



DOI: 10.22034/fr.2021.35286.1689

مقایسه کارایی بین دو روش مختلف مدل سازی عددی برای پیش بینی دمای رب گوجه فرنگی در طی فرآیند پاستوریزاسیون

محسن دلوی اصفهان*

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۶/۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۷

^۱ استادیار گروه علوم و صنایع غذایی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه جهرم

*مسئول مکاتبه: Email: dalvi@jahromu.ac.ir

چکیده

زمینه مطالعاتی: با بکارگیری مدل های ریاضی میتوان به درک بهتر و بهینه سازی فرآیند حرارتی بعنوان تابعی از متغیرهای گوناگون با صرف هزینه و زمان کمتر دست یافت. هدف: در این مطالعه، کارایی دو روش متفاوت مدل سازی عددی (تفاضل محدود در مقابل اجزاء محدود) برای پیش بینی دما در قوطی رب گوجه فرنگی در طی فرآیند پاستوریزاسیون مقایسه شد. روش کار: آزمایشات بر روی قوطی ۴۰۰ گرمی رب گوجه فرنگی با بریکس ۲۸ به ابعاد (۲۱۱ × ۴۰۰) انجام شد و از آب گرم به عنوان عامل گرمایش استفاده شد. تغییرات دما در نقاط مختلف قوطی با استفاده از ترموکوپل و ثبات در فواصل زمانی معین اندازه گیری شد. برای توصیف انتقال حرارت در قوطی رب گوجه فرنگی با استفاده از حل عددی قانون دوم فوریه و با استفاده از روش های تفاضل محدود و اجزاء محدود دو مدل ریاضی توسعه داده شد. نتایج: نتایج مدل ها در مرحله اول با دو مدل تحلیلی تایید شد و سپس با داده های تجربی معتبرسازی شد. تجزیه و تحلیل آماری نشان داد که نتایج به دست آمده با استفاده از روش اجزاء محدود دقیق تر از روش اختلاف محدود است. نتایج همچنین نشان داد که نقطه سرد قوطی در مرکز هندسی قوطی قرار نداشته و بر روی مرکز شعاعی قوطی و در ارتفاع ۶۰٪ از کف قوطی قرار دارد. نتیجه گیری نهایی: نتایج نشان دادند که مدل توسعه داده شده به شکل موفقیت آمیزی قادر به پیش بینی دما در نقاط مختلف قوطی در حین فرآیند پاستوریزاسیون می باشد و می توان انتظار داشت که با استفاده از مدل مذکور بتوان فرآیند پاستوریزاسیون رب گوجه فرنگی را بهینه سازی نمود.

واژگان کلیدی: اجزاء محدود، پاستوریزاسیون، تفاضل محدود، رب گوجه فرنگی

مقدمه

گوجه فرنگی بر اساس تعریف، از تغلیظ آب گوجه فرنگی تحت خلاء در ظروف استیل و تا رسیدن به غلظت کمینه ۲۵ درجه بریکس بدون احتساب نمک به دست می آید و فرآیند حرارتی یکی از مهمترین مراحل در تولید این محصول شناخته می شود (استاندارد ملی ایران، شماره ۷۶۱ و سینگ و هلدمن ۲۰۱۴). ایران با ظرفیت اسمی

گوجه فرنگی یکی از مهمترین محصولات باغی در جهان است که تولید جهانی آن بیش از ۱۸۰ میلیون تن برآورد شده است. کشور ایران به دلیل داشتن تنوع آب و هوایی و چهار فصله بودن، همواره در میان ۱۰ کشور برتر تولیدکننده گوجه فرنگی در دنیا قرار داشته است. رب

دلیل اینکه امکان پیش بینی رفتار حرارتی ماده غذایی در شرایط پیچیده ای همچون اشکال نامنظم، خصوصیات حرارتی ناهمگن در ماده غذایی، شرایط مرزی وابسته به زمان و تغییرات در شرط اولیه را فراهم می نماید از اهمیت بیشتری برخوردار می باشد. مدل های عددی را می توان در دو دسته کلی تقاضل محدود، و اجزاء محدود تقسیم بندی نمود (دلوی، همدمی ۱۳۸۹ و اینکروپرا و دویت ۱۹۹۰).

اگر چه تحقیقات زیادی در خصوص فرایند حرارتی محصولات مختلف گوجه فرنگی در سطح جهانی انجام شده است (جدول ۱). اما این اطلاعات در کشور ما محدود بوده و در سطح صنعت نیز صرفاً بر اساس آزمون و خطا و یا بر اساس تجربه پرسنل خط تولید صورت می پذیرد. این در حالی است که نوع انتقال حرارت در محصول رب گوجه فرنگی به شدت به درصد مواد جامد محلول (بریکس) وابسته بوده و در ضمن در صورت داشتن مدل مناسبی که بتواند تغییرات دما در حین فرایند را پیش بینی کند علاوه بر تولید محصول ایمن می توان افزایش کیفیت محصول نهایی، کاهش زمان فرایند و کاهش مصرف انرژی را نیز انتظار داشت. تحقیق اخیر که بخشی از طرح جامع در خصوص بهینه سازی فرایند تولید محصول رب گوجه فرنگی می باشد بر روی انتخاب مدل مناسب برای پیش بینی توزیع دما در محصول رب در سطح صنعتی پرداخته است. در گام بعدی و با استفاده از داده های این تحقیق می توان به بهینه سازی فرایند پاستوریزاسیون بر اساس توابع هدف چند منظوره دست یافت.

مواد و روش ها

در این تحقیق از کنسرو رب گوجه فرنگی ۴۰۰ گرمی در قوطی های قلع اندود با ابعاد (۲۱۱ × ۴۰۰) و با ضخامت ۰/۱۶ میلیمتر استفاده شده است. ترکیب شیمیایی رب گوجه فرنگی با استفاده از استاندارد شماره ۷۶۱ ایران و در سه تکرار انجام شد (استاندارد ملی ایران، ۷۶۱ و حسینی ۱۳۶۹).

تولید ۱ میلیون و ۳۰۰ هزار تن رب گوجه فرنگی در طی سال ۱۳۹۵ بالغ بر ۱۴۷ هزار تن رب گوجه فرنگی به ارزش ۲۰۳ میلیون دلار به کشورهای عراق، افغانستان، امارات، روسیه و قزاقستان صادرات داشته است (سازمان توسعه تجارت ایران، ۱۳۹۸). اگر چه امروزه شاهد حضور گسترده فناوری های نوظهوری همچون مایکروویو، گرمایش اهیملک و یا تکنیک های فراوری های غیر حرارتی (فناوری فشار بالا و میدان های الکتریکی پالسی) می باشیم اما در صنعت غذای ایران همچنان فرایند های مرسوم پاستوریزاسیون و استریلیزاسیون به عنوان پرکاربردترین تکنیک برای نگهداری طولانی مدت این ماده غذایی شناخته می شوند. در خصوص این فرایند ها، اعمال شرایط بهینه و کنترل فرایند، به عنوان یکی از چالش های مهم شناخته می شود. در صورتیکه ترکیب دما-زمان در این فرایند کمتر از میزان بهینه انتخاب شود؛ می توان انتظار انواع آلودگی های میکروبی و بالتبع فساد و یا حتی به خطر افتادن ایمنی مصرف کننده را انتظار داشت. متقابلاً در صورتیکه ترکیب دما-زمان بکار گرفته شده از حد بهینه عبور نماید؛ کاهش شدید کیفیت و خواص ارگانولپتیکی محصول دور از انتظار نیست (چن و راماسوامی ۲۰۰۷ و پرز-تجدا و همکاران ۲۰۱۶) برای مثال، بریرو و همکاران (۱۹۹۸) نشان دادند که واکنش های مختلفی از قبیل تجزیه کارتنوئیدها (لیکوپن و زانتوفیل)، واکنش های قهوه ای شده و اکسیداسیون اسید اسکوربیک در شرایط حرارتی شدید منجر به تأثیرات نامطلوبی بر روی رنگ نهایی محصول خواهد شد. در این بین یکی از روشهای معمول برای درک پدیده فرایند حرارتی استفاده از شبیه سازی با کمک مدل های ریاضی می باشد. با استفاده از شبیه سازی میتوان به درک، پیش بینی و بهینه سازی فرایند بعنوان تابعی از متغیرهای گوناگون با صرف هزینه و زمان کمتر دست یافت. (پلازل و همکاران، ۲۰۰۶). اگر چه دو روش اصلی حل تحلیلی و حل عددی برای پیش بینی تغییرات دما به عنوان تابعی از مکان و زمان در حین فرایند حرارتی مواد غذایی وجود دارد، اما روش های عددی به

¹ Under processing

² Over processing

تعیین ویژگی های ترموفیزیکی رب گوجه فرنگی

میزان هدایت حرارتی رب با استفاده از مدل موازی تعیین شد، اگر چه ادعا شده است که این مدل مقدار هدایت حرارتی را بیشتر از مقدار واقعی تخمین می زند اما نتایج تحقیقات مختلف نشان می دهد که مدل مذکور برای این محصول مناسب تر است (دروساس و ساراواکوس ۱۹۸۵).

$$k = \sum_{i=1}^N k_i v_i \quad (1)$$

$$v_i = \frac{x_i / \rho_i}{\sum (x_i / \rho_i)} \quad (2)$$

در روابطه فوق k و ρ هدایت حرارتی و دانسیته رب، k_i و ρ_i هدایت حرارتی و دانسیته اجزای شیمیایی تشکیل دهنده رب، x_i کسر جرمی ترکیبات شیمیایی و v_i کسر حجمی ترکیبات می باشند.

برای بررسی نفوذ حرارتی و تغییرات دما در نقاط مختلف در قوطی (مرکز قوطی، ۱/۳ انتهای و بالای قوطی) از ترموکوپل های نوع K و ثبات شرکت تستو مدل ۱۷۶۳ (آلمان) که به یک کامپیوتر وصل شده بودند استفاده شد. رب گوجه فرنگی را تا دمای ۷۰ درجه سانتی گراد گرم و سپس قوطی تا میزان ۸۸ درصد ارتفاعش با رب گوجه فرنگی پر شد. سپس به مدت ۲ دقیقه از تونل اگزاست با دمای ۹۰ سانتی گراد عبور داده شده و بلافاصله در بندی انجام گردید. فرایند حرارتی در حمام آب گرم با دمای ۸۰ و ۹۰ درجه سانتیگراد انجام شد، دمای مرکز قوطی در انتهای فاز گرمایش در حمام آب گرم با دمای ۸۰ و ۹۰ درجه سانتیگراد به ترتیب ۷۵ و ۸۶ درجه سلسیوس رسیده بود. بعد از پایان مرحله گرمایش، قوطی ها در یک حمام آب دیگر با دمای متوسط ۲۰ درجه سانتیگراد سرد شدند. بعد از هر فرایند محل دقیق ترموکوپل در درون قوطی کنترل شد.

جدول ۱- برخی مطالعات انجام شده بر روی فرایند حرارتی محصولات گوجه فرنگی

Table 1- Some studies on thermal processing of different tomato products

Form of solution	Product	Reference
Finite element	Cans: tomato concentrate	Nicolai and De Baerdemaeker (1992)
Finite element/Monte Carlo	can: tomato concentrate	Nicolai and De Baerdemaeker (1997)
2D-finite element	5.6 Brix tomato juice	Tattiyakul et al. (2002)
Distributed parameter model	5 % Tomato paste solids	Bichier et al. (1995)
Finite difference	Tomato dip product	Plazl et al. (2006)

دمای اولیه نمونه در سرتاسر نمونه یکنواخت و برابر با مقدار ثابت (شرط اولیه) می باشد. به دلیل ضخامت کم قوطی فلزی (۰/۱۶ میلی متر) و ضریب هدایت حرارتی بالای آن از اثر آن به عنوان مقاومت حرارتی صرف نظر شد. با فرض تقارن حرارتی، مدل سازی تفاضل محدود تنها برای ۱/۴ از کل قوطی انجام شد. علاوه بر فرضیات فوق رب گوجه فرنگی نیز محصولی همگن و ایزوتروپیک فرض شد.

سیستم معادلات مورد استفاده برای توصیف انتقال

حرارت عبارت است از:

الف) معادله حاکم

دانسیته و گرمای ویژه رب نیز با توجه به ترکیب شیمیایی محصول و با استفاده از روابط زیر معین شدند.

$$\rho = \frac{1}{\sum x_i / \rho_i} \quad (3)$$

$$Cp = \sum Cp_i x_i \quad (4)$$

در رابطه فوق، Cp و Cp_i به ترتیب گرمای ویژه محصول و گرمای ویژه تک تک اجزای محصول می باشد (دلوی و همدی، ۲۰۱۱).

توسعه مدل

برای مدل سازی قوطی کنسرو فرض شد که شکل هندسی نمونه به صورت استوانه محدود می باشد که

در این بخش به منظور افزایش دقت مدل، فرض شد که فضای خالی سر قوطی حاوی مخلوط بخار- هوا است. فرضیه مشابهی توسط خاکباز- حشمتی و همکاران (۲۰۱۴) در مورد پاستوریزاسیون خاویار در نظر گرفته شده است. در چنین حالتی در حد واسط نمونه و فضای خالی بالای قوطی شرط زیر اضافه می‌شود.

$$k_a \frac{\partial T}{\partial x} = k_p \frac{\partial T}{\partial x} \quad (11)$$

معادله حاکم و شرایط مرزی و اولیه با استفاده از نرم افزار COMSOL 4.0 برای مختصات استوانه ای و در حالت دو بعدی و با المان درجه دوم لاگرانژ با اشکال مثلثی به عنوان تابع پایه حل شد (شهابی قهفرخی و بهرامی، ۱۳۸۵).

تایید مدل

به منظور تایید مدل، نتایج حاصل از مدل سازی عددی (روش تفاضل محدود و المان محدود) با نتایج حاصله از حل تحلیلی برای مختصات استوانه محدود مقایسه شد (هولدورث و سیمپسون (۲۰۱۶))

$$(12)$$

$$\frac{T_R - T}{T_R - T_0} = \left(1 - \operatorname{erf} \left\{ \frac{l}{2\sqrt{at}} \right\} \right) \left(1 - \frac{R}{\pi ct} \exp \left\{ \frac{R^2}{8ct} \right\} \left[K_{1/4} \left(\frac{R^2}{8ct} \right) \right] \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right) \quad (5)$$

(ب) شرایط مرزی

$$T(R, Z, t) = T_R \quad (6)$$

$$T(r, l, t) = T_R \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} (0, Z, t) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} (r, 0, t) = 0 \quad (9)$$

(ج) شرط اولیه

$$T = T_0 \quad (10)$$

مدل سازی - تفاضل محدود

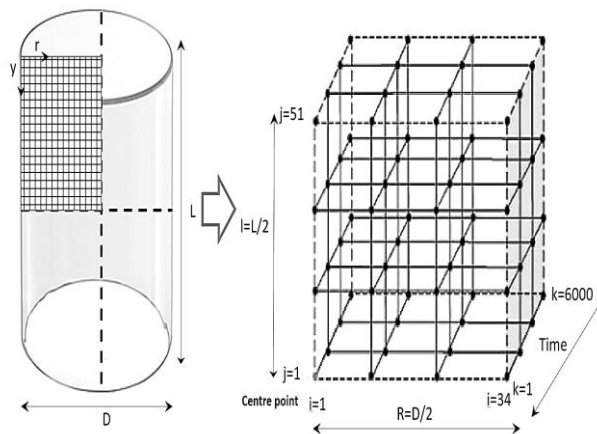
معادلات اصلی انتقال حرارت با اعمال شرایط اولیه و مرزی به طور عددی و با استفاده از روش تفاضل محدود بر مبنای شمای صریح حل گردیدند. در این مطالعه قوطی کنسرو به ابعاد $10.1/6 \times 6.8/3$ میلی متر به ۵۱ و ۳۴ گره طولی و شعاعی تقسیم شد (شکل ۱) ورودی های مورد استفاده در مدل در جدول ۲ نشان داده شده است و برنامه نویسی بر روی نرم افزار MATLAB R2016b انجام پذیرفت (دلوی و همدی، ۱۳۸۹).

مدل سازی - المان محدود

جدول ۲- ورودی های مدل در روش تفاضل محدود

Table 2- Thermophysical properties and the other inputs used in the finite difference model.

Parameter (unit)	Value
Step time (S)	1
Radius of can (mm)	34
Number of node in radial direction	34
Height of can (mm)	50.8
Number of node in longitudinal direction	51
Hot water Temperature (°C)	90
Cold water Temperature (°C)	20
Thermal conductivity of tomato paste (W/mK)	0.575
Specific heat of tomato paste (J/kgK)	3350
Density of tomato paste (kg/m ³)	1070



شکل ۱- مش بندی و شبکه گره ها برای قوطی کنسرو

Figure 1- Meshing and nodal network for cylindrical can

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (T_{pre,i} - T_{exp,i})^2}{\sum_{i=1}^N (T_{pre,i} - T_{pre,i})^2} \quad (15)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (T_{exp,i} - T_{pre,i})^2}{N}} \quad (16)$$

در روابط بالا $T_{pre,i}$ و $T_{exp,i}$ به ترتیب دمای پیش بینی شده توسط مدل ها و دمای آزمایشی و N تعداد داده ها می باشد.

نتایج و بحث

جدول شماره ۳، ترکیب شیمیایی رب گوجه فرنگی را نشان می دهد بر اساس استاندارد ایران میزان کل مواد جامد محلول بدون احتساب نمک باید حداقل ۲۵ باشد که با افزوده شدن نمک این مقدار به حدود ۲۷-۲۸ می رسد. این مقدار تاثیر مهمی بر نوع انتقال حرارت (همرفتی یا هدایتی) در رب گوجه دارد. بر اساس ترکیب شیمیایی رب گوجه فرنگی، ویژگی های ترموفیزیکی (دانسیته، گرمای ویژه و هدایت حرارتی) تعیین شدند، مقادیر پارامترهای اخیر در جدول شماره ۲ آورده شده است. مقدار متوسط هدایت حرارتی در دامنه دمایی ۶۰ - ۹۰ درجه سلسیوس بر حسب مدل سری و موازی به ترتیب ۰/۵۲۵ و ۰/۵۷۵ وات بر متر سلسیوس برآورد شد، و مقایسه دمایی نتایج

علاوه بر مدل تحلیلی فوق، مدل دیگری که توزیع دما در شرایط ناپایدار در قوطی کنسرو را پیش بینی می کند توسط هولدرث و سیمپسون (۲۰۱۶) پیشنهاد شده است، اگر چه خود محققین نیز نشان دادند مدل اخیر قادر به پیش بینی دمای مرکز قوطی در ابتدای فرآیند گرمایش نیست.

$$\frac{T_R - T}{T_R - T_0} = 2.04 \exp\left\{\left(\frac{\pi^2}{4l^2} + \frac{B_1^2}{R^2}\right) \alpha t\right\} \quad (13)$$

محاسبه شدت کشندگی فرایند

به منظور توصیف اثر دما در تخریب میکروارگانیزم ها در یک مکان معین در هنگام پاستوریزاسیون، می توان از شاخص شدت کشندگی بهره گرفت:

$$F_T = \int_0^t 10^{(T - T_{ref})/Z} dt \quad (14)$$

در این رابطه T_{ref} دمای مبنای فرایند می باشد که برای پاستوریزاسیون برابر با ۸۲/۲ درجه سلسیوس می باشد (تولیدو، ۲۰۰۷). ساندوال و همکاران (۱۹۹۲) نشان دادند که باسیلوس کواگولانس با D_{90} معادل با سه و نیم دقیقه و مقدار Z برابر با ۹/۵ درجه سانتیگراد به عنوان مقاومترین باکتری در رب گوجه فرنگی شناخته می شود.

تجزیه و تحلیل آماری

دو معیار آماری، ضریب تبیین (R^2) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برای ارزیابی تناسب بین مدل با داده های تجربی (آزمایشی) مورد استفاده قرار گرفت (اویار و اردوغدو، ۲۰۱۲).

فرایند نمی‌باشد و مدل دوم از دقت بالاتری برخوردار می‌باشد. علاوه بر این نتایج تحلیل‌های آماری نیز نشان داد که مقدار ریشه میانگین مربعات خطا و ضریب تبیین بین مدل اجزاء محدود و مدل تحلیلی اول به ترتیب برابر با، ۰/۹۶۳ و ۰/۹۹ می‌باشد و مقادیر فوق برای مدل تفاضل محدود و مدل تحلیلی اول به ترتیب برابر با ۲/۳۰۵ و ۰/۹۹ بود که نشان دهنده تطابق بهتر مدل اجزاء محدود با مدل تحلیلی اول می‌باشد.

جدول ۳- درصد ترکیبات شیمیایی نمونه رب مورد استفاده (بر حسب درصد وزنی)

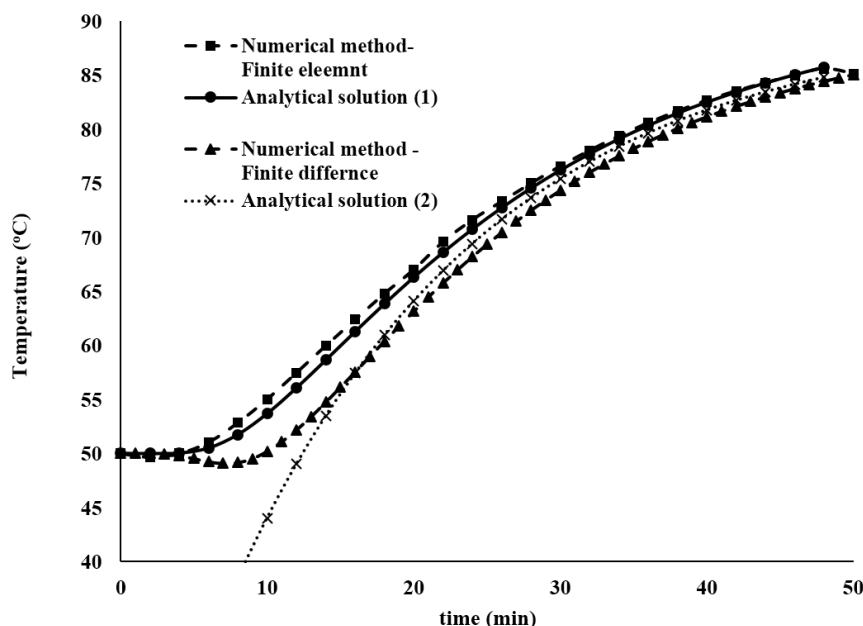
Table 3- Chemical compositions of tomato paste used in this study (% by weight)

Chemical component	Percentage
Brix	27.5±0.5
Protein	6.5±0.75
Fat	0.95 ±0.11
Salt	1.71±0.2
pH	4.1

تجربی و مدل نشان داد که با بکارگیری مدل موازی نتایج از دقت بالاتری برخوردار می‌شود، این نتایج با نتایج دروساس و ساراواکوس (۱۹۸۵) مطابقت نشان می‌دهد. با قرار گرفتن قوطی‌ها در داخل حمام آب گرم با دمای (۸۰ - ۹۰) درجه سانتیگراد دمای سطح قوطی به سرعت افزایش نشان می‌دهد ولی دما در مرکز قوطی دیرتر افزایش نشان داد. علاوه بر این همانطور که انتظار می‌رود با افزایش دمای حمام از ۸۰ به ۹۰ درجه سانتیگراد، به دلیل افزایش گرادیان دما، سرعت نفوذ حرارت در قوطی افزایش نشان داد.

تایید مدل

همانطور که در بخش مواد و روشها توضیح داده شد به منظور تایید ریاضی مدل (تایید اولیه) از مدل‌های تحلیلی استفاده شد. شکل ۲ مقایسه بین نتایج دو مدل عددی (تفاضل محدود و اجزاء محدود) در برابر دو مدل تحلیلی را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل مشاهده می‌شود مدل دوم تحلیلی قادر به پیش بینی دما در مراحل اولیه



شکل ۲- مقایسه بین روش‌های تحلیلی با نتایج حاصل از مدل‌های عددی
Figure 2- Comparison between numerical and analytical models

(شکل ۳). همانطور که مشاهده می‌شود در مجموع همبستگی و انطباق خوبی بین داده‌های مدل عددی و نتایج تجربی وجود دارد، این موضوع به طور کمی با دو شاخص ضریب تبیین و ریشه میانگین مربعات خطا نیز

معتبرسازی مدل

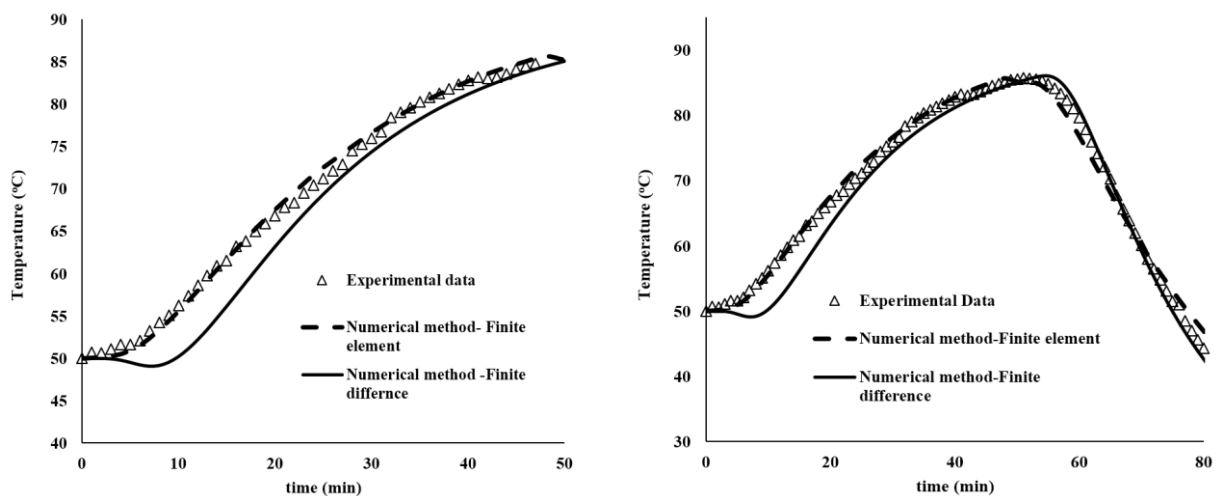
همانطور که در بخش مدل سازی توضیح داده شد، تایید نهایی مدل با مقایسه بین پروفیل دما اندازه گیری شده و نتایج حاصل از مدل سازی های عددی انجام می‌شود

نشان می‌دهد، همانطور که مشاهده می‌شود دما در دو حد بالا و پایین قوطی حداکثر می‌باشد و در بخش مرکزی و میانی قوطی کمترین مقدار را نشان می‌دهد، علاوه بر این حالت تقارن در نمودار مشاهده نمی‌شود که به دلیل وجود لایه مخلوط هوا-بخار آب در فضای فوقانی قوطی می‌باشد.

به منظور بررسی اثر حجم فضای خالی بالای سر قوطی بر محل قرار گیری نقطه سرد قوطی، دو شبیه سازی با دو مقدار متفاوت لایه مخلوط هوا-بخار (۶ و ۱۲٪) انجام شد. نتایج نشان داد که تفاوت قابل ملاحظه ای بین محل قرار گیری نقطه سرد قوطی در این دو آزمون دیده نمی‌شود (به دلیل محدودیت فضا نتایج نشان داده نشده است) نتایج مشابهی توسط خاکباز حشمتی و همکاران (۲۰۱۴) در خصوص محصول خاویار گزارش شده است.

تایید شد (جدول ۴). با این وجود مدل المان محدود با دقت بالاتری می‌تواند تغییرات دما در قوطی را پیش بینی نماید این موضوع می‌تواند به دلیل در نظر گرفتن یک لایه هوا در بخش فضای سر قوطی مرتبط باشد که دقت مدل را افزایش داده است. وجود همین لایه می‌تواند بر روی محل قرار گرفتن نقطه سرد هم تاثیر داشته باشد و نتایج مدل نشان داد که نقطه سرد کمی بالاتر از مرکز هندسی قوطی واقع شده است. اهمیت این مساله زمانی روشن تر می‌شود که در حالت عادی در کنسرو هایی که به روش هدایتی گرمایش می‌بینند، ترموکوپل در مرکز هندسی قوطی قرار می‌گیرد در حالیکه نتایج این مطالعه نشان می‌دهد نقطه سرد واقعی قوطی کمی بالاتر از مرکز هندسی و در ارتفاع ۶۰ میلی متری از کف قوطی قرار دارد (شهابی قهفرخی و بهرامی، ۱۳۸۵).

شکل ۴ نمودار تغییرات درجه حرارت قوطی به عنوان تابعی از ارتفاع قوطی و زمان در مدل اجزاء محدود را



شکل ۳- مقایسه پروفیل دما بین داده های آزمایشی و نتایج پیش بینی شده در مرکز حرارتی قوطی کنسرو در دمای ۹۰ درجه سلسیوس

Figure 3- Comparison between the experimental and predicted temperature profile in cold point of the can at 90° C

جدول ۴- نتایج آنالیز آماری به دست آمده برای داده‌های تجربی و مدل‌های عددی

Table 4- Statistical results obtained for experimental data and numerical methods

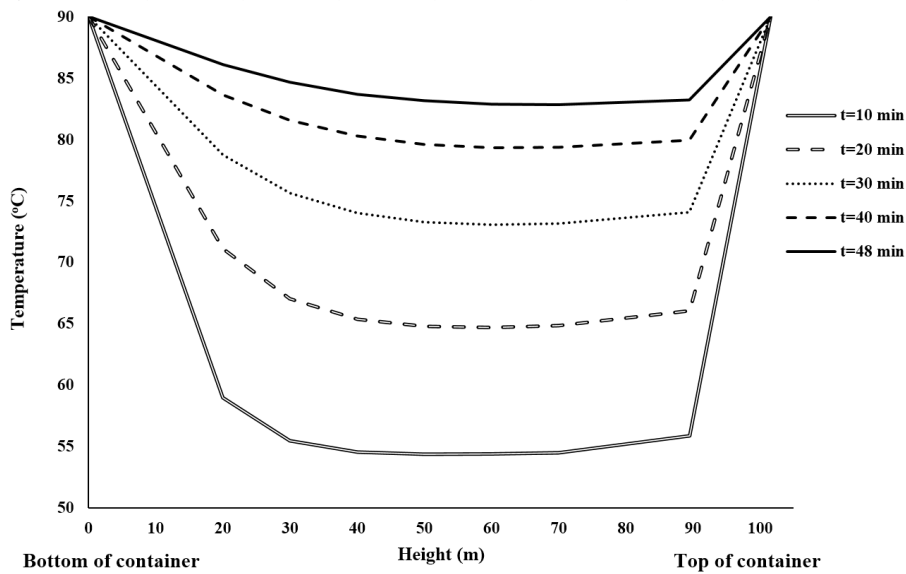
Form of solution	Coefficient of determination (R^2)	Root mean square error (RMSE)
Heating section of the curve		
Numerical method- finite difference	0.98	3.23
Numerical method- finite element	0.99	0.829
Cooling section of the curve		
Numerical method- finite difference	0.99	1.28
Numerical method- finite element	0.99	1.66

محصولات جامد و مایع به ترتیب در مرکز هندسی و $1/3$ انتهای قوطی پیش بینی می‌شود، نتایج ما نشان داد که نقطه سرد در رب گوجه فرنگی به دلیل وجود یک لایه هوا در فضای خالی بالای قوطی کنسرو که نقش عایق حرارتی را بازی می‌کند به سمت بالای قوطی گرایش پیدا کرده و در ارتفاع 60% از انتهای قوطی قرار گرفته است. مدل توسعه یافته می‌تواند درجه حرارت رب گوجه فرنگی را با درجات مختلف تغلیظ (بریکس) یا شرایط مختلف فرایند حرارتی پیش بینی نماید و با کمی اصلاحات می‌توان از مدل مذکور برای تمامی مواد غذایی جامد استفاده کرد. در گام بعدی این مطالعه بهینه سازی فرایند پاستوریزاسیون رب گوجه فرنگی با توابع هدف چند متغیره (کمینه سازی زمان فرایند، بهینه سازی مقدار ارزش کشندگی، بیشینه سازی کیفیت در سطح قوطی و بیشینه سازی کیفیت رنگ محصول در دستور کار قرار دارد) که نتایج مطالعه مذکور نقش مهمی در این مطالعه خواهد داشت.

اگر چه هدف این مطالعه صرفاً مدل سازی انتقال حرارت در رب گوجه فرنگی در حین پاستوریزاسیون می‌باشد و بهینه سازی فرایند مذکور بر اساس توابع هدف چند متغیره در مطالعه مجزایی صورت می‌پذیرد ولی به منظور مقایسه بین داده‌های آزمایشی و داده‌های مدل در برآورد F_{value} ، با استفاده از رابطه شماره ۱۴ این مقدار تعیین شد که نتایج در شکل ۵ نشان داده شده است اگر چه مقادیر F_{value} بیشتر از مقدار مطلوب فرایند می‌باشد ولی تطابق خوب بین مدل اجزاء محدود با داده‌های تجربی از صحت مدل حکایت دارد.

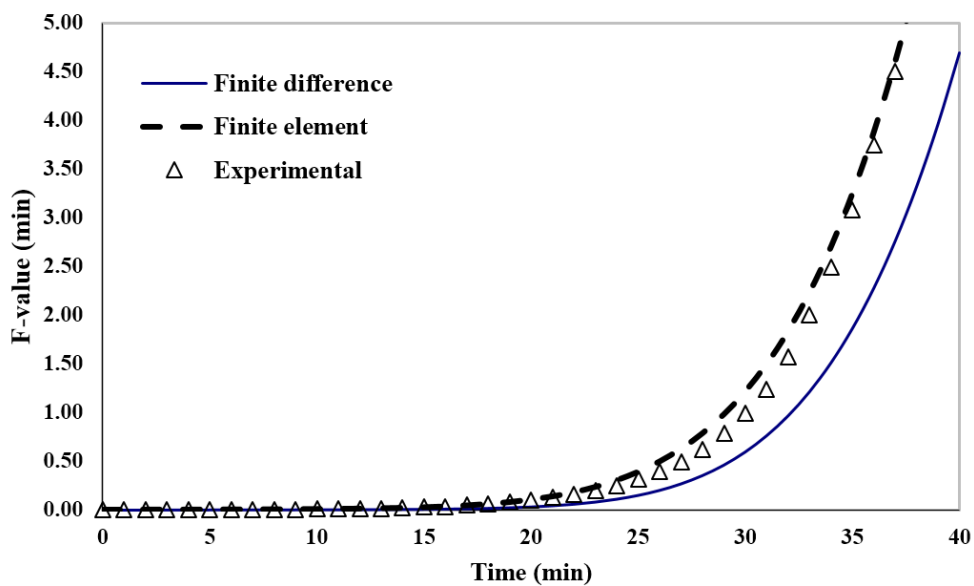
نتیجه گیری

در این مطالعه، فرایند پاستوریزاسیون رب گوجه فرنگی با دو روش عددی مختلف (تفاضل محدود و اجزاء محدود) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج با داده‌های تجربی مقایسه شد و مشخص شد که دمای پیش بینی شده با استفاده از المان محدود دقیق تر از روش تفاضل محدود است. اگرچه نقطه سرد قوطی کنسرو در



شکل ۴- نتایج پیش بینی شده توسط مدل اجزای محدود در پیش بین دما در قوطی کنسرو به عنوان تابعی از زمان و ارتفاع قوطی

Figure 4- simulated results obtained from finite element model in predicting temperature in a can as a function of time and height of can



شکل ۵- مقایسه بین نتایج حاصل از داده های آزمایشی با داده های حاصل از مدل های عددی در پیش بین مقدار

Figure 5- Comparison between the experimental and predicted F value by two numerical methods
Fvalue

منابع مورد استفاده

- استاندارد ملی ایران ۷۶۱، کنسرو رب گوجه فرنگی- ویژگی ها و روش های آزمون، موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران. بی نام، ۱۳۹۸. آمار نامه صادرات کالا. اداره کل آمار و اطلاعات سازمان توسعه تجارت ایران.
- حسینی، ز، ۱۳۶۹. روشهای متداول در تجزیه مواد غذایی. انتشارات دانشگاه شیراز، ۱۵۰-۲۰۰.

- دلوی، م و همدمی، ن. ۱۳۸۹. مدل سازی عددی انتقال حرارت در پنیر سفید فرآپالایش شده. نشریه پژوهش های صنایع غذایی، ۳(۲)، ۴۵-۶۰.
- شهابی قهفرخی، ا و بهرامی، ب. مدل سازی انتقال حرارت در طی فرایند کنسرو رب گوجه فرنگی در داخل اتوکلاو. دومین همایش و نمایشگاه بزرگ صنایع غذایی ایران. دانشگاه صنعتی اصفهان. اصفهان، ۹۰-۹۶.
- Barreiro, J.A, Milano, M., Sandoval, A.J, 1997. Kinetics of colour change of double concentrated tomato paste during thermal treatment. *Journal of Food Engineering* 33(3), 359-371.
- Bichier, J.G, Teixeira, A.A, Balaban, M.O, Heyliger, T.L, 1995. Thermal process simulation of canned foods under mechanical agitation1. *Journal of Food Process Engineering* 18(1), 17-40.
- Chen, C.R, Ramaswamy, H.S, 2007. Visual Basics computer simulation package for thermal process calculations. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 46(7), 603-613.
- Dalvi, M, Hamdami, N, 2011. Characterization of thermophysical properties of Iranian ultrafiltrated white cheese: measurement and modeling. *Journal of agricultural science and technology (JAST)* 13(1), 67-78.
- Drusas, AE, Saravacos, G.D, 1985. Thermal conductivity of tomato paste. *Journal of Food Engineering* 4(3), 157-168.
- Holdsworth, S.D, Simpson, R, 2016. *Thermal processing of packaged foods*. Springer International Publishing, New York.
- Incropera, FP, De Witt, D.P, 1990. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley and Sons Inc., , New York.
- Khakbaz Heshmati, M, Shahedi, M., Hamdami, N, Hejazi, M.A, Motalebi, A.A, Nasirpour, A, 2014. Mathematical Modeling of Heat Transfer and Sterilizing Value Evaluation during Caviar Pasteurization. *Journal of Agricultural Science and Technology* 16(4), 827-839.
- Nicolai, B, De Baerdemaeker, J, 1992. Simulation of heat transfer in foods with stochastic initial and boundary conditions. *Food Bioprod Process, Trans IChemE* 70(C), 78-82.
- Nicolai, B. De Baerdemaeker, J, 1997. Finite element perturbation analysis of non-linear heat conduction problems with random field parameters. *International Journal of Numerical Methods and Heat Fluid Flow* 7(5), 525-544.
- Pérez-Tejeda, G, Vergara-Balderas, F.T, López-Malo, A, Rojas-Laguna, R., Abraham-Juárez, M.d.R, Sosa-Morales, M.E., 2016. Pasteurization treatments for tomato puree using conventional or microwave processes. *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy* 50(1), 35-42.
- Plazl, I, Lakner, M, Koloini, T, 2006. Modeling of temperature distributions in canned tomato based dip during industrial pasteurization. *Journal of Food Engineering* 75(3), 400-406.
- Sandoval, A.J, Barreiro, JA, Mendoza, S, 1992. Thermal Resistance of *Bacillus coagulans* in Double Concentrated Tomato Paste. *Journal of Food Science* 57(6), 1369-1370.
- Singh, R.P, Heldman, D.R., 2014. Chapter 8 - Evaporation, in: Singh, R.P., Heldman, D.R. (Eds.), *Introduction to Food Engineering (Fifth Edition)*. Academic Press, San Diego, pp. 565-592.
- Tattiyakul, J, Rao, MA, Datta, A.K, 2002. Heat Transfer to Three Canned Fluids of Different Thermo-Rheological Behaviour Under Intermittent Agitation. *Food and Bioprocess Processing* 80(1), 20-27.
- Toledo, R.T, 2007. *Fundamentals of Food Process Engineering*. Springer, New York,.
- Uyar, R, Erdogdu, F, 2012. Numerical Evaluation of Spherical Geometry Approximation for Heating and Cooling of Irregular Shaped Food Products. *Journal of Food Science* 77(7), E166-E175.

Journal of Food Researches/vol.31 No.1, 2021/pp 83-94
<https://foodresearch.tabrizu.ac.ir>
DOI: 10.22034/fr.2021.35286.1689

Comparison of efficiency between two different numerical modeling methods to predict tomato paste temperature during pasteurization process.

M Dalvi-Isfahan^{1*}

Received: August 25, 2019

Accepted: January 27, 2020

¹Assistant Professor, Department of Food Science and Technology, Faculty of Agriculture, Jahrom University, Jahrom, Fars, Iran

*Corresponding author: Email: dalvi@jahromu.ac.ir

Introduction: Tomato (*Solanum lycopersicum*) is the second most consumed vegetable next to potato, with an estimated world production of over 180 million tonnes per year. Iran has always been among the top tomato producing countries in the world due to the diverse topography and climatic conditions prevailing in different parts of Iran. Tomato paste is the most important tomato product that is produced by removal of water content from tomato juice by evaporation and or thermal processing (Singh and Headman, 2014). Water removal from the juice would not only extend the shelf life of product but could also control its microbial growth and guarantee its safety. Conventional thermal processing (pasteurization and sterilization) is still widely used in the Iranian food industry though several emerging food preservation technologies have been developed (e.g., ohmic heating, microwave heating, and non-thermal processing techniques such as pulsed electric fields and high-pressure processing). However, the challenges of accurately determining both optimal operating conditions and developing a control system for industrial pasteurization process to prevent either under- or over-processing are significant (Chen and Ramaswamy, 2007). Mathematical modeling and simulation are one of the most used methods to gain a better understanding of processes. Modeling can cost-effectively provide insights into complex processes, shorten the design cycle, and optimize the process as a function of various variables in shorter time. Different mathematical methods for solving heat conduction problems have been proposed, but numerical methods are more useful, especially when problems cannot be handled by exact analysis because of nonlinearities, complex geometries, and complicated boundary conditions (Incropera and De Witt, 1990). Among the numerical methods developed so far, finite difference and finite element techniques have been widely used to analyze heat transfer phenomena in cylindrical cans of food. Many have attempted to develop mathematical models based on numerical methods for predicting temperatures in tomato products during thermal processing (Bichier et al., 1995), (Nicolai et al., 1998), (Tattiyakul et al., 2002) and (Plazl et al., 2006). Nonetheless, to the knowledge of authors data about thermal processing of tomato paste in Iran is scarce.

In this study, the efficiency of two different modeling approaches (finite difference vs. finite element) for predicting temperature of tomato paste during pasteurization process were compared. The model would contribute to energy consumption reduction during operations while producing high-quality products in a short time.

Material and method: Experiments were run with batches of 400 g of tomato paste (pH of 4.1 and 28°Brix) in cylindrical cans (211×400 inches). Hot water was used as the heating medium. The chemical analysis of tomato paste sample (Brix, pH salt, moisture, fat and protein) was performed in the first step and the thermal properties of the tomato paste product including thermal conductivity, specific heat and density were determined based on the sample chemical composition and structures model.

Temperature changes at various positions in the container were checked with a data logger (Testo, Germany) coupled with computer and thermocouples type-K (at 2 min intervals). The cylindrical can was immersed in a vertical position in the water bath and the temperature recording was started. After finishing the heating time, the can was cooled in another water bath (20°C). The data were used to validate the developed model.

In the next step, 2D heat transfer model was developed in a cylindrical can by using the numerical solution of the Fourier second law with two different methods; (1) finite difference (explicit scheme) and (2) finite element methods. Computer simulation was done using MATLAB R2009a software (Math works, Inc., Natick, MA, USA) and COMSOL Multiphysic, Ver. 4.0. To evaluate the best model, two criteria, coefficient of determination (R^2) and root mean squared error (RMSE) were used.

Result and discussion: The results showed that, by placing the sample in the bath, the surface temperature rises rapidly, while the temperature in the center is much lower. In addition, as expected, increasing hot water temperature enhanced the heating rate considerably due to the larger temperature gradient between the center and surface of the can at the higher temperatures. The models were verified by comparing results with two analytical solutions and validated against experimental data. The statistical analysis results showed that the finite element model (developed by COMSOL software) can more accurately predict temperature compared to the finite difference. The variation in the results could be due to the consideration of a layer of air-steam mixture on the top of the can (head space) in the finite element method which increases the accuracy of the model in temperature prediction. After validation, the developed model was used to determine the cold spot location of the tomato paste can. In addition, results showed that the cold point was a stationary point and located at the radial center at a height of 60% of the can height from the bottom (Tattiyakul et al., 2002). Two simulations were conducted at two different head space volume (6 and 12% of total can height) to determine the importance of head space volume on cold point location. Results showed that there was no significant difference in the location and temperature of the cold spot in two simulations (Khakbaz Heshmati et al., 2014).

Conclusion: In this study, the pasteurization process of tomato paste (Brix=28) was investigated by two different numerical methods (finite difference and finite element). The results were compared with experimental data and it was found that the predicted temperature by finite element model is more accurate than finite difference method. Moreover, we demonstrated that the slowest cooling point was located at a height of 60% of can height from the bottom which was in disagreement with others reporting geometric centre of cylinder being the coldest point of a solid product. The developed model can predict temperature in tomato paste with different degree of concentration (brix) or different thermal processing conditions. The model, with slight modifications, may be used to design and control industrial pasteurization for various solid products. In addition, the results of this study is expected to be a significant contribution for further optimization studies.

Key words: finite element, pasteurization, finite difference, tomato paste