

# طراحی کنترلر تطبیقی وضعیت ماهواره مبتنی بر «سنتر کنترل کمینه غیر متمرکز» با لحاظ مدل دقیق چرخ عکس‌العملی

زهرا صمدی خوشخو<sup>۱\*</sup>، مهدی مرتضوی بک<sup>۲</sup> و فرهاد فانی صابری<sup>۳</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- پژوهشکده علوم و فناوری هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

\*تهران، کدپستی: ۱۵۹۱۶۳۴۳۱۱

z.samadi.kh@aut.ac.ir

در این مقاله، یک کنترل‌کننده تطبیقی مبتنی بر سنتر کنترل کمینه غیرمتمرکز *DMCS* (Decentralized Minimal Control Synthesis) برای کنترل وضعیت ماهواره سنجش از دور نمونه طراحی شده است. هدف از طراحی این کنترل‌کننده، انجام مانورهای چرخشی سه محوره با زوایای بزرگ، دستیابی به سیستم پایدار و ردیابی مسیر مرجع وضعیت در حضور عدم قطعیت پارامترهای ممان اینرسی ماهواره است. در طراحی این کنترل‌کننده اثر اغتشاشات داخلی و خارجی، کوپلینگ‌های غیرخطی در دینامیک ماهواره و مدل دقیق عملگرها مدنظر قرار گرفته است. عملگرهای کنترلی مورد استفاده برای اجرای مانور وضعیت ماهواره چهار چرخ عکس‌العملی و با ساختار هرمی است. لذا مدل دقیق چرخ‌های عکس‌العملی با در نظر گرفتن حداکثر ولتاژ، جریان، سرعت‌های زاویه‌ای مجاز و توان چرخ در طراحی کنترل‌کننده منظور شده است. عملکرد کنترل‌کننده طراحی شده از طریق شبیه‌سازی مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. نتایج شبیه‌سازی بیانگر کارایی مطلوب کنترل‌کننده وضعیت طراحی شده در حضور مدل دقیق چرخ‌های عکس‌العملی، اغتشاشات داخلی و خارجی و عدم قطعیت در پارامترهای مدل ماهواره است.

واژه‌های کلیدی: کنترل تطبیقی وضعیت، مدل چرخ عکس‌العملی، ماهواره، عدم قطعیت، اشباع عملگر

|                             |                                    |
|-----------------------------|------------------------------------|
| $\omega_w$                  | بردار سرعت زاویه‌ای چرخ عکس‌العملی |
| $q$                         | بردار کواترنیون‌ها                 |
| $u_p$                       | سیگنال کنترلی                      |
| $x_p$                       | بردار حالت                         |
| $x_m$                       | بردار حالت مدل مرجع                |
| $\delta k_p$ و $\delta k_u$ | ضرایب تطبیق                        |

## علائم و اختصارات

|       |                                       |
|-------|---------------------------------------|
| $T$   | گشتاور کلی وارد شده به ماهواره        |
| $h_I$ | اندازه حرکت زاویه‌ای در دستگاه اینرسی |
| $h$   | اندازه حرکت در دستگاه بدنی            |
| $I$   | ماتریس ممان اینرسی ماهواره            |
| $I_w$ | ماتریس ممان اینرسی چرخ عکس‌العملی     |

## مقدمه

ماهواره‌ها با توجه به مأموریت خود باید سمت‌گیری زوایای خود را حول سه محور با دقت مشخصی تنظیم کنند. با توجه به اینکه

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد (نویسنده مخاطب)

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد

۳. دانشیار

اغتشاش داخلی، مانند اصطکاک چرخ عکس‌العملی و اغتشاشات خارجی، مانند گشتاور گرادیان جاذبه و در حضور مدل دقیق عملگرها [۱۲] طراحی می‌شود. عملگرهای کنترلی مورد استفاده برای اجرای مانور وضعیت ماهواره چهار چرخ عکس‌العملی با ساختار هرمی می‌باشد. مدل دقیق چرخ‌های عکس‌العملی نیز با در نظر گرفتن حداکثر ولتاژ، جریان، سرعت‌های زاویه‌ای مجاز و توان چرخ منظور شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر کارایی مطلوب کنترل‌کننده وضعیت طراحی شده، در حضور مدل دقیق چرخ‌های عکس‌العملی، اغتشاشات داخلی و خارجی و عدم قطعیت در پارامترهای ماهواره است.

### دینامیک و سینماتیک ماهواره

معادلات حاکم بر حرکت دورانی ماهواره شامل دسته معادلات دینامیکی و سینماتیکی می‌باشد. طبق معادله گشتاور اوپلر معادله‌ی برداری دینامیک غیرخطی ماهواره به شکل رابطه (۱) قابل بیان است [۱۳].

$$T = \dot{h}_I = \dot{h} + \omega \times h \quad (1)$$

در رابطه فوق T گشتاور کلی وارده به ماهواره است.  $\dot{h}_I$  تغییرات اندازه حرکت زاویه‌ای در دستگاه اینرسی و  $\dot{h}$  تغییرات اندازه حرکت در دستگاه بدنی است. اندازه حرکت زاویه‌ای در دستگاه بدنی که با h نشان داده شده است، طبق رابطه (۲) به دست می‌آید [۱۳]:

$$h = J\omega + Ch_a \quad (2)$$

که در آن J ماتریس شبه اینرسی و  $\omega$  بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره بوده و طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$J = I - CI_w C^T \quad (3)$$

در رابطه فوق I ماتریس ممان اینرسی ماهواره،  $I_w$  ماتریس ممان اینرسی چرخ‌ها به صورت  $I_w = \text{diag} [I_{w_1}, I_{w_2}, \dots, I_{w_n}]$  و ماتریس C بیانگر جهت قرارگیری چرخ‌هاست.  $h_a$  بیان‌کننده اندازه حرکت زاویه‌ای حاصل از چرخ‌های عکس‌العملی است و به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۳]:

$$h_a = I_w C^T \omega + I_w \omega_w \quad (4)$$

$\omega_w$  بردار سرعت زاویه‌ای چرخ عکس‌العملی است. لذا گشتاور وارد شده بر محورهای اصلی ماهواره به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$T_{out} = \dot{h}_w = [\dot{h}_{w_x} \quad \dot{h}_{w_y} \quad \dot{h}_{w_z}] = C \dot{h}_a \quad (5)$$

در حالت کلی بردار سرعت زاویه‌ای ماهواره به شکل رابطه (۶) قابل محاسبه است.

$$\omega = I^{-1}(T_c + T_d + T_g) \quad (6)$$

معادلات حرکت ماهواره در مانورهای چرخشی سه محوره با زوایای بزرگ، به شدت غیرخطی هستند، بنابراین برای کنترل و پایداری ماهواره باید اثر دینامیک‌های غیرخطی در نظر گرفته شوند [۱].

الگوریتم‌های کنترلی گوناگونی مانند کنترل پس‌خوراند غیرخطی [۲] و [۳]، کنترل با ساختار متغیر [۴] و [۵]، کنترل مدلزشی [۶] و کنترل بهینه [۷] برای حل مسائل کنترل وضعیت ماهواره با پارامترهای معلوم استفاده شده‌اند. با این وجود در شرایط واقعی مشخصه‌های جرمی ماهواره ممکن است دارای عدم قطعیت باشند یا به علت حرکت محموله خارجی، باز شدن آرایه‌های خورشیدی یا مصرف سوخت این مشخصه‌های جرمی با زمان تغییر یابند. بنابراین سیستم کنترل وضعیت غیرخطی باید توانایی تطبیق با عدم قطعیت‌های موجود در مشخصه‌های جرمی را داشته باشد و در برابر اغتشاشات خارجی نیز مقاوم باشد. روش کنترل تطبیقی یکی از روش‌های مواجهه با عدم قطعیت پارامترهاست، که بر روی کنترل وضعیت ماهواره نیز اعمال شده است [۸].

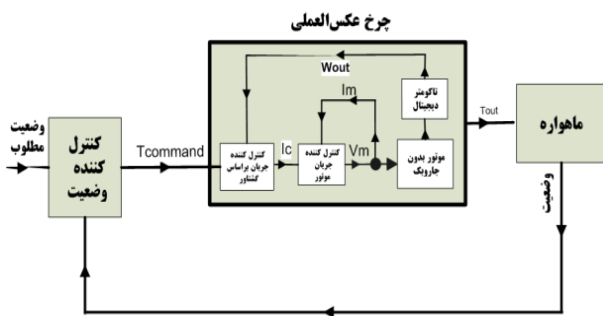
یکی از این روش‌های کنترل تطبیقی برای تنظیم پارامترها و مقابله با عدم قطعیت، روش کنترل تطبیقی مدل مرجع است. برای این روش نیز چندین ساختار پیشنهاد شده است. اولین ساختار برای کنترل تطبیقی مدل مرجع قانون MIT است [۹]، که با رویکرد حساسیت و با فرض تغییرات محیطی آهسته، طراحی آن صورت گرفته است. با این حال، این قانون برای ورودی‌ها و سیستم‌های مشخصی ناپایدار است. به همین دلیل اولویت در طراحی کنترل تطبیقی مدل مرجع پایداری مطلق آن است. اساس بسیاری از طراحی‌ها روش دوم لیاپونوف است. بسط روش لیاپونوف برای سنتز کنترل تطبیقی استفاده می‌شود. مشکل اصلی روش لیاپونوف انتخاب تابع لیاپونوف است، به همین دلیل بیش‌تر قوانین تطبیقی که توسط لندوا<sup>۴</sup> مطرح شده است، بر مبنای تئوری فوق پایداری استوار است [۱۰]. این قوانین در مواجهه با اغتشاشات خارجی، تغییرات پارامترهای ماهواره و عدم دقت در مدل سازی مقاوم هستند. بنابراین سنتز استراتژی‌های کنترل تطبیقی مدل مرجع نیازمند شناسایی سیستم و حل معادله لیاپونوف است.

در این مقاله به منظور طراحی کنترل‌کننده تطبیقی وضعیت از روش تعمیم یافته الگوریتم کنترل تطبیقی مدل مرجع فوق پایدار استفاده می‌شود. در مرجع [۱۱] روش DMCS برای کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از سه چرخ عکس‌العملی و با فرض قطری بودن ممان اینرسی ماهواره و بدون در نظر گرفتن مدل دقیق چرخ عکس‌العملی طراحی و شبیه‌سازی شده است. در این مقاله روش DMCS برای یک ماهواره سنجش از دور در حضور

4. Landua

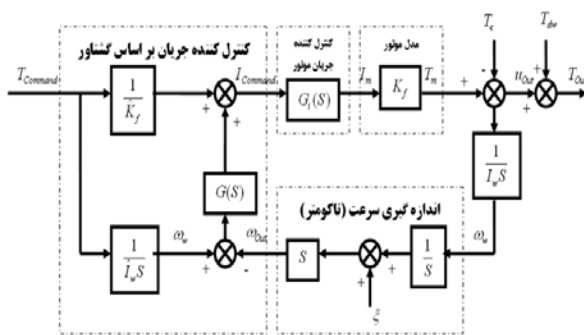
## مدل سازی دقیق چرخ عکس‌عملی

برای ارائه یک مدل دقیق از چرخ عکس‌عملی لازم است تا علاوه بر ارائه مدلی منطبق بر معادلات دینامیکی آن، محدودیت‌های ایجاد شده توسط هر قسمت نیز در مدل، مدنظر قرار گیرد. برای این منظور بلوک دیاگرام کلی حلقه کنترل وضعیت ماهواره در حضور چرخ عکس‌عملی را به صورت شکل (۲) در نظر می‌گیریم [۱۴].



شکل ۲- بلوک دیاگرام کلی کنترل وضعیت ماهواره در حضور چرخ عکس‌عملی

مدل استفاده شده برای اجزای داخلی بلوک مربوط به چرخ عکس‌عملی مطابق شکل (۳) است که در ادامه تشریح خواهد شد [۱۴].



شکل ۳- بلوک دیاگرام چرخ عکس‌عملی

## بلوک کنترل‌کننده جریان موتور

همانگونه که مشخص است چرخ‌های عکس‌عملی باید گشتاورهای مطلوب به‌دست آمده از سیستم کنترل وضعیت  $T_{command}$  را تولید کنند. لیکن از آنجا که اندازه‌گیری مستقیم گشتاور چرخ‌ها امکان‌پذیر نیست، لذا با اندازه‌گیری جریان موتور چرخ و با فرض مشخص بودن پارامترهای موتور نظیر ضریب نسبت گشتاور  $K_f$ ، گشتاور چرخ تخمین زده می‌شود. سپس به منظور تولید گشتاور مطلوب باید یک حلقه کنترل‌کننده جریان طراحی کرد تا جریان مطلوب را تولید کند. این حلقه در شکل (۴) نشان داده شده است [۱۴].

در این رابطه  $T_C$  گشتاور کنترل،  $T_d$  گشتاور اغتشاشی و  $T_g$  گشتاور کوپلینگ هستند.

همچنین معادلات سینماتیکی ماهواره توسط کواترنیون‌ها به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۳]:

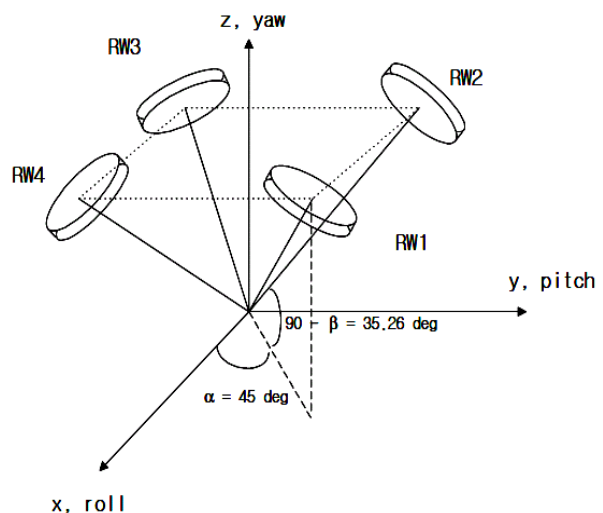
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_x \\ \dot{q}_y \\ \dot{q}_z \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

و

$$q_0^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = 1 \quad (8)$$

در عمل برای کنترل وضعیت ماهواره در هر سه محور از مجموعه چرخ‌های عکس‌عملی یکپارچه استفاده می‌شود. برای این منظور از سه و یا چهار چرخ، استفاده می‌شود. محل و مکان قرارگیری چرخ‌ها در مجموعه یکپارچه نقش بسزایی را در قانون کنترل ایفا می‌کنند و وضعیت قرارگیری محور آن‌ها را با یک ماتریس بیان می‌کنند. در این مقاله، عملگرهای اصلی ماهواره مشتمل بر ۴ چرخ عکس‌عملی و با ساختار هرمی و مطابق شکل (۱) در نظر گرفته شده است [۱۲].

در ساختار هرمی شکل در صورت بروز مشکل در یکی از چرخ‌ها و خرابی یکی از چرخ‌ها امکان ایجاد گشتاور در راستای سه محور بدنی ماهواره وجود دارد. در واقع در این شرایط سیستم کنترل وضعیت دارای افزونگی سخت‌افزاری و تحمل‌پذیری خطاست.



شکل ۱- ساختار چرخ عکس‌عملی [۱۲]

در این ساختار ماتریس C از رابطه (۹) محاسبه خواهد شد:

$$C = \begin{bmatrix} \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\sin\beta & -\cos\alpha\cos\beta & \sin\alpha\cos\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\cos\beta \\ \cos\beta & \cos\beta & \cos\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\frac{k_f k_c}{I_{wi}} > 2.5 \Rightarrow k_c > 0.01 \quad (11)$$

شایان ذکر است،  $K_f$  ضریب نسبت گشتاور موتور است که توسط شرکت سازنده در برگه مشخصات موتور ذکر می‌شود. همچنین اغتشاشات غالب و مؤثر ناشی از چرخ‌های عکس‌العملی که در دقت کنترل وضعیت و دقت پایداری ماهواره مؤثرتر هستند عبارتند از: عدم تعادل دینامیکی:  $U_d$  عدم تعادل استاتیکی:  $U_s$  اغتشاشات ناشی از یاتاقان‌ها:  $t_{rb}$  اغتشاشات ناشی از ریبیل موتور:  $t_r$  اغتشاشات ناشی از اصطکاک (کولمبی و لزجی):  $T_f + T_v$ . گشتاورهای اغتشاشی عدم تعادل استاتیکی و دینامیکی مستقیماً بر ماهواره وارد شده و بر دقت کنترل وضعیت و دقت پایداری مؤثر هستند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۵]:

$$T_{dw} = U_s + U_d \quad (12)$$

بنابراین گشتاور وارد شده بر ماهواره توسط چرخ‌های عکس‌العملی به صورت زیر محاسبه خواهند شد:

$$T_{Out} = u_{Out} + U_s + U_d \quad (13)$$

در رابطه فوق  $u_{out}$  گشتاور خروجی کنترلی حاصل از چرخ‌های عکس‌العملی است که با توجه به محدودیت‌های توان و گشتاور چرخ تولید می‌شود که در ادامه به محاسبه آن پرداخته خواهد شد. اغتشاشات ناشی از یاتاقان‌ها، ریبیل موتور و اصطکاک بر سرعت چرخ عکس‌العملی مؤثر بوده که خود باعث تغییر در مقدار عدم تعادل دینامیکی و استاتیکی خواهند شد. این گشتاورها تنها بر موتور چرخ عکس‌العملی وارد می‌شوند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۵].

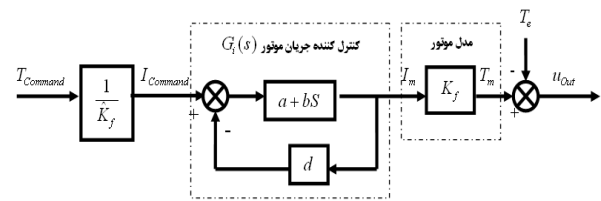
$$T_e = T_f + T_v + t_{rb} + t_r \quad (14)$$

در رابطه فوق،  $T_f$  مدل اصطکاک کولمبی چرخ بوده که در ادامه محاسبه خواهد شد و  $T_v$  گشتاور اصطکاک لزجی چرخ است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$T_v = \lambda \omega_w \quad (15)$$

در رابطه فوق،  $\lambda$  ضریب اصطکاک لزجی چرخ است. گشتاور اغتشاشی عدم تعادل دینامیکی ناشی از عدم هم‌راستایی زاویه‌ای محور اصلی چرخ و محور چرخش است. این عدم تعادل به صورت دو جرم مساوی،  $m$ ، در مقابل یکدیگر و با اختلاف  $180^\circ$  درجه و به فاصله شعاعی،  $r$ ، و به فاصله محوری  $d$  از مرکز چرخ مدل می‌شود. بنابراین، اغتشاشات دینامیکی و استاتیکی ایجاد شده توسط این چرخ توسط معادلات زیر بیان می‌شوند [۱۵]:

$$U_{di} = D_{di} \omega_{wi}^2 \sin(\phi_i + \phi_{0i}) \bar{a}_1 + D_{di} \omega_{wi}^2 \sin(\phi_i + \phi_{0i}) \bar{a}_2 \quad (16)$$

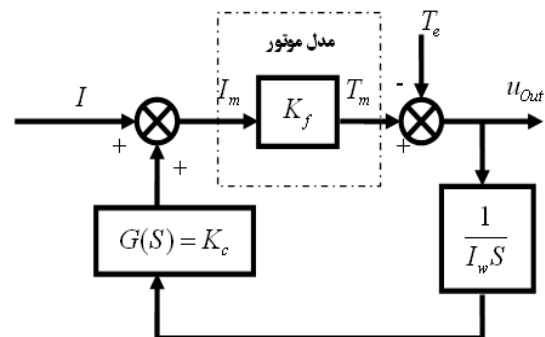


شکل ۴- حلقه کنترل کننده جریان موتور در چرخ عکس‌العملی

این کنترل کننده باعث ایجاد یک قطب در حلقه کنترل وضعیت می‌شود که با فرض دور بودن این قطب می‌توان از آن صرف نظر کرد. یعنی:  $G_i(s) = 1$

### بلوک کنترل جریان براساس گشتاور

معمولاً برای جبران اثر گشتاورهای اغتشاشی ناشی از موتور بر ماهواره از یک کنترل کننده PI استفاده می‌شود. برای این منظور با استفاده از یک کنترل کننده تناسبی می‌توان خطای بین گشتاور خروجی  $u_{out}$  و ورودی  $T_{command}$  را به صفر رساند. برای این منظور حلقه کنترل جریان بر اساس گشتاور در شکل (۵) را به صورت ساده زیر در نظر می‌گیریم [۱۴].



شکل ۵- حلقه کنترل سرعت در چرخ عکس‌العملی

تابع تبدیل این حلقه به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\frac{u_{out}}{T_e} = \frac{s}{s + \frac{K_f K_c}{I_{wi}}} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (10)$$

با در نظر گرفتن زمان حذف اغتشاشی برابر با ۴ ثانیه،  $K_f = 0.0175$  و  $I_{wi} = 0.086$  ضریب کنترل کننده به روش زیر به دست می‌آید. در محاسبه فوق مقادیر  $K_f$  و  $I_{wi}$  از برگه مشخصات چرخ استخراج می‌شود و زمان ۴ ثانیه نیز توسط طراح انتخاب شده است.

که در آن  $\phi_i$  وضعیت چرخ  $i$ ام در لحظه مورد نظر و زاویه عدم تعادل در وضعیت صفر چرخ  $i$ ام است. همچنین ضریب اغتشاش دینامیکی چرخ‌ها هستند که به صورت (۱۷) محاسبه می‌شوند [۱۵]:

$$u_{out} = K_f I_m - T_e \quad (24)$$

و  $I_m$  نیز به صورت رابطه (۲۵) محاسبه خواهد شد:

$$I_m = \frac{T_{Command}}{K_f} + G(s)(\omega_w - \omega_{out}) \quad (25)$$

در رابطه فوق  $T_{command}$ ، گشتاور کنترلی حاصل از زیرسیستم کنترل وضعیت است که به صورت رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود:

$$T_{Command} = C^{-1} u_{control} \quad (26)$$

در رابطه فوق  $u_{control}$  قانون کنترل تناسبی - مشتقی است که در ادامه طراحی خواهد شد. شایان ذکر است این جریان پس از اعمال محدودیت‌های توان، گشتاور و سرعت چرخ به موتور اعمال می‌شود. بنابراین در ادامه به بررسی این محدودیت‌ها خواهیم پرداخت.

### محدودیت‌های توان و گشتاور

ساختار فیزیکی و محدودیت‌های منبع باعث ایجاد قیدهایی در مدل چرخ عکس‌العملی می‌شوند که در ادامه مورد بررسی قرار خواهند گرفت. محدودیت سرعت توسط دو عامل اصلی ایجاد می‌شود: ۱- حداکثر ولتاژ اعمالی از منبع  $(V_{max-m})$  ۲- به‌منظور جلوگیری از افزایش بیش از حد سرعت چرخ  $\omega_{w-max}$ ، یک مدار محدودکننده سرعت در ساختار چرخ در نظر گرفته می‌شود. برای مدل کردن این مدار می‌توان از یک فیدبک منفی سرعت با بهره بزرگ استفاده کرد تا با افزایش سرعت موتور، باعث کاهش سریع سرعت موتور شود. در این حالت جریان موتور به صورت زیر محدود می‌شود [۱۶].

$$|I_m| \leq |(V_{MAX\_w} - V_{EMF}) / k_b| \quad (27)$$

$k_b$  ضریب فیدبک محدودکننده سرعت و ولتاژ متناظر با  $V_{max-w}$  سرعت ماکزیمم مجاز برای موتور است. ماکزیمم ولتاژ منبع نیز باعث محدود شدن سرعت موتور بر اساس فرمول زیر می‌شود [۱۶].

$$V_{EMF} < V_{max\_m} \longrightarrow k_f \omega_w < V_{max\_m} \quad (28)$$

همچنین مقاومت سیم پیچ موتور باعث ایجاد محدودیتی به صورت زیر در جریان می‌شود [۱۶].

$$|I_m| \leq \left| \frac{V_{max\_m} - V_{EMF}}{R} \right| \quad (29)$$

$V_{max-m}$  ماکزیمم ولتاژ اعمالی به موتور و  $V_{EMF}$  ولتاژ معکوس القایی موتور است. عامل دیگر محدودکننده گشتاور محدودیت توان است. در این حالت با فرض اینکه توان تلفاتی ثابت  $P_q$  و توان تلف شده در مدار کنترلی  $a \cdot I_m \cdot V_{max-m}$  باشد و حداکثر ولتاژ قابل اعمال به موتور ۱ ولت کمتر از ولتاژ منبع و برابر با  $V_{max-m}$  می‌باشد. در

طراحی کنترل تطبیقی وضعیت ماهواره مبتنی بر «سنتر کنترل کمینه غیرمتمرکز» با لحاظ مدل دقیق...

$$D_{di} = m_i r_i d_i \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (17)$$

گشتاور اغتشاشی عدم تعادل استاتیکی ناشی از انحراف مرکز جرم چرخ از محور چرخش نیز به صورت رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود [۱۵]:

$$f_{si} = D_{si} \omega_w^2 \sin(\phi_i + \phi_{0i}) \bar{a}_1 + D_{si} \omega_w^2 \sin(\phi_i + \phi_{0i}) \bar{a}_2 \quad (18)$$

ضریب اغتشاش استاتیکی چرخ‌ها هستند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۵]:

$$D_{si} = m_i r_i \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (19)$$

آنگاه گشتاور اغتشاشی استاتیکی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_{si} = R_{wi} \times f_{si} \quad (20)$$

$R_{wi}$  فاصله چرخ  $i$ ام از مرکز جرم ماهواره است. اغتشاشات ایجاد شده توسط یاتاقان موتور به واسطه عدم تطابق مرکز محور موتور و یاتاقان ایجاد می‌شود. این اغتشاش فرکانسی برابر با فرکانس چرخش موتور دارد و به صورت (۲۱) مدل می‌شود [۱۵].

$$t_{rb} = C_s \sin(\phi + \phi_0) \quad (21)$$

در رابطه فوق،  $C_s$  ضریب اصطکاک یاتاقان،  $\phi$  زاویه وضعیت چرخ و  $\phi_0$  وضعیت اولیه چرخ است. اغتشاش ناشی از ریپل موتور با فرکانس  $3p$  برابر فرکانس چرخش موتور ایجاد می‌شود و آن را به صورت زیر می‌توان مدل کرد [۱۵].

$$t_r = B \sin(3P\theta) \quad (22)$$

که در آن  $B$  ضریب ریپل موتور و  $P$  تعداد قطب‌های موتور است.

### اصطکاک (کولمبی)

برای طراحی کنترل کننده و تعیین میزان گشتاور فرمان چرخ باید یک مدل مناسب برای اصطکاک در دسترس باشد. برای این منظور از مدل دینامیکی ارائه شده در [۱۵] استفاده شده است.

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_w \\ \dot{T}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_w^{-1} (u_{out} - I_w C^T \dot{\omega}) \\ \beta \omega_w (T_f \text{sign}(\omega_w) - T_{f0})^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

که در رابطه فوق  $\beta$  ضریب  $\text{rest slop}$  یاتاقان و  $T_{f0}$  ضریب اصطکاک کولمبی است [۱۵]. برای تقریب زدن تابع  $\text{sign}$  از تابع  $\text{sign}(\omega_w) = \tanh\left(\frac{\omega_w}{1-\alpha}\right)$  استفاده می‌شود و

$$\dot{q}_m = 0.5 \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{mx} & -\omega_{my} & -\omega_{mz} \\ \omega_{mx} & 0 & \omega_{mz} & -\omega_{my} \\ \omega_{my} & -\omega_{mz} & 0 & \omega_{mx} \\ \omega_{mz} & \omega_{my} & -\omega_{mx} & 0 \end{bmatrix} q_m \quad (32)$$

که در این روابط اندیس m نشان‌دهنده مدل مرجع و اندیس i نشان‌دهنده محور مربوطه است.  $I_{mi}$  ممان اینرسی محور مربوطه است. سیگنال کنترلی پیشنهادی برای مدل مرجع،  $u_{mi}$  از کوآترینیون  $q_{mi}$  و  $\omega_{mi}$  سرعت زاویه‌ای برای هر محور مطابق رابطه زیر به دست می‌آید [۱۱]:

$$u_{mi} = -k_{m1i} q_{mi} - k_{m2i} \omega_{mi} \quad (33)$$

طبق مرجع [۱۷] ضرایب بهره کنترل‌کننده فوق طبق روابط زیر براساس فرکانس طبیعی و ضریب میرایی محاسبه می‌شوند.

$$k_{m1i} = \omega_{ni}^2 I_{mi} \quad (34)$$

$$k_{m2i} = 2\zeta_i \omega_{ni} I_{mi} \quad (35)$$

## روش کنترل DMCS

برای کنترل ماهواره با مانورهای چرخشی با زوایای بزرگ که دینامیک نامعلوم و غیرخطی دارند، اطلاعات زیادی وجود ندارد [۱۱]. به همین دلیل استفاده از کنترل تطبیقی برای این نوع از سیستم‌ها پیشنهاد می‌شود. یکی از این روش‌های تطبیقی، روش DMCS است. در این روش برای هر محور به طور جداگانه کنترلی طراحی می‌شود و این کنترلرها در مجموع باعث کنترل کل سیستم می‌شود. از جمله مزایای این روش سادگی معادلات کنترلر، عدم نیاز به ارتباط بین کنترلر هر محور و همچنین امکان پیاده‌سازی موازی و افزودن حلقه کنترلی جدید به حلقه کنترلی موجود می‌باشد [۱۸].

در این روش فرض می‌شود که سیستم چند ورودی - چند خروجی می‌تواند به شکل m زیرسیستم تک ورودی - تک خروجی مدل شود. دینامیک هر یک از این زیرسیستم‌ها به شکل (۳۶) بیان می‌شود [۱۱]:

$$\dot{x}_{pi} = A_{pi} x_{pi} + b_{pi} u_{pi} + d_i + \sum_{j=1, j \neq i}^m f_{ij}(t, x_{pj}) + \sum_{j=1, j \neq i}^m b_{ij} u_{pj} \quad (36)$$

که برای زیرسیستم،  $x_{pi}$  بردار حالت با بعد  $n_i$  است.  $d_i$  بردار اغتشاش و  $f_{ij}(t, x_{pj})$  و  $b_{ij} u_{pj}$  بردارهای وابسته متغیر حالت و کنترل بین زیرسیستم‌ها برای هر زیرسیستم است. ماتریس  $A_{pi}$  و بردارهای  $d_i$ ،  $b_{ij}$ ،  $b_{pi}$  دارای پارامترهای نامعلوم هستند.

این صورت رابطه زیر برای حداکثر جریان اعمالی به موتوربر قرار است [۱۶]:

$$p_{\max} - p_q > I_m^2 R_r + a_i |I_m| V_{\max\_m} + \omega_w I_m k_f \quad (30)$$

مشخصات چرخ عکس‌العملی مورد استفاده در این مقاله مطابق جدول (۱) در نظر گرفته شده‌اند [۱۶]:

جدول ۱- پارامترهای چرخ عکس‌العملی [۱۲]

| $I_{wi}$       | ممان اینرسی چرخ عکس‌العملی            | $\text{Kgm}^2 \cdot 10^{-6}$ |
|----------------|---------------------------------------|------------------------------|
| $K_f$          | ضریب تناسب جریان موتور                | $0.175$                      |
| $D_{di}$       | ضریب اغتشاش دینامیکی                  | $3 \times 10^{-6}$           |
| $D_{si}$       | ضریب اغتشاش استاتیکی                  | $7/2 \times 10^{-6}$         |
| $\beta$        | ضریب <i>rest slop</i>                 | ۴                            |
| $T_{f0}$       | ضریب اصطکاک کولمبی                    | $4 \times 10^{-2}$           |
| $R_r$          | مقاومت موتور                          | $0.08$                       |
| $t_{rb} + t_r$ | اغتشاش ناشی از یاتاقان‌ها و ریل موتور | $4 \times 10^{-2}$           |
| $\lambda$      | ضریب اصطکاک لزجی                      | $3 \times 10^{-4}$           |

## طراحی کنترلر تطبیقی مدل مرجع

در این مقاله، قانون کنترل تطبیقی بر پایه کنترل تطبیقی مدل مرجع طراحی می‌شود، تا ماهواره با سرعتی مناسب به وضعیت زاویه‌ای مطلوب خود دست یابد. قانون تطبیق برای این منظور استفاده می‌شود که ماهواره را وادار کند تا مسیر مدل مرجع را که مسیری ایده‌آل است، دنبال کند.

## مدل مرجع

هدف مدل مرجع تعیین مسیر حرکت ماهواره در فضا، طبق مأموریت آن و انجام مانور تا رسیدن به وضعیت زاویه‌ای مطلوب است. در قوانین کنترل تطبیقی ماهواره وادار می‌شود تا با کمترین انحراف از مسیر تعیین‌شده توسط مدل مرجع حرکت کند و به وضعیت زاویه‌ای مطلوب خود دست یابد. معادلات مربوط به مدل مرجع در هر محور طبق روابط (۳۱) و (۳۲) خواهند بود:

$$\dot{\omega}_{mi} = \frac{u_{mi}}{I_{mi}} \quad (31)$$

$$\delta k_{ui} = \int_0^t \alpha_i y_{ni} u_{mi} d\tau + \beta_i y_{ni} u_{mi} \quad (46)$$

$$y_{ni} = \Gamma_i^T P_i x_{ei} \quad (47)$$

$$\Gamma_i = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1]^T \quad (48)$$

$\alpha_i$  و  $\beta_i$  ضرایب بهره‌ی ثابت هستند، که جز پارامترهای طراحی بوده و انتخاب می‌شوند.  $P_i$  ماتریس مثبت معین متقارن است که از حل معادله لیاپونوف زیر به دست می‌آید:

$$P_i A_{mi} + A_{mi}^T P_i = -Q_i \quad (49)$$

که  $Q_i$  ماتریس قطری مثبت معین است و المان‌های آن توسط طراح انتخاب می‌شود.

### قانون تطبیق

قوانین تطبیق به شکل گسسته بر سیستم پیوسته اعمال می‌شود. قوانین تطبیق ذکر شده در روابط (۲۴) و (۲۵) به شکل گسسته برای هر محور در بازه نمونه برداری  $S$  مطابق روابط زیر نوشته می‌شود [۱۱]:

$$\delta k_p(k) = \delta k_p(k-1) + \beta y_n(k) x_p^T(k) \quad (50)$$

$$- \sigma y_n(k-1) x_p^T(k-1)$$

$$\delta k_u(k) = \delta k_u(k-1) + \beta y_n(k) u_m(k) \quad (51)$$

$$- \sigma y_n(k-1) u_m(k-1)$$

که در آن

$$\sigma = \beta - \alpha S$$

$$y_n(k) = p_{21} x_{e1}(k) + p_{22} x_{e2}(k)_i$$

$$x_{e1} = q_m - q_i$$

$$x_{e2} = \omega_m - \omega_i$$

### شبیه‌سازی

شبیه‌سازی برای ماهواره با مشخصات زیر انجام شده است. ماتریس ممان اینرسی و پارامترهای طراحی در نظر گرفته شده برای این ماهواره به شکل زیر است:

$$I = \begin{bmatrix} 437 & 8.5 & 42 \\ 8.5 & 701 & 0.8 \\ 42 & 0.8 & 662 \end{bmatrix} \text{kgm}^2$$

این شبیه‌سازی برای دو مانور بررسی شده است. مانور اول مانور موجود در مرجع [۱۱] و مانور دوم مانور چرخشی با زوایای بزرگ است، که در آن زوایای وضعیت به یک مقدار بزرگ می‌رسند. شرایط اولیه، پارامترهای طراحی کنترل کننده، مشخصات مانور و

دینامیک سیستم چند متغیره در حالت کلی مطابق رابطه (۱۶) نوشته می‌شود.

$$\dot{x}_p = A_p x_p + b_p u_p + d + f(t, x_p) \quad (37)$$

که

$$x_p = [x_{p1} \quad x_{p2} \quad \dots \quad x_{pm}]^T$$

$$u_p = [u_{p1} \quad u_{p2} \quad \dots \quad u_{pm}]^T$$

$$d = [d_1^T \quad d_2^T \quad \dots \quad d_m^T]^T$$

$$f(t, x_p) = \begin{cases} [f_{ij}(t, x_{pj})] \text{ if } (i \neq j) \\ [0] \text{ if } (i = j) \end{cases}$$

هدف روش کنترل DMCS تولید سیگنال کنترل  $u_{pi}$  به نحوی است که متغیر حالت هر زیرسیستم رابطه (۱۵) متغیر حالت زیرسیستم مدل مرجع متناظر خود را دنبال کند. که این مدل مرجع مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{x}_{mi} = A_{mi} x_{mi} + b_{mi} u_{mi} \quad (38)$$

که  $x_{mi}$  متغیر حالت  $i$  امین مدل مرجع و  $u_{mi}$  ورودی همان مدل مرجع می‌باشد. خطای حالت متناظر برای  $i$  امین زیرسیستم عبارت است از:

$$x_{ei} = x_{mi} - x_{pi} \quad (39)$$

با استفاده از رابطه (۱۶) و (۱۷) دینامیک خطا به شکل زیر نوشته می‌شود [۱۲]:

$$\dot{x}_{ei} = A_{mi} x_{ei} - b_{pi} u_{pi} - (A_{pi} - A_{mi}) x_{pi} + b_{mi} u_{mi} \quad (40)$$

$$- d_i - \sum_{j=1, j \neq i}^m f_{ij}(t, x_{pj}) - \sum_{j=1, j \neq i}^m b_{ij} u_{pj}$$

یا

$$\dot{x}_{ei} = A_{mi} x_{ei} - \lambda_{i1} - \lambda_{i2} \quad (41)$$

که

$$\lambda_{i1} = b_{pi} u_{pi} + (A_{pi} - A_{mi}) x_{pi} - b_{mi} u_{mi} \quad (42)$$

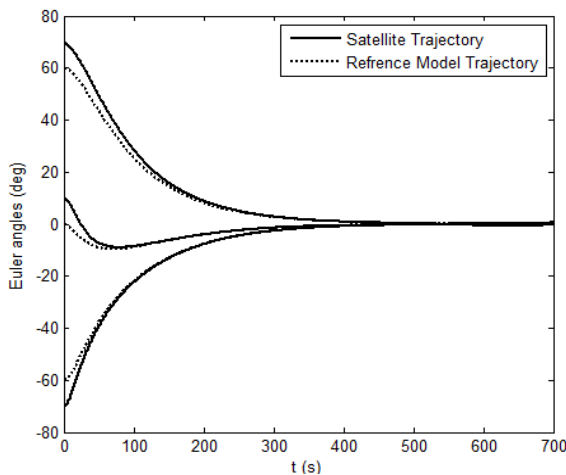
$$\lambda_{i2} = \sum_{j=1, j \neq i}^m f_{ij}(t, x_{pj}) + \sum_{j=1, j \neq i}^m b_{ij} u_{pj} \quad (43)$$

قانون کنترل پیشنهادی برای هر زیرسیستم در روش DMCS به شکل زیر است:

$$u_{pi} = \delta k_{pi} x_{pi} + \delta k_{ui} u_{mi} \quad (44)$$

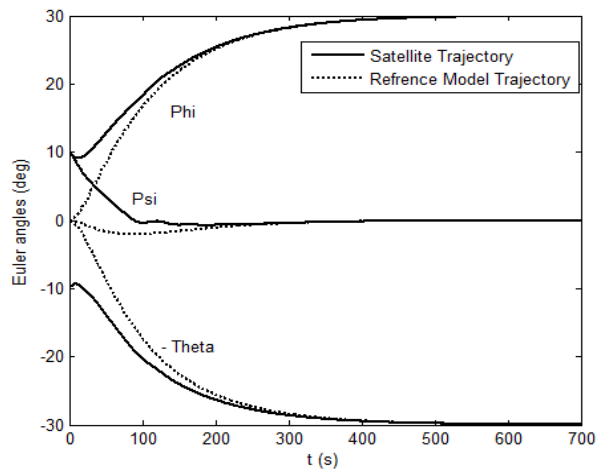
که قوانین تطبیق به شکل روابط (۲۴) و (۲۵) خواهد بود [۱۱]:

$$\delta k_{pi} = \int_0^t \alpha_i y_{ni} x_{pi}^T d\tau + \beta_i y_{ni} x_{pi}^T \quad (45)$$



شکل ۶- تغییرات زاویه اویلر ماهواره نسبت به زاویه اویلر مدل مرجع

زوایای وضعیت ماهواره برای مانور دوم که مانوری برای رسیدن به زوایای بزرگ است، در شکل (۷) نشان داده شده است. طبق این شکل می‌توان نتیجه گرفت که نتایج بررسی در حضور مدل دقیق چرخ و اصطکاک عملگر برای این مانور نیز مطلوب است.



شکل ۷- تغییرات زاویه اویلر ماهواره نسبت به زاویه اویلر مدل مرجع

در شکل (۸) نیز تغییرات سرعت زوایای ماهواره حول محور x با سرعت زوایای مدل مرجع حول همان محور مقایسه شده است. در شکل (۷) و شکل (۸) می‌توان مشاهده کرد که این نوع از کنترلر پاسخ حالت گذارای مطلوب و پایدار دارد.

مشخصات مدل مرجع برای مانور وضعیت در جدول (۲) بیان شده است.

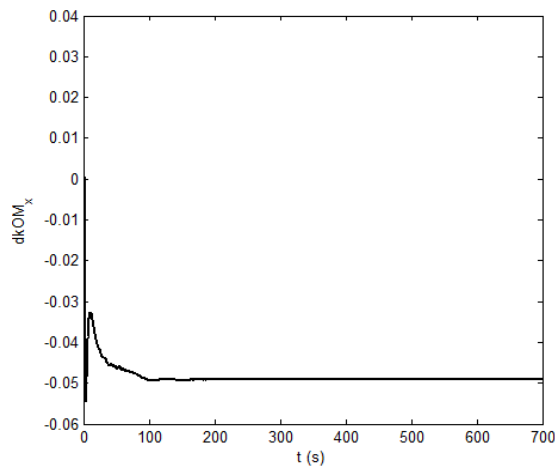
جدول ۲- جدول شرایط اولیه، پارامترهای طراحی، مشخصات مدل

| پارامتر         | مقدار                     | توضیحات                                 |
|-----------------|---------------------------|---|
| $\alpha$        | ۵۵                        | ضریب بهره قانون تطبیق                   |
| $\beta$         | ۲۲۰                       | ضریب بهره قانون تطبیق                   |
| Q               | diag[۰/۰۱, ۱۰]            | ماتریس انتخابی در تابع لیاپونوف         |
| $\omega_n$      | ۰/۰۳۵                     | فرکانس طبیعی در همه محورها              |
| $\zeta$         | ۰/۹۵                      | ضریب میرایی در همه محورها               |
| $I_m$           | diag[۳۹۸, ۳۹۱, ۱۷۶]       | ممان اینرسی مدل مرجع                    |
| $\theta_{m0}$   | [۰, ۶۰, ۶۰] درجه          | [Yaw(0) pitch(0) Roll(0)]               |
| $\omega_{m0}$   | [۰, ۰, ۰] درجه بر ثانیه   | $[\omega_x(0) \omega_y(0) \omega_z(0)]$ |
| مانور اول       |                           |   |
| $\theta_0$      | [۱۰, ۷۰, ۷۰] درجه         | [Yaw(0) pitch(0) Roll(0)]               |
| $\omega_0$      | [۰, ۰, ۰] رادیان بر ثانیه | $[\omega_x(0) \omega_y(0) \omega_z(0)]$ |
| $\theta_{comm}$ | [۰, ۰, ۰] درجه            | [Yaw(f) pitch(f) Roll(f)]               |
| مانور دوم       |                           |   |
| $\theta_0$      | [۱۰, ۱۰, ۱۰] درجه         | [Yaw(0) pitch(0) Roll(0)]               |
| $\omega_0$      | [۰, ۰, ۰] درجه بر ثانیه   | $[\omega_x(0) \omega_y(0) \omega_z(0)]$ |
| $\theta_{comm}$ | [۰, ۳۰, ۳۰] درجه          | [Yaw(f) pitch(f) Roll(f)]               |

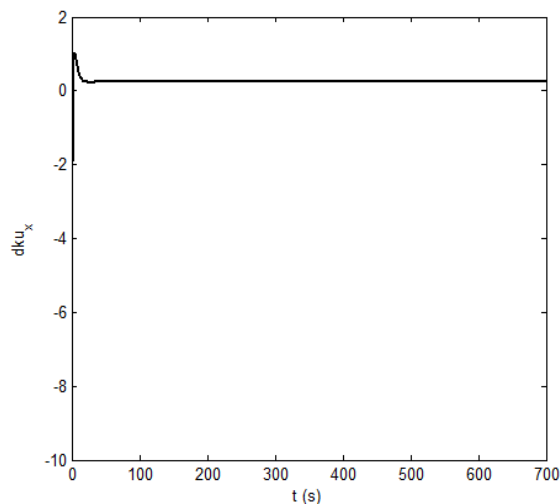
مشخصات چرخ‌های عکس‌العملی مدل شده نیز مطابق مشخصات بیان شده در مرجع [۱۲] و [۱۹] می‌باشد که در آن محدودیت حداکثر گشتاور ۰/۷۵ نیوتن متر، حداکثر توان ۴۷۰ وات، جریان ۳۸/۸۵ آمپر و حداکثر سرعت چرخش ۶۰۰۰ دور بر دقیقه برای آن‌ها لحاظ شده است.

در این شبیه‌سازی عدم قطعیت ممان اینرسی در زمان ۱۰۰ ثانیه اعمال شده است. شکل ۶ شبیه‌سازی مانور اول را نشان می‌دهد. با مقایسه‌ی این نمودار با نتایج مرجع [۱۱] می‌توان نتیجه گرفت که رفتار سیستم مطلوب و قابل قبول می‌باشد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مسیر ماهواره توسط کنترلر تطبیقی به وسیله مدل دقیق چرخ عکس‌العملی و در حضور اغتشاشات به خوبی، به مسیر مدل مرجع نزدیک شده است.



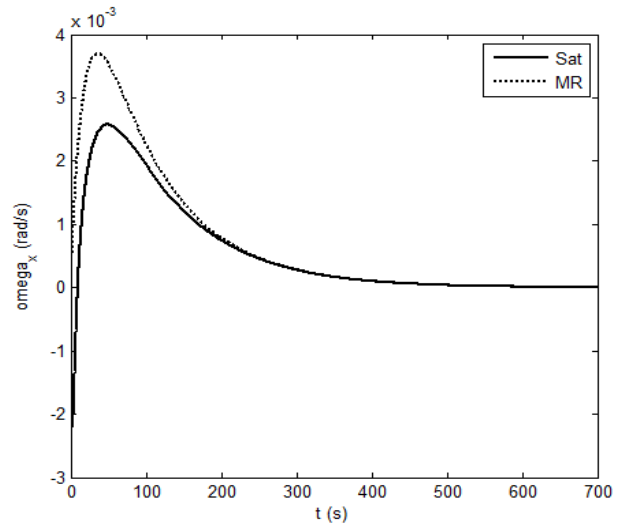


شکل ۱۰- تخمین ضریب سرعت زاویه کنترلر در جهت محور X توسط قانون تطبیق



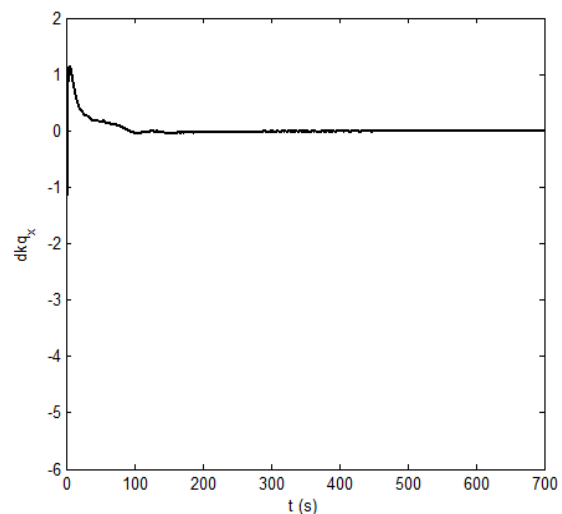
شکل ۱۱- تخمین ضریب uim کنترلر در جهت محور X توسط قانون تطبیق

شکل (۱۲) گشتاور چرخ‌های عکس‌العملی را نشان می‌دهد. مقدار گشتاور چرخ‌های عکس‌العملی در زمان‌های ابتدایی به اشباع رسیده است. سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی نیز مطابق شکل (۱۳) پس از کنترل ماهواره به مقدار ثابتی رسیده است.



شکل ۸- مقایسه تغییرات سرعت زاویه‌ای حول محور X در ماهواره و مدل مرجع

شکل (۹) تا (۱۱) خروجی قانون تطبیق را که همان ضرایب کنترلر هستند، برای محور X نشان می‌دهد. همان طور که در شکل دیده می‌شود، با وارد شدن عدم قطعیت در زمان  $t=100$  ثانیه ضرایب به یک مقدار ثابت همگرا می‌شوند. تغییر پارامتر کنترلر، در ضریب سرعت زاویه‌ای محسوس‌تر است.

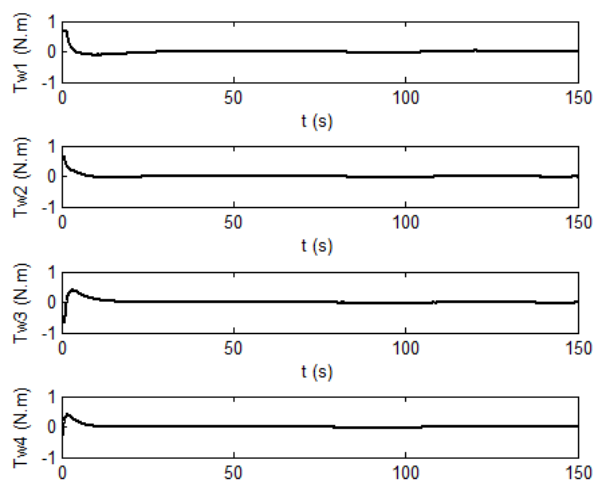


شکل ۹- تخمین ضریب کوانترنیون کنترلر در جهت محور X توسط قانون تطبیق

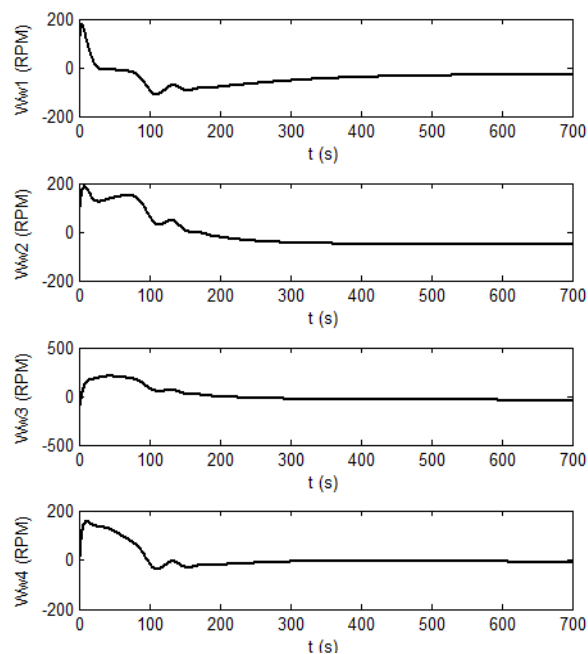
ماهواره و مدل دقیق عملگرها مدنظر قرار گرفت. عملگرهای کنترلی مورد استفاده برای اجرای مانور وضعیت ماهواره چهار چرخ عکس‌عملی و با ساختار هرمی می‌باشد. لذا مدل دقیق چرخ‌های عکس‌عملی با درنظر گرفتن حداکثر ولتاژ، جریان، سرعت‌های زاویه‌ای مجازو توان چرخ در طراحی کنترل کننده منظور گردید. نتایج شبیه‌سازی قوام و کارایی این نوع از کنترل کننده در شرایط واردکردن اثر اشباع چرخ‌ها، اصطکاک چرخ، اغتشاش خارجی و حضور عدم قطعیت در ممان اینرسی‌های ماهواره را به خوبی نشان می‌دهد.

## مراجع

- [1] Luo W., Chu, Y. C., and Ling K.V., "Inverse Optimal Adaptive Control for Attitude Tracking of Spacecraft," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 50, No. 11, 2005, pp. 1639-1654.
- [2] Slotine, J. J. E., and Li W.P., *Applied Nonlinear Control*, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [3] Behal, A., Dawson, D., Zergeroglu, E., and Fang, Y., "Nonlinear Tracking control of an Underactuated Spacecraft," *J. Guid., Control Dyna.*, Vol. 25, No. 5, 2002, pp. 979-985.
- [4] Bošković, J. D., Li, S.-M., and Mehra, R. K., "Robust Adaptive Variable Structure Control of Spacecraft under Input Saturation," *J. Guid., ControlDyna.*, Vol. 24, No.1, 2001, pp. 14-22.
- [5] Bošković, J. D., Li, S.M., and Mehra, R. K., "Robust Tracking Control Design for Spacecraft under Control Input Saturation," *AIAA Journal of Guidance, Control & Dynamics*, Vol.27, No.4, 2004, pp. 627-633.
- [6] Xing, G. Q. and Parvez, A. S., "Nonlinear Attitude State Tracking Control for Spacecraft," *J. Guid., Control Dyna.*, Vol.24, No.3, 2001, pp. 624-626.
- [7] Sharma, R. and Tewari, A., "Optimal Nonlinear Tracking of Spacecraft Attitude Maneuvers," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, Vol. 12, No. 5, 2004, pp. 677-682.
- [8] Krstić, M., Kanellakopoulos, I. and Kokotovic, P., *Nonlinear and Adaptive Control Design*, New York: Wiley, 1995.
- [9] Osborn, P. V., Whitaker, H. P. and Keezer, A., "New Developments in the Design of Adaptive Control Systems," *29<sup>th</sup> Annual Meeting of the Institute of Aeronautical Sciences*, New York, No. 61-39, 1996.
- [10] Popov, V. M., "Hyperstability of Automatic Control Systems", *New York: Springer-Verlag*, 1973.
- [11] Thawar, T., "Adaptive Control of Rigid Body Satellite," *International Journal of Automation and Computing*, Vol. 5, No. 3, 2008, pp. 296-306.
- [12] Bolandi, H., Saberi, F., and Ghorbani, B., "Design of A Supervisory Adaptive Attitude Control (SAAC) System for A Stereo-Imaginary Satellite Based on Multiple Model Control With Switching," *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol. 6, No. 9, 2010, pp. 1-09-0365.



شکل ۱۲- گشتاور چرخ‌های عکس‌عملی



شکل ۱۳- سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌عملی

## نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک کنترل کننده تطبیقی مبتنی بر سنتز کنترل کمینه غیر متمرکز DMCS برای کنترل وضعیت یک ماهواره سنجش از دور طراحی گردید. هدف از طراحی این نوع کنترل کننده، انجام مانورهای چرخشی سه محوره سریع با زوایای بزرگ، دستیابی به سیستم پایدار و ردیابی مسیر مرجع وضعیت در حضور عدم قطعیت در پارامترهای ممان اینرسی ماهواره است. در طراحی این کنترل کننده اثر اغتشاشات داخلی و خارجی، کوپلینگ‌های غیرخطی در دینامیک

- [17] Shengmin, Ge., Hao, Ch., "A Comparative Design of Satellite Attitude Control System with Reaction Wheel," Proceedings of the First NASA/ESA Conference on Adaptive Hardware and Systems, IEEE, 2006.
- [18] Masteron, R.A., Miller, D.W. and Grogan, R.L., "Development and Validation of Reaction Wheel Disturbance Models: Empirical Model," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 249, No. 3, 2002, pp. 575-598.
- [19] Azarnoush, H., "Fault Diagnosis in Spacecraft Attitude Control System," (M.S Thesis), Concordia University, Canada, 2005.
- [13] Wertz, J. R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, D. Reidel, Dordrecht, New York, 1980.
- [14] Van Den Bosch, P., Jongkind, W. and Swieten, A., "Adaptive Attitude Control for Large-angle Slew Maneuvers," *Automatica*, Vol. 22, No. 2, 1986, pp. 209-215.
- [15] Benchoubane, H., Stoten, D. P., "The Decentralized Minimal Controller Synthesis Algorithm," *International Journal of Control*, Vol. 56, 1992, No. 4, pp. 967-983.
- [16] Bolandi, H., Saberi, F., and Eslami, A., "Design of A Attitude Control System for A Satellite with accurate modeling of Reaction Wheels as actuators," *Journal of aerospace science and technology*, No. 1, 2012, pp. 20.