

مدل سازی عددی انتقال حرارت در پنیر سفید فراپالایش شده

محسن دلوی¹، ناصر همدمی^{2*}

تاریخ دریافت: 88/10/21 تاریخ پذیرش: 89/8/29

1- کارشناس ارشد گروه علوم و صنایع غذایی دانشگاه صنعتی اصفهان

2- استادیار گروه علوم و صنایع غذایی دانشگاه صنعتی اصفهان

* مسئول مکاتبه: E mail: hamdami@cc.iut.ac.ir

چکیده

پروفیل دما و غلظت رطوبت طی مرحله نمک پاشی، به دلیل اثر آنها بر فعالیت میکروبی و آنزیمی نقش مهمی را در کیفیت پنیر بازی می کنند. در این تحقیق یک مدل یک بعدی برای توصیف انتقال حرارت در پنیر فراپالایش شده با استفاده از حل عددی قانون دوم فوریه با روش تفاضل محدود (مبنای شمای کرانک نیکلسون) بعنوان تابعی از عوامل درونی (دما و ترکیب شیمیائی پنیر در هر نقطه در داخل پنیر) و عوامل بیرونی (دما و سرعت حرکت هوای محیط نگهداری) توسعه داده شد. نتایج مقایسه پروفیل های دمای پیش بینی شده با نرم افزار MATLAB با داده های اندازه گیری شده، نشان داد که همبستگی بالایی بین مقادیر پیش بینی شده توسط مدل و مقادیر آزمایشی وجود دارد (بیش از 99 درصد).

واژه های کلیدی: انتقال حرارت، پنیر فراپالایش شده، تفاضل محدود، مدل سازی

Numerical Heat Transfer Modeling in Ultrafiltered White Cheese.

M Dalvi¹ and N Hamdami^{2*}

Received: January 11, 2010 Accepted: November 20, 2010

¹MSc, Isfahan University of technology, Iran

²Assistant Professor, Department of Food Science and Technology, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

*Corresponding author: E mail: hamdami@cc.iut.ac.ir

Abstract

Temperature profile and moisture concentration during the cheese salting process play an important role in cheese quality since the microbial and enzyme activities, are affected by them. In this work, a one dimensional heat transfer model was developed in the ultrafiltered cheese by using the numerical solution of the Fourier second law with finite difference method (Crank- Nicholson scheme) as a function of internal (cheese chemical composition at any point) and external variables (temperature and air velocity of storage). The comparison of the experimental and predicted temperature values using MATLAB showed a good agreement between the model and the experimental data ($R^2 > 99$).

Keywords: Heat transfer, Ultrafiltered cheese, Finite difference, Modeling

مقدمه

دما و ترکیب شیمیایی، و توسعه روابط ریاضی برای توصیف آنها می‌تواند دقت مدل مورد استفاده را افزایش داد (ایروداپاراج 2002 و نیکولای و همکاران 2001). مدل‌های بکار رفته در مواد غذایی، به دو گروه عمده تقسیم می‌شوند: 1- مدل‌های بنیادی¹: مدل‌های تئوریک² یا مدل‌های عمومی نام دیگر این گونه مدل‌هاست. این نوع مدل‌ها از نظریه‌ها و تئوری‌های موجود استنباط و استنتاج می‌شوند. در این نوع مدل‌ها از کل به جزء پی برده می‌شود³ و ماهیت آن تبدیل تئوری‌ها و مفاهیم به فرمول‌ها و روابط ریاضی و محاسباتی، بدون بکار بردن اطلاعات داده‌های اندازه‌گیری شده است. داده‌ها تنها برای کالیبره کردن و معتبر سازی مدل استفاده می‌شوند. 2- مدل‌های تجربی⁴: در فرآیندهای غذایی همیشه پیش زمینه‌ی مناسب علمی در خصوص فرآیندی که باید مدل‌سازی شود، وجود ندارد. در این

شناخت جامع از پروفیل‌های دما و رطوبت طی نگهداری، در داخل پنیر دارای اهمیت فراوانی است، زیرا دما و غلظت رطوبت در داخل پنیر بر بسیاری از خصوصیات و ویژگی‌های کیفی آن از جمله بار میکروبی، ارزش غذایی، بافت، a_w ، فعالیت آنزیم‌ها و شدت گلیکولیز، لیپولیز و پروتئولیز و نهایتاً خواص ارگانولپتیکی محصول نهایی موثر می‌باشند (نیکولای و همکاران 2001 و پاچونک و همکاران 2003). امروزه مدل‌سازی به عنوان یک روش موثر برای شناخت و توصیف پدیده‌های مشاهده شده و پیش‌بینی آن‌ها تحت شرایط فرضی بکار می‌رود. دقت پیش‌بینی مدل رابطه مستقیمی با دقت پارامترهای مورد استفاده در مدل دارد که از مهم‌ترین پارامترها در مدل‌های توصیف‌کننده انتقال حرارت می‌توان به خصوصیات حرارتی مثل گرمای ویژه، هدایت حرارتی، نفوذ حرارتی، آنتالپی و ضریب انتقال حرارت سطحی اشاره نمود. با تعیین چگونگی تغییر پارامترهای مذکور بعنوان تابعی از

¹Fundamental

²Theoretical

³Deduction

⁴Empirical

مدل مذکور می تواند برای شناخت بهتر مکانیسم انتقال حرارت در داخل پنیر و تایید مقدماتی مدل های انتقال حرارت دو بعدی و یا سه بعدی در داخل پنیر، مورد استفاده قرار گیرد.

مواد و روش ها

تهیه نمونه های پنیر و تجزیه تقریبی آنها

نمونه های پنیر فرآپالایش شده بکار رفته در این پژوهش از خط تولید کارخانه پگاه اصفهان بعد از فرایند نمک پاشی خشک تهیه گردید. برای تعیین میزان چربی، رطوبت، پروتئین و خاکستر نمونه های پنیر به ترتیب از روش ژربر، خشک کردن با آون، کلدال و کوره الکتریکی استفاده شد نتایج تجزیه شیمیایی نمونه ها در جدول 1 آورده شده است (استاندارد ملی ایران 1382 و حسینی 1369). هر یک از آزمایشات فوق حداقل در 3 تکرار انجام شد که نتایج به صورت میانگین گزارش شده است.

تعیین خصوصیات ترموفیزیکی پنیر

دقت پیش بینی مدل، رابطه مستقیمی با دقت پارامتر های مورد استفاده در مدل دارد که مهم ترین پارامتر ها در مدل های انتقال حرارت عبارتند از: گرمای ویژه، هدایت حرارتی، دانسیته و ضریب انتقال حرارت سطحی.

صورت، استفاده از داده ها برای شرح فرآیند و ارائه مدلی مناسب امکان پذیر است و حتی ما را به سمت ارائه فرمول و پیشنهاداتی درباره مکانیسم دخیل در فرآیند هدایت می کند. با استفاده از این نوع مدل، بدون این که به مکانیسم واقعی اشاره ای شود می توان ورودی ها را به خروجی تبدیل کرد. به عبارت دیگر، در این نوع مدل از جزء به کل پی برده می شود (نیکولای و همکاران 2001). بررسی منابع نشان می دهد که مدل های ریاضی گوناگونی بر روی انتقال جرم و حرارت و عملیات آب نمک گذاری در انواع پنیر انجام شده است که از آن جمله می توان به: پنیر فینبو⁵ (زوریلا و رویالو 1994)، پنیر کوارتیولو⁶ (لونا و برسان 1987)، پنیر رومانو⁷ (گینه و فاکس 1983)، پنیر فت⁸ (تورهان 1996) و پنیر امانتال⁹ (پاجونک و همکاران 2003) اشاره کرد. با وجود اینکه پنیر سفید فرآپالایش شده بعنوان عمده ترین پنیر صنعتی تولیدی در داخل کشور می باشد، اما مطالعه جامع منتشر شده ای بر روی تغییرات ایجاد شده طی مراحل پس از نمک پاشی (رسیدگی) پنیر سفید تولید شده بر روش اولترافیلتراسیون و پدیده های درگیر در آن (انتقال حرارت و جرم) وجود ندارد. لذا، با توجه به درک ناقص از نحوه تغییرات رخ داده پس از نمک پاشی پنیر فرآپالایش شده، کنترل مناسب بر تولید و تضمین کیفیت این نوع پنیر نمی توان اعمال نمود. در این تحقیق برای پاسخ به بخشی از نیاز مذکور به مطالعه انتقال حرارت بعنوان یکی از پدیده های اصلی در پنیر سفید تولیدی بر روش اولترافیلتراسیون پرداخته شده است. هدف تحقیق حاضر، مطالعه انتقال حرارت تک بعدی پس از مرحله نمک پاشی پنیر فرآپالایش شده با استفاده از مدل سازی عددی انتقال حرارت در حالت ناپایا می باشد

⁵Fynbo

⁶Cuartiolo

⁷Romano

⁸Feta

⁹Emmental

جدول 1: درصد ترکیبات شیمیایی نمونه پنیر فرا پالایش شده*

لاکتوز (%)***	خاکستر (%)	پروتئین (%)**	چربی (%)	رطوبت (%)
4/58	3/89+ 0/11	11/12 + /04	17/0 + 10	63/41 + /31

* اعداد، میانگین \pm SD می باشند

** 6/38 (درصد نیتروژن)

*** لاکتوز (100 - رطوبت - پروتئین - چربی - خاکستر)

گرمای ویژه:

نمونه به دمای مورد نظر در داخل انکوباتور، جریان برق با شدت جریان مشخصی که توسط مولتی متر با دقت $\pm 0/1$ تعیین می گردید، از داخل ماده غذایی عبور داده شده و افزایش دما توسط ترموکوپل تعبیه شده در داخل پروب اندازه گیری و در فواصل زمانی یک ثانیه توسط دیتا لاگر ثبت شد. میزان شدت جریان مورد استفاده به نحوی انتخاب گردید که بتواند یک افزایش دمای 10 درجه سانتیگراد در مدت 10 ثانیه ایجاد نماید. هدایت حرارتی ماده، از شیب بخش خطی نمودار دما - لگاریتم زمان برآورد گردید. آزمایش در محدوده دمایی 1 تا 23 درجه سانتیگراد و در هفت تکرار صورت گرفت و نتایج به صورت میانگین هفت تکرار برای نمونه گزارش گردید. از گلیسرین و آب (ژل آگار نیم درصد) که در دماهای متفاوت دارای هدایت حرارتی مشخصی هستند برای کالیبره نمودن پروب استفاده شد (همدی و همکاران 2003).

هدایت حرارتی پنیر با استفاده از مدل موازی نیز برآورد گردید در این مدل اجزاء مختلف ماده غذایی به صورت مقاومت های موازی و در جهت انتقال حرارت در نظر گرفته می شوند (معادله 2 و 3). این مدل، هدایت حرارتی ماده را کمی بیشتر از مقدار واقعی آن برآورد می نماید

$$k = \sum_{i=1}^N k_i v_i \quad [2]$$

$$v_i = \frac{x_i / r_i}{\sum (x_i / r_i)} \quad [3]$$

گرمای ویژه نمونه های پنیر در محدوده دمایی 50 - تا 40 درجه سانتیگراد با سرعت گرمایش 2 درجه سانتیگراد در دقیقه، در 3 تکرار با استفاده از کالریمتر اسکنی تفرقی¹⁰ مدل Mettler TA 4000 ساخت سوئیس اندازه گیری گردید

گرمای ویژه را می توان به با استفاده از ترکیب شیمیایی ماده غذایی نیز بدست آورد رابطه [1] وابستگی گرمای ویژه به ترکیب شیمیایی ماده را نشان میدهد

$$C_p = 1.424m_c + 1.549m_p + 1.675m_f + 0.837m_a + 4.187m_m \quad [1]$$

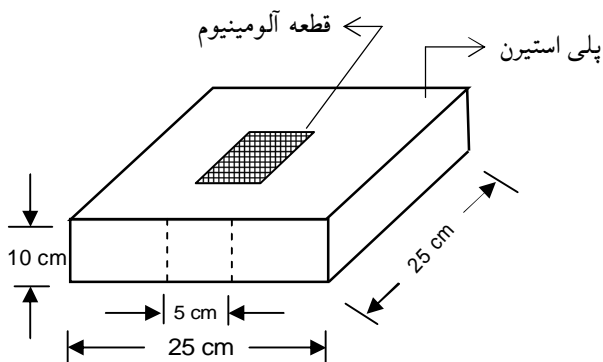
که در آن، m کسر وزنی هر یک از اجزاء و اندیسهای a, c, f, p, m به ترتیب معرف رطوبت، پروتئین، چربی، کربوهیدرات و خاکستر مواد می باشند (رحمان 1995).

هدایت حرارتی:

هدایت حرارتی پنیر با استفاده از پروب حرارتی اندازه گیری شد. پروب مورد استفاده عبارت از یک سوزن تزریق¹¹ با قطر 1 میلیمتر و طول 46 میلیمتر بود که یک سیم کنستانتان (برای تولید حرارت) و یک ترموکوپل نوع K (برای تعیین دما) در داخل آن تعبیه شده است. برای جلوگیری از تبادل رطوبت پنیر با محیط اطراف در حین آزمایش در داخل انکوباتور، پوشش پلی اتیلنی در اطراف نمونه پنیر قرار گرفت. پس از رسیدن دمای

¹⁰ Differential scanning calorimetry¹¹ Hypodermic needle

اول، یک قطعه آلومینیوم به وزن 46/40 گرم و ابعاد $5 \times 5 \times 0/8$ سانتیمتر که در فاصله 0/4 میلیمتری از سطح آن یک سوراخ به عمق 5 میلیمتر ایجاد شده بود، مورد استفاده قرار گرفت. پس از قرار گرفتن قطعه مذکور در یک چارچوب از جنس پلی استیرن به ابعاد $25 \times 25 \times 10$ سانتیمتر، دو عدد ترموکوپل از نوع K در سطح و مرکز قطعه کار گذاشته شده و سپس تغییرات دما در نقاط مذکور در طی گرم کردن با استفاده از هوای گرم در دمای 50°C در داخل خشک کن بوسیله دیتا لاگر ثبت گردید (شکل 1).



شکل 1- نمای روبروی چارچوب پلی استایرنی برای تعیین ضریب انتقال حرارت در سطح

ضریب انتقال حرارت در سطح با استفاده از شیب بخش خطی نمودار زمان نسبت به $\ln(T_\infty - T_{al})$ بوسیله معادله زیر برآورد گردید:

$$h = \frac{M_{al} C_{p_{al}}}{S m} \quad [6]$$

که در رابطه بالا M_{al} ، جرم قطعه آلومینیومی، $C_{p_{al}}$ ، گرمای ویژه آلومینیوم و S و m به ترتیب سطح و شیب نمودار $\ln(T_\infty - T_{al})$ نسبت به زمان می باشند (همدمی و همکاران 2004).

برای تعیین ضریب انتقال حرارت در سطح با استفاده از اعداد بدون بعد، از رابطه تجربی زیر که در مورد تبادل حرارت مابین یک سیال در حین جریان از روی یک

در روابط با k_f و k به ترتیب هدایت حرارتی اجزاء و هدایت حرارتی پنیر می باشد V_f کسر حجمی اجزای شیمیایی پنیر است x_i به ترتیب کسر جرمی و دانسیته اجزاء می باشند.
دانسیته:

اندازه گیری حجم پنیر با استفاده از سنجش میزان مایع (آب) جایجا شده در اثر غوطه وری نمونه در داخل حجم مشخصی از مایع انجام شد. برای تعیین حجم پنیر با استفاده از پیکنومتر از رابطه زیر استفاده گردید:

$$V = \frac{(W_{pf} - W_p) - (W_{pfs} - W_{ps})}{r_f} \quad [4]$$

که در آن V ، W_p ، W_{pf} ، W_{ps} ، W_{pfs} و r_f به ترتیب حجم پنیر (سانتیمتر مکعب)، جرم پیکنومتر خالی (گرم)، جرم پیکنومتر پر شده با سیال (گرم)، جرم پیکنومتر و پنیر (گرم)، جرم پیکنومتر حاوی پنیر و سیال (گرم) و دانسیته سیال (گرم بر سانتیمتر مکعب) می باشند (محسنین 1980). استفاده از آب به عنوان سیال دارای معایب مختلفی است که از مهم ترین آنها جذب آب در حین غوطه وری توسط نمونه می باشد ولی در تحقیق فوق بدلیل کوتاه بودن مدت زمان غوطه وری در آب خطای قابل توجهی در مقایسه با سیالات دیگر مشاهده نشد

از نظر تئوری، اگر ترکیب ماده غذایی معلوم باشد دانسیته ماده غذایی را می توان بر اساس رابطه زیر تخمین زد

$$r = \frac{1}{\sum x_i / r_i} \quad [5]$$

که در رابطه x_i کسر وزنی اجزاء تشکیل دهنده پنیر و r_i دانسیته اجزاء می باشد.

ضریب انتقال حرارت در سطح:

برای تعیین ضریب انتقال حرارت در سطح، از روش اندازه گیری دما در حالت گذرا و روش اعداد بدون بعد استفاده گردید و نتایج با هم مقایسه گردید. در روش

در رابطه بالا R ثابت گازها، T درجه حرارت، m ویسکوزیته، r دانسیته و D_m ضریب دیفوزیون می باشند (کارسون 2006).

1- مدل سازی

توسعه مدل

توسعه مدل ریاضی برای توصیف انتقال حرارت در یک ماده جامد می تواند با استفاده از حل عددی قانون دوم فوریه صورت پذیرد. در بین روش های عددی، روش تفاضل محدود¹⁴ به دلیل سادگی و قابلیت توسعه آن به مدل های دو بعدی و سه بعدی کاربرد گسترده تری دارد. مراحل اصلی مدل سازی با این روش عبارتند از:

1- مش بندی¹⁵، سیستم مورد مطالعه (جسم مورد نظر) را به گره ها و المان هایی تقسیم می نماییم. این کار با تقسیم کردن جسم مورد نظر به چند ناحیه کوچکتر و مشخص کردن یک نقطه به عنوان مرکز هر ناحیه صورت می گیرد. نقطه مرجع را معمولاً گره¹⁶ و مجموعه نقاط را شبکه گره می نامند. این مرحله حساسترین مرحله در مدل سازی با روش تفاضل محدود می باشد.

2- قدم بعدی جایگزینی معادلات حاکم بر گره های داخلی و خارجی با معادلات تقریبی تفاضل محدود می باشد. دو روش کلی که برای ایجاد معادلات تفاضل محدود در این حالت بکار می روند عبارتند از (1) روش کنترل حجمی¹⁷ و (2) روش بسط سری تیلور¹⁸.

3- توسعه یک سیستم معادلات جبری برای گره های داخلی و خارجی

4- حل معادلات جبری گره ها با شمای عددی

صفحه مربع شکل و در سرعت های پایین صادق است استفاده گردید (کارسون، 2006):

$$Nu = 0.665 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad [7]$$

جریان هوا یکی از پارامترهای موثر در انتقال حرارت بوده و دارای مشخصه ی سرعت و جهت می باشد، این پارامتر نقش مهمی در میزان ضریب انتقال حرارت دارد با افزایش سرعت هوا مقدار عدد رینولدز افزایش یافته که با توجه به معادله (7) مقدار عدد ناسلت و در نتیجه مقدار ضریب انتقال حرارت در سطح تغییر می کند و در نتیجه سرعت گرمایش بیشتر می شود برای تعیین سرعت حرکت هوا از یک انه مومتر¹² استفاده گشت در مرحله بعد خصوصیات ترموفیزیکی هوا در درجه حرارت 50 درجه سانتیگراد برای تعیین عدد پرانتل تعیین گردید (اینکروپرا و دویت 1996). و برای بدست آوردن ضریب انتقال جرم از رابطه شیلتون - کولبورن¹³ استفاده گشت:

$$\frac{h}{k_m} = Cp \frac{M_{air} P}{M_{water}} \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{2/3} \quad [8]$$

در رابطه بالا Cp گرمای ویژه هوا در دمای اندازه گیری، M_{air} و M_{water} به ترتیب جرم ملکولی هوا و آب، k_m ضریب انتقال جرم، P فشار هوا، Sc و Pr به ترتیب اعداد بدون بعد اشمیت و پرانتل می باشد که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$P = \frac{rRT}{M_{air}} \quad [9]$$

$$Sc = \frac{m}{rD_m} = \frac{m}{M_{air} D_{wm}} \quad [10]$$

$$Pr = \frac{Cp m}{k} \quad [11]$$

¹⁴Finite Difference

¹⁵Meshing

¹⁶Nodal point

¹⁷Control volume approach

¹⁸Taylor series expansion

¹²Anemometer

¹³Chilton - Colburn

(1994) مقدار این حرارت ناچیز و بین 0/01 - 0/025 وات بر کیلوگرم می باشد.

سیستم معادلات

سیستم معادلات مورد استفاده برای توصیف انتقال حرارت در داخل پنیر و مابین پنیر و هوای اطراف عبارتست از :

1. معادله اصلی

$$\frac{\partial rCpT}{\partial t} = \nabla \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad [12]$$

2. شرایط مرزی

$$\text{At } x=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad [13]$$

معادله فوق بدلیل وجود عایق حرارتی (پلی استیرن) در انتهای جسم حاصل می شود. انتقال حرارت در سطح خارجی پنیر در اثر جریان همرفتی، تبخیر و تشعشع می باشد اگر چه با استفاده از پوشش پلی اتیلنی نازکی که در سطح پنیر قرار گرفت از انتقال حرارت به شکل تبخیر جلوگیری بعمل آمد و با توجه به آنکه دمای سطح افزایش قابل توجهی نمی کند بنابراین از اثر انتقال حرارت به شکل تشعشع نیز صرف نظر گردید در نتیجه شرایط مرزی در سطح به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{At } x=L, \quad -k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T_s - T_\infty) \quad [14]$$

3. شرط اولیه

$$T = T_i \quad [15]$$

به منظور آنکه مدل تفاضل عددی از دقت بالاتری برخوردار باشد، وابستگی دمائی هدایت حرارتی در معادلات در نظر گرفته شد. وابستگی هدایت حرارتی به

روش تفاضل محدود به سه دسته عمده صریح¹⁹، ضمنی²⁰ و کرانک نیکلسون²¹ تقسیم می شود. در روش صریح، مشتقات مکانی را در هر گام زمانی²² با استفاده از مقادیر معلوم در گام زمانی قبل به تقریب رسانند در حالیکه در روش ضمنی برای به تقریب رساندن از مقادیر مجهول همان گام زمانی استفاده می شود. در روش کرانک نیکلسون نیز برای به تقریب رساندن از مقادیر معلوم گام زمانی قبل و مقادیر مجهول همان گام زمانی به صورت همزمان استفاده می شود. روش اخیر از دقت بیشتری برخوردار است (اینکروپرا و دویت 1996، ازیسیک 1985 و ازیسیک 1994).

برای توسعه مدل در حالت تک بعدی فرض شده است که به محض قرار گرفتن پنیر در معرض هوا، انتقال حرارت در سطح پنیر رخ می دهد. شدت انتقال حرارت در سطح توسط گرادیان دمایی مابین دمای سطح پنیر و دمای هوا و ضریب تبادل حرارت در سطح کنترل می گردد. بدنبال تغییر دما در سطح، انتقال حرارت در داخل پنیر فرض می شود که فقط با مکانسیم هدایت انجام می شود.

فرضیات مدل

- تغییر حجم پنیر طی انتقال حرارت قابل صرف نظر کردن است.
- ضریب انتقال حرارت در سطح ثابت و یکنواخت در نظر گرفته شده است.
- در حین گرم کردن خصوصیات ترموفیزیکی پنیر به جز هدایت حرارتی، ثابت فرض شده است.
- از حرارت تولیدی پنیر که مربوط به فعالیت میکروارگانیسم ها و فرایند تخمیر می باشد صرف نظر می شود زیرا بر اساس تحقیقات بناچپو

¹⁹Explicit

²⁰Implicit

²¹Crank Nicholson

²²Time step

شد. پارامترها و خصوصیات ترموفیزیکی بکار گرفته شده در مدل در جدول (2 و 3) آورده شده است.

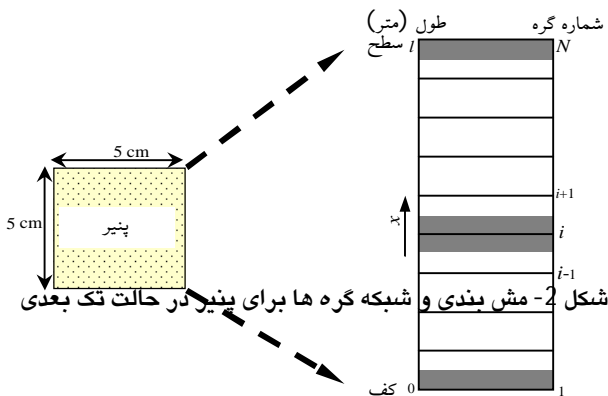
تایید مدل

تائید مدل توسعه داده شده در دو مرحله صورت گرفت: الف) تائید ریاضی (تایید اولیه): تایید اولیه معادلات بوسیله مقایسه نتایج حاصله از روش تفاضل محدود با نتایج حاصله از حل تحلیلی گرمایش تک بعدی قالب پنیری با خصوصیات ترموفیزیکی ثابت با استفاده از جریان همرفت اجباری هوای گرم انجام شد.

دما را می توان به شکل میانگین حسابی و یا میانگین توافقی تعیین نمود، که دقت برآورد روش میانگین توافقی بالاتر می باشد. در مدل توسعه داده شده از میانگین توافقی استفاده گردید.

$$k = \left[\frac{2 \times k_{(T(i+1,n+1))} \times k_{(T(i,n+1))}}{k_{(T(i+1,n+1))} + k_{(T(i,n+1))}} \right] \quad [16]$$

معادلات اصلی انتقال حرارت با اعمال شرایط اولیه و مرزی به طور عددی و با استفاده از روش تفاضل محدود بر مبنای شمای کرانک نیکولسون - مرکزی حل گردیدند. در این مطالعه یک بعدی، طول نمونه پنیر (5 سانتیمتر) به 10 گره تقسیم گردید (شکل 2). برنامه نویسی بر روی نرم افزار MATLAB 6.5.1 انجام



جدول 2: خصوصیات ترموفیزیکی پنیر در محدوده دمایی 0-23 درجه سانتیگراد (اندازه گیری شده و داده های حاصل از مدل).

خصوصیات ترموفیزیکی	دانسیته (kg/m ³)	هدایت حرارتی (W/mK)	گرمای ویژه (J/kgK)
اندازه گیری	1050+ 0/25	0/44+0/19	3450+ 0/27
مدل	1059/9	0/467	3208

جدول 3: پارامترها و شرایط بکار رفته به عنوان ورودی مدل برای پیش بینی دما طی حرارت دهی

گام زمانی (ثانیه)	دمای اولیه (سانتیگراد)	درجه حرارت محیط (سانتیگراد)	مدت زمان حرارت دهی (ثانیه)	ضریب انتقال حرارت در سطح (W/m ² K)
10	5	40	10000	24

دستگاه کاتر، بریده شده و درچارچوب پلی استایرنی قرار گرفت شکل (3). سپس دو عدد ترموکوپل نوع K، به ترتیب در سطح و در مرکز پنیر قرار داده شده و برای جلوگیری از انتقال جرم در حین انجام آزمایش، پوشش پلی اتیلنی در سطح پنیر قرار گرفت. نمونه آماده شده پس از رسیدن به دمای اولیه یکنواخت در داخل سردخانه، در معرض جریان هوای گرم با دمای ثابت قرار گرفته و تغییرات دمای نمونه توسط دیتا لاگر مدل DL2 ساخت انگلستان در فواصل زمانی ده ثانیه برای مدت 3 ساعت ثبت گردید.

2- نتایج و بحث

نتایج مربوط به تجزیه ی تقریبی و خواص ترموفیزیکی (هدایت حرارتی، گرمای ویژه و دانسیته) نمونه های پنیر مورد استفاده در جداول 1 و 2 نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می شود مقادیر هدایت حرارتی، گرمای ویژه و دانسیته نمونه ی پنیر در محدوده دمایی 0-23 درجه سانتیگراد به ترتیب برابر با 0/44 وات بر متر سانتیگراد، 3450 ژول بر کیلوگرم درجه کلونین، و 1050 کیلوگرم بر متر مکعب می باشند. در جدول 2 مقادیر هدایت حرارتی، گرمای ویژه و دانسیته برآورد شده توسط مدل ها نیز آورده شده است.

نکته قابل توجه، بالا بودن هدایت حرارتی پنیر فرآپالایش شده در مقایسه با دیگر پنیر ها می باشد، که به میزان بالای رطوبت این نوع پنیر مربوط می شود. یکی از عوامل موثر در بالا بودن میزان رطوبت در این پنیر حفظ و باقی ماندن پروتئین های آب پنیر و ظرفیت نگهداری آب²⁴ بالای این پروتئینها می باشد (عبدالسلام و همکاران 1999 و ال سودا و عبدالسلام 2002).

حل تحلیلی توزیع دما برای دیوار تختی به ضخامت $2L$ (L طول مشخصه دیوار می باشد و از رابطه $L = V/A$ بدست می آید که V حجم و A سطح دیوار تخت می باشد) که به صورت ناگهانی در سیالی فرو برده شود و عرض و طول دیوار در مقایسه با ضخامت کوچک می باشد از رابطه ذیل بدست می آید (نیکولای و همکاران 2001):

$$q = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \sin(V_n)}{2V_n + \sin(2V_n)} \exp(V_n^2 F_0) \cos(V_n \frac{x}{L}) \quad [17]$$

توزیع دما برای یک دیوار تخت در حالت گذرا تابع عمومی از L ، F_0 و Bi می باشد که F_0 و Bi به صورت زیر تعریف میشوند:

$$Bi = \frac{hL}{k} \quad [18]$$

$$F_0 = \frac{kt}{rCpL^2} \quad [19]$$

که در رابطه بالا F_0 و θ اعداد بدون بعد زمان و دما می باشند و مقادیر گسسته (مقادیر ویژه)²³ ζ_n ریشه های مثبت معادله اند.

$$z_n \tan(z_n) = Bi \quad [20]$$

(ب) تایید نهایی مدل: تائید فرضیات مدل بوسیله مقایسه پروفیل های دمای پیش بینی شده توسط مدل با مقادیر اندازه گیری شده توسط ترموکوپل در گرمایش تک بعدی و سه بعدی پنیر با جابجائی اجباری هوای گرم انجام شد.

برای اندازه گیری دما در حالت گرمایش تک بعدی، ابتدا نمونه پنیری به ابعاد $5 \times 5 \times 5$ سانتیمتر توسط یک

²⁴Water Holding Capacity

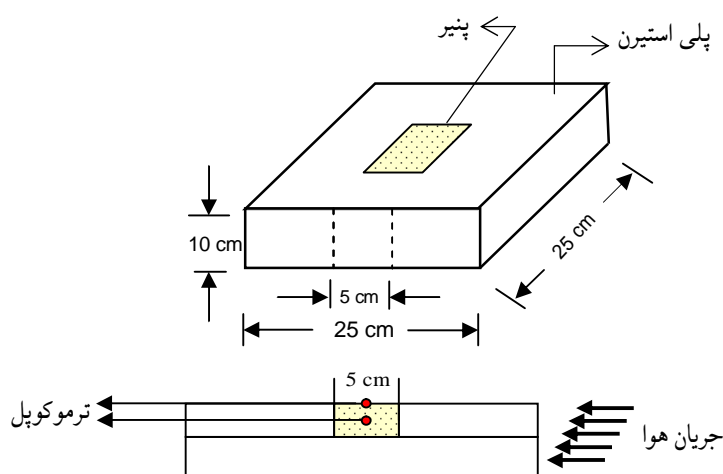
²³ Eigenvalue

مشاهدات مشابهی توسط کارسون (2006) و کندجویان (1996) گزارش شده است.

شکل 4 مقایسه بین دماهای پیش بینی شده توسط حل تحلیلی با نتایج حاصل از مدل عددی توسعه داده شده است.

در مرکز و سطح یک قالب پنیر مکعب شکل با خصوصیات ترموفیزیکی ثابت طی حرارت دهی تک بعدی با جریان اجباری هوای گرم بمدت سه ساعت در دمای 40 درجه سانتیگراد را نشان می دهد.

جدول 4، مقادیر ضرایب انتقال حرارت و جرم در سطح در دمای 40°C و سرعت 1/4 متر بر ثانیه با استفاده از دو روش متفاوت (اندازه گیری دما در حالت ناپایا و روش اعداد بدون بعد) را نشان می دهد. مقدار عدد رینولدز و عدد پرانتل به ترتیب برابر با 3800 و 0/7 تعیین گردید. همانطور که مشاهده می شود، مقدار ضریب انتقال حرارت در سطح اندازه گیری شده نسبت به مقدار برآورد شده با استفاده از روش اعداد بدون بعد، بزرگتر می باشد. تفاوت مذکور می تواند به شدت اغتشاش جریان هوا در اثر نوسان سرعت در داخل محفظه ی حرارت دهی مرتبط باشد.



شکل 3 - نمای روبرو و برش عرضی چارچوب پلی استایرنی برای مدل یک بعدی

جدول 4: ضرایب انتقال حرارت و جرم در سطح در دمای 40°C و سرعت 1/4 متر بر ثانیه با استفاده از دو روش متفاوت

h_m (W/m ² °C)	k_m (m/s)	k_g (s/m)	ضریب انتقال حرارت در سطح
25/74	0/0237	0/000000159	روش دمای گذرا
20/64	0/0190	0/000000128	روش اعداد بدون بعد

شده و پیش بینی شده توسط مدل توسعه داده شده طی گرمایش سه بعدی پنیر در دماهای متفاوت انجام گردید. با توجه به تشابه نتایج مربوط به دماهای متفاوت، نتایج مقایسه پروفیل های دمایی اندازه گیری شده در دمای 40 درجه سانتیگراد و داده های پیش بینی شده توسط

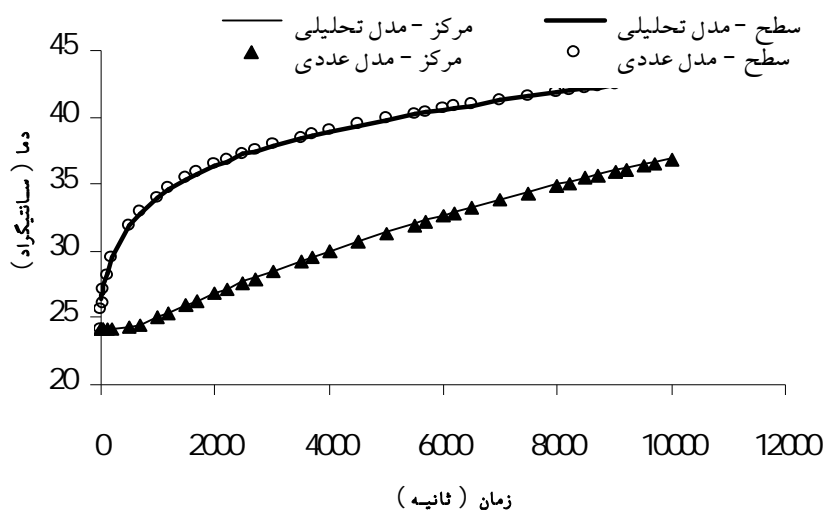
انطباق کامل موجود مابین نتایج حاصل از حل عددی و تحلیلی، بیانگر صحیح بودن حل سیستم معادلات و تایید اولیه مدل توسعه داده شده می باشد. همانگونه که در بخش مواد و روشها توضیح داده شد، تایید نهایی مدل با مقایسه پروفیل های دمایی اندازه گیری

همانگونه که مشاهده می شود، همبستگی بسیار خوبی مابین داده های آزمایشی و پیش بینی شده وجود دارد.

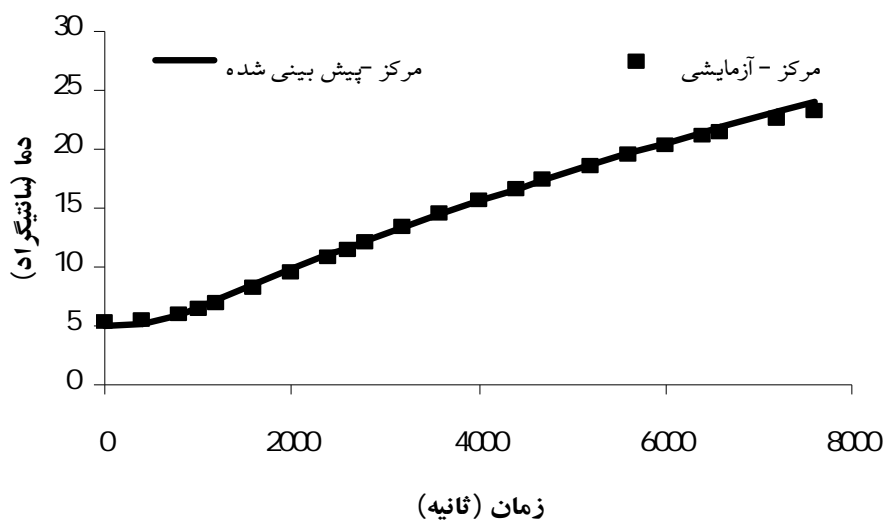
شاخص حساسیت مدل^{۲۵}

برای تعیین موثرترین متغیر روی مدل از شاخص حساسیت استفاده شد که با تغییر 10% در هر یک از متغیرها، (دانسیته، گرمای ویژه، هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارت در سطح) و بررسی اثر آنها در مقایسه باهم بدست می آید

مدل توسعه داده شده بر مبنای ورودی های مندرج در جدول 3 ارائه شده است. شکل های 5 و 6 مقایسه نتایج تغییرات دمای پیش بینی شده توسط مدل توسعه داده شده و مقادیر دمای اندازه گیری شده در سطح و مرکز پنیر طی حرارت دهی تک بعدی در 40°C بمدت 3 ساعت را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می گردد انطباق خوبی مابین دماهای پیش بینی شده و اندازه گیری شده وجود دارد. همان طور که مشاهده می شود، دمای سطح نمونه بدلیل اثر همرفتی هوا سریع تر از مرکز نمونه افزایش یافته است. جدول 5 مقایسه ضریب همبستگی و ریشه میانگین مربعات خطا بین داده های تجربی و آزمایشی توسط مدل عددی را نشان می دهد.



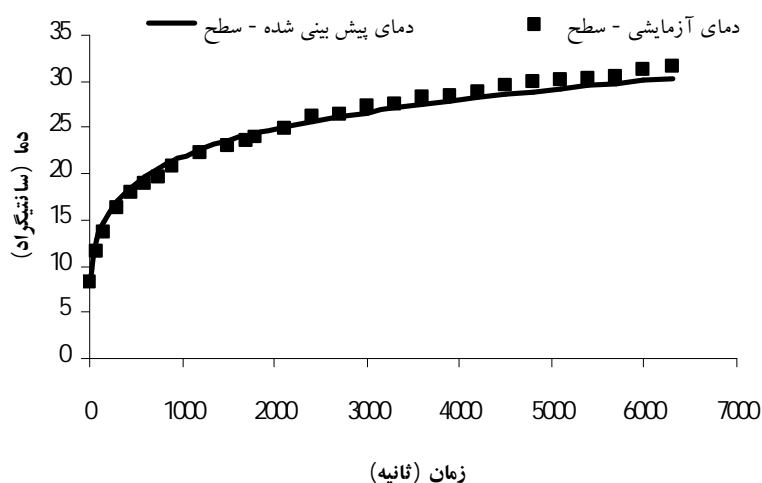
شکل 4-مقایسه بین داده های پیش بینی شده توسط حل تحلیلی با نتایج حاصل از مدل عددی توسعه داده شده



شکل 5 - مقایسه پروفیل دمای داده های آزمایشی و داده های پیش بینی شده توسط مدل در مرکز طی حرارت دهی در 40 درجه سانتیگراد

جدول 5 - مقایسه ضریب همبستگی و ریشه میانگین مربعات خطا بین داده های تجربی و پیش بینی شده توسط مدل عددی در حالت یک بعدی در دمای 40 درجه سانتیگراد

محل قرار گیری ترموکوپل	ضریب همبستگی	ریشه میانگین مربعات خطا
سطح	0/9986	0/613
مرکز	0/999	0/085



شکل 6 - مقایسه پروفیل دمای داده های آزمایشی و داده های پیش بینی شده توسط مدل در سطح طی حرارت دهی در 40 درجه سانتیگراد

تغییرات دما را در نقاط متفاوت پنیر فرپالایش شده طی مراحل پس از نمک پاشی خشک، تعیین کرد
از این مدل می‌توان برای شناخت بهتر مکانیسم انتقال حرارت در داخل پنیر و تایید مقدماتی مدل‌های انتقال حرارت دو بعدی و یا سه بعدی سود برده و تولید پنیری با کیفیت بالا و یکنواخت، نمود.

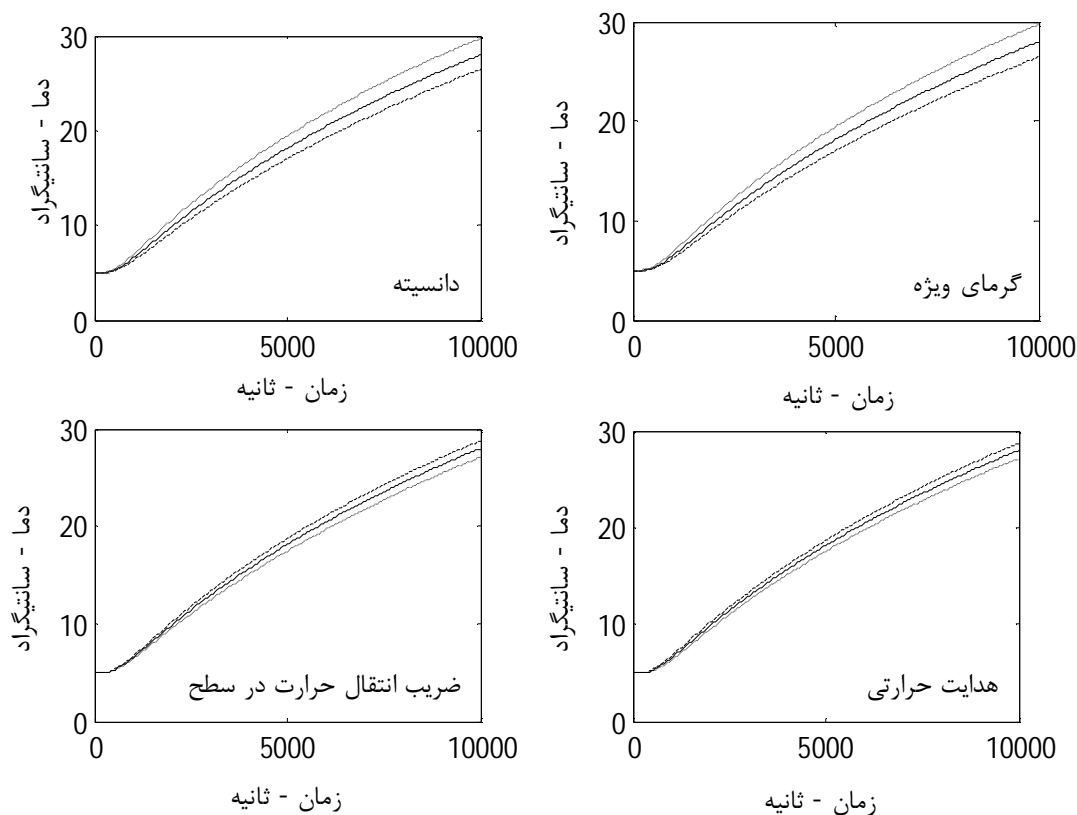
شکل 7 اثر شاخص حساسیت را بر روی این متغیرها نشان می‌دهد و همانطور که مشاهده می‌شود دو متغیر دانسیته و گرمای ویژه بیشترین تاثیر را بر روی مدل می‌گذارند. نکته دیگری که از نمودار معلوم می‌شود تاثیر این شاخص‌ها بر سرعت انتقال حرارت می‌باشد همانطور که می‌دانیم نسبت هدایت حرارتی به ظرفیت گرمایی (حاصلضرب دانسیته در گرمای ویژه)

خاصیت مهمی در تجزیه و تحلیل انتقال گرما به شمار می‌آید و ضریب نفوذ حرارت²⁶ نام دارد با افزایش 10 درصدی در مقادیر دانسیته و گرمای ویژه مقدار این ضریب کاهش یافته و سرعت انتقال حرارت کاهش می‌یابد در حالیکه با افزایش 10 درصدی در مقدار هدایت حرارتی سرعت انتقال حرارت افزایش می‌یابد از این رو در نمودارهای فوق محل قرارگیری خطوط نقطه چین و خط چین نسبت به خط توپر در مورد خصوصیات ترموفیزیکی مختلف فرق می‌کند.

3- نتیجه گیری

یک مدل ریاضی برای توصیف انتقال حرارت تک بعدی طی گرمخانه گذاری و سردخانه گذاری نمونه‌های پنیر بعد از نمک پاشی خشک، با استفاده از حل عددی قانون دوم فوریه (روش تفاضل محدود) بر روی نرم افزار MATLAB توسعه داده شد. برای تایید مدل توسعه داده شده، نتایج پیش بینی شده توسط مدل با داده‌های تجربی (پروفیل‌های دما در حین انبار گذاری) مورد مقایسه قرار گرفت. همبستگی خوب مابین پروفیل‌های دمای پیش بینی شده و اندازه گیری شده، نشان داد که مدل توسعه داده شده می‌تواند به خوبی تغییرات دما در هر نقطه در داخل پنیر را پیش بینی نماید. با کار برد مدل مذکور می‌توان

²⁶ Thermal Diffusivity



شکل 7- اثر شاخص حساسیت بر روی متغیرهای مختلف مدل (خطوط توپر، خط چین و نقطه چین به ترتیب مقدار متغیر و مقدار متغیر 10% + در مرکز جسم می باشند).

4- علائم و اختصارات

- | | |
|---|---|
| M : جرم ملکولی، جرم (کیلوگرم) | C_p : گرمای ویژه (ژول / کیلوگرم کلونین) |
| n : گام زمانی (ثانیه) | D_m : ضریب دیفوزیون |
| P : فشار (پاسکال) | h : میانگین ضریب انتقال حرارت در سطح (وات / متر مربع کلونین) |
| R : ثابت گازها 8315 (ژول بر کیلوگرم مول کلونین) | i : شماره گره در جهت x |
| S : سطح (متر مربع) | k : ضریب هدایت حرارتی (وات / متر کلونین) |
| t : زمان (ثانیه) | k_{eff} : ضریب هدایت حرارتی اجزای پنیر (وات / متر کلونین) |
| T : دما در هر لحظه (سانتیگراد - کلونین) | k_m : میانگین ضریب انتقال حرارت در سطح (متر بر ثانیه) |
| v_{eff} : کسر حجمی اجزای شیمیایی پنیر | L : طول (متر) |
| V : حجم (سانتیمتر مکعب) | m : شیب خط رگرسیون برای اندازه گیری ضریب انتقال حرارت در سطح (ثانیه)، کسر وزنی هر یک از اجزای شیمیایی |
| W : جرم (گرم) | |
| x : مختصات کارتیزین (متر) | |
| x_{eff} : کسر جرمی اجزای شیمیایی پنیر | |
| حروف یونانی : | |
| r : دانسیته (کیلوگرم / متر مکعب) | |

c : کربوهیدرات	r_{eff} : دانسیته اجزاء (کیلوگرم / متر مکعب)
i : اولیه	θ : دمای بدون بعد
f : سیال، چربی	μ : ویسکوزیته (پاسکال ثانیه)
m : رطوبت	ζ_{in} : مقادیر ویژه معادله برای دیوار تخت
p : پیکنومتر، پروتئین	Bi : عدد بیوت
S : سطح	Fo : عدد فوریه
air : هوا	Nu : عدد ناسلت
al : آلومینیوم	Pr : عدد پرانتل
atm : اتمسفر	Re : عدد رینولدز
$water$: آب	Sc : عدد اشمیت
∞ : محیط	زیر نویس ها
	a : خاکستر

5- منابع مورد استفاده :

- استاندارد ملی ایران 2080، 1382. شیر و فرآورده های آن - اندازه گیری مقدار ماده خشک - پنیر سرم - (روش مرجع) - روش آزمون، موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران.
- حسینی، ز.، 1369. روشهای متداول در تجزیه مواد غذایی. انتشارات دانشگاه شیراز. صفحه ی 193-159.
- Abd El-Salam, M. H., Alichanidis, E., & Zerfiridis, G. K. (1999). Domiati and Feta type cheeses. In P. F. Fox (Ed.). Cheese: chemistry, physics and microbiology (Vol. 2, pp. 301–335). Aspen Publ.
- Bennachio, D. (1994). D'etermination de la chaleur de fermentation del Emmental au cours de laffinage. RALIMENT, France, private communication.
- Carson, J. K., Willix, J., North, M. F. (2006). "Measurements of heat transfer coefficients within convection ovens. J Food Engineering, 72, 293-301.
- El Soda, M., & Abd El-Salam, M. H. (2002). Cheese matured in brine. In H. Roginski, et al. (Eds.). Encyclopedia of dairy science (Vol. 1, pp. 406–410).
- Guinee, T. P., Fox, P. F. (1983). "Sodium chloride and moisture changes in Ramano-type cheese during salting." J Dairy Res, 50, 511-518.
- Hamdami, N., J. Monteau and A. Bail. 2003. Effective thermal conductivity of a high porosity model food at above and sub-freezing temperatures. Inte. J Refrigeration. 26: 809-816.
- Hamdami, N., Monteau, J.Y. & Le Bail, A. (2004). Transport properties of a high porosity model food at above and sub-freezing temperatures. part 1: thermophysical properties and water activity. J Food Engineering. 62, 373-383.
- Incropera, F. P., De Witt, D. P. (1996). Introduction to Heat Transfer, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Irudayaraj, J., 2002, Food Processing Operation Modeling. New York: Marcel Dekker, Inc.
- Kondjoyan, A., Daudin, J. D., Bimbenet, J. J. (1993). "Heat and mass transfer coefficients at the surface of elliptical cylinders placed in a turbulent air flow. J Food Engineering, 20, 339-367.

- Luna, J. A., Bressan, J. A. (1987). "Mass transfer during ripening of Cuartolo Argentino cheese. J Food Sci, 52(2), 308-311.
- Mohsenin, N. N. 1980. Thermal properties of foods and agricultural materials, CRC press, New York.
- Nicolai, B. M., Verboven, P., Scheerlinck, N. (2001). "The modelling of heat and mass transfer." Food process modelling, L. M. M. Tijskens, Hertog, M. L. A. T. M., Nicoli, B. M., (Eds.), CRC Press, Boca Rayton.
- Özisik, M. N. (1985). Heat transfer - A basic approach, McGraw-Hill., Singapore.
- Özisik, M. N. (1994). Finite difference methods in heat transfer, CRC press, London.
- Pajonk, A. S., Saurel, R., Andrieu, J., Laurent, P., Blanc, D. (2003). "Heat transfer study and modeling during Emmental ripening. J Food Engineering, 57, 249-255.
- Rahman, M. S. 1995. Food properties handbook, CRC Press, Boca Raton
- Turhan, M. (1996). "Modelling of salt transfer in white cheese during short initial brining." Netherlands Milk and Dairy J, 50, 541-550.
- Zorrilla, S. E., Robialo, A. C. (1994). "Fynbo cheese NaCl and KCl changes during ripening." J Food Sci, 59(5), 972-975.
- Zorrilla, S. E., and Rubiolo, A. C. (1994). "Modeling Nacl and Kcl Movement in Fynbo Cheese During Salting. J Food Sci, 59(5), 976-980.