

ارزیابی توابع توزیع آماری رایج و روش‌های محاسبه پارامترهای آن‌ها در برآورد احتمال رویدادهای خشک‌سالی هیدرولوژیکی (مطالعه موردی: رودخانه‌های غرب حوضه دریاچه ارومیه)

محمد ناظری تهرودی^۱، کیوان خلیلی^۲، جواد بهمنش^{۳*}

تاریخ دریافت: ۹۳/۰۱/۲۷ تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۷/۱۸

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد منابع آب، دانشگاه ارومیه

^۲ استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه

^۳ دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: j.behmanesh@urmia.ac.ir

چکیده

در بیشتر موارد مشاهده شده است که مقادیر پارامترهای آماری با گشتاورهای داده‌های مشاهداتی همخوانی ندارد. در مطالعه حاضر، داده‌های حجم کمبود آب در دوره‌های خشکی برای ۹ رودخانه از حوضه‌های غرب دریاچه ارومیه، تا مداوم ۶۰ روزه، از داده‌های دبی روزانه محاسبه و مورد تحلیل فراوانی قرار گرفت. به منظور برآورد احتمال خشک‌سالی هیدرولوژیکی در این حوضه‌ها، ۱۲ توزیع آماری رایج مورد آزمون قرار گرفتند. با استفاده از آزمون نکویی برازش‌خیزی دو و ضریب تبیین بین داده‌های مدل‌شده و مشاهده‌ای، تابع لاگ پیرسون نوع ۳ به عنوان مناسب‌ترین توزیع (از بین مدل‌های استفاده شده) انتخاب گردید. جهت تخمین پارامترهای توزیع آماری منتخب، روش‌های بیشینه درست-نمایی، گشتاورهای معمولی، گشتاورهای میانگین متفرقه و گشتاورهای کاربردی لگاریتم مشاهدات مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج نشان داد که روش تخمین پارامتر گشتاورهای میانگین متفرقه نسبت به سایر روش‌های مورد استفاده، از دقت بیشتری برخوردار است. متوسط آماره جذر میانگین مربعات خطا برای این روش، ۰/۸۵۵ متر مکعب بر ثانیه بود.

واژه‌های کلیدی: تابع توزیع، تخمین پارامتر، خشک‌سالی هیدرولوژیکی، دریاچه ارومیه، لاگ پیرسون نوع ۳

Evaluation of Common Statistical Distribution Functions and the Calculation Methods of Their Parameters for Estimating the Probability of Hydrological Drought Events (Case Study: West of Lake Urmia Basin Rivers)

M Nazeri Tahrudi¹, K Khalili², J Behmanesh^{3*}

Received: 16 April 2014 Accepted: 10 October 2014

¹M.Sc. Student of Water Resources Management, Urmia Univ., Urmia, Iran

²Assit. Prof., Dept. of Water Engin., Urmia Univ., Urmia, Iran

³Assoc. Prof., Dept. of Water Engin., Urmia Univ., Urmia, Iran

* Corresponding Author, Email: j.behmanesh@urmia.ac.ir

Abstract

In most cases, it is observed that the statistical parameters values are not coincident with the moments of observed data moments. In the present study the data of water deficit in dry spells were extracted for the nine rivers located in the west basins of Lake Urmia from the daily flow rates data for sixty-day durations and these calculated data were used to the frequency analysis. In order to estimate the hydrological drought probability in the watersheds of the mentioned rivers, 12 common statistical probability distributions were tested. Using the Chi-square and the coefficient of determination tests between the observed and modeled data, the Log-Pearson type 3 was selected as the most suitable model among the used ones. In order to estimate the parameters of the selected distribution, the results of the methods namely maximum likelihood, ordinary moments, sundry average method and applied moment method based on the logarithms of the observations, were compared. The results showed that the accuracy of the sundry average method was more than those of the other used methods. The average value of the root mean square error statistic for the mentioned method was $0.855 \text{ m}^3/\text{s}$.

Keywords: Distribution function, Hydrological drought, Log Pearson III, Parameter estimation, Urmia Lake

آبخیز یا حوضه آبریز رودخانه بیان می‌شود. گرچه همه خشک‌سالی‌ها از کمبود بارش منشأ می‌گیرند لیکن هیدرولوژیست‌ها بیشتر به این موضوع توجه دارند که این کمبود چگونه در سیستم هیدرولوژیکی ظاهر می‌شود. خشک‌سالی‌های هیدرولوژیکی معمولاً با تأخیر زمانی بیشتری نسبت به خشک‌سالی‌های هواشناسی یا کشاورزی رخ می‌دهند. دقت تحلیل فراوانی خشک‌سالی هیدرولوژیکی به توزیع آماری مناسب وابسته است. هافتون (۱۹۷۸) بیان کرد که تابع‌های برازش قدیمی سه پارامتری مانند لاگ‌نرمال برازش خوبی بر داده‌های سیلابی ندارند و تابع ویک‌بای^۱ ۵ پارامتری را معرفی

مقدمه

از دیدگاه هیدرولوژیک هر یک از پارامترهای دبی آب‌های جاری رودخانه‌ها، تراز آب دریاچه‌ها و تراز آب‌های زیرزمینی می‌توانند برای تحلیل خشک‌سالی استفاده شوند. همواره یک‌زمان تأخیر بین کاهش بارندگی و کم شدن آب‌های جاری و رودخانه‌ها و آب دریاچه‌ها و آب‌های زیرزمینی وجود دارد. بنابراین، معیار هیدرولوژیک نمی‌تواند اولین نشان‌گر خشک‌سالی باشد. زیرا زمانی که کمبود بارش اتفاق بیفتد بعد از مدتی این کاهش در آب‌های سطحی و زیرزمینی منعکس خواهد شد (پالمر ۱۹۶۵). فراوانی و شدت خشک‌سالی‌های هیدرولوژیکی غالباً در مقیاس یک

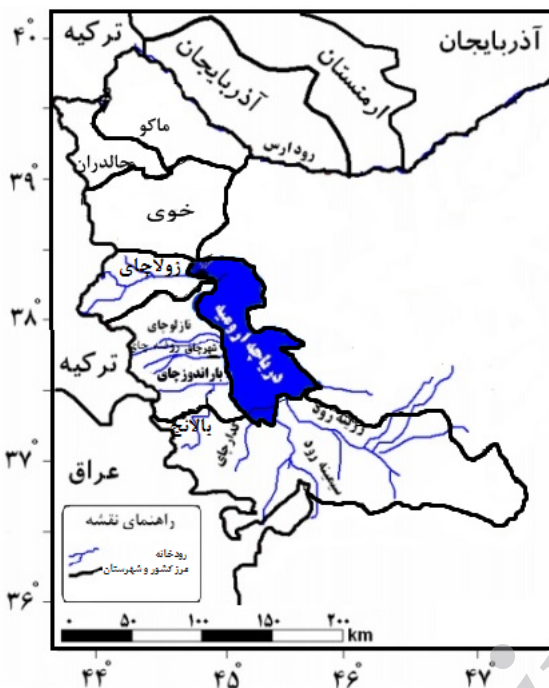
¹ - Wakeby

اطلاعات بیشتری در مورد وقوع بیشینه بارش‌ها در آینده در اختیار می‌گذارد. یوسفی و همکاران (۱۳۸۶) با استفاده از توزیع نرمال و زنجیره مارکف احتمال حالت‌های خشک‌سالی و ترسالی ایستگاه قزوین را بر اساس بارش‌های سالانه و فصول مختلف برآورد کردند و نتایج حاصل از آزمون خی‌دو برتری زنجیره مارکف را نسبت به توزیع نرمال تأیید نمود. میرزایی و غواصیه (۱۳۸۵) جهت برآورد دوره بازگشت سیل رودخانه‌های خرسان و لردگان به ترتیب در ایستگاه‌های بارز و چشمه، از داده‌های ویژگی‌های فیزیکی حوضه آبریز (مساحت حوضه، شکل حوضه و هیدروگراف‌های سیل مشاهده‌شده)، معادلات تجربی، آمارهای دبی‌های بیشینه سالانه، آمارهای عمق بیشینه بارش سالانه استفاده کردند و با استفاده از نرم‌افزار HYFRAN هیدروگراف‌های سیل با دوره برگشت‌های مختلف را تولید و بازسازی کردند. عبدی‌کردانی و فاخری‌فرد (۱۳۸۷) دبی‌های بیشینه سالیانه ۳۸ رودخانه حوضه-های آذربایجان شرقی در دوره آماری مشترک ۳۴ ساله را با استفاده از توزیع‌های ویک‌بای پنج پارامتری، لجستیک تعمیم‌یافته، مقادیر حد تعمیم‌یافته و پارتو تعمیم‌یافته و با روش گشتاورهای خطی برازش دادند و آزمون نکویی برازش، مناسب‌تر بودن توزیع ویک‌بای پنج پارامتری را تأیید کرد. فاتحی پیکانی (۱۳۸۸) چندین توزیع آماری را بر داده‌های سرعت باد اندازه‌گیری شده در مقیاس گره برای ایستگاه‌های سینوپتیک داران، بافت، سرخس و میان برازش دادند. نتایج نشان داد که تمرکز بر روی یک توزیع برای ارائه توزیع فراوانی سرعت باد مناسب نیست. مساعدی و همکاران (۱۳۸۸) ۲۵ توزیع آماری را بر روی آمار دبی روزانه رودخانه گرگان‌رود در ایستگاه هیدرومتری گنبدکاوس در طی دوره آماری ۵۰ ساله برازش دادند و با استفاده از نرم-افزار EasyFit و آزمون‌های کلموگروف-اسمیرنف و خی‌دو، معلوم شد که توزیع‌های لاگ‌نرمال ۳ پارامتری و پارتو تعمیم‌یافته، توزیع‌های مناسبی برای دوره‌های مختلف کم‌آبی می‌باشند. مرادی و شهینی دارابی (۱۳۸۸) با استفاده از آمار سال‌های ۱۳۴۵ تا ۱۳۷۹ ایستگاه تنگ

کرد که بسیار انعطاف‌پذیر بود و اشکال مختلف داده‌ها را شامل می‌شد. بعد از آن لندویهر (۱۹۷۹)، هاکتانیر (۱۹۹۲)، ووگل و همکاران (۱۹۹۳)، هاکتانیر و هارلاچر (۱۹۹۳) و آرتیکن (۲۰۱۱) از این توزیع جهت برازش داده‌های سیلاب و باران و محاسبه دوره بازگشت آن‌ها استفاده کردند. گریفیتس (۱۹۸۹) جهت برازش داده‌های سیلابی سالانه دو توزیع بتا و ویک‌بای را مورد آزمون قرار داد و نتایج مدل نشان‌دهنده دقت بالای توزیع ویک‌بای نسبت به توزیع بتا بود. کرول و ووگل (۲۰۰۲)، جینگی و هال (۲۰۰۴)، کومار و چترجی (۲۰۰۵)، نگوین (۲۰۰۶) و ابیدا و الوز (۲۰۰۷) با استفاده از گشتاورهای خطی تحقیقاتی جهت یافتن بهترین توزیع‌های آماری متناسب با داده‌های مختلف هیدرولوژی در مناطق مختلف انجام دادند. یولی (۲۰۰۴) با کاربرد تحلیل فراوانی بارندگی در مطالعه ویژگی‌های پراکنندگی بارش در چیا-نان^۱ تایوان جنوبی با استفاده از توزیع‌های نرمال، لاگ‌نرمال، پیرسون نوع ۳ و لاگ پیرسون نوع ۳ در ۱۷۸ ایستگاه دارای داده‌های بارندگی سالانه برای بیش از ۱۰ سال نشان داد که توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ بهترین توزیع در میان توزیع‌های احتمالاتی مورد بررسی بود. خلیلی و همکاران (۲۰۱۴) جهت برآورد دوره بازگشت سیل در رودخانه بابل‌رود، توزیع‌های آماری مختلف را مورد بررسی قرار دادند. غلامی و همکاران (۱۳۸۰) با استفاده از روش گشتاور L_۱ توزیع-های احتمالی مناسب بر دبی کمینه، میانگین و بیشینه ۷۰ ایستگاه منطقه مازندران را برازش دادند و نتایج، توزیع گامبل و لاگ‌نرمال را برای دبی‌های بیشینه لحظه‌ای سالانه برای بیشتر ایستگاه‌ها مورد قبول دانست. غیور (۱۳۸۱) با استفاده از الگوهای تغییر بارش در ایستگاه اصفهان، خشک‌سالی‌ها و دوره بازگشت آن‌ها را مشخص نمود. خوشحال و همکاران (۱۳۸۴) کاربرد مدل گامبل در تجزیه و تحلیل فراوانی بارش‌های بیشینه حوضه کارون شمالی را مورد ارزیابی قرار دادند و نتایج حاکی از آن شد که روش گامبل ترکیبی در مقابل روش گامبل تک متغیره دقت بیشتری دارد و

¹ - Chia-Nan

کوه سهند احاطه شده است. متوسط بارش حوضه آبریز دریاچه ۲۶۳ میلی‌متر هست و از مناطق مرکزی حوضه به سوی مناطق مرتفع پیرامونی بر مقدار بارندگی افزوده می‌شود. در شکل ۱ و جدول ۱ موقعیت و دوره آماری این رودخانه‌ها آورده شده است.



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی برخی از رودخانه‌های حوضه دریاچه ارومیه واقع در استان آذربایجان غربی.

تکاب بهبهان، آمار ساعتی و روزانه سیلاب‌ها در ماه‌های تر سال (آبان لغایت اردیبهشت) را استخراج کردند و سپس با استفاده از نرم‌افزار HYFA اقدام به برآورد دوره بازگشت کردند. ناظری تهرودی و خلیلی (۱۳۹۲) جهت تخمین پارامترهای توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ در برآورد دوره بازگشت حجم خشکی رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه، روش گشتاورهای میانگین متفرقه را پیشنهاد کردند. هدف از تحقیق حاضر بررسی توابع توزیع آماری راج بر داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های منتهی به دریاچه ارومیه در غرب استان آذربایجان غربی و روش‌های تخمین پارامترهای توزیع منتخب جهت تحلیل دقیق‌تر احتمال رویداد خشک‌سالی هیدرولوژیکی محدوده مورد مطالعه است.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه و داده‌های مورد استفاده

در این مطالعه از داده‌های دبی روزانه (مترمکعب بر ثانیه) رودخانه‌های منتهی به دریاچه ارومیه در محدوده استان آذربایجان غربی استفاده شده است. حوضه آبریز دریاچه ارومیه با وسعت حدود ۵۱۸۰۱ کیلومترمربع بین مختصات ۱۴'-۴۴° تا ۵۳'-۴۷° طول شرقی و ۲۵'-۴۰° تا ۳۰'-۳۸° عرض شمالی واقع شده است. این حوضه در شمال غربی ایران قرار گرفته و به وسیله بخش شمالی کوه‌های زاگرس، دامنه جنوبی کوه سبلان و دامنه‌های شمالی، غربی و جنوبی

جدول ۱- مشخصات آماری سری زمانی جریان روزانه (مترمکعب بر ثانیه) برخی از رودخانه‌های غرب حوضه دریاچه ارومیه.

رودخانه	زربنه رود	مه‌باد چای	روضه چای	گادار چای	شهر چای	نازلو چای	باراندوز چای	سیمینه رود	زولا چای
ایستگاه	ساری قمیش	کوثر	کله‌ور	پی‌قلعه	میرآباد	تپیک	دب‌ج	تازه‌کند	چهریق علیا
دوره آماری	۱۳۶۹-۸۹	۱۳۶۹-۸۹	۱۳۶۹-۸۹	۱۳۶۹-۸۹	۱۳۶۹-۸۲	۱۳۶۹-۸۹	۱۳۶۹-۸۹	۱۳۶۹-۸۹	۱۳۶۹-۸۹
متوسط دبی ($m^3 s^{-1}$)	۴۹/۲۸	۶/۱۷	۱/۳۶	۱۳/۲	۵/۱۵	۱۱/۵	۷/۸۸	۷/۵۵	۵/۳۹

استخراج مدت دوام دوره‌های خشکی

مدت دوام دوره‌های خشکی از سری زمانی داده‌های دبی روزانه ۹ ایستگاه مورد مطالعه استخراج

که در آن n حجم نمونه مورد استفاده و T مجموع رتبه‌های داده‌هایی است که افزایش تفاوت (یا کاهش تفاوت) داشته‌اند. به‌طور کلی در این آزمون به هر یک از داده‌های مجموعه n یک شماره ردیف اختصاص داده می‌شود و سپس داده‌های مرتب‌شده از یک تا n شماره‌گذاری می‌شوند. سپس مجموعه n به‌صورت صعودی مرتب می‌گردد. در نهایت داده‌های مرتب‌شده از داده متناظر خود (داده‌های دارای شماره ردیف یک تا n) کم شده و مقادیر کاهش (منفی) و افزایش (مثبت) یادداشت می‌شود. آماره حاصل با توجه به یک‌طرفه یا دوطرفه بودن فرض مقابل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در صورتی که حجم نمونه‌ها کوچک باشد این آماره با مقدار حاصل از جدول ویلکاکسون مقایسه می‌شود و در صورت بزرگ بودن حجم نمونه از توزیع نرمال برای رد یا پذیرش فرض صفر استفاده می‌شود (ناظری تهرودی و خلیلی ۱۳۹۲).

آزمون ران تست

آزمون تصادفی بودن داده‌ها، آزمون ران تست هست که یک آزمون آماری غیرپارامتری است و ابتدا توسط آبراهم والد و جاکوب ولفوویتس^۲ پیشنهاد گردید که در اصل برای تصادفی بودن داده‌ها استفاده می‌شود (ناظری تهرودی و خلیلی ۱۳۹۲).

$$R = r_a + r_b \quad [۳]$$

$$Z = \frac{R - \left(\frac{2n_a n_b}{n_a n_b} + 1 \right)}{\sqrt{(n_a + n_b)^2 (n_a + n_b - 1)}} \quad [۴]$$

که در این معادلات، n_a داده‌های کمتر از شاخص مرکزی میانه، n_b داده‌های بیشتر از شاخص مرکزی، Γ_a و Γ_b به ترتیب تعداد دنباله داده‌های کمتر و بیشتر از شاخص مرکزی هستند. مقدار این عبارت در

گردید. ابتدا سال میانگین برای هر ۳۶۵ روز سال با استفاده از رابطه ۱ محاسبه می‌شود (ناظری تهرودی ۱۳۹۳).

$$K_i = \frac{\sum Y_{ij}}{n} \quad (\text{For } i=1,2,3,\dots,365) \quad [۱]$$

که در آن K_i برابر با سال میانگین روز i ام، Y_{ij} برابر با دبی روز i ام در سال z ام و n برابر با تعداد سال دوره آماری است. با فرض K_i برابر با سال میانگین یک مهرماه، $\sum Y_{ij}$ برابر با مجموع دبی یک مهرماه تمام سال‌های دوره آماری خواهد بود. به همین ترتیب سال میانگین برای دوم مهرماه، سوم مهرماه تا سال میانگین ۲۹ اسفند محاسبه و سپس دبی روزانه از مقدار سال میانگین همان روز کم شده و با انتخاب بیشترین حجم خشکی (منفی‌ترین) پیوسته ۱ تا ۶۰ روزه، دوام‌های خشکی ۱، ۲، ۳، ...، ۶۰ روز استخراج می‌گردد. قبل از تحلیل فراوانی داده‌های خشکی لازم است آزمون استقلال و همگنی داده‌ها صورت گیرد که بدین منظور از روش والد- ولفوویتس (ران- تست) برای آزمون استقلال و از روش ویلکاکسون برای آزمون همگنی داده‌های خشکی استفاده شده است.

آزمون ویلکاکسون^۱

زمانی که در یک تحقیق هدف مقایسه یک متغیر در دو وضعیت متفاوت باشد و در صورت عدم برقراری فرض نرمال بودن نمونه، می‌توان از آزمون ناپارامتری ویلکاکسون برای مقایسه دو گروه وابسته استفاده نمود. این آزمون با در نظر گرفتن اختلاف مثبت و منفی بودن تفاوت داده‌ها اقدام به برآورد همگنی داده‌ها می‌کند (ویلکاکسون ۱۹۴۵).

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad [۲]$$

^۲ -Abraham Wald and Jacob Wolfowitz

^۱ -Wilcoxon

این رودخانه‌ها انتخاب شود، سری زمانی داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های مورد مطالعه با ۱۲ تابع توزیع آماری پیوسته برازش داده و توزیع منتخب با استفاده از آزمون نکویی برازش خرد و انتخاب خواهد شد.

توزیع‌های آماری مورد بررسی در این مطالعه، توزیع‌های نمایی^۱، تعمیم‌یافته پارتو^۲، مقادیر حدی تعمیم‌یافته^۳، گامبل^۴، ویبول^۵، نرمال، لاگ-نرمال، لاگ-پیرسون نوع ۳، گاما، گاما تعمیم‌یافته^۶، گاما معکوس و لاگ پیرسون نوع ۳ است. تابع چگالی توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ به شرح رابطه ۸ ارائه گردید. جهت اطلاع از سایر توابع توزیع آماری می‌توان به خلیلی و همکاران (۲۰۱۴) مراجعه کرد.

توزیع لاگ پیرسون نوع ۳

$$f(x) = \frac{1}{x\beta\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\ln(x)-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{\frac{-(\ln(x)-\gamma)}{\beta}} \quad [8]$$

که در آن α پارامتر شکل، β انحراف معیار و γ میانگین داده‌ها است (یولی ۲۰۰۴، باوکر و همکاران ۲۰۰۵).

روش‌های رایج و پیشرفته تخمین پارامترهای توابع توزیع آماری

روش گشتاورها^۷ در واقع این روش، قدیمی‌ترین روش برآورد پارامترهای توزیع فراوانی است که قدمت آن در ریاضی و آمار، به کارل پیرسون در اواخر دهه ۱۸۰۰ می‌رسد. در آمار، روش گشتاورها روشی است برای تخمین مقادیر پارامترهای یک توزیع احتمال که نمونه‌هایی از آن مشاهده شده است. در این روش، تخمین گشتاورهای توزیع احتمال با مقدار نظری گشتاورها (که تابعی از پارامترها هستند) برابر قرار داده شده و مقدار

سطح اعتماد ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد بررسی می‌شود (مندلهال و رینمود ۱۹۸۲).

آزمون من- کندال

آزمون من- کندال اولین بار در سال ۱۹۳۸ توسط کندال (۱۹۸۳) بر اساس نوعی ضریب همبستگی ارائه شد (باوکر و همکاران، ۱۹۷۲). ضرایب همبستگی، میزان ارتباط را بین دو سری از متغیرها اندازه‌گیری می‌کنند تا مشخص شود که آیا متغیر اول با افزایش متغیر دوم افزایش می‌یابد، یا کاهش می‌یابد و یا این‌که الگوهای تغییر آن‌ها در ارتباط با هم نیست. آزمون من- کندال با تعریف آماره S به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{Sign}(X_i - X_j) \quad \forall j > i \quad [5]$$

که در آن X_i و X_j مقادیر مرتب‌شده نمونه و n تعداد نمونه است.

مقدار $\text{sign}(X_i - X_j)$ برای $(X_i - X_j) < 0$ برابر با -1 ، برای $(X_i - X_j) = 0$ برابر با صفر و برای $(X_i - X_j) > 0$ برابر با 1 است. مقدار استاندارد شده Z_c و واریانس آماره S نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$Z_c = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{\text{Var}(S)}}, & S > 0 \\ 0, & S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}(S)}}, & S < 0 \end{cases} \quad [6]$$

مقادیر مثبت Z_c نشان‌دهنده روندهای افزایشی و مقادیر منفی Z_c نشان‌دهنده روندهای کاهش‌ی است (باوکر و همکاران ۱۹۷۲).

$$\text{Var}(S) = \frac{1}{18} [n(n-1)(2n-5) - \sum_{p=1}^q t_p(t_p-1)(2t_p+5)] \quad [7]$$

که t_p شماره گره برای مقدار p ام و q تعداد دسته‌های با مقادیر یکسان است. از آنجاکه دقت تحلیل خشک‌سالی‌های هیدرولوژیکی از اهمیت بالایی برخوردار است، لذا جهت اطمینان از این‌که بهترین توزیع آماری جهت برازش داده‌های حجم خشکی برای

- 1 - Exponential
- 2 - Generalized Pareto
- 3 - Generalized Extreme Value Distribution
- 4 - Gumbel
- 5 - Weibull
- 6 - Generalized Gamma
- 7 - Method of Moments

$$\log_a G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log_a x_i \quad [17]$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = m + \frac{\lambda}{\alpha}$$

$$\beta = \alpha k \quad \text{with} \quad k = \frac{1}{\log_e a} \quad [18]$$

$$f(\alpha) = \frac{\log_a(1 - \frac{1}{\alpha k}) + \frac{1}{\alpha} \log_a \bar{x} - \log_a G}{\log_a(1 - \frac{1}{\alpha^2 k^2}) - \log_a \bar{x} - \log_a H} = 0 \quad [19]$$

$$f'(\alpha) = \frac{\log_a \beta}{\alpha^2} (\frac{1}{c} - 1) - \frac{2}{k\alpha^3 \beta} (\frac{1}{\alpha} + \log_a c) \quad [20]$$

$$\beta = (a - \frac{1}{\alpha^2 k^2}) \quad \text{and} \quad c = (a - \frac{1}{\alpha k}) \quad [21]$$

$$\lambda = \frac{\log_a H - \log_a \bar{x}}{\log_a(1 - \frac{1}{\alpha^2 k^2})} \quad [22]$$

$$m = \log_a G - \frac{\lambda}{\alpha} \quad [23]$$

در این روابط اگر r برابر با ۱ باشد، میانگین حسابی و اگر r برابر با -۱ باشد، میانگین هارمونیک محاسبه می‌شود، اندیس L بیانگر توزیع لاگ پیرسون، a برابر با ۱۰، \bar{x} میانگین داده‌ها، α ، β ، λ پارامترهای تابع است. روابط ۱۵ و ۱۶ به ترتیب با قرار دادن $r=1$ و $r=-1$ به دست می‌آیند. در این روش ابتدا پارامتر α با استفاده از روش نیوتن-رافسون محاسبه می‌شود. به این صورت که روابط ۱۹ و ۲۰ محاسبه و با استفاده از روش حل معادلات غیرخطی نیوتن-رافسون، پارامتر α محاسبه می‌شود. چنانچه $f''(\alpha)$ صفر شود، از روش سکانت جهت محاسبه پارامتر α استفاده می‌شود و فرآیند محاسبه α پایان می‌یابد. با استفاده از پارامتر α و روابط ۱۸، ۲۱ و ۲۲ پارامترهای مدل می‌آید.

پارامترها تخمین زده می‌شوند. مزیت روش گشتاورها، در برخی توزیع‌ها، سادگی معادلاتی است که برای تخمین پارامترها لازم است حل شوند.

$$m'_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad r=0,1,2,\dots \quad [9]$$

$$\mu'_r = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r \cdot f(x) dx \quad r=0,1,2,\dots \quad [10]$$

$$m_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^r \quad r=0,1,2,\dots \quad [11]$$

$$\mu_r = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^r \cdot f(x) dx \quad r=0,1,2,\dots \quad [12]$$

که در آن m'_r و μ'_r به ترتیب r امین گشتاور نمونه و جامعه حول مبدأ مختصات و m_r و μ_r به ترتیب گشتاور حول میانگین برای نمونه و جامعه هستند. r مرتبه گشتاور، $f(x)$ تابع چگالی احتمال توزیع آماری و μ میانگین داده‌ها است (صفوی ۱۳۸۸).

روش گشتاورهای پیشرفته میانگین متفرقه^۱

این روش، اولین بار توسط بابی و اشکار (۱۹۸۸) جهت برآورد پارامترهای تابع توزیع لاگ پیرسون معرفی شد. این روش به شرح زیر است:

$$A(r) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^r \right)^{\frac{1}{r}} \quad [13]$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} A(r) = G \quad [14]$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = (\mu'_1)_L = \frac{e^{\frac{m}{k}}}{(1 - \frac{r}{\beta})^\lambda} \quad [15]$$

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} = (\mu'_{-1})_L = \frac{e^{-\frac{m}{k}}}{(1 + \frac{r}{\beta})^\lambda} \quad [16]$$

¹-Sundry Average Method (SAM)

روش بیشینه درست‌نمایی^۱

روش بیشینه درست‌نمایی، که اولین بار توسط فیشر در بین سال‌های ۱۹۱۲ تا ۱۹۲۲ توسعه یافت و متداول‌ترین روش تخمین پارامترهای احتمالاتی است، بر این اساس استوار است که بهترین مقدار برای پارامترهای توزیع احتمالی بر اساس بیشینه درست‌نمایی برای رخدادهای مشاهده‌ای به دست می‌آید (پیفانزاگل ۱۹۹۴). منظور از درست‌نمایی رخدادهای مشاهده‌ای همان حاصل ضرب احتمالات برای کلیه داده‌های مشاهده‌ای است. لذا اگر داده‌های مشاهده‌ای به دسته‌های با طول dx تقسیم‌بندی شود و داده‌های مشاهده‌ای مستقل به صورت X_1 تا X_n در نظر گرفته شود و مقدار چگالی احتمال برای $X=x_i$ به صورت $f(x)$ در نظر گرفته شود، آنگاه بیشینه کردن احتمال ترکیبی معادل بیشینه کردن تابع درست‌نمایی زیر برآورد می‌گردد (هازیونکل ۲۰۰۱، صفوی ۱۳۸۸).

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i) \quad [24]$$

از آنجاکه توابع چگالی احتمال، که در هیدرولوژی کاربرد دارند، عمدتاً از نوع توانی یا نمایی هستند، لذا برای سادگی محاسبات از لگاریتم تابع درست‌نمایی به صورت زیر استفاده شد:

$$\ln L = \sum_{i=1}^n \ln[f(x_i)] \quad [25]$$

با توجه به یکنواخت بودن \ln می‌توان محل بیشینه لگاریتم تابع درست‌نمایی را یافت. با فرض تابع $f(x_i, \theta)$ که θ پارامتر مجهول تابع توزیع است، در روش بیشینه درست‌نمایی θ به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(x_i, \theta) = \frac{\partial f(x_i, \theta)}{f(x_i, \theta)} = 0 \quad [26]$$

روش گشتاورهای کاربردی لگاریتم مشاهدات^۲

این روش یک روش غیرمستقیم برای تخمین پارامترهای توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ است که اولین بار توسط انجمن منابع آب آمریکا برای برآورد جریان سیل به کار گرفته شد. داده‌های لگاریتم جریان سیل توسط این مدل برازش یافتند. هنگامی که یک نمونه با طول n موجود باشد، میانگین و واریانس آن از روابط زیر محاسبه می‌شود (فین و هیرا ۱۹۸۳):

$$m'_1 = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i \quad \text{and} \quad m_2 = \frac{1}{(n-1)} \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad [27]$$

که در آن y_i برابر با $\ln x_i$ ، \bar{y} برابر با میانگین y_i و x_i دبی جریان مشاهده‌ای است. جهت محاسبه ضریب چولگی، ضریب تصحیح پیشنهاد شده توسط بابی و رابیتایلی (۱۹۷۵) باید اعمال شود. در این مورد، زمانی که یک نمونه در دسترس باشد، ضریب چولگی (g) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g = C_s \left[1 + \frac{6.51}{n} + \frac{20.2}{n^2} + \left(\frac{1.48}{n} + \frac{6.67}{n^2} \right) C_s^2 \right] \quad [28]$$

که در آن:

$$C_s = \left(\frac{1}{n} \right) \frac{\sum (y - \bar{y})^3}{\left[\frac{1}{n} \sum (y - \bar{y})^2 \right]^{3/2}} \quad [29]$$

به این ترتیب پارامترهای توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ به شرح زیر است:

$$f(x) = \left[\frac{(\ln x - c)^{b-1} \exp\left[-\frac{\ln x - c}{\alpha}\right]}{\alpha \Gamma(b)} \right] \quad [30]$$

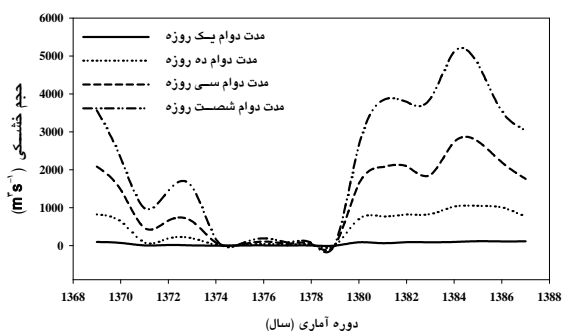
$$b = \frac{4}{g}; \quad \alpha^2 = \frac{m_2 g^2}{4}; \quad c = \bar{y} - \alpha \quad [31]$$

جهت بررسی نکویی برازش آماره‌های توزیع از آزمون خیدو و بدون کلاس‌بندی داده‌ها استفاده شد. آزمون خیدو برای پاسخ این سؤال که آیا یک نمونه از داده‌های به دست آمده از یک جامعه از توزیع خاصی تبعیت می‌کند یا نه استفاده می‌گردد. ویژگی جالب آزمون نکویی برازش خیدو آن است که می‌تواند برای

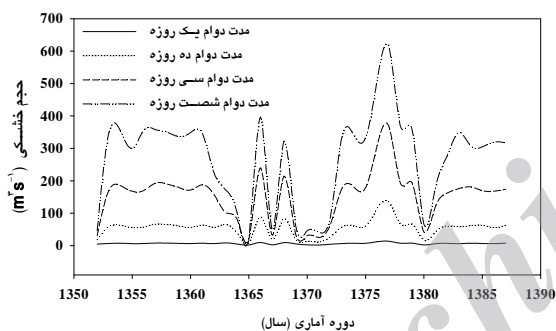
¹ - Maximum Likelihood

² - Applied moment method on the log of observations

آزمون قرار گرفتند. نتایج آزمون‌های تصادفی، روند و همگنی داده‌ها در سطح معنی‌داری ۱ درصد به شرح جدول ۲ ارائه گردید. تنها در رودخانه مهابادچای، تصادفی بودن داده‌ها در سطح معنی‌داری ۱ درصد معنی‌دار بود.



شکل ۲- حجم خشکی استخراج شده رودخانه زربینه رود برای دوام ۱، ۱۰، ۳۰ و ۶۰ روزه در طول دوره آماری.



شکل ۳- حجم خشکی استخراج شده رودخانه شهرچای برای دوام ۱، ۱۰، ۳۰ و ۶۰ روزه در طول دوره آماری.

هر توزیع تک متغیره که بتوان تابع توزیع تجمعی آن را محاسبه نمود به کار رود.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad [32]$$

که در آن O_i فراوانی مشاهده برای رده i ، n تعداد داده‌ها و E_i فراوانی مورد انتظار برای رده i است و به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$E_i = n(F(Y_n) - F(Y_{i-1})) \quad [33]$$

به طوری که F تابع توزیع تجمعی و Y_i و Y_n حد بالا و حد پایین طبقه i هستند. آماره آزمون تقریباً دارای توزیع χ^2 با درجه آزادی $K-c$ است که در آن k تعداد سلول‌های (خانه‌های) پر و c تعداد پارامترهای برآورد شده برای توزیع به اضافه یک است (باوکر و همکاران ۱۹۷۲).

نتایج و بحث

داده‌های خشکی رودخانه‌ها با استفاده از روش میانگین و داده‌های روزانه دبی منطقه مورد مطالعه استخراج و تا مدت دوام ۶۰ روزه تصحیح و تکمیل شد. برای نمونه، نتایج حاصل از محاسبه حجم خشکی دو رودخانه شهرچای و زربینه رود به شرح شکل‌های ۲ و ۳ ارائه گردید. داده‌های حجم خشکی استخراج شده قبل از برازش با توابع توزیع فراوانی با استفاده از آزمون‌های والد- ولفوویتس، من- کندال و ویلکاکسون مورد

جدول ۲- نتایج آماره‌های آزمون‌های ران-تست، من- کندال و ویلکاکسون برای داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های مورد مطالعه.

نام رودخانه								نام آزمون	
زولاچای	سیمینه رود	باراندوزچای	نازلوچای	شهرچای	گادارچای	روضه‌چای	مهابادچای	زربینه رود	
۱/۹۹۲	۲/۵۲۱	۰/۹۳۷	۲/۱۳۲	۱/۴۰۲	۱/۰۳۲	۱/۳۹۹	۲/۶۳۲	۰/۳۳۱	ران-تست
۲/۵۳۱	۲/۴۳۱	۰/۴۰۸	۰/۹۲۶	۰/۱۷۷	۲/۴۷۶	۰/۶۹۹	۲/۴۲۳	۲/۰۹۹	من-کندال
۲/۲۳۶	۱/۷۶۲	۰/۵۶۱	۱/۳۴۹	۱/۵۷۷	۲/۵۴۹	۲/۴۰۱	۲/۲۷۶	۲/۴۰۸	ویلکاکسون

جدول ۳- آماره‌های دو مربوط به توزیع‌های فراوانی بر داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های حوضه دریاچه ارومیه.

مدل	Exponential	G-Pareto	GEV	Gumbel	Weibull	Normal
آماره‌های دو	۲۲	۲۸/۵۵	۵/۴۵	۱۰/۹۷	۱۸/۹۰	۲۷/۸۶
نتیجه	رد	رد	قبول (۵ درصد)	قبول (۵ درصد)	رد	رد
مدل	Log Normal	Log Normal3	Gamma	G-Gamma	Inverse-Gamma	Log-Pearson3
آماره‌های دو	۱۲	۱۳/۰۳	۱۳/۳۸	۷۶/۸۳۱	۱۲/۶۹	۱۳/۰۳
نتیجه	قبول (۵ درصد)	قبول (۵ درصد)	قبول (۵ درصد)	رد	قبول (۵ درصد)	قبول (۱ درصد)

جدول ۴- مقادیر ضریب تبیین (R^2) بین داده‌های نمونه و مدل شده توسط تابع‌های توزیع آماری انتخاب شده.

مدل	Log Normal	Log Normal3	GEV	Gumbel	Inverse-Gamma	Log-Pearson3	Gamma
نتیجه برازش	۰/۸۷۲	۰/۹۶۰	۰/۹۵۶	۰/۹۴۴	۰/۹۰۳	۰/۹۷۵	۰/۸۵۵

بررسی همبستگی بین داده‌های نمونه و مدل نشان داد که تمام توزیع‌های آماری موردقبول آزمون‌های دو، دارای همبستگی بالایی هستند. در بین این توزیع‌ها، توزیع لاگ پیرسون نوع ۳، بیشترین همبستگی را دارد. بعد از انتخاب توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ به‌عنوان توزیع برتر، داده‌های سری زمانی حجم خشکی رودخانه‌های منطقه مورد مطالعه، با استفاده از تابع توزیع آماری لاگ پیرسون نوع ۳ برازش یافتند. جهت تخمین پارامترهای تابع لاگ پیرسون نوع ۳ از چهار روش گشتاورهای معمولی، گشتاورهای پیشرفته متوسط متفرقه، پیشینه درست‌نمایی و گشتاورهای کاربردی لگاریتم مشاهدات استفاده شد. چهار روش ذکر شده برای داده‌های حجم خشکی با مدت دوام ۱ تا ۶۰ روزه و برای تمام رودخانه‌ها محاسبه شد. نتایج محاسبه آماره‌های دو هر چهار روش به‌شرح جدول ۵ ارائه گردید.

بعد از تأیید بررسی اولیه داده‌های حجم خشکی این رودخانه‌ها، این داده‌ها با استفاده از ۱۲ تابع توزیع آماری برازش یافتند. سپس با استفاده از آزمون نکویی برازش‌های دو، برازش این داده‌ها مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بررسی آزمون نکویی برازش‌های دو به‌شرح جدول ۳ ارائه گردید. نتایج آماره مربوط به آزمون‌های دو با استفاده از جدول t در دو سطح معنی‌دار ۱ و ۵ درصد مورد بررسی قرار گرفت و نتایج نشان داد که از بین ۱۲ توزیع مورد استفاده، ۵ تابع برازش مناسبی بر داده‌ها نداشته و مقدار محاسباتی آماره‌های دو در آن‌ها بسیار بیشتر از مقادیر جدول بود. تعداد ۷ تابع توزیع دیگر مورد تأیید آزمون‌های دو واقع شد. جهت انتخاب بهترین تابع از بین ۷ تابع موردقبول، همبستگی بین سری زمانی داده‌های مشاهداتی و مدل شده توسط ۷ تابع توزیع آماری، محاسبه گردید. نتایج در جدول ۴ ارائه گردید. نتایج

جدول ۵- مقادیر آماره‌های دو در تخمین پارامترهای تابع توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ با چهار روش مختلف.

روش	نام رودخانه								
	زرینه	مهاباد	روضه	گادار	شهر	نازلو	باراندوز	سیمینه	زولا
گشتاورهای معمولی	۷/۲۸	۵/۵۹	۱/۵۵	۷/۳۴	۱۳/۴۵	۹/۸۸	۸/۶۷	۴/۳۳	۲/۲۶
گشتاورهای میانگین متفرقه	۷/۸۴	۵/۶۵	۱/۵۳	۷/۰۲	۱۲/۶۸	۷/۶۵	۸/۷۷	۵/۵۴	۳/۱۲
گشتاورهای کاربردی لگاریتم مشاهدات	۸/۲۱	۷/۲۱	۱/۶۷	۱۰	۱۴/۲۲	۱۲/۱۳	۹/۳۲	۶/۲۳	۱۰/۳۴
پیشینه درست‌نمایی	۷/۲۱	۷/۲۱	۳/۶۷	۶/۴۰	۱۲/۶۷	۹/۳۵	۱۳/۲۲	۶/۴۳	۲۰/۴۵

جدول ۶- مقادیر ضریب همبستگی بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی با چهار روش مختلف.

نام رودخانه									روش
زولای	سیمینه	باراندوز	نازلو	شهر	گادار	روضه	مهاباد	زربینه	
چای	رود	چای	چای	چای	چای	چای	چای	رود	
۰/۹۷۸	۰/۹۹۱	۰/۹۶۷	۰/۸۹۲	۰/۹۶۴	۰/۹۸۸	۰/۹۴۷	۰/۹۸۰	۰/۹۹۸	گشتاورهای معمولی
۰/۹۹۳	۰/۹۹۴	۰/۹۶۱	۰/۸۹۹	۰/۹۷۱	۰/۹۸۹	۰/۹۶۸	۰/۹۸۹	۰/۹۹۳	گشتاورهای میانگین متفرقه
۰/۸۰۹	۰/۸۲۴	۰/۹۱۱	۰/۶۷۸	۰/۷۳۴	۰/۹۳۲	۰/۶۳۹	۰/۶۵۸	۰/۶۱۷	گشتاورهای کاربردی لگاریتم مشاهدات
۰/۱۹۳	۰/۳۰۵	۰/۵۱۲	۰/۵۷۷	۰/۲۸۹	۰/۱۵۲	۰/۷۲۲	۰/۴۰۸	۰/۱۱۵	بیشینه درست‌نمایی

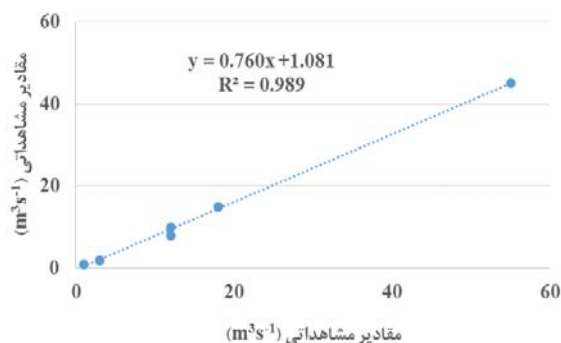
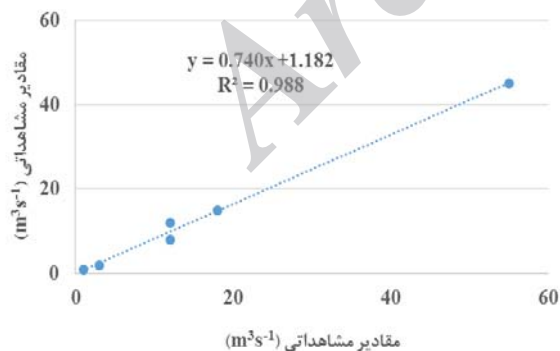
جدول ۷- مقادیر آماره جذر میانگین مربعات خطا در بررسی دقت برازش روش‌های مختلف تخمین پارامترها توزیع لاگ پیرسون ۳.

نام رودخانه									روش
زولای	سیمینه	باراندوز	نازلو	شهر	گادار	روضه	مهاباد	زربینه	
چای	رود	چای	چای	چای	چای	چای	چای	رود	
۰/۷۳۸	۰/۵۸۲	۰/۶۰۹	۱/۰۱۲	۰/۹۸۱	۱/۲۱۲	۱/۷۶۲	۱/۳۴۲	۰/۵۶۳	گشتاورهای معمولی
۰/۵۳۹	۰/۵۰۶	۰/۶۱	۰/۸۹۲	۰/۸۷۳	۱/۲۰۱	۱/۵۰۱	۱/۰۱۲	۰/۵۶۵	گشتاورهای میانگین متفرقه
۱/۷۵۱	۱/۰۳۸	۰/۷۲۶	۲/۴۱۵	۱/۳۱۴	۱/۳۴۵	۳/۳	۲/۲۷۳	۱۳/۷۷۲	گشتاورهای کاربردی لگاریتم مشاهدات
۱۶/۷۲۴	۱۰/۲۱۴	۳/۳۹۷	۲/۸۷۲	۸/۴۰۳	۲۰/۹۷	۲/۹۲۳	۴/۳۴۱	۱۷/۳۸۳	بیشینه درست‌نمایی

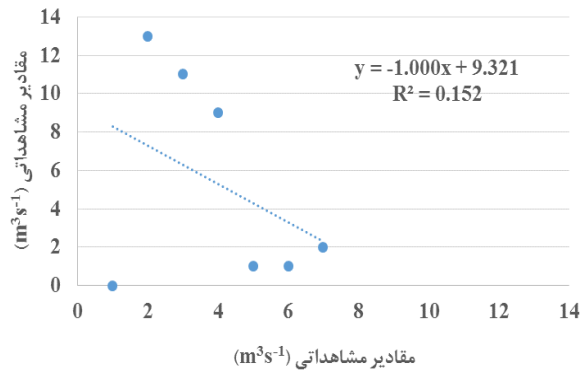
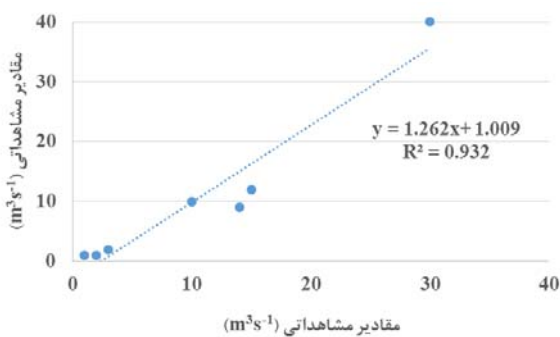
* - واحد مقادیر جذر میانگین مربعات خطا بر حسب واحد دبی جریان (مترمکعب بر ثانیه) است.

مشاهداتی و مدل به شرح جدول ۶ و نتایج بررسی آماره جذر میانگین مربعات خطا به شرح جدول ۷ ارائه گردید. به عنوان نمونه، نمودار داده‌های آمار مشاهداتی و محاسباتی رودخانه گادارچای در شکل‌های ۴ و ۵ آورده شده است.

جهت اطمینان از انتخاب برتر روش تخمین پارامتر علاوه بر آماره خی-دو، نتایج بررسی آماره جذر میانگین مربعات خطا و همبستگی مشخصات آمار توصیفی داده‌های تاریخی و مدل شده به دست آمد. نتایج بررسی همبستگی بین داده‌های آمار توصیفی



شکل ۴- پراکنش داده‌های مشاهداتی و محاسباتی به روش‌های گشتاورهای میانگین متفرقه و گشتاورها برای رودخانه گادارچای.



شکل ۵- پراکنش داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی به روش‌های بیشینه درست‌نمایی و گشتاورهای لگاریتم مشاهدات برای رودخانه گادارچای.

زمانی داده‌های جریان کمینه ۱ تا ۳۰ روزه و خشکی رودخانه‌های غرب دریاچه ارومیه را مورد ارزیابی قرار دادند، مطابقت دارد. یولی (۲۰۰۴) نیز با تحلیل فراوانی بارندگی در مطالعه ویژگی‌های پراکنندگی بارندگی در چیا- نان تایوان، توزیع لاگ پیرسون تیپ ۳ را از میان توزیع‌های احتمالاتی رایج، بهترین تابع معرفی کرد. همچنین در تحقیق حاضر، نتایج حاصل آماره خی-دو در روش‌های تخمین پارامترها نشان داد که تمام روش‌ها تقریباً قابل قبول است. ولی جهت به‌کارگیری دقت بیشتر در تخمین پارامترهای توزیع مربوطه، لازم است علاوه بر آماره خی-دو، همبستگی بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی و آماره جذر میانگین مربعات خطا نیز محاسبه گردد تا محاسبات مربوط به دوره بازگشت داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های منطقه مورد مطالعه، دقیق‌تر و با اطمینان بیشتری حاصل شود. از بین روش‌های تخمین پارامتر تابع توزیع لاگ پیرسون نوع ۳، همان‌طور که مشاهده شد، دو روش گشتاورهای معمولی و گشتاورهای میانگین متفرقه نتایج تقریباً یکسان را ارائه دادند. درحالی‌که روش گشتاورهای میانگین متفرقه در بیشتر موارد همبستگی بیشتری نسبت به سایر روش‌ها داشت. همبستگی بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی، نشان از دقت قابل قبول روش گشتاورهای پیشرفته در تخمین پارامترهای تابع توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ دارد.

همان‌طور که از شکل ۵ مشاهده می‌شود، همبستگی بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی روش بیشینه درست‌نمایی، معکوس و ۰/۱۵۲ در واحد دبی است. از آنجا که ۷ داده مورد استفاده در این شکل، ۷ خصوصیت آماری داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی از قبیل میانگین، واریانس، انحراف معیار، بیشینه، کمینه، ضریب چولگی و ضریب کشیدگی است، لذا استفاده از ۷ نقطه جهت رد یا پذیرش دقت روش‌های محاسبه پارامترهای توزیع منتخب، قابل قبول است.

نتیجه‌گیری کلی

مراحل بررسی اولیه داده‌ها، برازش مدل، نکویی برازش مدل‌های منتخب بر داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های حوضه‌های غرب دریاچه ارومیه اعمال شد. از بین ۱۲ مدل برازش داده‌شده، ۷ مدل با توجه به آزمون نکویی برازش خی-دو انتخاب شد که مدل‌های منتخب مورد ارزیابی قرار گرفت و مدل توزیع لاگ پیرسون نوع ۳ با همبستگی متوسط ۰/۹۷۵ بین داده‌های مشاهده‌ای سری زمانی اولیه و داده‌های برازش داده‌شده تمام رودخانه‌ها، انتخاب شد. توزیع‌های لاگ-نرمال ۳، گاما و GEV نیز برازش خوبی بر داده‌های حجم خشکی رودخانه‌های مذکور دارند و اختلاف زیادی در آزمون ارزیابی مدل‌ها مشاهده نشد که این موضوع با نتایج تحقیق مساعدی و همکاران (۱۳۸۸) و ناظری تهرودی و خلیلی (۱۳۹۲) که به‌ترتیب سری

منابع مورد استفاده

- خوشحال ج، غیور ح و رحیمی د، ۱۳۸۴. کاربرد مدل ترکیبی گامبل در تجزیه و تحلیل فراوانی بارش‌های حداکثر حوضه کارون شمالی. فصل‌نامه جغرافیا و توسعه، شماره ۵، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴.
- صفوی ح، ۱۳۸۸. هیدرولوژی مهندسی. ویرایش دوم، انتشارات ارکان دانش.
- عبدی کردانی ا و فاخری فرد ا، ۱۳۸۷. تحلیل توزیع‌های فراوانی دبی‌های حداکثر رودخانه‌ای با استفاده از گشتاورهای خطی. صفحه‌های ۱ تا ۸. چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران. ۱۹-۱۷ اردیبهشت‌ماه، دانشگاه تهران، تهران.
- غلامی ع، مهدوی م، قنادها م و وفاخواه م، ۱۳۸۰. بررسی توزیع‌های احتمالی مناسب برای دبی‌های حداقل، میانگین و حداکثر با استفاده از روش گشتاور L (مطالعه موردی: استان مازندران). مجله منابع طبیعی ایران، جلد ۵۴، شماره ۴، صفحه‌های ۴۳ تا ۵۶.
- غیور ح، ۱۳۸۱. دوره‌های خشک‌سالی اصفهان. مجله علمی پژوهشی دانشکده ادبیات و علوم انسانی دانشگاه اصفهان، دوره ۲، شماره ۳۰ و ۳۱، صفحه‌های ۱ تا ۱۴.
- فاتحی پیکانی ح، ۱۳۸۸. یک رویکرد آماری برای برآزش توزیع سرعت باد. صفحه‌های ۱ تا ۸. هفتمین همایش ملی انرژی، کمیته ملی انرژی جمهوری اسلامی ایران. ۲-۱ دی‌ماه، تهران.
- مرادی م و شهنی دارابی ب، ۱۳۸۸. محاسبه دوره بازگشت سیلاب‌های ورودی به سد مارون با استفاده از نرم‌افزار HYFA و EXCEL. صفحه‌های ۱ تا ۸. اولین کنفرانس ملی مهندسی و مدیریت زیر ساخت‌ها، ۲-۱ آبان‌ماه، دانشگاه تهران، تهران.
- مساعدی ا، زنگانه م، سامان منش ح و کریمی راد ا، ۱۳۸۸. تعیین مناسب‌ترین توابع توزیع آماری جریان‌های حداقل ۱ تا ۳۰ روزه، مطالعه موردی: ایستگاه هیدرومتری گنبدکاووس. صفحه‌های ۱ تا ۱۰. پنجمین همایش ملی علوم و مهندسی آب‌خیزداری ایران. ۳-۲ اردیبهشت‌ماه، انجمن آب‌خیزداری ایران، کرج.
- میرزایی ع و غواصیه ا، ۱۳۸۵. بازسازی اطلاعات سیلاب‌های رودخانه‌های خرسان و لردگان با استفاده از نرم‌افزار HYFRAN برای استفاده در نرم‌افزار HEC-HMS. صفحه‌های ۱ تا ۹. هفتمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه. ۲۴-۲۵ بهمن‌ماه، دانشگاه شهید چمران، اهواز.
- ناظری تهرودی م و خلیلی ک، ۱۳۹۲. معرفی روش گشتاورهای پیشرفته SAM در برآورد دوره بازگشت حجم خشکی رودخانه (مطالعه موردی: حوضه‌های دریاچه ارومیه). صفحه‌های ۱ تا ۱۲. اولین همایش ملی تأثیر پسروی دریاچه ارومیه بر منابع خاک و آب، ۳۰ مهر تا ۱ آبان، تبریز.
- ناظری تهرودی م، ۱۳۹۳. آنالیز خشکی رودخانه از دیدگاه هیدرولوژیکی (مطالعه موردی: رودخانه‌های حوضه دریاچه ارومیه). پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ارومیه.
- یوسفی ن، حجام س و ایران‌نژاد پ، ۱۳۸۶. برآورد احتمالات خشک‌سالی و ترسالی با استفاده از زنجیره مارکوف و توزیع نرمال، مطالعه موردی: قزوین. پژوهش‌های جغرافیایی، شماره ۶۰، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۸.
- Abida H and Ellouze M, 2007. Probability distribution of flood flow in Tunisia. Hydrology and Earth System Sciences Discussions 4: 957-981.
- Bobee B and Ashkar F, 1988. Sundry Averages Method (SAM) for Estimating Parameters of the Log-Pearson Type 3 Distribution. INRS-Eau Publication, Québec Canada, 30 P.
- Bobee B and Robitaille R, 1975. Correction of bias in the estimation of the coefficient of skewness. Water Resources Research 11 (6): 851-854.
- Bowker AH, Gerald J and Lieberman H, 1972. Engineering Statistics. Second Edition, Prentice-Hall.
- Griffiths GA, 1989. A theatrically based Wakeby distribution for annual flood series. Hydrological Sciences Journal 34: 231-248.
- Haktanır T and Horlacher HB, 1993. Evaluation of various distributions for flood frequency analysis. Hydrological Science Journal 38:15-32.

- Haktanir T, 1992. Comparison of various flood frequency distributions using annual flood peaks data of rivers in Anatolia. *Journal of Hydrology* 136: 1-31.
- Hazewinkel M, 2001. Maximum-likelihood Method. *Encyclopedia of Mathematics*, Springer, ISBN 978-1-55608-010-4.
- Houghton JC, 1978. Birth of a parent: the Wakeby distribution for modeling flood flow. *Water Resources Research* 14(6): 1105-1109.
- Jingyi Z and Hall MJ, 2004. Regional flood frequency analysis for the Gan-Ming river basin in China. *Journal of Hydrology* 296(1-4): 98-117.
- Kendall MG, 1938. A new measure of rank correlation. *Biometrika* 36: 81-93.
- Khalili K, Nazeri Tahrudi M, Abbaszadeh Afshar M and Nazeri tahrudi Z, 2014. Comparison of different peak flow frequency distribution functions (Case Study: Babolrood River). *Journal of Middle East Applied Science and Technology* 7(4): 174-179.
- Kroll CN and Vogel RM, 2002. Probability distribution of low stream flow series in the United States. *Journal of Hydrologic Engineering* 7(2): 137-146.
- Kumar R and Chatterjee C, 2005. Regional flood frequency analysis using L-moments for North Brahmaputra region of India. *Journal of Hydrologic Engineering* 10(1): 1-7.
- Landwehr JM, Matalas NC and Wallis JR, 1979. Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating parameters and quantities. *Water Resource Research* 15(5): 1055-1064.
- Mendenhall W and Reimuth J, 1982. *Statistics for Management and Economics*. Fourth Edition, Boston, PWS Publishers: Duxbury Press, 536P.
- Nguyen VT, 2006. *On Regional Estimation of Floods for Ungaged Sites*. Asia Oceania Geosciences Society, McGill University, Singapore.
- Ozteken T. 2011, Estimation of the parameters of Wakeby distribution by a numerical least squares method and applying it to the annual peak flow of Turkish rivers. *Water Resources Management* 25:1299-1313.
- Palmer WC, 1965. *Metrological Drought*. Washington, DC, USA: US Department of Commerce, Weather Bureau.
- Pfanzle J, 1994. *Parametric Statistical Theory*. Berlin: de Gruyter textbook, New York.
- Phien HN and Hira MA, 1983. Log Pearson type-3 distribution: parameter estimation. *Journal of Hydrology* 64: 25-37.
- Vogel RM, McMahan TA and Chiew FHS, 1993. Flood flow frequency model selection in Australia. *Journal of Hydrology* 146: 421-449.
- Wilcoxon F, 1945. Individual comparison by ranking methods. *Biometrics* 1(6): 80-83.
- Yu Lee C, 2004. Application of rainfall frequency analysis on studying rainfall distribution characteristics of Chia-Nan plain area in southern Taiwan. *Crop, Environment & Bioinformatics* 2: 31-39.