

# تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش‌رونده مطالعه موردی: طراحی بستر کاتالیست هیدرازینی

محمد ندافی پور میبیدی<sup>۱</sup>، حسن ناصح<sup>۲\*</sup> و فتح اله امی<sup>۳</sup>

۱ و ۲- پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

۳- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

\*تهران، کدپستی: ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱

hnaseh@ari.ac.ir

در حال حاضر، تعداد نمونه مورد نیاز برای رسیدن به دقت تحلیل حساسیت معین‌تر طراحی، براساس روش‌های سعی و خطا در طراحی صورت می‌پذیرد. هدف این مقاله، توسعه روشی است برای تعیین تعداد نمونه مورد نیاز براساس معیار مشخص برای رسیدن به دقت تحلیل حساسیت معین می‌باشد. لذا در این مقاله، یک روش تحلیل حساسیت جدید مبتنی بر طرح آزمایشات ابرمکعب لاتین پیش‌رونده و همگرایی نتایج تحلیل ارائه شده است. برای این منظور یک روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین پیش‌رونده توسعه داده شد. این رویکرد سیستماتیک منجر به تحلیل حساسیت دقیق، کارآمد و سریع در مدل‌های مختلف و با تعداد پارامترهای زیاد و بازه تغییرات بزرگ شده‌است. تحلیل حساسیت روی مدل طراحی بستر کاتالیستی یک رانشگر تک پیش‌رانه هیدرازینی به عنوان مطالعه موردی، انجام شده‌است و نتایج تحلیل حساسیت طراحی بستر کاتالیستی ارزیابی و تحلیل شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش‌رونده با مشخص شدن کمینه جمعیت مورد نیاز برای انجام تحلیل حساسیت با دقت مشخص، هزینه محاسباتی تحلیل‌های مشابه و پیچیدگی‌های طراحی کاهش خواهد یافت.

واژه‌های کلیدی: تحلیل حساسیت، ابرمکعب لاتین پیش‌رونده، طرح آزمایش‌ها، بستر کاتالیستی

## علائم و اختصارات<sup>۳۱</sup>

$E_a$	انرژی فعال‌سازی			راندمان ترموشیمیایی بستر کاتالیستی
GSA	تحلیل حساسیت عمومی	$\eta_{CC}$		ضریب همبستگی خطی
K	ضریب تابع نمایش	$\rho_{ij}$		افت فشار بستر کاتالیستی
k	ثابت سینتیک	$\Delta P$		پارامتر پیش‌نمایی
LCC	ضریب همبستگی خطی	A		سرعت مشخصه محصولات واکنش
LH	نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین	C*		غلظت گونه
$M_{CB}$	جرم بستر کاتالیستی	$C_i$		قطر محفظه واکنش
$M_{CBP}$	جرم ذرات کاتالیست	$D_{cc}$		تولید طرح آزمایش
$M_{CBS}$	جرم بدنه بستر کاتالیستی	DOE		قطر معادل ذرات کاتالیست
$\bar{M}$	جرم مولی معادل مخلوط واکنش	$d_p$		تحلیل حساسیت دیفرانسیلی
$n_i$	تعداد نمونه‌های مرحله آم	DSA		ماتریس ساختار طراحی
OALHS	نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین بر مبنای آرایه‌های متعامد	DSM		
OAS	نمونه‌برداری آرایه‌های متعامد			
$P_{CC}$	فشار محفظه واکنش			
PLHS	نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین پیش‌رونده			
r	سرعت واکنش			

۱. دانشجوی دکتری

۲. استادیار (نویسنده مخاطب)

۳. استاد

آن به وضوح وابسته به مکان است، برای مطالعات با بازه‌های پارامتری گسترده کارایی چندانی ندارد [۴].

از سوی دیگر، تحلیل حساسیت‌های سراسری به بررسی تغییرات پاسخ مدل با تغییر تمام پارامترها در یک زمان می‌پردازد [۵]. روش تحلیل حساسیت عمومی<sup>۷</sup> (GSA) یکی از روش‌های سراسری است که برای غلبه بر محدودیت‌های روش‌های تحلیل حساسیت‌های محلی طراحی شده است. در این روش تعداد زیادی پارامتر تصادفی با استفاده از یک روش نمونه‌برداری ایجاد و سپس مجموعه پارامترهای تصادفی را به مجموعه‌های رفتاری و غیررفتاری بر اساس یک آستانه از پیش تعیین شده برای پذیرش رفتار مدل تقسیم می‌کند. توزیع خواص تراکم فرکانس عملکرد مدل در بازه تغییرات هر پارامتر در زیرمجموعه رفتاری به‌عنوان شاخص‌های حساسیت پارامتری محاسبه می‌شوند. در ابتدا از روش مونت کارلو برای نمونه‌برداری پارامترهای طراحی در تحلیل حساسیت عمومی استفاده می‌شود [۶]. استفاده از نمونه‌برداری مونت کارلو از یک سو سادگی و از سوی دیگر ناکارآمدی محاسباتی تحلیل حساسیت عمومی را موجب می‌شود [۷]. لذا در سال‌های اخیر رویکردهای تحلیل حساسیت سراسری مبتنی بر طرح آزمایش‌های<sup>۸</sup> (DOE) رواج پیدا کرده‌اند. استفاده از چنین رویکردهایی دستیابی به مزایای تحلیل حساسیت سراسری را در حین حفظ کارایی محاسباتی امکان‌پذیر می‌سازد. تکنیک‌های نمونه‌برداری شبه تصادفی<sup>۹</sup>، نمونه‌برداری طبقه‌ای<sup>۱۰</sup>، طراح آزمون فاکتوریل کامل و جزئی، ابرمکعب لاتین<sup>۱۱</sup> (LHS) [۸]، نمونه‌برداری منظم شبکه، توالی سوبول<sup>۱۲</sup> [۹]، آرایه‌های متعامد<sup>۱۳</sup> (OAS)، ابرمکعب لاتین بر مبنای آرایه‌های متعامد<sup>۱۴</sup> (OALHS) و رویه پاسخ<sup>۱۵</sup> (RSM) [۱۰] از رایج‌ترین روش‌های طرح آزمایش‌های به کار رفته در تحلیل حساسیت هستند.

روش متداول تحلیل حساسیت مبتنی بر طرح آزمایش‌ها شامل دو مرحله است. در مرحله اول مجموعه‌ای از پارامترهای نمونه در فضای پارامترهای طراحی با استفاده از یک رویکرد طراح آزمایش‌های انتخاب شده تولید می‌شود. در مرحله دوم یک نسبت کمی از تغییرات خروجی مدل به علت تغییر پارامترهای مختلف طراحی استخراج می‌شود. در پیاده‌سازی تحلیل حساسیت‌های مبتنی بر طرح آزمایشات، انتخاب یک استراتژی نمونه‌برداری با تراکم

RMSE	خطای مربع متوسط ریشه ماتریس ضرایب خطی
RSM	رویه پاسخ
S(n,m)	ماتریس نمونه $m \times n$
SA	تحلیل حساسیت
T	دمای واکنش
T <sub>0</sub>	دمای پیش‌رانه ورودی به بستر
t <sub>CB</sub>	ضخامت بدنه بستر کاتالیستی
Y <sub>i</sub>	نسبت جرم اجزاء واکنش
Y <sub>q,j</sub>	متغیرهای باینری کمکی
ε	تخلخل بستر کاتالیستی
ρ	چگالی مخلوط
T	ضریب تصحیح جمعیت

### مقدمه

مدل‌سازی‌های کامپیوتری به‌عنوان یک ابزار قدرتمند در بسیاری از کاربردهای علوم پایه و مهندسی، مورد استفاده قرار می‌گیرند. با توجه به هزینه محاسبات و پیچیدگی‌های مدل‌ها، محققان در تلاشند با شناسایی برخی از پارامترها و متغیرهای با تأثیر ناچیز بر خروجی‌های مسئله و حذف محاسبات مربوطه، هزینه محاسبات را در ازای کاهش اندکی در دقت مدل‌سازی، کاهش دهند. بنابراین بررسی عدم وابستگی پارامترهای طراحی نسبت به یکدیگر و اثر آن‌ها بر خروجی‌ها و کارایی مدل و ارزیابی پارامترهایی که کاهش مشخصه‌های عدم قطعیت آن‌ها بیشترین تأثیر را در بهبود عملکرد مدل‌سازی دارد، اجتناب‌ناپذیر است. شناسایی پارامترهای تأثیرگذار بر خروجی‌های مدل و کمی نمودن معیارهای ارزیابی تأثیر هر پارامتر بر عملکرد مدل، تحلیل حساسیت<sup>۴</sup> (SA)، یکی مهم‌ترین فعالیت‌های بهینه‌سازی مدل‌ها در علوم مختلف به شمار می‌آید [۱-۳].

به‌طور کلی، رویکردهای تحلیل حساسیت به دو گروه، تحلیل حساسیت محلی و تحلیل حساسیت سراسری<sup>۵</sup>، تقسیم‌بندی می‌شوند. تحلیل حساسیت محلی تغییرات پاسخ مدل را با تغییر یک پارامتر با ثابت نگه‌داشتن سایر پارامترها بررسی می‌کند. روش‌های مختلفی برای تحلیل حساسیت (محلی) ارائه شده است. تحلیل حساسیت دیفرانسیلی<sup>۶</sup> (DSA) یکی از ساده‌ترین و رایج‌ترین روش تحلیل حساسیت محلی است. در این روش با استفاده از مشتقات جزئی تغییرات محدودی از پارامترها در یک مکان ثابت، تأثیرات پارامتر موردنظر بر سایر پارامترها و خروجی مدل به‌عنوان اندازه‌گیری حساسیت پارامتری محاسبه می‌شود. با وجود ویژگی‌های سادگی عملکرد و وضوح خروجی‌های تحلیل حساسیت دیفرانسیلی، از آنجا که در این روش تنها حساسیت محلی ارزیابی می‌شود، ارزش

7. Generalized Sensitivity Analysis  
8. Design Of Experiment  
9. Pseudo Random Sampling  
10. Stratified Sampling  
11. Latin Hypercube  
12. Sobol' Sequences  
13. Orthogonal Array  
14. Orthogonal Array Based Latin Hypercube  
15. Response Surface Method

4. Sensitivity Analysis  
5. Global Sensitivity Analysis  
6. Differential Sensitivity Analysis

### الگوریتم تحلیل حساسیت پیش‌رونده

استفاده از محاسبات دقیق در فرآیند بهینه‌سازی، به‌خصوص برای مسائل بزرگ و با حجم پردازش بالا، ممکن است به افزایش هزینه و زمان محاسبات منجر شود [۱۱]. از این رو، با به‌کارگیری مدل‌های جایگزین و ابزارهایی چون تحلیل حساسیت در فرآیند بهینه‌سازی، حجم و زمان محاسبات کاهش خواهد یافت. در این مطالعه تحلیل حساسیت بر اساس فرآیند (گام‌های) زیر استخراج می‌شود.

جدول ۱ - فرآیند تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش‌رونده

الگوریتم تحلیل حساسیت
<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ تعریف پارامترهای طراحی و بازه تغییرات آن‌ها</li> <li>❖ تعریف تعداد نمونه‌گیری (برای دو تکرار اول)</li> <li>❖ تولید طرح آزمایش (DOE) توسط روش ابرمکعب لاتین پیش‌رونده (PLHS)</li> <li>❖ محاسبه پاسخ‌های طرح آزمایش‌ها</li> <li>❖ محاسبه ماتریس ضرایب خطی تحلیل حساسیت</li> <li>❖ محاسبه خطای مربع متوسط ریشه ماتریس ضرایب خطی (RMSE) نسبت به تکرار قبلی.</li> <li>❖ برای RMSE کمتر از ۰.۹۸٪، یک آزمایش جدید طراحی با افزایش تعداد جمعیت با خطای تولیدی، بر اساس تخمین جمعیت مبتنی بر رابطه (۱)، در مرحله قبل تولید می‌شود آزمایش قبلی ساخته می‌شود. این روش ادامه خواهد یافت تا اینکه شرایط همگرایی تحلیل حساسیت ارضا شود.</li> </ul>

رابطه (۱) معرف معیار همگرایی نمونه‌برداری است. در این رابطه RMSE و  $n_i$  به ترتیب معرف جذر مربع متوسط خطای خروجی و تعداد نمونه‌های مرحله  $n$ ام است.  $K$  و  $\tau$  نیز به ترتیب بیانگر ضریب تابع نامی و ضریب تصحیح جمعیت هستند.

$$RMSE = Ke^{-\tau n_i} \quad (1)$$

### نمونه‌برداری

در این مطالعه به‌منظور استخراج جمعیت لازم جهت انجام محاسبات تحلیل حساسیت از نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین پیش‌رونده با توزیع یکنواخت در بازه تغییرات پارامترهای طراحی استفاده می‌شود.

روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین (LHS) از مفهوم "مربع لاتین" در ریاضیات ترکیبی الهام گرفته شده است. مربع لاتینیک ماتریس  $n \times n$  است که با  $n$  شیء مختلف، به‌عنوان مثال، اعداد، کاراکترها، نمادها و غیره، پر شده است. نحوه قرارگیری اشیاء در آن ماتریس به نحوی است که دو قانون را برآورده سازد. این دو قانون عبارتند از، هر شیء دقیقاً یک بار در هر سطر و دقیقاً یک بار در هر ستون اتفاق ظاهر شود. در شکل ۱ شمایی از یک مربع لاتین  $4 \times 4$  با چهار شیء مختلف نمایش داده شده است. اصطلاح «لاتین» در مربعات لاتین از فعالیت‌های ریاضیدان مشهور، لئونارد اویلر، که از حروف لاتین به‌عنوان اشیاء استفاده می‌کردند، الهام شده است.

کافی نمونه‌ها و توزیع مناسب در کل فضای طراحی الزامی است. هر چند معمولاً مصالحه‌ای بین تعداد نمونه‌ها و هزینه محاسبات باید انجام شود. عملکرد یک استراتژی نمونه‌برداری و کیفیت نمونه‌های حاصل از آن مستقیماً بر کارایی و مقاومت نتایج تحلیل‌های مبتنی بر نمونه‌برداری تأثیرگذار است. در نهایت نمونه‌ای که قادر به نمایش ویژگی‌های توزیع شده در فضای پارامتری مسئله باشد، مرغوب‌ترین است. خواص توزیع یک نمونه معمولاً توسط پیش‌بینی‌های یک‌بعدی برای هر بعد، معیارهای پر شدن فضا و تحلیل همبستگی ارزیابی می‌شود. سهولت استفاده، اطمینان از برآورد خواص تصویر  $16$  یک‌بعدی و سهولت در ترکیب معیارهای دیگر (به‌عنوان مثال ارتوگونال و تقارن) به‌عنوان خواص نمونه‌برداری مطرح می‌شوند. یک استراتژی نمونه‌برداری را موفق گویند، هرگاه علاوه بر کلیه ویژگی‌های بالا قادر به مقیاس نمودن توزیع نقاط نمونه‌برداری با هر اندازه نمونه باشد. با این حال، «اندازه نمونه مناسب» برای یک مدل شبیه‌سازی داده‌شده و تجزیه و تحلیل مبتنی بر نمونه‌برداری معمولاً پیش‌فرض نیست. اندازه مناسب نمونه‌برداری به تعداد زیادی از نقاط نمونه اشاره دارد که منجر به همگرایی یا مقاومت  $17$  نتایج تجزیه و تحلیل می‌شود. از سوی دیگر، با فرض ناچیز بودن هزینه محاسبات مربوط به استراتژی نمونه‌برداری، هزینه محاسبات یک تجزیه و تحلیل مبتنی بر نمونه‌برداری به‌صورت خطی با اندازه نمونه‌ها افزایش می‌یابد. در چند دهه گذشته، فعالیت‌های بسیاری در زمینه‌ی توسعه و بهبود راهبردهای مختلف نمونه‌برداری انجام شده است. اما در هیچ یک معیاری برای بررسی کفایت نمونه‌برداری ارائه نشده است. هدف از این مقاله، ارائه یک رویکرد اثربخش و کارا در تحلیل حساسیت مبتنی بر طرح آزمایشات مکعب لاتین پیش‌رونده بر مبنای همگرایی خروجی‌های تحلیل حساسیت است. این رویکرد تحلیل حساسیت در مطالعه یک بستر کاتالیستی مورد استفاده در رانشگرهای تک پیش‌رانه بکار گرفته شده است. به‌طور کلی یافته‌های این مطالعه در تحلیل حساسیت مدل‌های پیچیده و با هزینه محاسبات بالا کاربرد دارد. بخش‌های این مقاله به شرح زیر است: بخش دوم این مقاله توضیحی از الگوریتم پیشنهادی تحلیل حساسیت ارائه می‌دهد. در این بخش ابتدا شرحی بر طرح آزمایشات ابرمکعب لاتین پیش‌رونده و در ادامه نحوه محاسبات ماتریس ضرایب خطی آمده است. در بخش سوم مدل‌سازی یک بستر کاتالیستی هیدرازینی به‌عنوان نمونه توصیف شده است. در بخش چهارم نتایج و بحث در خصوص تحلیل حساسیت انجام شده در موضوع مطالعه ارائه شده است و در نهایت، در بخش پنجم جمع‌بندی مطالعه ارائه شده است.

16. Projection Properties  
17. Robustness

موردعلاقه را دنبال می کند. بنابراین، یک نمونه «ابرمکعب لاتین» است اگر و فقط اگر دارای ویژگی های تصویر یک بعدی باشد. از سوی دیگر نمونه های تولید شده بر اساس معیار LHS رسیدن به بیشینه طبقه بندی<sup>۱۹</sup> در توزیع حاشیه ای<sup>۲۰</sup> را برآورد می نماید، این در حالی ست که خواص توزیع چند متغیر، به عنوان مثال، خواص پر شدن فضا<sup>۲۱</sup>، در فضای m بعدی لزوماً مورد توجه قرار نمی گیرند. تلاش های فراوانی با رویکردهای مختلف، از جمله LHS متعامد مبتنی بر آرایه<sup>۲۲</sup>، LHS متعامد<sup>۲۳</sup>، LHS متقارن<sup>۲۴</sup>، در زمینه های مختلف برای بهبود عملکرد LHS اصلی انجام شده است.

### تعریف ریاضی

از آنجا که PLHS از بسط LHS تولید می شود، ابتدا تعریف ریاضی LHS مجدداً ارائه می شود، سپس به PLHS بسط داده می شود. یک ماتریس نمونه S(n, m) که شامل n در m عنصر یا متغیر است. درایه های این ماتریس شامل  $x_{ij}; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$  است که اعدادی در بازه  $[0, 1]$  هستند. از سوی دیگر فاکتور فضا  $[0, 1]^m$  به n فاصله<sup>۲۵</sup>، انبارک<sup>۲۶</sup> یا طبقه<sup>۲۷</sup> مجزا به صورت  $\left\{ \left[0, \frac{1}{n}\right], \left[\frac{1}{n}, \frac{2}{n}\right], \dots, \left[\frac{n-1}{n}, 1\right] \right\}$  تقسیم می شود. مجموعه ای جدید از متغیرهای باینری کمکی،  $y_{q,j}$ ، به شکل زیر تعریف می شود.

$$y_{i,j} = \begin{cases} 1 & x_{i,j} \in H_j^i \\ 0 & x_{i,j} \notin H_j^i \end{cases} \quad (2)$$

ماتریس نمونه S(n, m) را لاتین ابرمکعب گوئیم اگر شرط زیر، شرط خاصیت یک بعدی تصویر، برقرار باشد.

$$\frac{\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^n y_{q,j}}{n \cdot p} = 1 \quad (3)$$

سمت چپ معادله فوق اساساً یک تابع از ماتریس نمونه،  $F(S(n, m))$  است، که بین ۱ (زمانی که نمونه ابرمکعب لاتین است) و  $\frac{1}{n}$  (زمانی که تمام نمونه ها در یک فاصله واحد در هر بعد واقع شده است) متفاوت است.

از ابرمکعب لاتین می توان برای تولید تعداد نمونه های متغیر نیز بهره گرفت. این رویکرد را ابرمکعب لاتین پیش رونده (PLHS) می نامند. یکی از روش های ایجاد پیشروندگی در ابرمکعب لاتین رویکرد برش یا SLHS است.

D	A	B	C
C	B	A	D
B	C	D	A
A	D	C	B

شکل ۱- شمایی از یک مربع لاتین

در LHS نیز ایده اصلی مانند مربعات لاتین، است. در حالت کلی، برای تولید n نمونه در یک فضای m بعدی، یک ابرمکعب واحد را در فضای m بعدی،  $C^m = [0, 1]^m$ ، تشکیل می شود. هر بعد این ابرمکعب به n فاصله، سطح، با طول مساوی،  $\frac{1}{n}$  تقسیم می شود. به عبارت دیگر در هر بعد فاصله هایی با احتمال برابر به شکل  $\left\{ \left[0, \frac{1}{n}\right], \left[\frac{1}{n}, \frac{2}{n}\right], \dots, \left[\frac{n-1}{n}, 1\right] \right\}$  تعریف می شود. هر فاصله با نمایه  $q = 1, 2, \dots, n$  نام گذاری می شود. سپس در هر فاصله نمونه ای اختیار می شود به نحوی که در هر سطح فقط و فقط یک نمونه وجود داشته باشد. خروجی LHS یک ماتریس  $n \times m$  است که درایه های آن  $x_{ij}; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$  اعدادی در بازه  $[0, 1]$  هستند؛ به نحوی که  $x_{ij}$  در ستون j تنها به یک فاصله دلالت داشته باشد. به عبارت دیگر q یک جایگشت تصادفی از  $\{1, 2, \dots, n\}$  برای هر ستون است و هر ردیف ماتریس یک نقطه نمونه است. چنین ماتریسی با  $LHS(n, m)$  نمایش داده می شود.

نمونه ای از رویکرد LHS برای استخراج چهار نمونه در یک فضای دوبعدی در شکل ۲ نمایش داده شده است. در این مثال چهار نمونه به صورت یکنواخت در هر بعد توسط LHS توزیع شده اند. سایر توزیع ها، به عنوان نمونه توزیع نرمال، تنها با به کارگیری توابع تبدیل مربوطه روی توزیع یکنواخت قابل پیاده سازی هستند.

			*
			*
*			
		*	

شکل ۲- شمایی از نحوه استخراج چهار نمونه در یک فضای دوبعدی

اساس LHS تضمین می کند که نمونه ها با خواص تصویر<sup>۱۸</sup> یک بعدی تولید شود، به نحوی که تصویر هر نمونه در فضای m بعدی بر روی هر بعد از توزیع یکنواخت و یا هرگونه توزیع دیگر

19. Stratification  
20. Marginal Distributions  
21. Space-Filling Properties  
22. Orthogonal Array-Based  
23. Orthogonal  
24. Symmetric  
25. Intervals  
26. Bins  
27. Strata

18. projection properties

$$U \quad (۸)$$

همان طور که مشاهده می شود، الگوریتم پیشنهادی دارای دو هدف، دستیابی به خواص ابرمکعب لاتین و دستیابی به بیشینه پرشدگی فضا است. در این مطالعه از الگوریتم ژنتیک (GA) چند هدفه برای دستیابی به خروجی های الگوریتم پیشنهادی استفاده شده است.

### تحلیل حساسیت

برای ارزیابی همبستگی بین پارامترهای ورودی و پاسخ یک مسئله، رویکردهای مختلفی ارائه شده است. ثابت ضریب همبستگی پیرسون یا ضریب همبستگی خطی<sup>۳۲</sup> (LCC) یک ابزار قدرتمند برای اندازه گیری رابطه خطی بین دو پارامتر مختلف است. ضریب همبستگی خطی در واقع بیانگر قدرت و جهت ارتباط بین دو متغیر است. ضریب همبستگی خطی برای هر ترکیبی از متغیرهای مستقل و وابسته به صورت  $\rho_{ij}$  بر اساس رابطه (۹) محاسبه می شود [۱۲].

$$\rho_{ij} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}^{(k)}(x_i) - \mu_{\hat{y}})(x_j^{(k)} - \mu_{x_j})}{\sigma_{\hat{y}}(x_i)\sigma_{x_j}} \quad (۹)$$

این رابطه برای محاسبه ضرایب همبستگی خطی بین تناسب کمترین مربعات<sup>۳۳</sup> یک رگرسیون درجه دوم<sup>۳۴</sup>  $\sigma_{\hat{y}}(x_i)$  متغیر  $x_j$  بر روی نمونه  $x_i^{(k)}$  و  $x_j^{(k)}$  اندازه ضریب همبستگی خطی بر اساس نوع داده مورد بررسی بین صفر تا یک تغییر می کند. ضریب همبستگی بیش از ۰/۷ به طور کلی، رابطه قوی بین دو متغیر را نشان می دهد. این در حالی که است که ضریب همبستگی با اندازه کمتر از ۰/۳ ارتباط ضعیف بین دو پارامتر را توصیف می نماید. به طور معمول، تمام ضرایب همبستگی خطی به دست آمده از ترکیبی پارامترهای دو متغیر متغیرهای تابع در یک ماتریس به نام ماتریس ساختار طراحی<sup>۳۵</sup> (DSM) ارائه می شود. ماتریس ساختار طراحی یک ماتریس متقارن است که در آن تمام عناصر قطری برابر واحد است [۱۳].

### بستر کاتالیستی

در رانشگرهای تک پیش رانه بستر کاتالیستی واکنش شیمیایی، تجزیه پیش رانه، را کنترل می نماید. کنترل تجزیه پیش رانه به معنای کنترل عملکرد کلی موتور است که، اهمیت صحت عملکرد این جزء از رانشگر را افزایش می دهد [۱۴-۱۶]. فلزات واسطه و مشتقات

در SLHS مجموعه ای از متغیرهای باینری کمکی  $y_{q,j}^t$ ، که مربوط به ماتریس نمونه  $L^t$  است، تعریف می شود. در این رابطه  $T$  معرف شماره برش است. این نکته قابل توجه است که تعداد نقاط نمونه در  $L^t$ ، با مجموع تعداد نمونه های برش ها برابر است.

$$L^t = U_{k=1}^t S_k(n_k, m) \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (۴)$$

$$n_t = \sum_{k=1}^t n_k \quad (۵)$$

در نهایت شرط لازم و کافی برای نمونه ای که ابرمکعب پیش رونده به شرح معادله زیر است.

$$\sum_{t=1}^T \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^n y_{q,j}^t}{n_t * p} = T \quad (۶)$$

با توجه به فرمول بندی فوق نسل SLHS، با  $x_{ij}$  به عنوان متغیرهای تصمیم گیری و  $y_{q,j}^t$  به عنوان متغیرهای کمکی، را می توان به شکل یک مسئله بهینه سازی به شرح زیر معرفی نمود.

$$\max \left( \sum_{t=1}^T \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{q=1}^n y_{q,j}^t}{n_t * p} \right) \quad (۷)$$

مشکل اصلی SLHS این است که هر چند تمامی برش ها الزامات ابرمکعب لاتین را بر آورده می نمایند، اما اجتماع آنها ممکن است خواص تصویر یک بعدی را دارا نباشند، لذا خروجی SLHS<sup>۲۸</sup> را شبه ابر مکعب لاتین<sup>۲۹</sup> می نامند.

در روش پیشنهادی جهت ایجاد پیشروندگی، افزایش تعداد نمونه به  $n' > n$ ، ابتدا باید هر بعد از ابر مکعب واحد به  $n'$  بخش تقسیم شود. سپس نمونه های ارت گرفته شده از مرحله قبل در تقسیم بندی جدید جایگذاری می شود. نمونه های جدید به گونه ای تولید می شوند که بیشینه مقدار برای سمت چپ رابطه ۳ فراهم شود. ماتریس نمونه جدید با ترکیبی از نمونه های جدید و ارت گرفته شده از مرحله قبل تشکیل می شود. همانطور که مشاهده می شود ابر مکعب تولید شده در هر مرحله مجدداً خواص ابر مکعب لاتین را ارضا می نماید.

برای دستیابی به حداکثر خواص پرشدگی فضا در این مطالعه از روش انرژی پتانسیل نقطه نمونه<sup>۳۰</sup> [۱۱] استفاده شده است. با توجه به روش انرژی پتانسیل نقطه نمونه، بهترین ابرمکعب لاتین زمانی بدست می آید که مقدار انرژی پتانسیل نقاط<sup>۳۱</sup> (SPPE) نمونه برداری کمینه باشد. مقدار انرژی پتانسیل نقاط مطابق رابطه (۸) محاسبه می شود. در این رابطه  $d$  معرف فاصله نقطه  $i$  نسبت به نقطه  $j$  است.

32. Linear Correlation Coefficient

33. The Least-Squares

34. Quadratic Regression

35. Design Structure Matrix

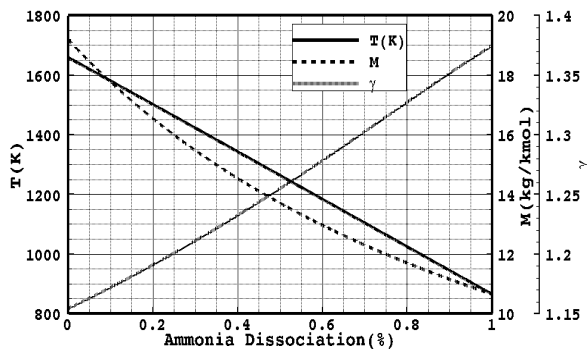
28. Sliced LHS

29. Quasi LHS

30. Sample Point's Potential Energy Method

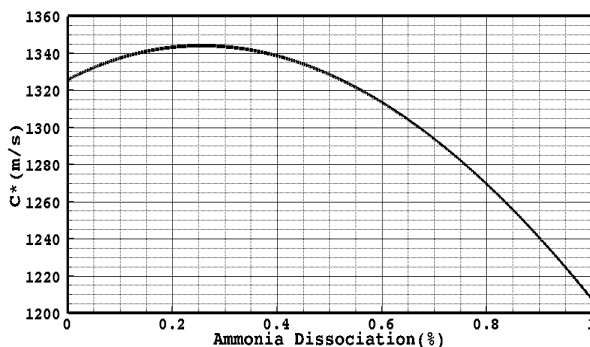
31. Point's Potential Energy

محصولات تجزیه هیدرازین به‌عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- تغییرات خواص ترمودینامیکی محصولات تجزیه هیدرازین به‌عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک

تغییرات سرعت مشخصه محصولات تجزیه هیدرازین به‌عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک در شکل ۴ نشان داده شده است. بیشینه سرعت مشخصه  $(C^*)$  و در نتیجه بیشینه ضربه ویژه  $(I_{sp})$  در محدوده‌ای که حدود ۲۰٪ آمونیاک تجزیه شود، به دست می‌آید.



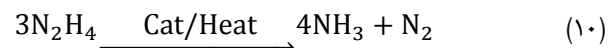
شکل ۴- تغییرات سرعت مشخصه محصولات تجزیه هیدرازین به‌عنوان تابعی از پیشرفت تجزیه آمونیاک

### مدل‌سازی

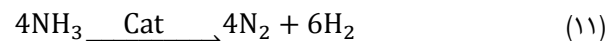
یک مدل تجزیه یک‌بعدی برای محاسبه تغییرات دما و تغییرات غلظت اجزای واکنش بر اثر عبور پیش‌رانه از بستر کاتالیزور توسعه داده شد. در این مدل یک واکنش دو مرحله‌ای برای تجزیه هیدرازین پیاده‌سازی شده است. در این مدل، هیدرازین ابتدا به آمونیاک و نیتروژن تجزیه می‌شود و در مرحله بعد آمونیاک به نیتروژن و هیدروژن تجزیه می‌شود. تجزیه هیدرازین هم در مکانیزم کاتالیستی و هم در مکانیزم دمایی صورت می‌پذیرد. این در حالی است که آمونیاک تنها در یک مکانیزم کاتالیستی تجزیه می‌شود.

آن‌ها رفتار کاتالیستی مناسبی دارند [۱۷]. از بین فلزات واسطه ایریدیوم و مشتقاتش به‌عنوان پوشش کاتالیست سنتی هیدرازین مطرح هستند. از آنجاکه ایریدیوم یک فلز نادر است، کاتالیزور مبتنی بر آن بسیار گران است و تلاش زیادی برای دستیابی به یک کاتالیزور ارزان‌قیمت، فعال، پایدار و قابل‌دسترس برای تجزیه هیدرازین انجام شده است [۱۷]. موفق‌ترین کاتالیست تجزیه هیدرازین تا سال ۱۹۶۳، شیل ۴۰۵ است. شیل ۴۰۵ از ۳۲ درصد ایریدیوم لایه نشانی شده بر پایه‌ی گاما آلومینا تشکیل شده است. این ترکیب توانایی انجام چند صد آغاز سرد، بدون هیچ‌گونه کاهش کارایی فراوانی، را داراست.

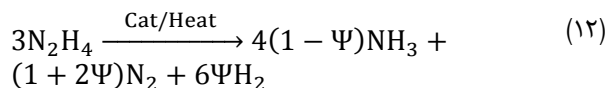
پیش‌رانه هیدرازین در مجاورت کاتالیست‌های خود بر اساس معادله (۱۱) به نیتروژن و آمونیاک تجزیه می‌شود. تجزیه هیدرازین یک واکنش گرمازا<sup>۳۶</sup> با افزایش حجم است. هیدرازین بلافاصله پس از تماس با کاتالیست تجزیه می‌شود. در نتیجه، فشار و دمای محفظه واکنش به سرعت افزایش می‌یابد. انرژی آزاد شده این واکنش حدود ۳۳۶/۳ کیلوژول بر مول است. این فرآیند ممکن است به صورت کاتالیستی یا دمایی رخ دهد.



علاوه بر این، آمونیاک معمولاً در مجاورت برخی فلزات و به خصوص کاتالیست‌های بر پایه ایریدیوم با توجه به معادله (۱۱) به نیتروژن و هیدروژن تجزیه می‌شود. تجزیه آمونیاک یک واکنش گرماگیر است و انرژی جذب آن حدود ۱۴۴/۵ کیلوژول بر مول است.



بنابراین تجزیه هیدرازین در یک محفظه واکنش را می‌توان به شکل (۱۲) ساده کرد. در این رابطه  $\Psi$  معرف میزان پیشرفت تجزیه آمونیاک است. میزان پیشرفت تجزیه آمونیاک در حالت کلی تابعی از نوع و هندسه کاتالیست، فشار محفظه واکنش و زمان ماند پیش‌رانه است.



در نتیجه، خواص ترمودینامیکی محصولات تجزیه هیدرازین، وزن مولکولی، نسبت گرمای ویژه و دمای آن به میزان پیشرفت تجزیه هیدرازین و تجزیه آمونیاک بستگی دارد. تجزیه هیدرازین با آزاد کردن انرژی حرارتی دمای محصولات واکنش را افزایش می‌دهد. این در حالی که است که تجزیه آمونیاک باعث کاهش دما و وزن مولکولی محصولات خواهد شد. خواص ترمودینامیکی

**جدول ۲-** انرژی فعال سازی و پارامتر پیش‌نمایی مدل آرنیوس برای تجزیه هیدرازین و آمونیاک

Reactant	Reaction	A	E <sub>a</sub>
	Catalytic	1.50 e+4	2777.78
	Thermal	2.14 e+10	18333.33
	Catalytic	2.53 e+10	27777.78

انرژی فعال‌سازی تنها یک تابعی از طبیعت واکنش و نوع کاتالیست مورد استفاده در واکنش است. به عبارت دیگر، انرژی فعال‌سازی از هندسه و شرایط واکنش تأثیر نمی‌پذیرد. از آنجاکه هیدرازین ناپایدارتر از آمونیاک است، انرژی فعال‌سازی تجزیه آن به مراتب کمتر از انرژی فعال‌سازی تجزیه آمونیاک است. از این‌رو، سینتیک تجزیه هیدرازین، کل پروسه کاتالیستی محفظه واکنش موتور را کنترل می‌کند. از سوی دیگر در مدل آرنیوس پارامتر پیش‌نمایی مانند یک عامل مقیاس عمل می‌کند و واحد آن بر ثانیه است. عامل پیش‌نمایی، در مقایسه با انرژی فعال شدن، علاوه بر نوع کاتالیست، تابعی از هندسه بستر کاتالیستی و شرایط واکنش است.

معادلات (۱۳) الی (۱۶)  $\dot{m}$  و  $G$  به ترتیب معرف دبی جرمی جریان و ضریب بارگذاری پیش‌رانه روی بستر کاتالیستی هستند.  $A_p$  معرف سطح گذر مخصوص بستر کاتالیستی در واحد حجم است که می‌تواند از رابطه زیر محاسبه شود. در این معادله  $D_p$  و  $\varepsilon$  به ترتیب معرف قطر معادل ذرات کاتالیست و نسبت تخلخل بستر هستند.

$$A_p = \frac{(1 - \varepsilon)}{12D_p} \quad (19)$$

$K_{(C_i)}$  ضریب انتقال جرم است و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$K_{C_i} = \frac{0.185928G}{\rho} Sc^{0.667} Re^{-0.41} \quad (20)$$

$$Sc = \frac{\rho D_i}{\mu} \quad (21)$$

$$Re = \frac{G}{\mu A_p} \quad (22)$$

تغییرات غلظت گونه‌های واکنش نیز از رابطه (۲۳) قابل محاسبه است.

$$\frac{dC_i}{dx} = \rho \frac{dy_i}{dx} + \frac{C_i}{\rho} \frac{d\rho}{dx} \quad (23)$$

در رابطه (۲۳)  $\rho$  بیانگر چگالی مخلوط است و تغییرات چگالی مخلوط با فرض گاز کامل برای مخلوط واکنش با استفاده از رابطه (۲۴) قابل محاسبه است. در این رابطه  $\bar{M}$  برابر با جرم مولی معادل مخلوط واکنش است که از رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود.

$$\frac{d\rho}{dx} = \rho \left[ \frac{1}{P} \frac{dP}{dx} + \frac{1}{\bar{M}} \frac{d\bar{M}}{dx} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} \right] \quad (24)$$

در این مطالعه، واکنش کاتالیستی هیدرازین به اندازه کافی سریع فرض شده است، به طوری که تجزیه هیدرازین تنها بر روی سطح ذرات انجام شود و از تجزیه هیدرازین از طریق تخلخل ذرات صرف نظر شده است [۱۸-۲۰].

در یک بستر کاتالیستی با تخلخل  $\varepsilon$  که از ذرات کاتالیست با قطر معادل  $d_p$  تشکیل شده است، نسبت جرم اجزاء واکنش  $y_i$  در طول بستر می‌تواند از معادلات (۱۳) الی (۱۶) محاسبه شود.

$$\frac{dy_{N_2H_4}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ -\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4} - m C_p N_2H_4 \right\} \quad (13)$$

$$\frac{dy_{NH_3}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ \frac{y_{NH_3}}{y_{N_2H_4}} (\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4}) - A_p \left( K_C (C - C_{p_s}) \right)_{NH_3} - \dot{m} \left( \frac{C}{\rho} \right)_{NH_3} \right\} \quad (14)$$

$$\frac{dy_{N_2}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{y_{N_2}}{y_{N_2H_4}} (\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4}) - \frac{y_{N_2}}{y_{NH_3}} A_p \left( K_C (C - C_{p_s}) \right)_{NH_3} \right) - \dot{m} \left( \frac{C}{\rho} \right)_{N_2} \right\} \quad (15)$$

$$\frac{dy_{H_2}}{dx} = \frac{1}{G} \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{y_{H_2}}{y_{N_2H_4}} (\varepsilon \dot{r}_{N_2H_4}^{hem} - A_p (K_C C)_{N_2H_4}) - 3 \frac{y_{H_2}}{y_{NH_3}} A_p \left( K_C (C - C_{p_s}) \right)_{NH_3} \right) - \dot{m} \left( \frac{C}{\rho} \right)_{N_2} \right\} \quad (16)$$

در معادلات فوق  $\dot{r}$  بیانگر سرعت واکنش است. همان‌طور که در رابطه (۱۷) نشان داده شده است برای کلیه واکنش‌ها مدل آرنیوس در مدل‌سازی استفاده شده است. با توجه به معادلات سینتیکی آرنیوس مرتبه اول، سرعت واکنش ( $r$ ) به‌عنوان حاصل ضرب ثابت سینتیک  $k$  در غلظت گونه ( $C_i$ ) تعریف می‌شود. ثابت سینتیک، رابطه (۱۸)، نیز به صورت حاصل ضرب یک پارامتر پیش‌نمایی ( $A$ ) در تابع‌نمایی از انرژی فعال‌سازی ( $E_a$ )، دمای واکنش ( $T$ ) و تعریف می‌شود. انرژی فعال‌سازی و پارامتر پیش‌نمایی مورد استفاده برای مدل‌سازی تجزیه هیدرازین و آمونیاک در جدول ۲ ارائه شده است.

$$r_i = k_i C_i \quad (17)$$

$$k_i = A_i \exp\left(-\frac{E_{a_i}}{RT}\right) \quad (18)$$

$$t_{CB} = \frac{n_{SF}}{\sigma} \left( \frac{\pi P_{CC} R_{CC}^2 + T_{CC}}{\pi R_{CC}^2} \right) \quad (30)$$

$$M_{CB_S} = \rho_{CB_S} \pi D_{CB} t_{CB} L_{CB} \quad (31)$$

$$M_{CB_p} = \rho_{CB_p} \pi D_{CB}^2 L_{CB} (1 - \varepsilon) \quad (32)$$

$$M_{CB} = M_{CB_S} + M_{CB_p} \quad (33)$$

### حلگر

برای محاسبه معادلات دیفرانسیل پیاده شده در مدل سازی تجزیه هیدرازین در بستر کاتالیستی از روش رانج کوتا فلبرگ<sup>۳۹</sup> با گام زمانی متغیر استفاده شده است.

### ارزیابی نتایج

در این مطالعه مدل طراحی یک بستر کاتالیستی رانشگر تک پیش رانه ۲۲ نیوتی به عنوان مطالعه نمونه مورد ارزیابی قرار گرفت. فشار محفظه واکنش، دمای پیش رانه ورودی به بستر، قطر ذرات کاتالیستی، قطر محفظه واکنش و راندمان ترموشیمیایی به عنوان پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی جهت تحلیل حساسیت مورد استفاده قرار گرفتند. بازه تغییرات هر یک از پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی در جدول ۳ نمایش داده شده است. سرعت مشخصه، افت فشار و جرم کاتالیست، جرم بدنه بستر و جرم کل بستر کاتالیستی به عنوان پاسخ های طراحی بستر کاتالیستی انتخاب شدند.

جدول ۳- پارامترهای طراحی نازل و بازه تغییرات آنها

Variable	Rang		unit
	min	max	
P <sub>CC</sub>	10	20	bar
T <sub>0</sub>	250	350	K
D <sub>CB</sub>	0.5	2	mm
D <sub>CC</sub>	10	40	mm
η <sub>CC</sub>	0.85	0.97	-

تنظیمات ابتدایی فرآیند تحلیل حساسیت به شرح جدول ۴ انجام و فرآیند تحلیل پس از ۵ تکرار، با ۱۱۲۸ نمونه و در زمان ۸۴۶۵ ثانیه به پایان رسید. شایان ذکر است که این پردازش به صورت موازی صورت پذیرفته است. این تعداد نمونه برداری تقریبی ۱۱٪ نمونه های مورد نیاز بر اساس نمونه برداری مونت کارلو است که تقریباً به کاهش ۸۹٪ در زمان حل منجر می شود.

39. Runge-Kutta Fehlberg

$$\frac{d\bar{M}}{dx} = \bar{M} \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{M_i} \frac{dy_i}{dx}}{\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{M_i}} \quad (25)$$

با فرض فرایند آدیاباتیک، تغییرات دما در واکنش می تواند به عنوان نسبت تغییرات آنتالپی به گرمای ویژه مخلوط، همان طور که در (۲۶) ارائه شده است، محاسبه شود.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n -\dot{r}_i h_i}{\sum_{i=1}^n -C_i C_{P_i}} \quad (26)$$

برای محاسبه افت فشار بستر کاتالیزور، یک معادله اورگان<sup>۳۸</sup> اصلاح شده استفاده شد.

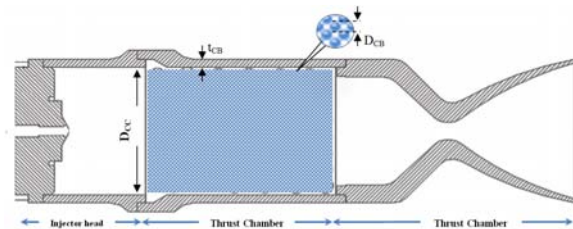
$$\frac{dP}{dx} = \frac{4G}{d_p^2 \rho \varepsilon^3} (45\mu (1 - \varepsilon)^2 + d_p G (1 - \varepsilon)) \quad (27)$$

تغییرات غلظت آمونیاک و دما در هر نقطه از ذرات متخلخل کاتالیست، به ترتیب C<sub>P<sub>NH<sub>3</sub></sub></sub> و T<sub>p</sub>، را می توان از تقریب ارائه شده در (۲۸) و (۲۹) محاسبه کرد. در این تقریب K<sub>p</sub> بیانگر هدایت حرارتی ذرات کاتالیست متخلخل است. همچنین (T<sub>p</sub>)<sub>s</sub> معرف دمای سطح ذرات کاتالیست است، که با دمای گاز در آن نقطه از بستر کاتالیستی برابر است.

$$C_{P_{NH_3}} = C - \left[ \frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right] \int_0^x \xi^2 \frac{T_{NH_3}^{het}}{D_p} d\xi - \int_x^a \left[ \frac{1}{\xi} - \frac{1}{a} \right] \xi^2 \frac{T_{NH_3}^{het}}{D_p} d\xi \quad (28)$$

$$T_p - (T_p)_s = - \left( \frac{H_{NH_3} D_{P_{NH_3}}}{K_p} \right) [C_{P_S} - C_{p_{NH_3}}] \quad (29)$$

علاوه بر محاسبات فوق جرم بستر کاتالیستی به منظور محاسبه جرم بستر کاتالیستی (M<sub>CB</sub>) از مجموع جرم بدنه (M<sub>CB<sub>S</sub></sub>) و جرم ذرات کاتالیست (M<sub>CB<sub>p</sub></sub>) محاسبه می شود. برای محاسبه جرم بدنه بستر کاتالیست ضخامت بدنه t<sub>CB</sub> که از رابطه (۳۰) محاسبه می شود در رابطه (۳۱) جایگذاری می شود. در رابطه (۳۱) ρ<sub>CB<sub>S</sub></sub> چگالی بدنه بستر است. L<sub>CB</sub> طول بستر است که رابطه مستقیم با راندمان تجزیه پیش رانه دارد. جرم ذرات کاتالیست نیز از ضرب چگالی ذرات ρ<sub>CB<sub>p</sub></sub> در حجم پر شده توسط ذرات مطابق رابطه (۳۲) استخراج می شود. به منظور روشن شدن مفاهیم پارامترهای هندسی شمایی از یک رانشگر تک پیش رانه در شکل نمایش داده شده است.



شکل ۵- طرحواره ای از یک رانشگر تک پیش رانه

38. Ergun



جدول ۴- تنظیمات ابتدایی فرآیند تحلیل حساسیت

Variable	Rang	unit
Number Of Population In First Iteration	100	samples
Number Of Population In First Iteration	100	samples
Maximum Population	10000	samples
Maximum Iterations	100	iterations

جدول ۵- میانگین، انحراف معیار و واریانس سرعت مشخصه و جرم بستر کاتالیستی

		Mean	(σ)	Variance
C*	(m/s)	1340.3	3.70	13.69
ΔP	(bar)	0.49	0.89	0.80
M <sub>CBP</sub>	(gr)	2.18	2.09	4.38
M <sub>CBs</sub>	(gr)	16.23	18.11	327.93
M <sub>CB</sub>	(gr)	18.41	20.02	401.07

افت فشار و بیشینه نمودن سرعت مشخصه، در تحلیل حساسیت مشهود است.

به منظور شفاف شدن نتایج تحلیل حساسیت، سطوح پاسخ ضریب سرعت مشخصه محصولات تجزیه نسبت به تغییرات پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی در شکل ۷ نمایش داده شده است. همان طور که مشاهده می شود تغییرات سرعت مشخصه نسبت به تغییرات پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی ناچیز، در بیشینه حالت، کمتر از ۰/۲۱٪، است. همچنین تغییرات دمای اولیه پیشرانه، قطر ذرات کاتالیست، قطر محفظه واکنش و فشار محفظه واکنش به ترتیب بیشترین تأثیر را در تغییرات سرعت مشخصه دارند. در بین پارامترهای طراحی تنها دمای پیشرانه ورودی به صورت معکوس بر سرعت مشخصه تأثیرگذار است، به نحوی که افزایش دمای ورودی کاهش سرعت مشخصه را منجر خواهد شد. این امر را می توان به پیشرفت تجزیه آمونیاک در محفظه واکنش نسبت داد.

جمع بندی

در این مطالعه یک روش تحلیل حساسیت جدید مبتنی بر طرح آزمایشات ابرمکعب لاتین پیش رونده و همگرایی نتایج تحلیل ارائه شده است. اهم فعالیت های انجام شده در این مطالعه به شرح زیر است:

- ❖ توسعه یک روش نمونه برداری ابرمکعب لاتین پیش رونده؛
- ❖ توسعه یک ابزار تحلیل حساسیت سراسری مبتنی بر ضرایب همبستگی پیرسون؛
- ❖ ارائه یک رویکرد سیستماتیک تحلیل حساسیت برای دستیابی به دقت مشخص با کمینه جمعیت آماری؛
- ❖ پیاده سازی رویکرد پیشنهادی تحلیل حساسیت بر مدل طراحی بستر کاتالیستی یک رانشگر تک پیش رانه هیدرازینی به عنوان مطالعه موردی؛

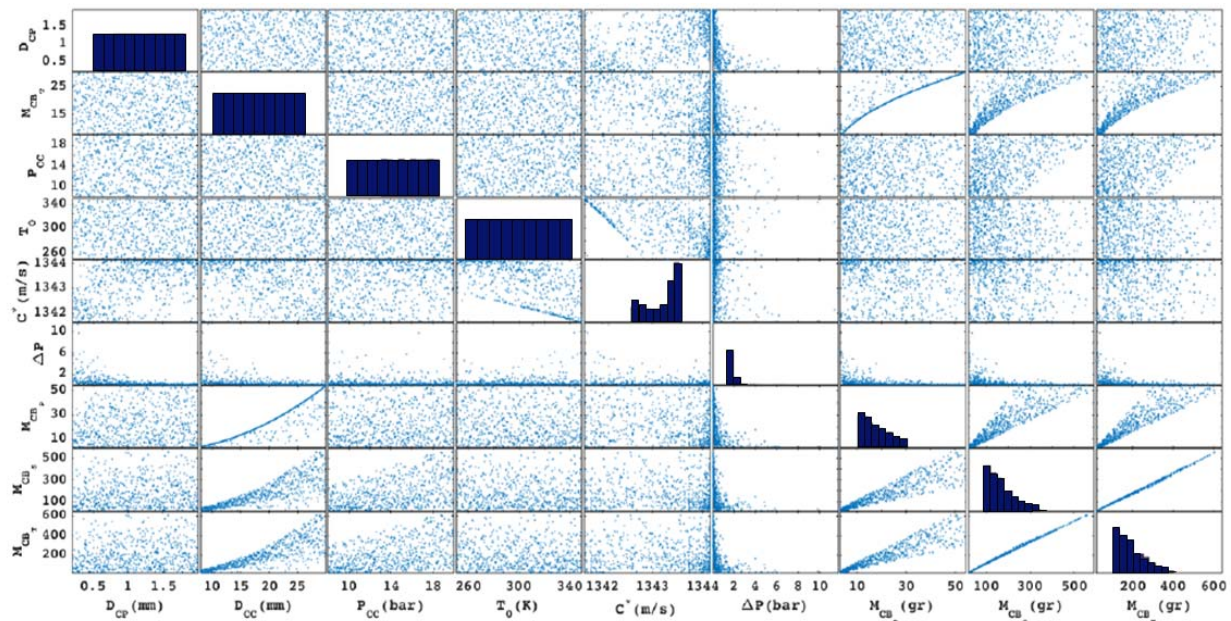
همان طور که انتظار می رفت با به کارگیری رویکرد پیشنهادی در تحلیل حساسیت طراحی بستر کاتالیستی، به صورت سیستماتیک تعداد نمونه مورد نیاز برای رسیدن به دقت تحلیل حساسیت معین بر مبنای معیار RSME کمتر از ۰/۹۸ تعیین می کند. بنابراین می توان گفت رویکرد پیشنهادی، استفاده از روش های مبتنی بر سعی و خطا برای رسیدن به همگرایی نتایج تحلیل حساسیت را از بین می برد. از سوی دیگر با به کارگیری نمونه برداری مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش رونده امکان دستیابی به یک جامعه آماری با تراکم کافی نمونه ها و توزیع مناسب نمونه ها در کل فضای طراحی، برآورده شدن ویژگی های توزیع در فضای پارامتری مسئله، ارضاء

ماتریس نمودار پراکندگی دوبه دو (PSPM) و هیستوگرام متغیرهای ورودی و پاسخ های طراحی بستر کاتالیستی در شکل ۶ ارائه شده است. همان طور که مشاهده می شود طرح آزمایشات مبتنی بر PLHS به پارامترهای طراحی نمونه هایی با پراکندگی کاملاً یکنواخت تولید نموده است. از سوی دیگر نمودار پراکندگی دوبه دو ورودی های طراحی بستر کاتالیستی به پراکندگی مستقل ورودی ها نسبت به یکدیگر دلالت دارد. هیستوگرام تغییرات پاسخ های طراحی بستر نیز در شکل ۶ نمایش داده شده است. میانگین، انحراف معیار و واریانس سرعت مشخصه، افت فشار و جرم بستر کاتالیستی حاصل از طرح آزمایشات مربوطه در جدول ۵ ارائه شده است. از آنجاکه نسبت انحراف معیار به میانگین ضریب سرعت مشخصه به مراتب کم تر از نسبت انحراف معیار به میانه افت فشار و پاسخ های جرمی بستر کاتالیستی است، می توان استنتاج نمود که سرعت مشخصه نسبت به افت فشار و پاسخ های جرمی بستر کاتالیستی از مقاومت بالاتری برخوردار است.

نتایج تحلیل حساسیت انجام شده در مسئله طراحی بستر کاتالیستی رانشگر تک پیش رانه در جدول ۶ ارائه شده است. نتایج این جدول نشان می دهد که متغیرهای طراحی بستر کاتالیستی نسبت به یکدیگر مستقل هستند. در بین ورودی های طراحی، تغییرات فشار محفظه واکنش بستر کاتالیستی کم ترین تأثیر را بر پاسخ های طراحی بستر را دارد. از سوی دیگر کارایی بستر بیشترین تأثیر را بر سرعت مشخصه با یک ضریب خطی برابر با ۰/۹۱- دارد. در نهایت در تعارض بودن اهداف طراحی بستر، کمینه نمودن جرم و

فرایند تحلیل حساسیت به‌خصوص برای مدل‌های با پیچیدگی‌های طراحی بالا، به‌مراتب کاهش خواهد یافت. مزیت استفاده از چنین تحلیل حساسیتی در این است که با توجه به ماهیت آماری این روش برهم‌کنش کلیه پارامترها نسبت به یکدیگر در این روش مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. به نحوی که در خروجی این تحلیل تقابل ورودی‌ها نسبت به سایر ورودی‌ها و خروجی‌ها، خروجی‌ها نسبت به ورودی‌ها و سایر خروجی‌ها به صورت کمی بیان می‌شود.

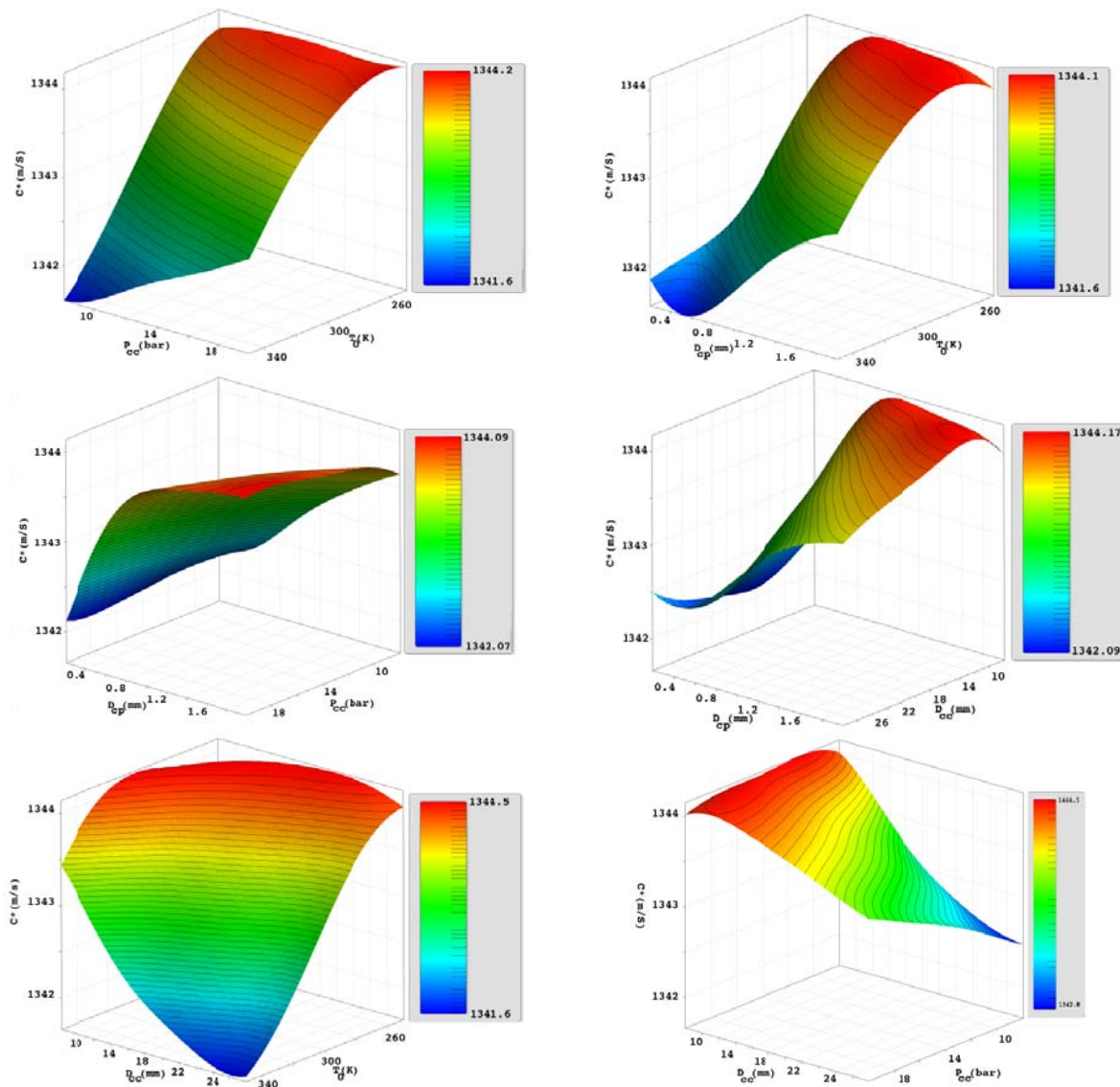
شرط خواص تصویر یک‌بعدی، سهولت در ترکیب سایر معیارها و امکان استفاده از داده‌های طرح آزمایشات قبلی در تولید یک جامعه آماری بزرگ‌تر را فراهم نموده است. لذا این رویکرد سیستماتیک منجر به تحلیل حساسیت دقیق، کارآمد و سریع در مدل‌های مختلف و با تعداد پارامترهای زیاد و بازه تغییرات بزرگ شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در تحلیل حساسیت مبتنی بر ابرمکعب لاتین پیش‌رونده با مشخص شدن کمینه جمعیت موردنیاز برای انجام تحلیل حساسیت سراسری با دقت مشخص، هزینه محاسباتی



شکل ۶- ماتریس نمودار پراکنندگی دوده‌دو و هیستوگرام متغیرهای ورودی و پاسخ‌های بستر کاتالیستی

جدول ۶- ماتریس ضرایب خطی تحلیل حساسیت طراحی بستر کاتالیستی

	$P_{CC}$	$T_0$	$D_P$	$D_{CC}$	$\eta_{CC}$	$C^*$	$\Delta P$	$M_{CBp}$	$M_{CBs}$	$M_{CBt}$
$P_{CC}$	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.0	-0.1	-0.0	0.29	0.3
$T_0$	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.1	-0.1	-0.4	-0.34	-0.4
$D_P$	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	-0.1	-0.3	0.3	0.3	0.3
$D_{CC}$	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-0.1	0.5	-0.4	-0.3	-0.3
$\eta_{CC}$	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	-0.9	-0.4	-0.5	-0.5	-0.5
$C^*$	-0.0	0.1	-0.1	-0.1	-0.9	1.0	0.3	0.4	0.4	0.4
$\Delta P$	-0.1	-0.1	-0.3	0.5	-0.39	0.3	1.0	-0.1	-0.1	-0.1
$M_{CBp}$	-0.0	-0.4	0.3	-0.4	-0.47	0.4	-0.1	1.0	0.9	0.9
$M_{CBs}$	0.3	-0.3	0.3	-0.3	-0.45	0.4	-0.1	0.9	1.0	1.0
$M_{CBt}$	0.3	-0.3	0.3	-0.3	-0.5	0.4	-0.1	0.9	1.0	1.0



شکل ۷- سطوح پاسخ ضریب سرعت مشخصه محصولات تجزیه نسبت به تغییرات پارامترهای طراحی بستر کاتالیستی

[5] Yuan, Z., Liang, P., Silva, T., Yu, K. and Mottershead, J.E., "Parameter selection for model updating with global sensitivity analysis," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 115, pp. 483-496, 2019.

[6] Zhou, Y., Lu, Z., Cheng, K. and Yun, W., "A Bayesian Monte Carlo-based method for efficient computation of global sensitivity indices," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 117, 2019, pp. 498-516.

[7] Iooss, B. and Lemaître, P., "A review on global sensitivity analysis methods," in *Uncertainty management in simulation-optimization of complex systems*: Springer, 2015, pp. 101-122.

[8] Kala, Z. and Valeš, J., "Global sensitivity analysis of lateral-torsional buckling resistance based on finite element simulations," *Engineering Structures*, vol. 134, pp. 37-47, 2017.

[9] Yang, H., Wen, J., Wang, S., Li, Y., Tu, J. and Cai, W., "Sobol sensitivity analysis for governing variables in

## مراجع

[1] Manlik, O., Lacy, R.C. and Sherwin, W.B. "Applicability and limitations of sensitivity analyses for wildlife management," *Journal of Applied Ecology*, vol. 55, no. 3, 2018, pp. 1430-1440.

[2] Choi, K.K. and Kim, N.-H. *Structural sensitivity analysis and optimization 1: linear systems*. Springer Science & Business Media, 2006.

[3] Ohsaki, M., *Optimization of finite dimensional structures*. CRC Press, 2016.

[4] Hamby, D., "A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models," *Environmental monitoring and assessment*, vol. 32, no. 2, 1994, pp. 135-154.

- Thermochemical Phenomena for a Hydrazine Monopropellant Thruster Using Ir/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Catalysts," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 51, no. 15, 2012, pp. 5382-5393.
- [16] H. M. Ghassemi, M. N.P. ; Asghari, I., "Experimental investigation on Specific velocity of Hydrogenperoxid monopropellant thruster," presented at the The 11 th Iranian Aerospace Society Conference, Tehran, Iran, March 1-3, 2011 .
- [17] Chen, X. and *et al.*, "A novel catalyst for hydrazine decomposition: molybdenum carbide supported on  $\gamma$ -Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>," *Chemical Communications*, no. 3, 2002, pp. 288-289.
- [18] Kesten, A., "Analytical study of catalytic reactors for hydrazine decomposition," *NASA UARL G 910461*, 1968.
- [19] Meibody, M., Naseh, H. and Ommi, F., "A kriging based multi objective gray wolf optimization for hydrazine catalyst bed," *Engineering Solid Mechanics*, vol. 7, no. 3, 2019, pp. 179-192.
- [20] Meibody, M.N.P., Naseh, H. and Ommi, F., "Progressive Latin Hypercube sampling-based robust design optimisation (PLHS-RDO)," *Australian Journal of Mechanical Engineering*, 2020, pp. 1-8.
- design of a plate-fin heat exchanger with serrated fins," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 115, 2017, pp. 871-881.
- [10] Fatemi, A., Ionel, D. M., Demerdash, N. A., Stretz, S.J. and Jahns, T.M., "RSM-DE-ANN method for sensitivity analysis of active material cost in PM motors," in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2016 IEEE*, 2016, pp. 1-7.
- [11] Bates, S., Sienz, J. and Toropov, V., "Formulation of the optimal Latin hypercube design of experiments using a permutation genetic algorithm," in *45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference*, 2004, p. 2011.
- [12] Meibody H., M. N. P. N., Ommi, F., "Adaptive Surrogate Modeling Algorithm for Meta-model Based Design Optimization: A Case Study," *Int. J. Industrial and Systems Engineering*, 2020.
- [13] Eppinger, S.D. and Browning, T.R., *Design structure matrix methods and applications*. MIT press, 2012.
- [14] Naseh, H., Meibody. M.M.N.P., Hosseini Anari, H., Ommi, F., "Numerical-parametrical analysis on the hydrogen peroxide catalyst bed for space monopropellant thruster applications," *Journal of Applied Research of Chemical-Polymer Engineering*, vol. 1, no. 2END, 2018 (In Persian).
- [15] Hwang, C.H., Lee, S. N., Baek, S.W., Han, C. Y., Kim, S. K. and Yu, M. J. "Effects of Catalyst Bed Failure on