

تخصیص کنترلی تراسترهای افزونه فضاپیما با رویکرد حفظ راستا در الگوریتم سیمپلکس

مازیار شفایی‌روشن^۱، مهدی قبادی^{۲*} و مهدی جعفری ندوشن^۳

۱ و ۲- دانشکده مهندسی علوم و فنون، دانشگاه تهران

۳- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

* تهران، کدپستی: ۱۳۴۵۵۹۹۱۴۱

mahdi_ghobadi@ut.ac.ir

در این مقاله استفاده از روش برنامه‌ریزی خطی در تخصیص گر کنترلی جهت استفاده در زیرسیستم کنترل وضعیت فضاپیما با تراسترهای افزونه مورد مطالعه قرار گرفته است. از الگوریتم سیمپلکس به‌عنوان حل‌کننده برترو از دو رویکرد حفظ راستا و حفظ راستای اصلاحی بودسون به‌عنوان رویکردهای برگزیده در مواجهه با جواب‌های غیرقابل دستیابی استفاده شده است. همچنین کارکرد مناسب این رویکردها با پدیده خرابی تراسترها نیز مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج بیانگر آن هستند که رویکرد حفظ راستا دارای زمان پردازش و مصرف سوخت کمتر است؛ اما روش حفظ راستای اصلاحی بودسون زمان پردازش و مصرف سوخت بیشتر داشته و البته دارای خطای ردگیری سه محوره کمتری است. شایان ذکر است کنترلر PD به‌عنوان قانون کنترلی فضاپیما استفاده شده و شبیه‌سازی برای تعداد و چیدمان تراستر مشخص صورت پذیرفته است.

واژه‌های کلیدی: تراستر، افزونگی، تخصیص کنترلی، برنامه‌ریزی خطی، الگوریتم سیمپلکس، رویکرد حفظ راستا، رویکرد بودسون

درواقع سطح پایین گشتاور تولیدی سایر عملگرهای کنترلی موجب شده تا بسیاری از مأموریت‌های کنترل وضعیت بدون استفاده از تراسترها امکان‌پذیر نباشد. هرچند دقت کنترلی تراسترها استفاده از آن‌ها را با محدودیت مواجه می‌سازد، اما امروزه با پیشرفت فناوری و کاهش پاسخ زمانی تراسترها، دقت کنترلی آن‌ها افزایش یافته که باعث شده استفاده از تراسترها در زیرسیستم کنترل وضعیت فضاپیماها جذابیت بیشتری داشته باشد؛ اما چالش اصلی در استفاده از تراسترها، جرم بالا و قابلیت اطمینان پایین نسبت به سایر عملگرهای کنترلی است. جرم بالای تراسترها ناشی از منابع تأمین انرژی و همچنین المان‌های بعضاً پرشمار مدار پنوماتیکی آن‌ها است که اخیراً سعی شده با استفاده از منابع انرژی الکتریکی و همچنین استفاده از فناوری‌های نوین جهت افزایش ضربه ویزهتا حدی این مشکل مرتفع گردد. از طرفی در زیرسیستم تعیین و کنترل وضعیت که خود بیشترین مقدار خرابی را در میان سایر زیرسیستم‌ها دارد، تراسترها

علائم و اختصارات

B	تأثیر عملگرهای کنترلی
T	زمان نمونه‌برداری
\vec{M}	گشتاورهای خارجی وارد بر فضاپیما در راستای محورهای بدنی
$[I]$	ماتریس ممان اینرسی فضاپیما
$\vec{\omega}$	سرعت‌های زاویه‌ای بدنی
T	تراستر
d	فاصله محور تراستر با مرکز جرم فضاپیما

مقدمه

سرعت پاسخ و سطح بالای گشتاور تولیدی تراسترها باعث شده تا در زیرسیستم کنترل وضعیت بسیاری از فضاپیماها به کار گرفته شوند.

۱. دانشیار

۲. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)

۳. استادیار

امنیت و قابلیت اطمینان وسیله را شامل می‌شود. البته دلایل دیگری برای استفاده از یک مازول تخصیص کنترلی مجزا حتی برای سیستم‌های خطی وجود دارد. یکی از مزایای این کار این است که قیود عملگر می‌تواند لحاظ شود. اگر یک عملگر به اشباع رسید و نتواند عمل کنترلی نامی خود را تولید کند، عملگر دیگری ممکن است برای جبران اختلاف، مورد استفاده قرار گیرد. از این رو، توانایی‌های مجموعه کنترلی عملگر قبل از آنکه عملکرد حلقه بسته سیستم نزول یابد، به‌طور کامل مورد استفاده قرار می‌گیرد. نحوه تنزل عملکرد سیستم نیز می‌تواند تحت تأثیر قرار گرفته باشد. مزیت دیگر این است که در صورتی که کارایی عملگرها در طول زمان تغییر یابد یا در صورت حادث شدن خرابی عملگر، بدون نیاز به بازطراحی قانون کنترلی، باز چیدمان می‌تواند انجام شود. مزیت سوم و مهم این است که مصرف هر عملگر می‌تواند به‌صورت مستقل مدنظر قرار گرفته و برای کاربری‌های مدنظر بهینه شود.

وظیفه اصلی تخصیص کنترلی تراسترها، انتخاب تراسترهای مشخص و محاسبه بازه‌های روشن بودن آن‌ها جهت تحقق فرامین نیرو و گشتاور استخراج شده از سیستم کنترلی یک فضاپیماست. تخصیص، تأثیری مستقیم روی قسمت کنترلی و مصرف سوخت مأموریت‌های فضایی پیچیده دارد. ویکتور [۲-۶] با مطرح کردن واژه «حداقل توانایی کنترلی» نقش تخصیص کنترلی را نیز در عملکرد چیدمان تراسترهای افزونه مطرح نموده است. دورهام و همکارانش [۷-۱۲] تمرکز خود را بر روش‌های بهینه در تخصیص کنترلی گذاشته تا عملکرد چیدمان‌های منتخب، حداکثر بهبود را در عملکرد سیستم ایجاد نماید. کارهای دیگری نیز در سال‌های بعد با تمرکز بیشتر بر روی روش‌های جبری جهت به‌کارگیری در مبحث خرابی نیز انجام شده [۱۳-۱۷] تا جایگاه افزونگی را در مبحث سیستم‌های تحمل‌پذیر خطا روشن نمایند [۱۸]. اگرچه کارهای فوق، گام‌های مهمی را در راستای مشخص شدن نقش تخصیص کنترلی در تراسترهای افزونه داشته، اما در این مقاله سعی شده از میان روش‌های مختلف تخصیص کنترلی برای مأموریت مشخص یک فضاپیما با تراسترهای افزونه، یک روش برتر معرفی شود. از این رو در ادامه مقاله ضمن آشنایی بیشتر با مسئله تخصیص کنترلی به بررسی روش‌های متداول تخصیص کنترلی پرداخته شده، سپس روش برنامه‌ریزی خطی مبتنی بر الگوریتم سیمپلکس به‌عنوان یک الگوریتم کاربردی و عملیاتی توضیح داده شده است. در ادامه دو رویکرد شاخص حفظ راستا و اصلاح شده آن موسوم به رویکرد بودسون در مواجهه با شرایط عدم وجود پاسخ در الگوریتم برنامه‌ریزی خطی مورد بررسی قرار گرفته است. در انتها نحوه عملکرد این دو رویکرد در شبیه‌سازی یک مأموریت کنترل وضعیتی فضاپیمای نمونه مورد ارزیابی قرار گرفته تا برتری‌های هر رویکرد در مأموریت‌های فضایی مشخص گردد.

بیشترین درصد خرابی را در میان عملگرهای آن دارند که بیانگر میزان پایین قابلیت اطمینان تراسترهاست [۱]. در سال‌های اخیر تلاش‌های فراوانی برای افزایش قابلیت اطمینان تراسترها صورت گرفته که می‌توان به افزایش طول عمر عملیاتی هر تراستر با استفاده از آزمون‌های طول عمر سخت‌گیرانه‌تر اشاره کرد. اگرچه این روش‌ها مؤثر بوده اما روش دیگر استفاده از تراسترهای افزونه است که از نظر هزینه، زمان و همچنین میزان قابلیت اطمینان مؤثرتر است.

وقتی که عملگرهای بیشتری نسبت به حرکت‌های کنترل شده نیاز باشد، سیستم فوق افزونه نامیده می‌شود. تراسترهای افزونه سیستم‌های کنترل وضعیت فضاپیما عموماً، ضمن توانایی تحقق اهداف مشخص، قابلیت اطمینان سیستم کنترل وضعیت فضاپیما را نیز افزایش می‌دهند. علی‌رغم خرابی یک تراستر، مابقی تراسترها می‌توانند مانورهاییک فضاپیما را فراهم نمایند، به‌عنوان نمونه ماهواره‌های مخابراتی ژئو، اصولاً ۶ تراستر اصلی و ۶ تراستر افزونه دارند.

از دیگر مزایای افزونگی تراسترها، تحمل‌پذیری خطا و توانایی تولید گشتاورهای بزرگ‌تر است که مانور پذیری فضاپیما را افزایش می‌دهد، اما از سوی دیگر طبیعتاً پیچیدگی طراحی سیستم کنترل وضعیت را نیز افزایش می‌دهد. به بیان ریاضیاتی، یک سیستم افزونه دارای تعداد مجهولات بیشتری (تراسترها) نسبت به تعداد معادلات (درجات آزادی) است، از این رو به‌صورت سیستم نامعین بیان می‌شود. برخلاف سیستم کلاسیک معین منحصربه‌فرد، سیستم نامعین تعداد بینهایت پاسخ ممکن دارد. به عنوان مثال در این مقاله، تعداد بی‌نهایت ترکیب عملگر فعال محتمل برای مجموعه گشتاورهای مطلوب وجود دارد. با داشتن تعداد زیادی ترکیب‌های ممکن، پاسخ به سؤال چگونگی تخصیص تراسترها در پاسخ به نیازهای کنترل وضعیتی بدیهی نیست.

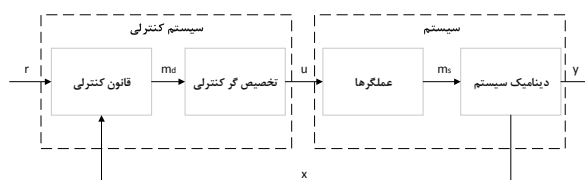
ابزارهای متعددی برای توزیع تلاش‌های کنترلی میان یک مجموعه از عملگرها وجود دارد که به دو گروه تقسیم می‌شود. یک گروه شامل روش‌های کنترلی مستقیم است، جایی که الگوریتم‌های غیرخطی پیچیده‌ای بایستی توسعه یابند. در این روش، از تئوری کنترل بهینه برای شکل دادن دینامیک‌های حلقه بسته و توزیع تلاش‌های کنترلی مطلوب در یک مرحله استفاده می‌شود. در تئوری کنترل خطی، روش مرسوم کنترل بهینه مربعی خطی یا روش کنترل بهینه H2 که هر دو بر پایه تئوری کنترل بهینه بنانهاده شده‌اند، می‌توانند بکار گرفته شوند.

در گروه دوم روش تخصیص کنترلی برای طراحی بکار گرفته می‌شود و تلاش می‌شود مشکل پیچیدگی سیستم مرتفع شود. این روش مزایای بسیاری مثل طراحی قانون کنترلی و مدول‌های کنترلی، وارد نمودن تأثیر قیود موقعیت و سرعت، باز چیدمان تخصیص کنترلی در صورت خرابی عملگرها با سیستم تشخیص و جداسازی خطا و بهبود

تخصیص کنترلی

وظیفه‌ای که فرامین مشخص قانون کنترلی را به هر یک از عملگرها در چیدمان مرتبط می‌سازد، تخصیص کنترلی نامیده می‌شود. به‌واقع، تخصیص کنترلی، مسئله توزیع الزامات کنترلی بین عملگرهای افزونه برای ارضای اهداف بهینه‌سازی در محدوده کران‌های بازه موقعیت و نرخشان است. در سالیان اخیر توجه بسیاری بر بهبود الگوریتم‌های تخصیص جلب شده است.

مدول تخصیص کنترلی، عملگرهای کنترلی را به جهت بهینه‌سازی یک هدف، دستیابی به بیشینه توان کنترلی و محدودنمودن فرامین قانون کنترلی جهت جلوگیری از اشباع عملگر و در نتیجه کاهش خطر شکست مأموریت تخصیص می‌دهد. اساساً برای اعمال تخصیص کنترلی، سیستم بایستی همچون شکل (۱) تفکیک شود [۱۹].



شکل ۱- ساختار کلی سیستم کنترلی هنگام استفاده از تخصیص گر کنترلی

با یادآوری اینکه تخصیص کنترلی، اصطلاحی است برای توزیع تلاش کنترلی کل میان عملگرها، زمانی که تعداد عملگرها یا ورودی‌ها از تعداد متغیرهای مورد کنترل بیشتر باشد، تخصیص کنترلی به مسئله حل یک دسته معادلات که تعداد مجهولات آن بیش از تعداد معادلات است، کاهش می‌یابد. از آنجایی که چنین سیستمی بی‌شمار تعداد جواب دارد، مسئله به یافتن حداقل یک جواب که قیود ورودی کنترلی و تعدادی معیار بهینه‌سازی اضافی را ارضا می‌نماید، تبدیل خواهد شد. هدف تخصیص‌کننده کنترلی این است که با داشتن گشتاورهای مطلوب، m_d مجموعه انحراف‌های عملگرهای کنترلی u را به نحوی تعیین نماید که معادله (۱) را ارضا نماید:

$$m_d = Bu \quad (1)$$

که ماتریس B بیانگر تأثیر عملگرهای کنترلی در ایجاد گشتاورهای محور بدنی است. ماتریس B در حالت معمول در معادله بالا یک ماتریس مربعی بوده و معمولاً برای به‌دست آوردن u از معکوس آن استفاده می‌شود.

$$u = B^{-1} m_d \quad (2)$$

برای سیستم‌هایی با کنترل‌های افزونه، ماتریس B دیگر مربعی نبوده و روش‌های دیگری برای تعیین انحراف‌های کنترلی بایستی مورد استفاده قرار گیرد. برای سیستم‌هایی با

عملگرهای کنترلی افزونه، به‌طور کلی بی‌نهایت تعداد ترکیب‌های کنترلی که توانایی تولید نیروها و گشتاورهای مطلوب را دارند، وجود دارد. برخی از این ترکیب‌ها به دلیل محدودیت‌های فیزیکی روی بازه حرکت و نیز نرخ توانایی‌های سطوح کنترلی (در کار ما بحث مأموریت، مانورپذیری و محدودیت فیزیکی تراسترها) برای سخت‌افزار فضایی غیرقابل دسترس است. این محدودیت‌ها به‌طور ریاضی به شکل کران روی u و \dot{u} بیان می‌شوند. مشکل اساسی در تخصیص کنترلی فرمان دادن به انحراف‌های کنترلی است به‌طوری که در بازه عملیاتی سخت‌افزار فضایی قرار داشته باشد. چنین انحرافات کنترلی به اصطلاح کنترل‌های قابل دسترس شناخته می‌شوند. نکته مهم این است که اگر هیچ ترکیب کنترلی که معادله (۱) را ارضا نموده و در محدوده‌های عملیاتی عملگرها قرار داشته باشد وجود نداشته باشد، تخصیص گر کنترلی مقصر نیست. عملکرد تخصیص گر کنترلی، تخصیص دادن کنترل‌های قابل قبول برای هر گشتاور قابل تولید است. گشتاورهایی که با استفاده از ترکیب کنترل‌های قابل قبول تولید می‌شوند، به‌عنوان گشتاورهای قابل قبول شناخته می‌شوند. قانون کنترلی نباید به گشتاورهایی که غیرقابل دسترس هستند، فرمان دهد [۲۰].

یکی از مشکلات در تخصیص کنترلی از این واقعیت برمی‌آید که معادله خطی (۱)، تنها یک تقریب است. همچنانکه مانور پروازی فضایی نسبت به زمان تغییر یابد، اثرات ترم‌های غیرخطی می‌تواند منجر به ایجاد خطا گردد. یک تخصیص گر کنترلی خوب بایستی توانایی مدیریت این تغییرات را با یک روش بهینه و کارآمد به‌نحوی که این خطاها را با یک سطح قابل قبول کاهش دهد، داشته باشد.

مسئله تخصیص کنترلی و روش‌های آن

از نظر ریاضیاتی، یک تخصیص گر کنترلی یک سیستم معادلات نامعین^۴ معمولاً مقید را حل می‌نماید. ورودی به تخصیص گر کنترلی، ورودی کنترلی مجازی $m_d(t) \in \mathbb{R}^k$ است. خروجی تخصیص گر کنترلی، ورودی کنترلی حقیقی $u(t) \in \mathbb{R}^m$ است که در آن $m > k$ است. با داشتن $u(t)$ ، $m_d(t)$ به‌صورت زیر خواهد بود [۲۱]:

$$g(u(t)) = m_d(t) \quad (3)$$

که $g: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$ نگاهی از ورودی کنترلی حقیقی به مجازی در سیستم تحت کنترل انجام می‌دهد. در ادبیات تخصیص، معادله (۳) در حالت خطی به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$Bu(t) = m_d(t) \quad (4)$$

4. under-determined

در حالت سوم ورودی کنترلی مجازی مطلوب قابل تولید نیست و باید یک مقدار متفاوت (به طور معمول کوچک تر) از m_d که قابل حصول باشد، تعیین نمود. این کار با عنوان محدود نمودن فرامین شناخته می شود. محدود نمودن فرامین می تواند به عنوان بخشی از شماتیک تخصیص کنترلی پیاده سازی شود. این امر با اجازه دادن به تخصیص گر برای تعیین یک u شدنی به نحوی که ورودی کنترلی مجازی تولید شده، Bu ، به صورت مناسبی m_d را تقریب بزند، انجام می شود [۲۲]. نحوه انجام این تقریب ها باعث ایجاد رویکردهای متفاوتی در هر یک از روش های تخصیص کنترلی شده که در بخش های بعدی به آنها پرداخته می شود.

شاید بهترین دسته بندی روش های تخصیص کنترلی تقسیم آن به چهار دسته گروهی، زنجیره ای، مستقیم و بر مبنای بهینه سازی باشد. در روش تخصیص گروهی که در روش های کلاسیک نیز کاربرد زیادی دارد، تراسترها در گروه هایی از پیش تعیین شده، به انجام مأموریت پرداخته که در ساده ترین حالت آن می توان به اختصاص تراسترهای مختص به هر کانال اشاره نمود. این روش علی رغم پیچیدگی کمتر برای همه چیدمان ها امکان پذیر نیست. روش تخصیص کنترلی زنجیره ای نیز بیشتر برای سامانه های با چند عملگر متفاوت قابل استفاده است. این روش به صورت ترتیبی عمل کرده و با لحاظ نمودن اشباع عملگرها، برای ترکیب هایی نظیر چرخ عکس العملی و تراستر انتخاب مناسب است؛ اما روش مستقیم، یک الگوریتم بر مبنای روش هندسی بوده و به دلیل حجم بالای محاسبات بیشتر در زمینه مقایسه روش های تخصیص کنترلی کاربرد داشته و عملیاتی نیست. در این میان روش های تخصیص کنترلی مبتنی بر روش های بهینه سازی عملیاتی تر بوده و خود روش های حل متفاوتی را دارد. از مهم ترین این روش ها می توان به روش های شبه معکوس، شبه معکوس وزن دار، معکوس تعمیم یافته و برنامه ریزی خطی اشاره نمود که روش برنامه ریزی خطی به دلیل همگرایی سریع جز کاربردی ترین روش ها برای حل بلادرنگ است و در این مقاله از آن به عنوان تخصیص گر کنترلی استفاده شده است. فرم استاندارد مسئله برنامه ریزی خطی به شکل زیر است [۲۳].

$$\min_x J = c^T x \quad Ax = b, \quad 0 \leq x \leq h \quad (11)$$

معادله (۱۱) یک مسئله برنامه ریزی خطی است که در آن متغیرهای مجهول x نامنفی بوده و با قیود تساوی $Ax = b$ مقید شده اند. البته خود این روش نیز دارای الگوریتم های حل متفاوتی است که متداول ترین آن ها الگوریتم سیمپلکس بوده که در این مقاله نیز از این الگوریتم شناخته شده استفاده خواهد شد.

که در آن ماتریس موقعیت عملگرهای کنترلی B ، ماتریسی $k \times m$ مرتبه k است. همچنین قیود موقعیت عملگر بایستی به صورت زیر باشد:

$$u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} \quad (5)$$

شایان ذکر است نامساوی روی همه مؤلفه ها باید اعمال شود. اگر قیود نرخ عملگر نیز وجود داشته باشد، بایستی آن ها را به صورت زیر وارد نماییم.

$$\rho_{\min} \leq \dot{u}(t) \leq \rho_{\max} \quad (6)$$

از آنجا که تخصیص گر کنترلی بخشی از یک سیستم کنترل دیجیتال است، منطقی است تا مشتقات زمانی به صورت زیر گسسته شوند:

$$\dot{u}(t) \approx \frac{u(t) - u(t-T)}{T} \quad (7)$$

که T زمان نمونه برداری است. حال می توان قیود نرخ را به عنوان قیود موقعیتی بازنویسی نمود. با ترکیب معادلات (۵-۷) داریم:

$$\underline{u}(t) \leq u(t) \leq \bar{u}(t) \quad (8)$$

به طوری که

$$\begin{aligned} \underline{u}(t) &= \max\{u_{\min}, u(t-T) + T\rho_{\min}\} \\ \bar{u}(t) &= \min\{u_{\max}, u(t-T) + T\rho_{\max}\} \end{aligned} \quad (9)$$

قیود کلی موقعیت در زمان T هستند.

معادله (۴) مقید شده با معادله (۸)، فرمول بندی استاندارد مسئله تخصیص کنترلی خطی را ایجاد می نماید. با حذف وابستگی زمانی داریم:

$$\begin{aligned} Bu &= m_d \\ \underline{u} &\leq u \leq \bar{u} \end{aligned} \quad (10)$$

که یک مسئله تخصیص کنترل خطی مقید استاندارد است. از این رو، نتیجه حل معادله (۱۰) سه حالت خواهد بود:

- تعداد بی نهایت جواب وجود دارد.
- یک جواب یکتا وجود دارد.
- هیچ جوابی وجود ندارد.

در حالت اول و با وجود عملگرهای افزونه، آزادی عمل در انتخاب ورودی کنترلی، می تواند برای بهینه سازی تعدادی هدف نظیر کمینه استفاده از ورودی کنترلی (تخصیص کنترلی بر مبنای بهینه سازی) یا جلوگیری از استفاده از عملگرهای معین تا زمانی که دیگر عملگرها به اشباع برسند (قانون زنجیره ای^۸) به کار رود.

در حالت دوم تنها یک ورودی کنترلی یکتا وجود دارد که ورودی کنترلی مجازی مطلوب را تولید نماید، وظیفه تخصیص گر کنترلی، پیدا کردن این ورودی کنترلی است.

حداکثر کردن λ به کمینه‌سازی λ -پرداخته می‌شود. همچنین برای برقراری صفر به‌عنوان حد پایین، متغیر زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{x} = u - u_{\text{Min}} \quad (13)$$

حال کمینه‌سازی به‌جای u, λ حول \tilde{x}, λ انجام خواهد پذیرفت. همچنین با ترکیب هر دو در x داریم:

$$x \equiv \begin{Bmatrix} \tilde{x} \\ \lambda \end{Bmatrix} \quad (14)$$

تابع هزینه $J = c^T x$ نیز نیاز دارد به:

$$c^T \equiv [0 \dots 0 - 1] \quad (15)$$

سپس $Ax = b$ باید ساخته شود:

$$Bu = B(\tilde{x} + u_{\text{Min}}) \\ = B\tilde{x} + Bu_{\text{Min}} = \lambda m_{\text{des}}$$

$$B\tilde{x} - \lambda m_{\text{des}} = -Bu_{\text{Min}}$$

$$[B - m_{\text{des}}] \begin{Bmatrix} \tilde{x} \\ \lambda \end{Bmatrix} = -Bu_{\text{Min}}$$

$$[B - m_{\text{des}}] x = -Bu_{\text{Min}}$$

$$A \equiv [B - m_{\text{des}}], b = -Bu_{\text{Min}} \quad (16)$$

در نهایت حد بالای x به شکل زیر به دست می‌آید:

$$h \equiv \begin{Bmatrix} u_{\text{Max}} - u_{\text{Min}} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

بنابراین برنامه‌ریزی خطی به روش حفظ راستا به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left(\min_x J = c^T x \mid Ax = b, 0 \leq x \leq h \right)$$

$$c^T \equiv [0 \dots 0 - 1]$$

$$A \equiv [B - m_{\text{des}}]$$

$$b = -Bu_{\text{Min}}$$

$$h \equiv \begin{Bmatrix} u_{\text{Max}} - u_{\text{Min}} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

اگرچه رویکرد حفظ راستا از نقطه‌نظر حجم محاسبات و به طبع آن زمان پردازش، نسبت به سایر رویکردهای الگوریتم سیمپلکس شرایط مناسب‌تری دارد، اما بودسون این رویکرد را از نقطه‌نظر خطای کنترلی بهینه ساخته و روشی تحت عنوان روش حفظ راستای اصلاحی بودسون ارائه نموده است [۲۶] که در ادامه از این رویکرد به‌عنوان روش مقایسه‌ای در شبیه‌سازی استفاده می‌شود تا در انتها مزایا و معایب هر یک از دو رویکرد مشخص گردد.

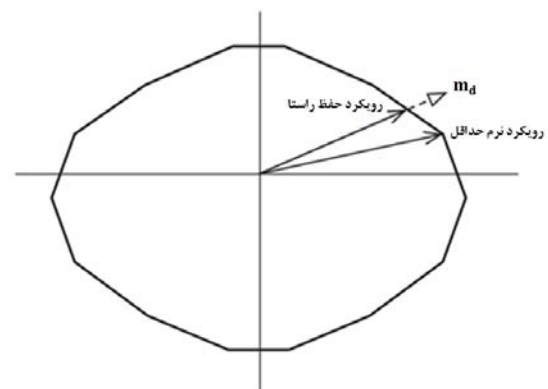
شبیه‌سازی

با شبیه‌سازی دینامیکی فضاپیمایی که مشخصات آن در جدول (۱) آورده شده است، عملکرد کنترلی با چیدمان پیشنهادی بررسی می‌شود. سپس با مشخص شدن پارامترهای اصلی عملکردی هر یک

الگوریتم سیمپلکس و رویکرد حفظ راستا

سابقه الگوریتم حل سیمپلکس برای برنامه‌ریزی خطی به دهه چهل میلادی برمی‌گردد و یک الگوریتم مناسب برای حل مسائل خطی است. یکی از مزایای الگوریتم سیمپلکس وجود یک کران بالا روی تعداد تکرارها لازم برای پیدا کردن جواب مسائلی با تعداد فرضیات ساده است. برای مسئله‌ای با ابعاد k مجهول، این کران تئوری با 1^k رشد می‌کند. با افزایش تعداد مجهول‌ها، تعداد تکرارها می‌تواند نسبتاً بزرگ شود. اگرچه، برای مسائل عملیاتی، تعداد متوسط تکرارها دیده‌شده که با تعداد مجهول‌ها به‌صورت خطی مقیاس می‌شود. اغلب راهکارهای تخصیص کنترلی استفاده شده در برنامه‌ریزی خطی، از الگوریتم حل سیمپلکس بهره می‌برند. اختلاف اصلی در چگونگی بیان مسئله و نیز رویکرد رفع نمودن جواب‌های غیرقابل دستیابی است.

دو رویکرد اصلی مواجهه با جواب‌های غیرقابل دستیابی در شکل (۲) نمایش داده شده است، رویکرد نخست رویکرد حفظ راستای گشتاور موردنیاز است که به‌وضوح نحوه عملکرد آن مشخص بوده و ویژگی اصلی آن توانایی در حفظ راستای پاسخ اصلی است. رویکرد دیگر نرم حداقلی است که سعی در مینیمم کردن قدر مطلق مجموع خطا در هر محور را داشته که در شکل (۲) نیز قابل مشاهده است. در مراجع مختلف [۲۴، ۲۵] رویکرد نخست از نقطه نظر حجم محاسبات و به طبع آن زمان پردازش کمتر برتر شناخته شده که در ادامه به این رویکرد پرداخته می‌شود.

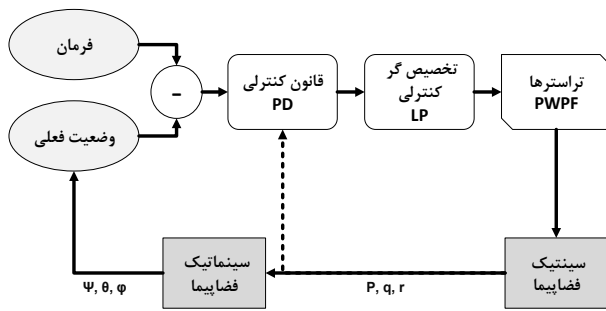


شکل ۲- دو رویکرد متفاوت قابل استفاده در الگوریتم سیمپلکس

در این رویکرد با در نظر گرفتن ضریب λ معادله اصلی تخصیص کنترلی به شکل زیر تغییر می‌یابد [۲۶]:

$$Bu = \lambda m_{\text{des}}; 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (12)$$

در این معادله زمانی که λ دارای بیشترین مقدار خود است، u دارای جواب روی مرزهاست که u^* نامیده می‌شود. از آنجاکه در برنامه‌ریزی خطی با یک مسئله کمینه‌سازی روبرو هستیم، به‌جای



شکل ۴ - ساختار کلی شبیه‌سازی

معادلات دینامیکی

ترتیب زوایای چرخش برای بیان وضعیت فضاپیما به شکل ψ - θ - ϕ انتخاب شده است. برای تبدیل بین دو دستگاه اینرسی و بدنی، از ماتریس تبدیل زیر استفاده می‌شود [۲۷]:

$$R_{IB} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi c\theta \\ s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در آن c و s به ترتیب معرف \cos و \sin هستند. سرعت‌های زاویه‌ای بدنی برحسب زوایا و نرخ تغییرات زوایا به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ r &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{aligned} \quad (20)$$

مجموعه معادلات (۱۹) و (۲۰) بلوک سینماتیک را می‌سازند و سرعت‌های زاویه‌ای بدنی در بلوک سینتیک محاسبه می‌شوند. این مقادیر به کمک معادلات دیفرانسیلی که دینامیک فضاپیما را به‌عنوان یک جسم صلب مورد ارزیابی قرار می‌دهند، به دست می‌آیند:

$$\vec{M} = [I]\vec{\omega} + \vec{\omega} \times ([I]\vec{\omega}) \quad (21)$$

در این مجموعه معادله، \vec{M} گشتاورهای خارجی وارد بر فضاپیما در راستای محورهای بدنی، $[I]$ ماتریس ممان اینرسی فضاپیما و $\vec{\omega}$ سرعت‌های زاویه‌ای بدنی بوده که عبارت است از: $\vec{\omega} = [p \ q \ r]^T$. لذا گشتاورهای خارجی را می‌توان برحسب تراست تولیدی تراست‌ها به‌صورت زیر تعریف نمود:

$$M \quad (22)$$

که در این معادله، T تراست، d فاصله محور تراست با مرکز جرم فضاپیما می‌باشد. با تلفیق معادلات (۲۱) و (۲۲)، می‌توان شتاب‌های

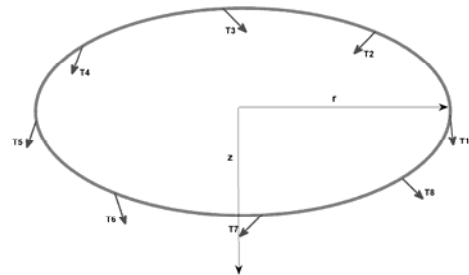
از رویکردهای الگوریتم سیمپلکس، رویکرد منتخب از نقطه‌نظر زمان پردازش، مجموع خطای ردگیری و مصرف سوخت مشخص می‌شود. از این‌رو در ابتدا به چیدمان پیشنهادی پرداخته و سپس ساختار کلی شبیه‌سازی صورت پذیرفته تشریح می‌شود. در انتها نیز نتایج شبیه‌سازی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

جدول ۱ - مشخصات فضاپیما نمونه

پارامتر	نماد	مقدار
جرم (کیلوگرم)	M_s	۱۵۰
ممان اینرسی (کیلوگرم-متر مربع)	I_{xx}	۹
	I_{yy}	۱۳
	I_{zz}	۱۳

چیدمان پیشنهادی

در این مقاله یک چیدمان هشت تراستری شکل (۳) به‌عنوان پیشنهاد مطرح‌شده که قابلیت تحمل خرابی دو تراستر را دارا بوده و به عبارتی سطح افزونگی آن دو است. سایر مشخصات این چیدمان در جدول (۲) آورده شده است.



شکل ۳ - چیدمان پیشنهادی با هشت تراستر

جدول ۲ - پارامترها و ماتریس چیدمان پیشنهادی

پارامتر	نماد	مقدار
بازوی شعاعی (متر)	r	0.73
ارتفاع از مرکز جرم (متر)	d	0.73
محدوده زاویه نصب		$-\pi \leq \theta \leq \pi$
محدوده زاویه فراز		$-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$
محدوده زاویه فرود		$-\pi \leq \beta \leq \pi$
	$B = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} r & 0 & r & -0.43 & -r & 0 & -r & 0.43 \\ d & -0.43 & -d & 0 & -d & 0.43 & d & 0 \\ d & -d & d & -d & d & -d & d & -d \end{bmatrix}$	

مدل‌سازی

ساختار کلی شبیه‌سازی نرم‌افزاری پیاده‌سازی شده در شکل (۴) نشان داده‌شده که در ادامه به بررسی بلوک‌های استفاده شده در این شبیه‌سازی پرداخته می‌شود.

قانون کنترلی

کنترلر PD به عنوان قانون کنترلی فضایی استفاده شده است. این کنترلر بر اساس مقدار و نرخ خطا بین مقدار موردنظر و مقدار اندازه گیری شده عمل می کند و به وسیله دو پارامتر K_p و K_d قابل تنظیم است. همچنین، فرض می گردد فضاییما پس از انجام مانور موردنظر و رسیدن به وضعیت نهایی، دارای ماتریس کسینوس هادی $[A_T]$ بوده و بردار a که در مختصات مرجع دارای مؤلفه های $a=[a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ است، می تواند در چارچوب فعلی و چارچوب نهایی (هدف) به صورت زیر بیان گردد:

$$a_S=[A_S]a \quad (25)$$

$$a_T=[A_T]a$$

با ترکیب دو معادله موجود در معادله (۲۵) می توان نوشت:

$$a_S=[A_S][A_T]^{-1}a_T \\ = [A_S][A_T]^T a_T = [A_E]a_T \quad (26)$$

در نتیجه منطق کنترلی انتخابی برای پایدارسازی و انجام مانورهای وضعیت به صورت زیر قابل تعریف است [۲۹]:

$$M_{cx}=K_{px}(a_{32E}-a_{23E})+K_{dx}P \\ M_{cy}=K_{py}(a_{13E}-a_{31E})+K_{dy}Q \quad (27) \\ M_{cz}=K_{pz}(a_{21E}-a_{12E})+K_{dz}r$$

که در آن مؤلفه های ماتریس 3×3 و مربعی $[A_E]$ که به آن ماتریس خطا گفته می شود، هستند. مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای کنترلر در جدول (۴) قابل ملاحظه است.

جدول ۴- پارامترهای کنترلر PD

مقدار	پارامتر
۲۱	K_{px}
-۴۲	K_{dx}
۵۳	K_{pz} و K_{py}
-۹۱	K_{dz} و K_{dy}

تخصیص گر کنترلی

همان طور که قبلاً اشاره شد، در این مقاله از دو رویکرد حفظ راستا و حفظ راستای اصلاحی بودسون در الگوریتم های سیمپلکس مبتنی بر روش برنامه ریزی خطی به عنوان تخصیص گر کنترلی استفاده شده و مقایسه ای میان این دو رویکرد بر اساس پارامترهای اصلی عملکردی همچون زمان پردازش، مصرف سوخت و مجموع خطای ردگیری صورت می گیرد.

زاویه ای بدنی برحسب رانش و گشتاور تولید شده در راستای محورهای بدنی مختلف توسط تراسترها را استخراج نمود:

$$\dot{p} = \frac{(I_{yy}-I_{zz})qr}{I_{xx}} - \frac{T_x d_x}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{(I_{zz}-I_{xx})pr}{I_{yy}} - \frac{T_y d_y}{I_{yy}} \quad (23) \\ \dot{r} = \frac{(I_{xx}-I_{yy})pq}{I_{zz}} - \frac{T_z d_z}{I_{zz}}$$

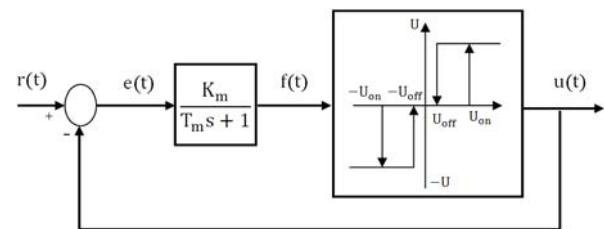
در استخراج معادله (۲۳)، فرض شده که مرکز دوران فضاییما روی مرکز جرم آن منطبق و ماتریس ممان اینرسی نیز قطری باشد که مؤلفه های آن طبق جدول (۱) به صورت زیر است:

$$I = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 13 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2 \quad (24)$$

لازم به ذکر است تراست در معادله (۲۳) به صورت کوپل بوده و شامل تمامی مؤلفه های تراسترها در هر یک از راستاهاست.

تراسترها

تراسترها به عنوان عملگرهای فضاییما برای انجام مانورها، در مود روشن - خاموش کار می کنند و لذا نمی توانند یک رفتار خطی نسبت به ورودی های کنترلی داشته باشند. برای رفع این مشکل، تراسترها از تکنیک مدوله سازی که در آن، هم پهنای پالس و هم فرکانس پالس تنظیم می گردد (PWPF) [۲۸] استفاده شده است که ساختار آن را در شکل (۵) می توان مشاهده کرد. روش PWPF دارای مزایایی از قبیل انعطاف پذیری بیشتر به دلیل داشتن پارامترهای تنظیم شونده بیشتر، مصرف کمتر سوخت و دقت نشانه روی بهتر است. مقادیر پارامترهای استفاده شده برای آن در جدول (۳) آورده شده است.



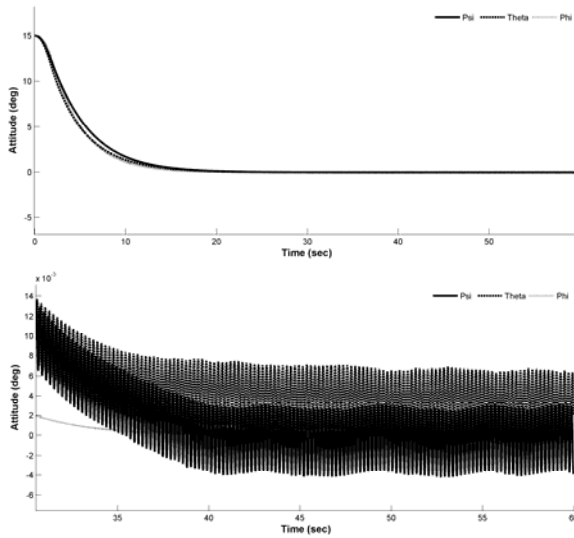
شکل ۵- ساختار کلی مدولاتور PWPF

جدول ۳- پارامترهای مدولاتور PWPF

مقدار	محدوده قابل قبول	پارامتر
۴/۵	۰ - ۱۰	K_m
۰/۱۵	۰ - ۱	T_m
۰/۴۵	۰ - ۱	U_{on}
۰/۱۵	-۱ - ۱	U_{off}

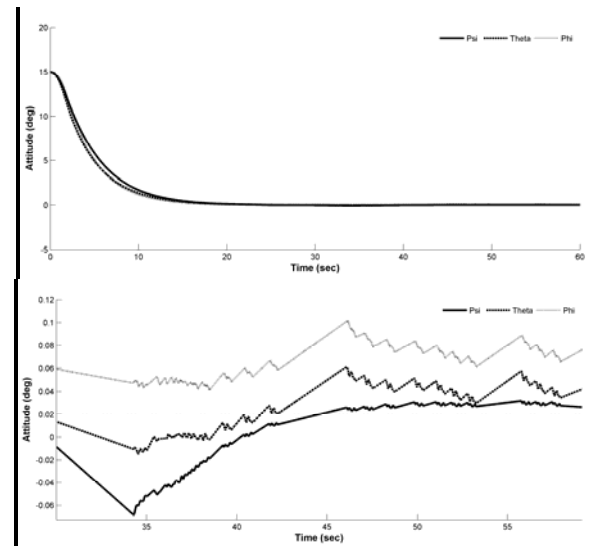
نتایج

در این قسمت از مقاله، عملکرد کنترلی چیدمان هشت تراستری پیشنهادی با هر یک از دو رویکرد حفظ راستا و حفظ راستای اصلاحی بودسون که از این پس آن را رویکرد بودسون می‌نامیم، به کمک شبیه‌سازی نرم‌افزاری با یکدیگر مقایسه می‌شوند. برای انجام این مقایسه ابتدا یک مانور کنترل وضعیتی یکسان برای فضایی‌موردنظر تعریف شده است. فضاییما در لحظه شروع مانور در وضعیت $[15^\circ \ 15^\circ \ 15^\circ]^T$ قرار داشته و وضعیت نهایی مطلوب، $[0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]^T$ در راستای محورهای یاو، پیچ و رول است. نمودارهای زوایای اوپلر و سرعت‌های زوایای اوپلر در طول مانور را در شکل‌های (۶-۹) برای هر دو رویکرد الگوریتم سیمپلکس قابل ملاحظه است.

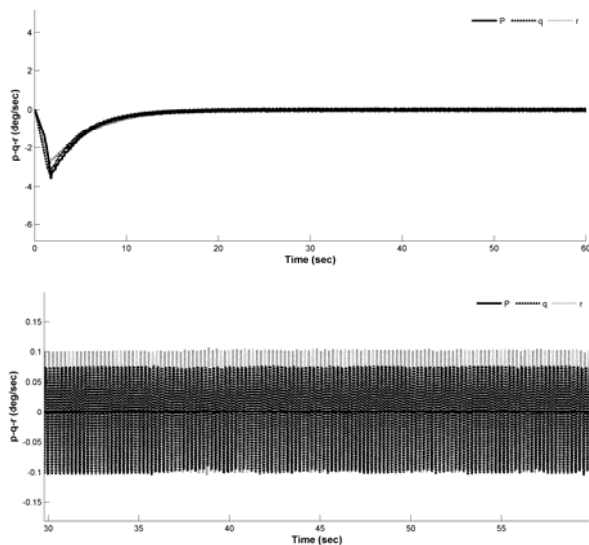


شکل ۸- زوایای اوپلر رویکرد بودسون

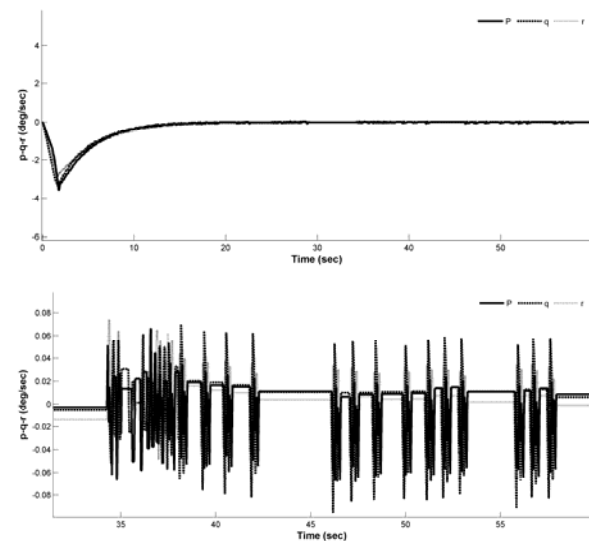
همان‌گونه که از نمودارهای زوایای اوپلر و سرعت‌های زوایای اوپلر هر دو رویکرد قابل مشاهده است، عملکرد کنترلی رویکرد حفظ راستا و روش اصلاحی حفظ راستا در ارزیابی اولیه همان‌طور که در نمودار اول نشان داده شده، تقریباً مشابه یکدیگر بوده و ضمن دنبال کردن مناسب زوایای هدف دارای پایداری مناسبی نیز هستند؛ اما در نمودار دوم با تمرکز بر روی سی ثانیه دوم شبیه‌سازی به خوبی نوسانات کمتر و به طبع آن پایداری بیشتر و همچنین خطای ردگیری کمتر حول هر سه محور رویکرد بودسون قابل ملاحظه است. در جدول (۵) سایر پارامترهای اصلی عملکردی در شبیه‌سازی به تفکیک برای هر رویکرد آورده شده است.



شکل ۶- زوایای اوپلر رویکرد حفظ راستا



شکل ۹- سرعت‌های زوایای اوپلر رویکرد بودسون



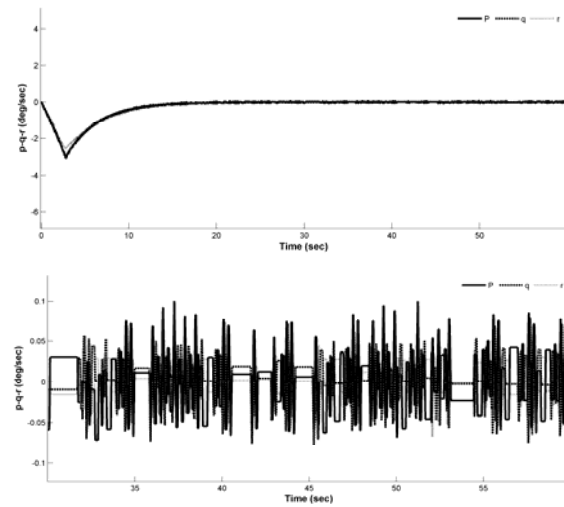
شکل ۷- سرعت‌های زوایای اوپلر رویکرد حفظ راستا

جدول ۵- پارامترهای اصلی عملکردی

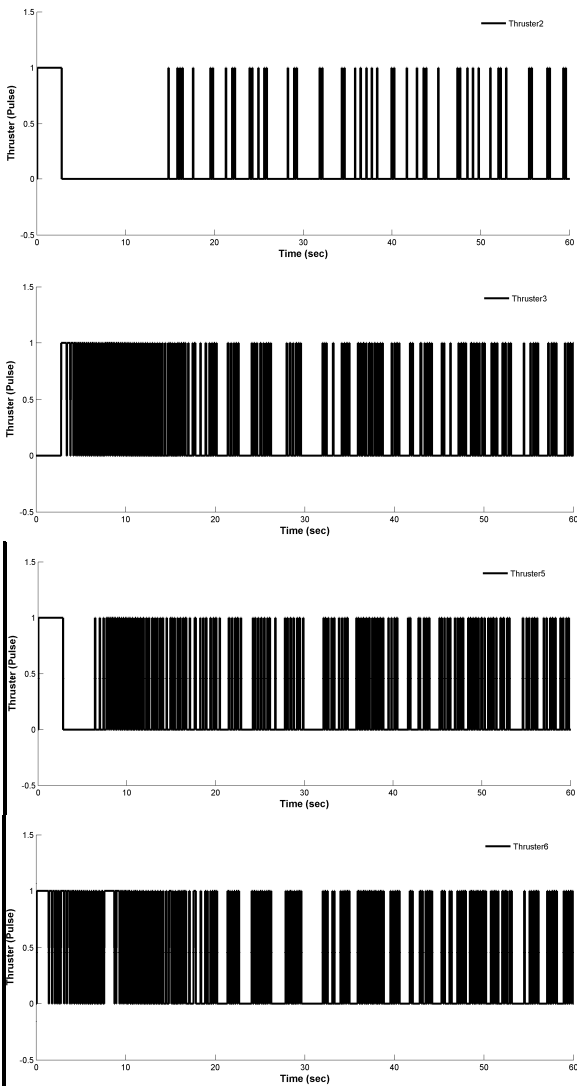
رویکرد	زمان (ثانیه)	پردازش (ثانیه)	سوخت (کیلوگرم)	خطای ردگیری سه محوره متوسط (درجه)	حداکثر پالس
حفظ راستا	۶۰	۱۴/۵۶	۰/۶۴۱۲	۰/۰۵۲۱	۱۲۷
بودسون	۶۰	۲۸/۶۱	۲/۱۰۴	۰/۰۰۱۸	۲۶۳

همان طور که در بخش قبلی نیز گفته شده و قابل پیش بینی نیز بود رویکردبودسون با توجه به حجم بیشتر محاسباتی آن دارای زمان پردازش بیشتر و همچنین مصرف سوخت بیشتر بوده و این مسئله باعث دستیابی به خطای ردگیری سه محوره کمتر شده است.

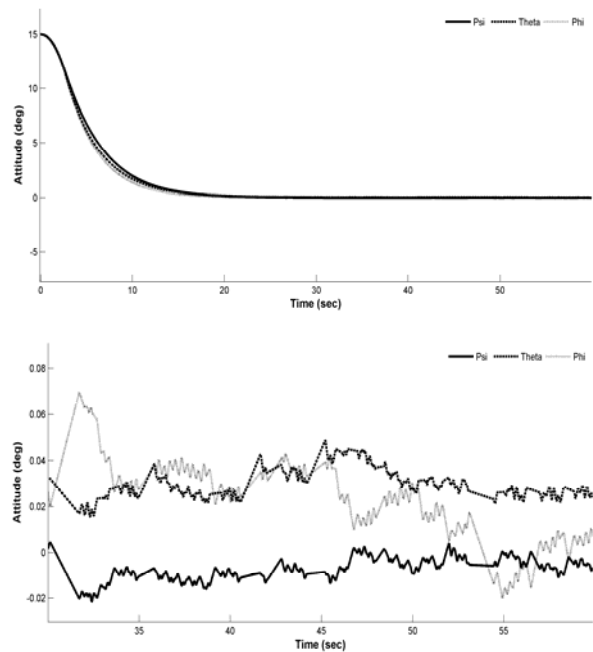
در ادامه برای اطمینان و مشاهده نحوه عملکرد کنترلی هر رویکرد بعد از خراب شدن دو تراستر، در این مرحله با تکرار مانور شبیه سازی شده و از مرحله خارج کردن دو تراستر از مجموع تراسترها، عملکرد کنترلی با هر دو رویکرد مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایج این ارزیابی در شکل های (۱۰-۱۵) نشان داده شده است. شایان ذکر است ترکیب دو تراستر از مرحله خارج شده تراسترهای یک و چهار است و جهت واضح تر شدن نحوه عملکرد هر تراستر، نحوه روشن-خاموش شدن تراسترها (پالس) نیز در ادامه آورده شده است.



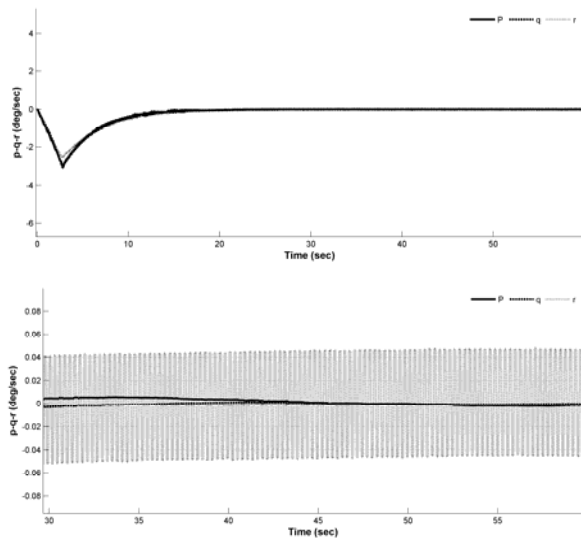
شکل ۱۱- سرعت های زاویه ای رویکرد حفظ راستا با خرابی تراسترهای اول و چهارم



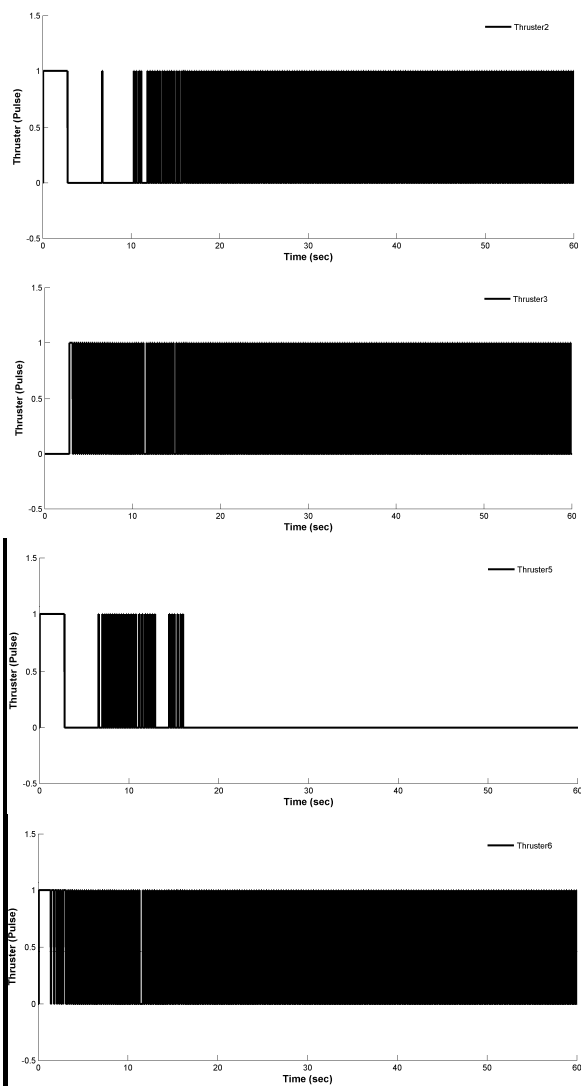
شکل ۱۲- پالس تراسترها در رویکرد حفظ راستا با خرابی تراسترهای اول و چهارم



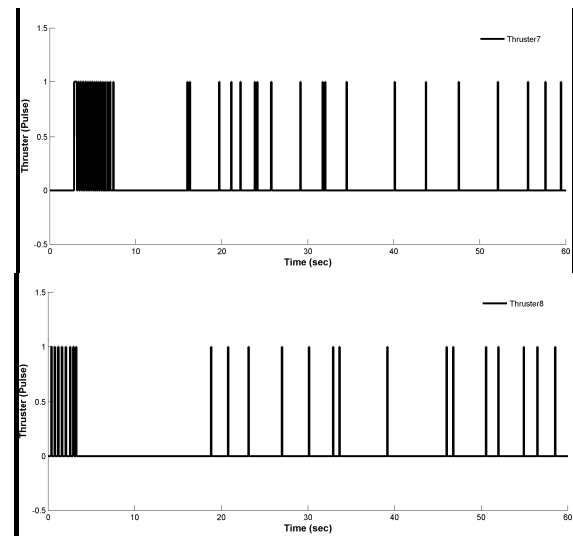
شکل ۱۰- زوایای اویلر رویکرد حفظ راستا با خرابی تراسترهای اول و چهارم



شکل ۱۴- سرعت‌های زاویه‌ای رویکردبودسون با خرابی تراسترهای اول و چهارم

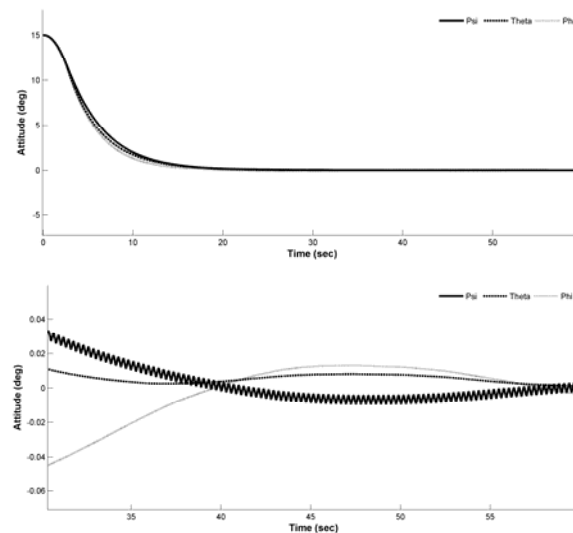


شکل ۱۵- پالستراسترها در رویکردبودسون با خرابی تراسترهای اول و چهارم



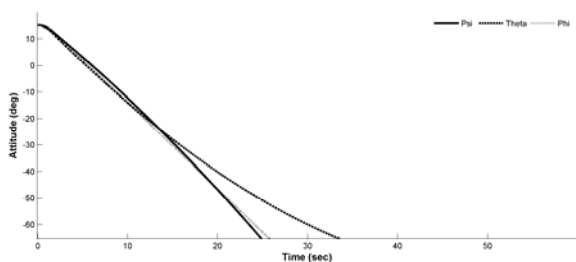
(ادامه) شکل ۱۲- پالس تراسترها در رویکرد حفظ راستا با خرابی تراسترهای اول و چهارم

همانطور که در نمودار پالس رویکرد حفظ راستا با خرابی تراسترهای اول و چهارم تراسترهای اول و چهارم ملاحظه می‌نماید، تراسترهای سوم، پنجم و ششم بیشتر از سایر تراسترها در این مانور روشن-خاموش شده و تحت فشار بیشتری می‌باشند، در حالی که تراستر هشتم کمترین مقدار فشار را تحمل می‌نماید.

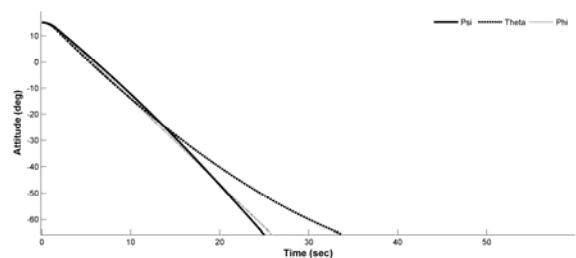


شکل ۱۳- زوایای اویلر رویکردبودسون با خرابی تراسترهای اول و چهارم

در شکل‌های (۱۰-۱۵) قابل ملاحظه است که عملکرد کنترلی هر دو رویکرد همانند مانور شبیه‌سازی شده پیش از خرابی دو تراستر بوده و نشان‌دهنده موفقیت در دستیابی به سطح افزونگی دو است. همچنین همانند آنچه در عملکرد پیش از خرابی رخ داد، نوسانات کمتر و به طبع آن پایداری بیشتر و همچنین خطای ردگیری کمتر حول هر سه محور رویکرد بودسون، اگرچه دارای اختلاف کمتری با روش حفظ راستا است، اما همچنان قابل ملاحظه است.



شکل ۱۶- زوایای اویلر رویکرد حفظ راستا با خرابی تراسترهای اول، سوم و هفتم

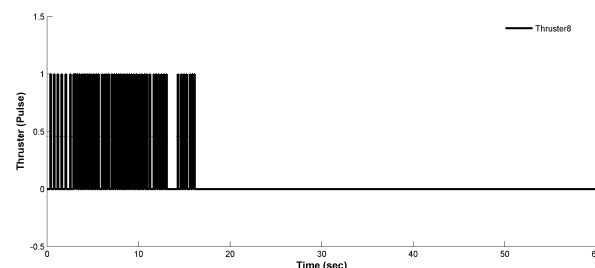
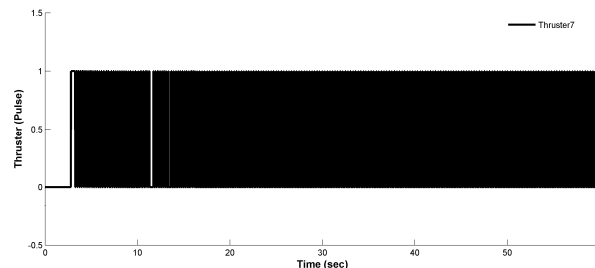


شکل ۱۷- زوایای اویلر رویکرد بودسون با خرابی تراسترهای اول، سوم و هفتم

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، هر دو رویکرد قادر به تحمل این خرابی نیستند که دلیل آن نداشتن سطح افزونگی سه برای چیدمان پیشنهادی است.

جمع‌بندی

در این مقاله افزونگی در تراسترها به‌عنوان یکی از کاربردی‌ترین روش‌های افزایش قابلیت اطمینان زیرسیستم کنترل وضعیت فضاپیما مورد بررسی قرار گرفت. به همین منظور تخصیص‌گر کنترلی در کنترلر این سیستم افزونه مورد استفاده قرار گرفته و به تفصیل بررسی شده است. روش برنامه‌ریزی خطی از سری روش‌های تخصیص کنترلی مبتنی بر بهینه‌سازی به‌عنوان روش برتر انتخاب شد. همچنین الگوریتم متداول سیمپلکس نیز به‌عنوان حل‌کننده برگزیده شده و رویکردهای متفاوت مواجهه با جواب‌های غیرقابل دستیابی نیز تحلیل شد. در این میان دو رویکرد حفظ راستا و بودسون به‌عنوان رویکردهای برگزیده در یک فرآیند شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفتند. در انتها مزایا و معایب هر یک از دو رویکرد مشخص گردید که بر اساس آن رویکرد حفظ راستا دارای زمان پردازش و مصرف سوخت کمتر بوده و مناسب برای مأموریت‌های با محدودیت‌های بیشتر منابع مصرفی شناخته می‌شود. همچنین رویکرد بودسون به‌رغم زمان پردازش و مصرف سوخت بیشتر دارای خطای ردگیری سه محوره کمتری بوده و مناسب برای مأموریت‌های نیازمند دقت کنترلی دقیق‌تر است. لازم به ذکر است نتایج شبیه‌سازی این دو رویکرد برای شرایط خرابی تراسترها نیز مورد بررسی قرار گرفت که حاکی از صحت عملکرد آن‌هاست.



شکل ۱۸- پالسترها در رویکرد بودسون با خرابی تراسترهای اول و چهارم

در نمودار پالس رویکرد بودسون نیز به غیر از تراسترهای پنجم و هشتم سایر تراسترها دارای روشن-خاموش شدن‌های بیشتری بوده و نسبت به رویکرد حفظ راستا نیز دارای حداکثر پالس بیشتری می‌باشند، که این امر در مجموع باعث افزایش مصرف سوخت رویکرد بودسون نسبت به رویکرد حفظ راستا می‌باشد، که در جدول (۶) ملاحظه می‌نمایید. شایان ذکر است این دو چیدمان در تمامی ترکیب‌های خرابی دو تراستری نیز دارای عملکرد مشابه بوده و این ترکیب از خرابی به‌عنوان نمونه نشان داده شده است. همچنین سایر پارامترهای اصلی عملکردی پس از خرابی دو تراستر در جدول (۶) آورده شده است.

جدول ۶- پارامترهای اصلی عملکردی

رویکرد	زمان (ثانیه)	پردازش (ثانیه)	سوخت (کیلوگرم)	خطای ردگیری سه محوره متوسط (درجه)	حداکثر پالس
حفظ راستا	۶۰	۱۴/۳۸	۰/۷۵۲۵	۰/۰۱۲۸	۱۷۵
بودسون	۶۰	۱۸/۸۲	۰/۸۱۷۴	۰/۰۰۲۲	۲۱۹

در این قسمت نیز ملاحظه می‌شود که رویکرد دوم دارای کمترین خطای ردگیری سه محوره متوسط بوده، درحالی‌که از منظر زمان پردازش و مصرف سوخت بعد از رویکرد اول قرار دارد. این رتبه‌بندی نسبت به حالت عدم خرابی دو تراستر تفاوتی نکرده است. در انتها نیز یک ترکیب خرابی سه تراستری که چیدمان پیشنهادی قادر به تحمل آن خرابی نیست با هر یک از دو رویکرد شبیه‌سازی شده و در شکل‌های (۱۶-۱۷) آورده شده است.

مراجع

- [16] Navabi, M. and Nasiri, N., "Modeling and simulating the earth magnetic field utilizing the 10th generation of IGRF and comparison the linear and nonlinear transformation in order to use in satellite attitude control," *Journal Space Science and Technology*, Vol. 3, Issue 4, 2011, pp. 45-52.
- [17] Navabi, M., Tavana, M. and Mirzaei, H., "Attitude control of spacecraft by state dependent riccati equation and power series expansion of riccati methods," *Journal Space Science and Technology*, Vol. 7, No. 4, 2015, pp. 39-49.
- [18] Hamayun, M.T., Edwards, C. and Alwi, H., *Fault tolerant control schemes using integral sliding modes*, Springer, 2016.
- [19] Levine, W.S., *The Control Systems Handbook: Control System Advanced Methods*, CRC press, USA, 2010.
- [20] Beck, R.E., *Application of control allocation methods to linear systems with four or more objectives*, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 2002.
- [21] Härkegård, O., *Backstepping and control allocation with applications to flight control*, Linköpings universitet, 2003.
- [22] Härkegård, O. and Glad, S.T., "Resolving actuator redundancy—optimal control vs. control allocation," *Automatica*, Vol. 41, Issue 1, 2005, pp. 137-144.
- [23] Bordignon, K.A., *Constrained control allocation for systems with redundant control effectors*, Virginia Tech, 1996.
- [24] Bordignon, K.A., *Constrained control allocation for systems with redundant control effectors*, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, 1996.
- [25] Leedy, J.Q., *Real-time moment rate constrained control allocation for aircraft with a multiply-redundant control suite*, Virginia Tech, 1998.
- [26] Durham, W., Bordignon, K.A. and Beck, R., *Aircraft control allocation*, John Wiley & Sons, United Kingdom, 2017.
- [27] Taei, H., Mirshams, M., Ghobadi, M., Vahid, D., D.A. and Haghi, H., "Optimal Control of A Tri-Axial Spacecraft Simulator Test Bed Actuated By Reaction Wheels," *Journal Space Science And Technology (Jsst)*, Vol. 8, Issue 4, 2016, pp. 35-44.
- [28] Mirshams, M., Taei, H., Ghobadi, M. and Haghi, H., "Spacecraft attitude dynamics simulator actuated by cold gas propulsion system," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers; Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 229, 2015, pp. 1510-1530.
- [29] Sidi, M. J., *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach*, Cambridge university press, 1997.
- [1] Tafazoli, M., "A study of on-orbit spacecraft failures," *Acta Astronautica*, Vol. 64, Issue 2-3, 2009, pp. 195-205.
- [2] Wiktor, P.J., "The control of a liquid helium propulsion system," *27th Joint Propulsion Conference USA*, 1991, pp. 3353.
- [3] Wiktor, P.J., "The design of a propulsion system using vent gas from a liquid helium cryogenic system," (Ph.D. Thesis) mechanical engineering, stanford university, USA, 1992, pp. 200.
- [4] Wiktor, P.J., "Minimum control authority plot-A tool for designing thruster systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 17, No. 5, 1994, 998-1006.
- [5] Jin, H., Wiktor, P. and DeBra, D.B., "An optimal thruster configuration design and evaluation for Quick STEP," *IFAC Proceedings*, Vol. 27, Issue 13, 1994, pp. 399-404.
- [6] Wiktor, P. Chen, J.-H. and DeBra, D., "Optimal thruster configurations for the GP-B spacecraft," *Automatic Control in Aerospace*, Vol. 22, Issue 7, 1990, pp. 203-208.
- [7] Durham, W.C., "Attainable moments for the constrained control allocation problem," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 17, No. 6, 1994a, pp. 1371-1373.
- [8] Bordignon, K.A. and Durham, W.C., "Closed-form solutions to constrained control allocation problem," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 18, No. 8, 1995, pp. 1000-1007.
- [9] Nelson, M. and Durham, W., "Comparison of Two Methods Used to Deal with Saturation of Multiple, Redundant Aircraft Control Effectors," *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*CA, 2001, pp. 4498.
- [10] Durham, W.C., "Computationally efficient control allocation," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 24, No. 3, 2001, pp. 519-524.
- [11] Durham, W.C., "Constrained control allocation," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 16, No. 4, 1993, pp. 717-725.
- [12] Durham, W.C., "Constrained control allocation-Three-moment problem," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 17, No. 2, 1994b, pp. 330-336.
- [13] Servidia, P.A., "Control allocation for gimballed/fixed thrusters," *Acta Astronautica*, Vol. 66, No. 3-4, 2010, pp. 587-594.
- [14] Wang, M. and Xie, Y., "Control capability analysis for complex spacecraft thruster configurations," *Science China Technological Sciences*, Vol. 53, 2010, pp. 2089-2096.
- [15] Servidia, P.A. and Pena, R.S., "Practical stabilization in attitude thruster control," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, Vol. 41, No.2, 2005, pp. 584-598.