
مقادیر	پارامتر
[۲/۴۷, ۰/۷۵, ۱/۲۸]	زوایای اوپلر اولیه
[۰, ۰, ۵۰]	زوایای اوپلر مطلوب
[۰, ۰, ۰, ۰]	زوایای جیمبال اولیه
در حدود [۰, ۰, ۰]	نرخ های زاویه ای اولیه (rad/s)
۰/۹	$\zeta$
۱/۱	$\omega_n$



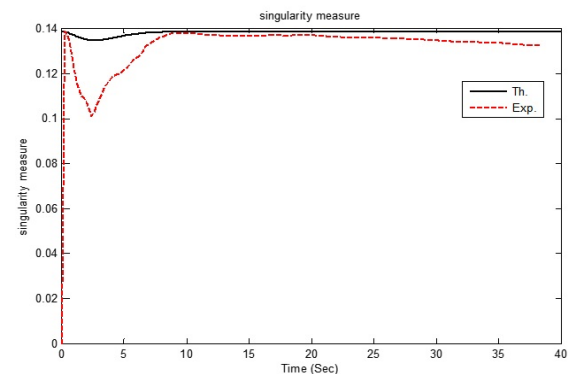
شکل ۸- نمودار زوایای جیمبال عملگرها در حالت تئوری و عملی



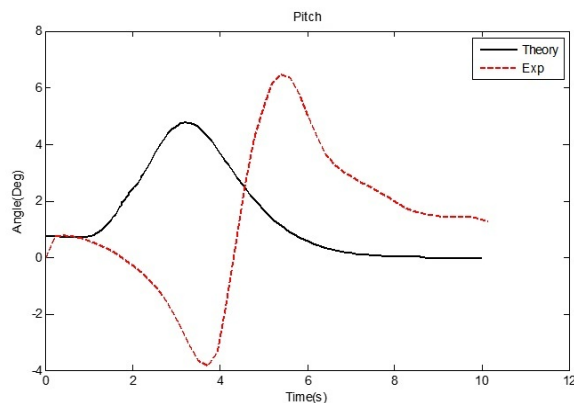
شکل ۹- نمودار گشتاور مورد نیاز عملگرها در حالت تئوری و عملی



(الف)



شکل ۱۱- نمودار شاخص سینگولاریتی در دو حالت تئوری و عملی



(ب)

### تست سوم

در جدول (۶) شرایط انجام تست سوم ارائه شده است. این تست مانند تست اول تک‌محوری است که تنها ضرایب بهره آن متفاوت است. به این دلیل انتظار می‌رود تا زمان انجام مانورها در این تست پایین‌تر از تست اول باشد. در شکل (۱۱) زوایای اوپلر در راستاهای رول، پیچ و یاو در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود شبیه‌ساز با دقت خوبی توانسته است مانور فرمان را اجرا نماید و تطابق بسیار خوبی بین نتایج تئوری و تست ملاحظه می‌شود. زمان انجام مانور در این تست تقریباً ۱۰ ثانیه است که در مقایسه با زمان انجام تست اول تقریباً یک سوم شده است. در این

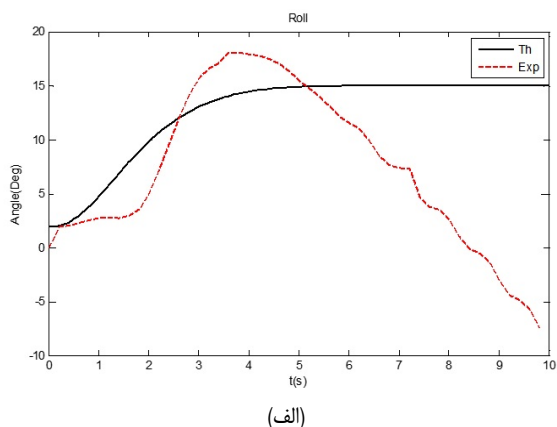


### تست چهارم

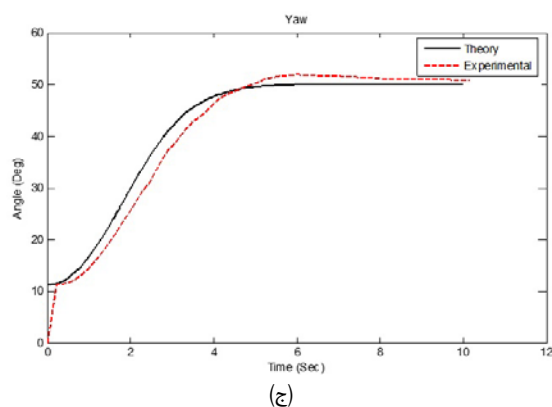
در جدول (۷) شرایط انجام تست چهارم ارائه شده است. این تست مانند تست دوم سه‌محوری بوده و تنها ضرایب بهره آن متفاوت است. به این دلیل انتظار می‌رود تا زمان انجام مانورها در این تست پایین‌تر از تست دوم باشد. در شکل (۱۷) زوایای اوپلر در راستاهای رول، پیچ و یاو در دو حالت تئوری و تجربی ارائه شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود در این تست بر خلاف حالت تئوری مانور فرمان به درستی انجام نشده و شبیه‌ساز کنترل نشده است. علت این مسئله به اشباع رسیدن عملگرهای ژایروی کنترل ممان در عمل است. با توجه به تغییر ضرایب بهره نسبت به تست دوم و افزایش سرعت مانور، مقدار گشتاور مورد نیاز (شکل ۱۸) و در نتیجه نرخ چرخش زوایا افزایش می‌یابد. بنابراین مقدار زاویه طی شده توسط جیمبال عملگرها (شکل ۱۷) نیز افزایش یافته و عملگرها سریع‌تر به وضعیت اشباع می‌رسند. در این وضعیت دیگر امکان تولید گشتاور مورد نیاز برای انجام مانور فرمان وجود نداشته و پدیده سینگولاریتی اشباع (شکل ۱۹) رخ می‌دهد. این کار در عمل به دلیل وجود عوامل محیطی مانند گشتاورهای اغتشاشی، اصطکاک یا ناقان هوایی شبیه‌ساز، اصطکاک بلبرینگهای جیمبال عملگرها و غیرخطی بودن سیستم سریع‌تر از حالت تئوری در شبیه‌سازی رخ می‌دهد.

جدول ۷- شرایط آزمایش چهارم

مقادیر	پارامتر
[۰/۸، ۰/۸، ۱/۲]	زوایای اوپلر اولیه
[۱۵، ۱۵، ۲۰]	زوایای اوپلر مطلوب
[۰، ۰، ۰]	زوایای جیمبال اولیه
در حدود [۰، ۰، ۰]	نرخ‌های زاویه‌ای اولیه (rad/s)
۰/۹	$\zeta$
۱/۱	$\omega_n$

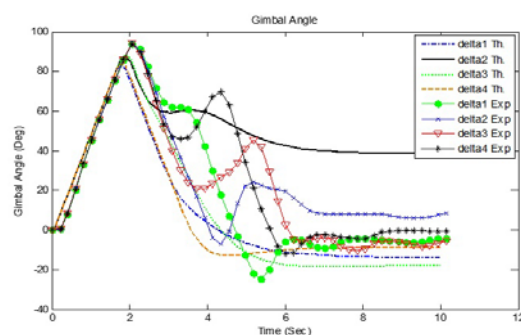


(الف)

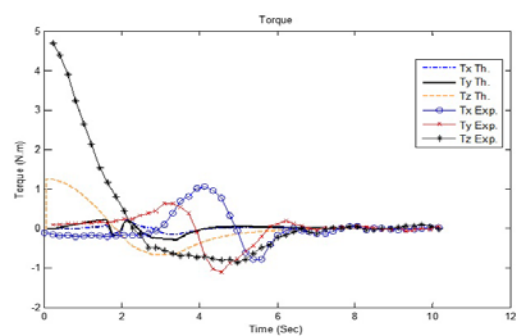


(ج)

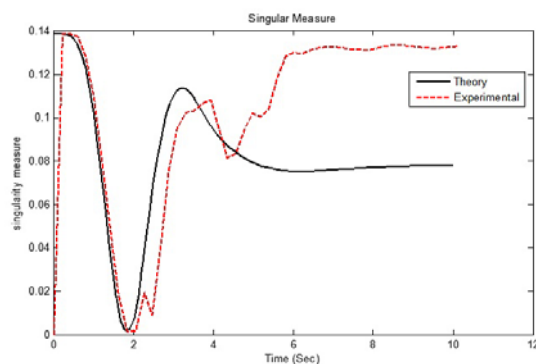
شکل ۱۱- (الف، ب و ج) نمودار زوایای اوپلر در سه راستای رول، پیچ و یاو در دو حالت تئوری و عملی



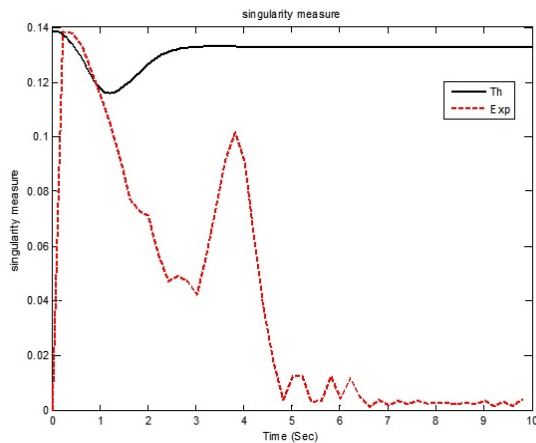
شکل ۱۲- نمودار زوایای جیمبال عملگرها در حالت تئوری و عملی



شکل ۱۳- نمودار گشتاور مورد نیاز در دو حالت تئوری و عملی



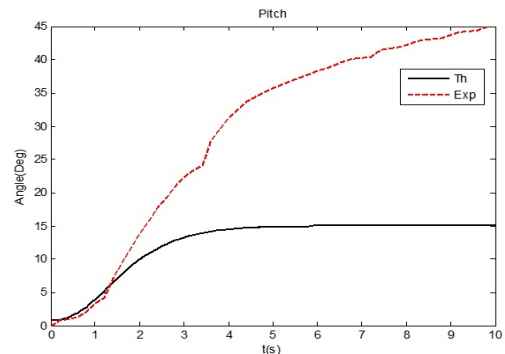
شکل ۱۴- نمودار شاخص سینگولاریتی در دو حالت تئوری و عملی



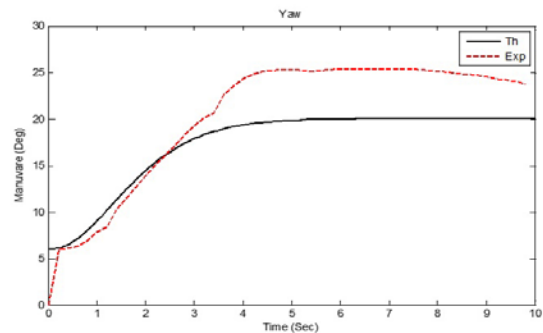
شکل ۱۸- نمودار شاخص سینگولاریتی در دو حالت تئوری و عملی

### نتیجه گیری

در این مقاله، یک سیستم کنترل وضعیت برای میکروماهواره واکنش سریع طراحی شده و بر روی شبیه‌ساز ماهواره پیاده‌سازی می‌شود. در نهایت نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج پیاده‌سازی عملی ارائه و مورد بررسی قرار می‌گیرند. عملگرهای استفاده شده در شبیه‌ساز ماهواره، ژایروهای کنترل ممان تک‌جیمبال با آرایه هر می هستند. در سیستم کنترل وضعیت قانون کنترلی PID با فیدبک کوانترنیون در دو حالت مختلف، بهره به کار گرفته شده و مانورها به صورت تک‌محوری و سه محوری انجام شده است. همانطور که در نمودارهای تست مشاهده می‌شود، استراتژی کنترلی به همراه قانون هدایت استفاده شده توانسته است سیستم را به خوبی و بدون بروز پدیده سینگولاریتی داخلی در راستای هر سه محور رول، پیچ و یاو کنترل کند. همچنین مقایسه نتایج تست با نتایج تئوری نشان‌دهنده عملکرد خوب و کارایی سیستم است. نتایج تست نشان می‌دهند که با تغییر ضرایب بهره کنترل می‌توان به مانورهای سریع دست یافت؛ اما باید دقت کرد که مانور سریع نیاز به گشتاور بالا و به تبع آن نرخ چرخش جیمبال بیشتری دارد. در نتیجه زمان چرخش جیمبال در محدوده‌ای که گشتاور منفی یا مثبت ایجاد می‌کند کاهش می‌یابد. این مسئله موجب به اشباع رسیدن سریع عملگرها قبل از کنترل سیستم، عدم امکان تولید گشتاور توسط عملگرها در راستای خواسته شده و در نتیجه کنترل ناپذیری آن می‌شود. به زبان ساده‌تر می‌توان گفت میزان گشتاور مورد نیاز در این حالت بیشتر از ظرفیت گشتاور تولیدی عملگرها بوده و در خارج از بسته پوشش گشتاور سیستم قرار دارد. این مسئله در مقایسه نتایج تست دوم و چهارم به وضوح قابل مشاهده است. همچنین در تست چهارم نتایج شبیه‌سازی و نتایج تست مطابقت ندارند. یعنی در حالت عملی برخلاف تئوری، شبیه‌ساز ماهواره کنترل نشده است. علت این مسئله را می‌توان در

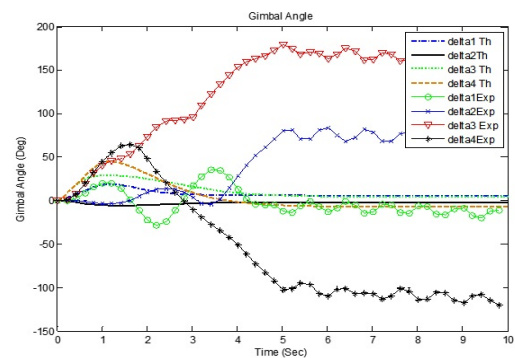


(ب)

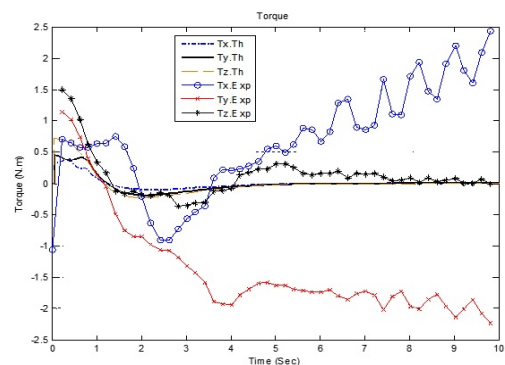


(ج)

شکل ۱۵- (الف، ب و ج) نمودار زوایای اوپلر در سه راستای رول، پیچ و یاو در دو حالت تئوری و عملی



شکل ۱۶- نمودار زوایای جیمبال عملگرها در حالت تئوری و عملی



شکل ۱۷- نمودار گشتاور مورد نیاز در دو حالت تئوری و عملی

*Journal of Aerospace Science and Technology*, Vol. 9, No. 7, 2005, pp. 626-634.

- [13] Kown, S. W. and et. al., "Fixed-Star Tracking Attitude Control of Spacecraft Using Single-Gimbal Control Moment Gyros," *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2010.
- [14] Harland, D.M. and Lorenz, R.D., *Space Systems Failures*, Springer-Praxis, 2005.
- [15] KrishnaKumar, K., "Adaptive Neuro-Control for Spacecraft Attitude Control," *Proceedings of the Third IEEE Conference*, Aug. 1994.
- [16] Unnikrishnan, N. and et. al., "Dynamicre-Optimization of A Spacecraft Attitude Controllerinthe Presence of Uncertainties," *2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Germany, Oct. 2006.
- [17] Makunis, W., "Adaptive Satellite Attitude Control in the Presense of Inertia And CMG Gimbal Friction Uncertainties," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 56, No. 1, 2008, pp. 121-134.
- [18] Aghalari, A., Faghihinia, A., "PD and Feedback Quaternion Control Strategy for Attitude Control of a Satellite Equipped with Four Single Gimbal Control Moment Gyro," *10<sup>th</sup> Iranian Aerospace Society Conference, TarbiatModarres University*, 1389, (In Persian).
- [19] Aghalari, A., Kalhor, A., Dehghan, S. M. and Abedian, A., "Designing, Testing and Evaluation of Single Gimbal Control Moment Gyro for Microsatellite," *Jorunal of Space Science and Technology (JSST)*, Vol. 2, No. 3, p.p.13-23, 1388, (In Persian).
- [20] Aghalari, A., Study on Satellite Simulators, Designing and Fabrication of A Single Gimbal Control Moment Gyro for Simulator, Technical Report, Aerospace University Complex, 1389, (In Persian).
- [21] Kalhor, A., Cheheltani, S. H., Designing and Integration of Electronics and Computer Parts of Satellite Simulator With Single Gimbal Control Moment Gyros, Technical Report, Aerospace University Complex, 1390, (In Persian).
- [22] Aghalari, A., Kalhor, A., Dehghan, S. M., and Cheheltani, S. H., "Design, Manufacturing and Test of a Three-Degree-of-Freedom Attitude Control Simulator for an Agile Micro-Satellite Based on Single Gimbal Control Moment Gyros," *Jorunal of Space Science and Technology (JSST)*, Vol. 7, No. 3, 1393, pp. 51-67, (In Persian).
- [23] Available, [on line]: <http://www.Microstrain.com>, Access Date, 2010.
- [24] Nakamura, Y., Hanafusa, H., "Inverse Kinematic Solutions with Singularity Robustness for Robot Manipulator Control," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 108, Vol. 3, 1986, pp.163-171.
- [25] Wie, B., Lu, J., "Feedback Control Logic for Spacecraft Eigenaxis Rotations Under Slow Rate And Control Constraints," *Guidance, Navigation, and Control Conference, Guidance, Navigation, and Control and Co-Located Conferences*, Vol. 18, No. 6, 1995.

وجود عوامل محیطی مانند گشتاورهای اغتشاشی، اصطکاک یاتاقان هوایی شبیه‌ساز، اصطکاک بلبرینگ‌های جیمبال عملگرها و غیرخطی بودن سیستم در عمل دانست. ماهواره‌ها برای غلبه بر پدیده اشباع معمولاً از سایر عملگرها مانند پیشرانس استفاده می‌کنند. در بررسی نمودار تست‌های یک تا سه، مطابقت خوبی بین نتایج تئوری و تجربی مشاهده می‌شود. خطای حالت ماندگار (خطای کنترل وضعیت) نیز در این تست‌ها ناچیز و کمتر از خطای دینامیکی حسگر تعیین وضعیت است.

## مراجع

- [1] Berner, R., "Control Moment Gyro Actuator for Small Satellite Application," (M. Sc. Thesis), Department of Electrical and Electronic Engineering, University of Stellenbosch, 2005.
- [2] Jacot, A.D. and Liska, D.J., "Control Moment Gyros in Attitude Control," *Journal of Spacecrafts and Rockets*, Vol. 3., 1966, pp. 1313-1320.
- [3] Margulies, G. and Aubrun, J.N., "Geometrical Theory of Single Gimbal Control Moment Gyro System," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. XXVI, No.2, 1978, pp.159-191.
- [4] Bedrossian, N.S. and et. al., "Redundant Single Gimbal Control Moment Gyroscope Singularity Analysis," *Journal of Guidance*, Vol. 13, No. 6, 1990.
- [5] Bedrossian, N.S. and et. al., "Steering Law Design For Redundant Single Gimbal Control Moment Gyroscopes," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 13, No.6, 1990, pp. 1083-1089.
- [6] Vadali, S. R. and et. al., "Preferred Gimbal Angles for Single Gimbal Control Moment Gyroscopes," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, No. 6, 1990, pp. 1090-1095.
- [7] Oh, H.S. and Vadali, S.R., "Feedback Control and Steering Laws forSpacecraft Using Single Gimbal Control Moment Gyros," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 39, No. 2, 1991, pp. 183-203.
- [8] Meffe, G. and Stocking, M., "Momentum Envelope Topology of Single Gimbal CMG Arrays for Space Vehicle Control," *Proceedings of AAS Guidance and Control Conference*, Keystone, CO, 1987.
- [9] Kurokawa, H. "Constrained Steering Law of Pyramid-Type Control Moment Gyros and Ground Tests," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 3, 1997, pp. 445-449.
- [10] Wie, B. and et. al., "Singularity Robust Steering Logic for Redundant Single-Gimbal Control Moment Gyros," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 24, No. 5, 2001, pp. 865-871.
- [11] Lappas, V. J. and et. al., "Attitude Control for Small Satellites Using Control Moment Gyros," *52<sup>nd</sup> IAF*, 2001.
- [12] Tekinalp, O. and Yavuzoglu, E., "A New Steering Law for Redundant Control Moment Gyroscope Cluster."