

مقایسه مدل‌های تلفیقی ARMA-PARCH و ARMA-ARCH در مدل‌سازی بیشینه سیلاب لحظه‌ای (مطالعه موردی: رودخانه سیمینه‌رود استان آذربایجان غربی)

محمد ناظری تهرودی^۱، کیوان خلیلی^{۲*}

تاریخ دریافت: ۹۳/۰۵/۲۶ تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۲/۱۸

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی آب، دانشگاه ارومیه

^۲ استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ارومیه

* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: khalili2006@gmail.com

چکیده

پیش‌بینی دقیق جریان رودخانه‌ها در مدیریت بهینه منابع آب‌های سطحی اهمیت به‌سزایی دارد. استفاده از مدل‌های سری زمانی یکی از راه‌های کاربردی در شبیه‌سازی و پیش‌بینی داده‌های هیدرولوژیک از جمله جریان رودخانه است. یکی از مشکلات عمده در استفاده از مدل‌های سری زمانی در پیش‌بینی داده‌های هیدرولوژیک، نحوه تولید داده‌های تصادفی است. در این مطالعه سعی شده است که با استفاده از مدل‌های تلفیقی، چارچوب نظام‌مندی در خصوص بخش تصادفی مدل‌های سری زمانی تعریف شود. در این خصوص بعد از بررسی اولیه بر روی سری زمانی بیشینه دبی لحظه‌ای جریان رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶، مدل ARMA بر روی داده‌های فوق مورد ارزیابی قرار گرفت و مدل $ARMA(1,0)$ به‌عنوان مدل برتر انتخاب گردید. سری زمانی باقی‌مانده مدل ARMA استخراج و با استفاده از مدل‌های غیرخطی ARCH و PARCH مورد برآزش قرار گرفت و مدل‌های ARMA-PARCH و ARMA-ARCH به‌ترتیب ARCH به‌دست آمد. نتایج نشان داد که با تلفیق مدل‌ها، خطای دو مدل ARMA-PARCH و ARMA-ARCH به‌ترتیب به‌میزان ۹۲/۲۲ و ۹۲/۱۶ درصد بهبود یافت. نتایج مقایسه دو مدل تلفیقی نیز نشان داد که از بین دو مدل تلفیقی مذکور، مدل ARMA-PARCH دقت بالاتر و میزان خطای کمتری نسبت به مدل ARMA-ARCH دارد. همچنین نتایج این تحقیق نشان داد که مدل تلفیقی منتخب نقاط بیشینه و کمینه دبی‌های بیشینه جریان لحظه‌ای ایستگاه مورد مطالعه را به‌خوبی مدل می‌کند.

واژه‌های کلیدی: دبی پیک، مدل‌های خطی، مدل‌های غیرخطی، ARCH، PARCH

Comparing Combined ARMA-PARCH and ARMA-ARCH Models for Modeling Peak Flow Discharge (Case Study: Siminehrood River in the West Azarbaijan Province)

M Nazeri Tahroudi¹, K Khalili^{2*}

Accepted: 17 August 2014

Received: 9 March 2014

¹- MS.c. Student, Dept. of Water Engineering, Urmia Univ., Iran

²- Assist. Prof., Dept. of Water Engineering, Urmia Univ., Iran

* Corresponding Author, Email: khalili2006@gmail.com

Abstract

Accurate prediction of river flow discharge is very important for optimization and management of surface water resources. One of the applicable ways for simulating and predicting hydrological data such as river flow is using time series models. But one of the major problems for prediction of hydrological data by time series models is assignment of the generation approach of the random and stochastic series. In this study, it is attempted to define a systematic framework for generating random component of a time series model. In this case, after initial tests on the Siminehrood river peak flow discharge time series during 1967-2011, the ARMA models were evaluated and the ARMA (1,0) model was selected as the best model. Then residual series of the selected ARMA model was extracted and fitted by ARCH and PARCH nonlinear models approaches to obtain the ARMA-PARCH and ARMA-ARCH models. Results showed that using combined ARMA-PARCH and ARMA-ARCH models reduced the error of models up to 92.22 and 92.16 percent, respectively. It was observed that between the two combined models, the ARMA-PARCH model had more accuracy and less error than the ARMA-ARCH model. Also with the selected combined model, the maximum and minimum points of the peak flow discharges were modeled well for the studied station.

Keywords: ARCH, Linear models, Nonlinear models, PARCH, Peak flow discharge

توان از نتایج یک مدل شبیه‌سازی به‌منظور بررسی صحت داده‌ها و یا اصلاح و تکمیل آن‌ها استفاده کرد. مطابق تقسیم‌بندی گویندراجو (۲۰۰۰) مدل‌هایی که امروزه در هیدرولوژی مورد استفاده قرار می‌گیرند، شامل مدل‌های ریاضی- فیزیکی، مدل‌های ژئومورفولوژیک و مدل‌های تجربی می‌باشند. دسته اول مدل‌ها، بر اساس ویژگی‌های فیزیکی سیستم هستند که

مقدمه

نیاز روزافزون به آب سبب گردیده است که برنامه‌ریزی‌های مدیریتی به‌منظور کنترل مصرف آب در آینده از اهمیت بیشتری برخوردار باشد. با پیش‌بینی آبدی جریان رودخانه‌ها علاوه بر مدیریت بهره‌برداری از منابع آب، می‌توان حوادث طبیعی نظیر سیل و خشک‌سالی را نیز پیش‌بینی و مهار نمود. همچنین می-

علامت‌های اختصاری دیگری هم برای مدل‌های بر همین پایه بکار برده می‌شود. مدل‌های ARCH معمولاً برای سری‌های زمانی مالی به‌کار برده می‌شود که دسته‌بندی‌های نوسانی بر پایه زمان (که دوره‌های با نوسان با دوره‌های بدون نوسان همراه می‌شوند) را نشان می‌دهند. انگل (۱۹۸۲) جایزه نوبل را برای مقاله‌ای با عنوان مدل‌های خودبازگشت با واریانس شرطی (ARCH) در مورد توسعه روش‌های جدید و بهتر برای مدل‌سازی و پیش‌بینی متغیر تصادفی متناسب با زمان و نوسانات بازارهای مالی دریافت کرد. بیشترین تأثیر این مطلب به انگل (۱۹۹۵) برمی‌گردد. مطالعات زیادی در مورد مدل‌های ARCH بعد از انگل (۱۹۸۲) انجام گردید که به‌عنوان مثال می‌توان به تحقیقات اندرسون و بولرسلیو (۱۹۹۸)، اندرسون و همکاران (۲۰۰۶)، باوسنز و همکاران (۲۰۰۶)، بیرا و هایگینس (۱۹۹۳)، بولرسلیو و همکاران (۱۹۹۴ و ۱۹۹۲)، دگیاناکیز و زیکالاکی (۲۰۰۴)، دایبولد و لویز (۱۹۹۵)، انگل و پتون (۲۰۰۱)، پیگن (۱۹۹۶)، پالم (۱۹۹۶) و شفارد (۱۹۹۶) در مدل‌سازی پارامترهای مختلف اشاره کرد که تمام آن‌ها دقت مدل مذکور را تأیید کردند. استفاده از مدل‌های واریانس شرطی، تغییرات جدیدی در ساختار تجربی علم اقتصاد ایجاد کرد. دینگ و همکاران (۱۹۹۳) با بررسی دقیق‌تر تابع انتقال توانی که یک مقدار قطعی هست، یک کلاس جدید از مدل‌های خودهمبسته با واریانس شرطی (ARCH) را به‌صورت قراردادی بیان کردند. این کلاس از مدل خودهمبسته با واریانس شرطی به‌عنوان مدل توانی خودهمبسته با واریانس شرطی یا به‌اختصار "پارچ"^۳ نام گرفت. دینگ و همکاران (۱۹۹۳) مدل PARCH را جهت مدل‌سازی سری زمانی داده‌های مالی به‌کار بردند. آن‌ها عدد $1/43$ را به‌عنوان توان برای مدل منتخب ارائه کردند. هم‌چنین هنتشل (۱۹۹۵) عدد $1/53$ را برای مدل PARCH متناسب با داده‌های سری زمانی برگشت سرمایه ارائه کرد. لائوکس و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از مدل غیرخطی سری‌زمانی ARMA-GARCH^۴ با ارزیابی بر روی داده‌های ایستگاه‌های

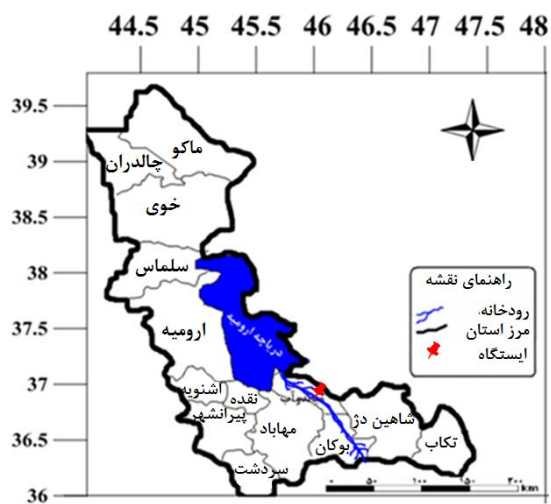
به‌صورت معادلات دیفرانسیل بیان می‌شوند. اما دسته دوم بر مبنای ویژگی‌های ژئومورفولوژیک سیستم هیدرولوژیک موردنظر بیان می‌شوند. مدل‌های تجربی بدون توجه به پارامترها، سعی در ایجاد رابطه‌ای بین داده‌های ورودی و خروجی دارند که این مدل‌ها به مدل‌های جعبه سیاه یا میانگینی معروف هستند. مدل‌های سری زمانی به‌عنوان یک مدل ریاضی- فیزیکی توانایی زیادی در مدل‌سازی پدیده‌های خطی و غیرخطی دارند. مدل سری زمانی از دو بخش اصلی، شامل مؤلفه تصادفی و مؤلفه جبری مدل تشکیل شده که مؤلفه جبری مدل با استفاده از ارقام مشاهداتی و مؤلفه تصادفی با استفاده از روش‌های مختلف استوکاستیک^۱ به‌دست می‌آید. بنابراین ساختار مدل‌های سری زمانی می‌تواند با ساختار سری‌های هیدرولوژیک در صورت انتخاب درست مدل و محاسبات صحیح آن سازگاری و مطابقت ویژه‌ای داشته باشد (سالاس ۱۹۹۳). بیشتر مدل‌های سری زمانی رایج در هیدرولوژی و منابع آب مدل‌های خطی هستند. مدل‌های غیرخطی بیشتر در علوم مرتبط با آمار، اقتصاد و ریاضیات موردبحث قرار گرفته و توسعه یافته‌اند و کمتر در منابع آب استفاده شده‌اند. کاربرد مدل‌های خطی سری‌های زمانی در هیدرولوژی از چهار دهه پیش آغاز شده و با ارائه مدل‌های باکس- جنکینز به اوج خود رسید. توماس و فایرینگ (۱۹۶۲) جزء اولین کسانی بودند که از مدل‌های خطی اتورگرسیو در تحلیل جریان‌های رودخانه بهره جستند. پس از آن‌ها مطالعات متعددی در جهان و ایران انجام شده است که می‌توان به تحقیقات دودانگه و همکاران (۱۳۹۱)، ناظری تهرودی و همکاران (۱۳۹۲) الف، ب و پ، ناظری تهرودی و خلیلی (۱۳۹۳)، خلیلی و همکاران (۱۳۹۱) الف و ۲۰۱۴ اشاره کرد. در اقتصاد سنجی مدل با خصوصیت اتورگرسیو با واریانس شرطی به مدلی گفته می‌شود که فرض بر این دارد که واریانس خطاها یک تابع از اندازه خطاها در دوره‌های زمانی قبل است. معمولاً واریانس مرتبط با مربع خطاها ناشی از خطاهای قبلی است. چنین مدلی معمولاً ARCH^۲ نامیده می‌شود (انگل ۱۹۸۲). البته

3 -Power autoregressive conditionally heteroscedastic

4-Generalized autoregressive conditionally heteroscedastic

1- Stochastic

2 -Autoregressive conditionally heteroscedastic (ARCH)



شکل ۱- موقعیت رودخانه و ایستگاه هیدرومتری مورد مطالعه در سطح استان آذربایجان غربی.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در این تحقیق، ایستگاه هیدرومتری میان‌دوآب رودخانه سیمینه‌رود واقع در استان آذربایجان است. سیمینه‌رود از کوهستان‌های منطقه سقز، بانه و کردستان عراق سرچشمه گرفته و پس از عبور از شهر بوکان و غرب میان‌دوآب و دشت حاصلخیز شامات به باتلاق‌های جنوب شرقی دریاچه ارومیه می‌ریزد. طول این رودخانه ۱۳۹ کیلومتر و مساحت حوضه آبریز آن در محل دشت ۲۰۹۰ کیلومترمربع و متوسط جریان سالانه آن ۴۵۲ میلیون مترمکعب است. متوسط دبی جریان در این ایستگاه ۱۹/۲۴۹ مترمکعب بر ثانیه، متوسط دمای سالانه این منطقه حدود ۱۳ درجه سلسیوس و بارش سالانه آن حدود ۴۰۳ میلی‌متر است. شکل ۱، موقعیت منطقه مورد مطالعه در سطح استان و جدول ۱، مشخصات آماری داده‌ها را نشان می‌دهد.

منتخب در منطقه آلپ آلمان، شبیه‌سازی بارش تصادفی را انجام دادند. مدل GARCH در واقع مدل تعمیم‌یافته خانواده ARCH است. آن‌ها با تمرکز روی جفت مثبت مشاهده و مدل‌سازی بارش، این مدل را برای پالایش محلی در جهت اصلاح داده‌ها به‌کار گرفتند. مدل غیرخطی دوخطی در شاخه‌های مختلف علوم نظیر اقتصاد به‌کار گرفته شده است. ولی به‌نظر می‌رسد در منابع آب و تحقیقات مربوط به آن کمتر به‌کاربرده شده است. وانگ و همکاران (۲۰۰۵) از ترکیب مدل ARMA و مدل GARCH برای برازش واریانس و میانگین روزانه جریان رودخانه زرد در چین استفاده کردند. نتایج مطالعه ایشان نشان داد که مدل ARMA-GARCH نتایج سودمندی در مدل‌سازی سری روزانه جریان رودخانه ارائه می‌کند. کایادو (۲۰۰۷) عملکرد مدل‌های یک پارامتری سری‌های زمانی را در پیش‌بینی میزان آب مصرفی در مقیاس‌های روزانه و هفتگی اسپانیا از سال ۲۰۰۱ الی ۲۰۰۶ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها مدل‌های ARMA و GARCH را بر روی سری داده‌های مشاهداتی برازش دادند و کارایی این مدل‌ها را ارزیابی و تأیید کردند. در ضمن جهت بهبود نتایج پیش‌بینی پیشنهاد شد که از مدل‌های ترکیبی استفاده گردد. خلیلی و همکاران (۱۳۹۱ الف) با استفاده از الگوهای ترکیبی BL-ARCH دبی روزانه رودخانه شهرچای ارومیه را به مدت ۱۱ سال پیش‌بینی و مدل‌سازی کردند. هدف از این تحقیق، معرفی و مقایسه مدل‌های تلفیقی ARMA-PARCH و ARMA-ARCH در مدل‌سازی پیشینه سیلاب لحظه‌ای در رودخانه سیمینه‌رود است.

جدول ۱- مشخصات آماری سری زمانی پیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در ایستگاه میان‌دوآب.

ایستگاه	مشخصات جغرافیایی	ارتفاع (m)	دوره آماری (سال)	متوسط دبی پیک (m^3s^{-1})
میان‌دوآب	طول عرض ۳۶° ۵۷'	۱۲۹۰	۱۳۴۶-۱۳۹۰	۲۰۹/۵۲۸

مدل به‌ترتیب با استفاده از روابط ۲ و ۳ محاسبه می‌گردند.

$$P_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}_t)(X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})}{[\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}_t)^2 (\sum_{t=1}^{n-k} (X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})^2)]^{0.5}} \quad [2]$$

$K = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

که در آن X_t داده‌های مشاهداتی، \bar{X}_t میانگین داده‌های مشاهداتی، X_{t+k} داده مشاهداتی با تأخیر $t+k$ و \bar{X}_{t+k} نیز میانگین داده‌های با تأخیر $t+k$ است.

$$\phi_k(K) = \frac{P_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_j(K-1) \cdot P_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_j(K-1) \cdot P_j} \quad [3]$$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, K$

که در آن P_k ضریب خودهمبستگی با تأخیر k است. مدل برتر بر اساس معیار آکاییکه کمتر از بین مدل‌های خانواده آرما انتخاب می‌گردد. آماره معیار آکاییکه به‌شرح رابطه ۴ است:

$$AICC = -2 \ln L \left(\phi_p, \theta_q, \frac{S(\phi_p, \theta_q)}{n} \right) + \frac{2(p+q+1)n}{n-p-q-2} \quad [4]$$

که در آن θ و ϕ ضرایب مدل و p و q نیز رسته مدل می‌باشند. آزمون نکویی برازش مدل نشان می‌دهد مدل انتخابی با چه سطح معنی‌داری جوابگوست و به روش‌های مختلفی نظیر آزمون پورت مانتنو (احمدی و همکاران ۱۳۸۶)، آزمون کای مربع، روش ضرایب فراوانی، روش گرافیک و روش حداقل مربعات قابل برازش است (صفوی ۱۳۸۸).

۱- جذر متوسط مربعات خطا:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n-1}} \quad [5]$$

۲- ضریب تبیین^۷

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O}_i)^2} \quad [6]$$

جهت بررسی اولیه سری زمانی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در طی دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶ از آزمون‌های من-کندال، ویلکاکسون و ران تست به‌ترتیب برای بررسی روند تغییرات، همگنی و تصادفی بودن داده‌های مذکور استفاده شد. جهت اطلاعات بیشتر در مورد روابط این آزمون‌ها به منابع (قدم‌پور و ثقفیان ۱۳۹۰، مندلهال و رینمود ۱۹۸۲، ناظری تهرودی و خلیلی ۱۳۹۲، ویلکاکسون ۱۹۴۵) مراجعه شود.

مدل‌های ARMA

سری زمانی اولین بار در هیدرولوژی از اوایل دهه ۱۹۶۰ توسط توماس، فیرینگ، و یوجویج آغاز گردید و در دهه ۱۹۷۰ توسط باکس و جنکیز توسعه یافت (خلیلی و همکاران ۲۰۱۴). ساده‌ترین نوع مدل‌های سری زمانی از نوع خود همبسته^۵ (AR) می‌باشند که بر اساس زنجیره مارکوف بنا نهاده شده‌اند. یک سری زمانی وقتی از زنجیره مارکوف تبعیت می‌کند که هر رخدادی در زمان t با زمان‌های قبل و بعد از خود مرتبط باشد. از دیگر مدل‌های سری زمانی می‌توان به مدل‌های خود همبسته با میانگین متحرک (ARMA) و خودهمبسته یکپارچه با میانگین متحرک (ARIMA)^۶ اشاره نمود (ناظری تهرودی و همکاران ۱۳۹۲). با در نظر گرفتن سری زمانی نرمال استاندارد Z_t مدل میانگین متحرک خودهمبسته $ARMA(p, q)$ به‌شرح زیر در نظر گرفته می‌شود (سالاس ۱۹۹۳):

$$Z_t = \sum_{i=1}^p (\phi_i Z_{t-i}) - \sum_{j=1}^q (\theta_j \varepsilon_{t-j}) + \varepsilon_t \quad [1]$$

که در آن p مرتبه مدل AR، q مرتبه مدل MA، ϕ_i و θ_j ضرایب مدل و ε_t سری تصادفی و نرمال مدل با میانگین صفر و واریانس σ_ε^2 هست (خلیلی و همکاران ۲۰۱۴). ضرایب تابع خودهمبستگی با تأخیر k و رسته

⁵ - Auto regressive

⁶ - Auto regressive integrated moving average

⁷ - Coefficient of determination

$$Var(a_t) = \alpha_0 + \alpha_1 Var(a_t) \quad [11]$$

$$Var(a_t) = \frac{\alpha_0}{(1 - (\alpha_0))} \quad [12]$$

از آنجا که واریانس a_t باید مثبت باشد، در نتیجه

محدوده a_1 باید بین ۰ و ۱ باشد.

در برخی از برنامه‌های کاربردی، مقادیر بالاتر

از (a_t) نیز باید وجود داشته باشد و از این رو، a_1 باید

برخی از گشتاورهای اضافی را تأمین کند.

به‌عنوان مثال، در مطالعه رفتار دنباله‌ها، نیاز است که

گشتاور چهارم (a_t) نیز محدود شود. با فرض نرمال

بودن ε_t در معادله زیر خواهیم داشت:

$$E(a_t^4 | F_{t-1}) = 3[E(a_t^2 | F_{t-1})]^2 \quad [13]$$

$$= 3(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2$$

بنابراین:

$$E(a_t^4) = E[E(a_t^4 | F_{t-1})] = 3E(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2 \\ = 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_1^2 a_{t-1}^4) \quad [14]$$

اگر α_t به‌عنوان ثابت چهارم در نظر گرفته شود

و $m_4 = E(a_t^4)$ در این صورت:

$$m_4 = 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 Var(a_t) + \alpha_1^2 m_4) \\ = 3\alpha_0^2 (1 + 2 \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}) + 3\alpha_1^2 m_4 \quad [15]$$

در نهایت:

$$m_4 = \frac{3\alpha_0^2 (1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \quad [16]$$

که در آن m_4 برابر با گشتاور چهارم (α_t) و

$\alpha_0^3 > 0, \alpha_1^3 > 0$ و پارامترهای مدل ARCH هستند.

جهت برازش و تلفیق دو مدل ARMA و ARCH، ابتدا

داده‌های موردنظر با استفاده از مدل‌های خانواده

ARMA برازش داده شد. با استفاده از پارامترهای

مدل ARMA و رابطه کلی مدل‌های این خانواده، سری

زمانی باقی‌مانده مدل با استفاده از رابطه زیر استخراج

می‌گردد.

$$\varepsilon_t = Z_t - [\sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i}] - [\sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}] \quad [17]$$

که در آن‌ها O_i : داده‌های واقعی یا مشاهده‌ای، P_i :

داده‌های پیش‌بینی و \bar{O}_i میانگین داده‌های مشاهده‌ای

هستند (صفوی ۱۳۸۸).

مدل‌های ARCH و PARCH

مدل ARCH اولین مدلی است که یک چارچوب

نظام‌مند را برای مدل‌سازی نوسانات فراهم می‌کند که

این مدل توسط انگل (۱۹۸۲) معرفی گردید. ایده اصلی

مدل‌های ARCH به دو صورت است که (الف) میانگین

اصلاح‌شده بازگشت سرمایه مجزا اما وابسته است و

(ب) مدل وابسته است و می‌تواند توسط یک تابع ساده

درجه دوم از مقادیر قبل از آن شرح داده شود. به‌طور

خلاصه، مدل ARCH به‌صورت زیر فرض می‌شود:

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t \quad \text{و} \quad \sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^m b_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad [17]$$

که در آن σ_t^2 واریانس شرطی، ε_t عبارت خطا

یا باقی‌مانده مدل با میانگین صفر و واریانس یک است،

$a_0^3 > 0, b_i^3 > 0$ پارامترهای مدل، m برابر با مرتبه

مدل و Z_t سری زمانی پارامتر مورد نظر است (انگل

۱۹۸۲).

ساختار مدل ARCH

برای درک بهتر مدل، ساختار مدل ARCH(1)

در نظر گرفته می‌شود.

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \text{و} \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 \quad [18]$$

که در آن $\alpha_1^3 > 0, \alpha_0 > 0$ است. اول از هر چیز

میانگین شرطی a_t را باید صفر در نظر گرفت. زیرا:

$$E(a_t) = E[E(a_t | F_{t-1})] = E[\sigma_t E(\varepsilon_t)] \quad [19]$$

سپس واریانس شرطی از رابطه زیر به‌دست

می‌آید:

$$Var(a_t) = E(a_t^2) = E[E(a_t^2 | F_{t-1})] \\ = E[\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2] = \alpha_0 + \alpha_1 E(a_{t-1}^2) \quad [10]$$

از آنجا که a_t با توجه به $E(a_t) = 0$

$Var(a_t) = E(a_{t-1}^2) = E(a_{t-1}^2)$ یک فرآیند ایستا و

ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

مدل مذکور، سری باقی‌مانده مدل تولید می‌شود. سپس با به‌کارگیری رابطه ۷ و پارامترهای مدل PARCH و ARCH، سری جدید باقی‌مانده مدل حاصل خواهد شد. در نهایت با ترکیب مدل ARMA و مدل‌های غیرخطی ARCH(1) و PARCH(1)، مدل ترکیبی ARMA-ARCH و ARMA-PARCH جهت مدل‌سازی دبی پیک رودخانه سیمینه‌رود حاصل می‌گردد.

نتایج و بحث

بعد از بررسی اولیه داده‌های سری زمانی ۴۵ ساله بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۴۶-۱۳۹۰، مشخص گردید که داده‌های مورد استفاده همگن و تصادفی بوده و روند تغییرات آن نیز در سطح اطمینان ۵ درصد قابل قبول است. نتایج بررسی اولیه داده‌ها به شرح جدول ۲ و سری زمانی داده‌های دبی متوسط سالانه رودخانه سیمینه‌رود به شرح شکل ۲ ارائه شد.

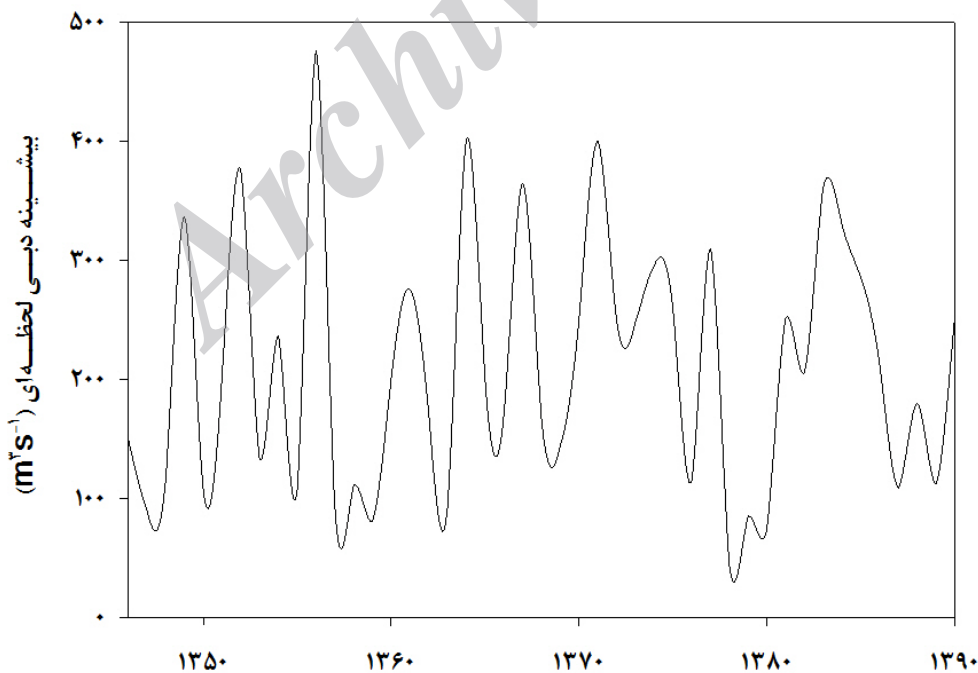
ساختار مدل PARCH

مدل‌های PARCH تعمیم‌یافته و یک کلاس از مدل‌های ARCH هستند. این مدل توسط دینگ، گرنگر و انگل (۱۹۹۳) به صورت زیر معرفی شد.

$$\sigma_t^d = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^d \quad [18]$$

که در آن α_0 و β_0 پارامترهای استاندارد مدل-های ARCH، γ_i پارامتر نفوذی و d پارامتر توان است. در مورد مدل‌های PARCH، پارامتر نفوذی صفر است. پارامتر توان نیز در مدل‌های ARCH برابر با ۲ و در مدل‌های PARCH به صورت مستقل به کار برده می‌شود (بروکس و همکاران ۲۰۰۰). در این مطالعه جهت برآورد این پارامتر از روش سعی و خطا و محاسبه آماره RMSE استفاده می‌شود. تفاوت دو مدل ARCH و PARCH در تعیین پارامتر توانی است.

سری زمانی حاصل‌شده، با استفاده از مدل‌های غیرخطی برازش داده می‌شود و با استفاده از



دوره آماری (Year)

شکل ۲- نمودار داده‌های بیشینه دبی جریان رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۴۶-۱۳۹۰.

جدول ۲- نتایج اولیه بررسی سری زمانی دبی جریان رودخانه سیمینه رود در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶.

آزمون	مقدار آماره آزمون	مقدار احتمال آزمون	نتیجه آزمون (در سطح ۵ درصد)
تصادفی بودن داده‌ها	۰/۷۱۵	۰/۴۷۴	تصادفی بودن داده‌ها
روند داده‌ها	۰/۷۵۳	۰/۴۵۱	بدون روند
همگنی داده‌ها (ویلیاکسون)	۰/۴۱۶	۰/۶۷۶	همگن بودن داده‌ها

معیار آکاییکه کمتر، مدل ARMA(1,0) از بین مدل‌های خانواده آرما به‌عنوان مدل برتر معرفی شد. پارامترهای مدل‌های موردبررسی به‌شرح جدول ۳ ارائه گردید.

بعد از بررسی و تأیید آزمون‌های اولیه، نتایج نشان داد که داده‌های مورد استفاده با به‌کارگیری تابع لگاریتم به شکل مناسبی نرمال می‌شوند. با توجه به

جدول ۳- پارامترهای مدل‌های مختلف آرما در مدل‌سازی سری زمانی بیشینه دبی لحظه‌ای جریان رودخانه سیمینه رود در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶.

مدل	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Θ_1	Θ_2	Θ_3	AICC
ARMA(3,0)	-۰/۰۲۳	۰/۰۷۰	-۰/۰۴۳				۵۶/۶۵
ARMA(1,0)	-۰/۰۲۸						۴۹/۲۴
ARMA(2,0)	-۰/۰۲۶	۰/۰۷۱					۵۱/۳۱
ARMA(2,3)	۰/۷۸۱	-۰/۰۶۴		۰/۷۵۴	-۰/۰۹۰	-۰/۰۹۸	۵۰/۴۳
ARMA(1,1)	-۰/۶۲۹			-۰/۶۰۷			۵۳/۶۰

سازای بیشینه دبی جریان رودخانه سیمینه رود، ۴/۵ است. نتایج بررسی آماره جذر میانگین مربعات خطا به-شرح شکل ۳ ارائه گردید. نتایج حاصل از بررسی دقت مدل‌های ARMA(1,0)، ARMA-ARCH و ARMA-PARCH به‌صورت شکل‌های ۴ تا ۶ ارائه گردید. نتایج آماره‌های R^2 و RMSE مدل‌ها، نشان داد که مدل‌های تلفیقی نسبت به مدل آرما از دقت بالاتری برخوردارند. همچنین نتایج نشان داد که با تغییر در ضریب d دقت مدل‌های خانواده ARCH افزایش و مقدار خطای مدل کاهش می‌یابد. نتایج نشان داد که با ترکیب دو مدل خطی و غیرخطی و ارائه مدل‌های تلفیقی، دقت مدل‌های خطی افزایش داشته و میزان خطای مدل کاهش می‌یابد. نتایج مدل‌سازی مدل‌های تلفیقی و مدل آرما به‌شرح شکل‌های ۷ تا ۹ ارائه گردید.

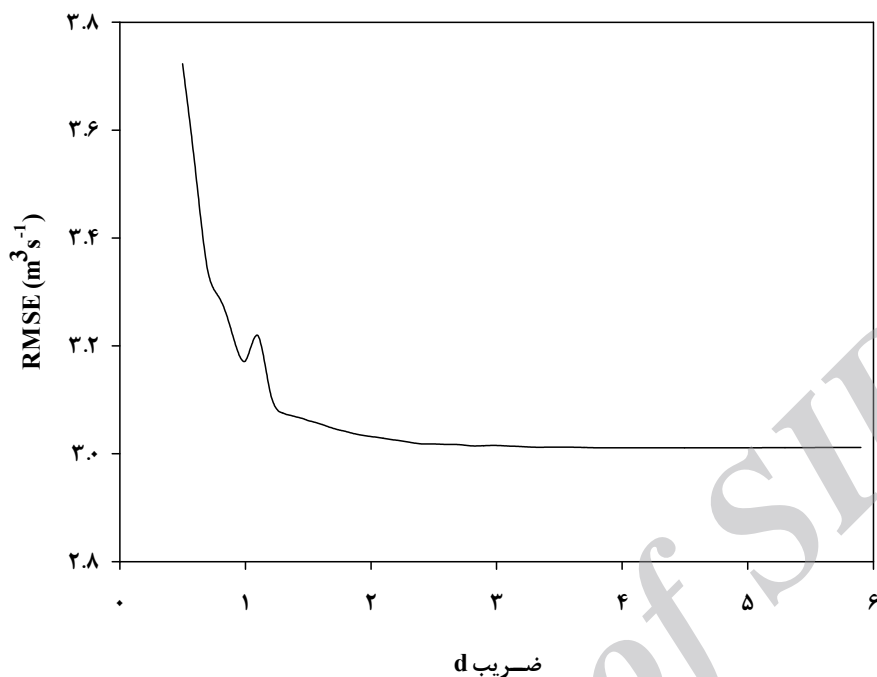
با بررسی مدل‌های مختلف خانواده آرما، مدل برتر انتخاب و سپس با به‌کارگیری روابط مدل‌های خانواده آرما، سری باقی‌مانده مدل، استخراج گردید:

$$\varepsilon_t = Z_t - ((-0.028 \times Z_t - 1)) \quad [19]$$

بعد از استخراج سری باقی‌مانده مدل، سری زمانی مذکور با استفاده از مدل‌های غیرخطی ARCH و PARCH برازش یافت و ضرایب مدل استخراج گردید. همچنین رابطه زیر جهت محاسبه واریانس شرطی حاصل شد.

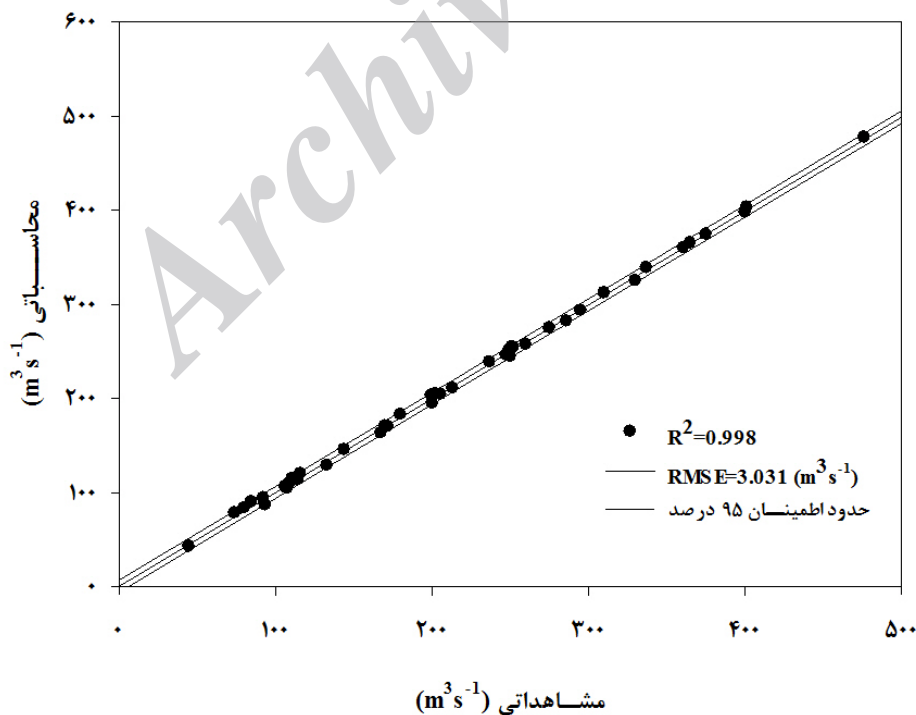
$$\sigma_t^d = 0.9625443 - 1.91 \times 10^{-8} \varepsilon_{t-i}^d \quad [20]$$

که در آن d برای مدل ARCH برابر با ۲ و برای مدل از روش سعی و خطا به‌دست می‌آید. پارامتر توانی در معادلات با روش سعی و خطا و محاسبه RMSE به‌دست آمده از داده‌های مشاهداتی و محاسباتی، به‌دست آمد. با بررسی اعداد بین صفر تا شش، مشخص گردید که بهترین ضریب برای توان مدل PARCH در مدل-

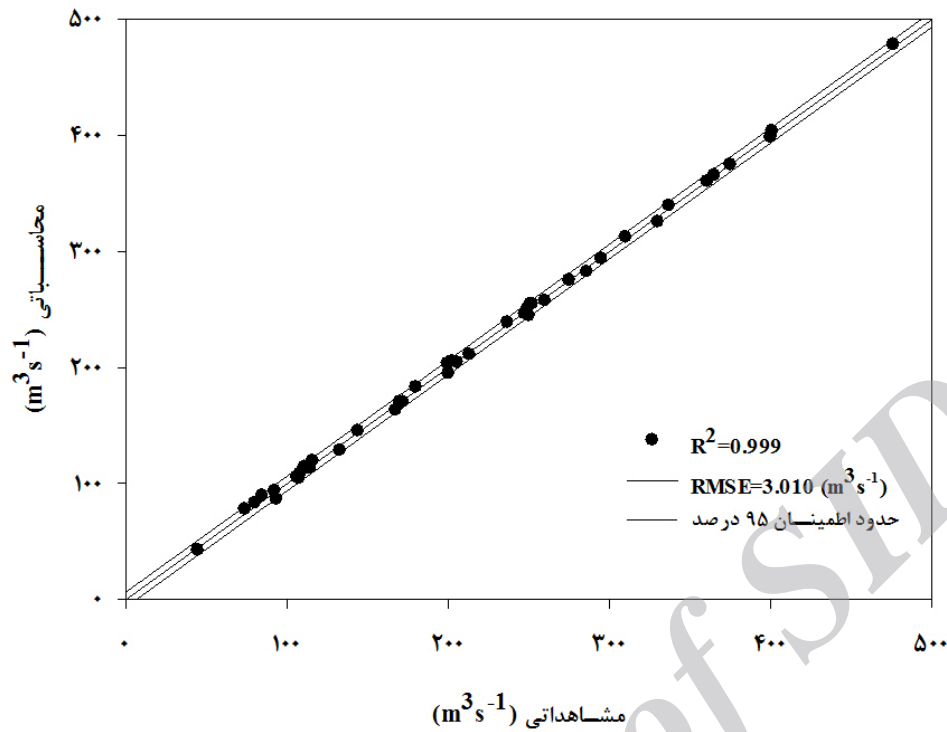


ضریب d

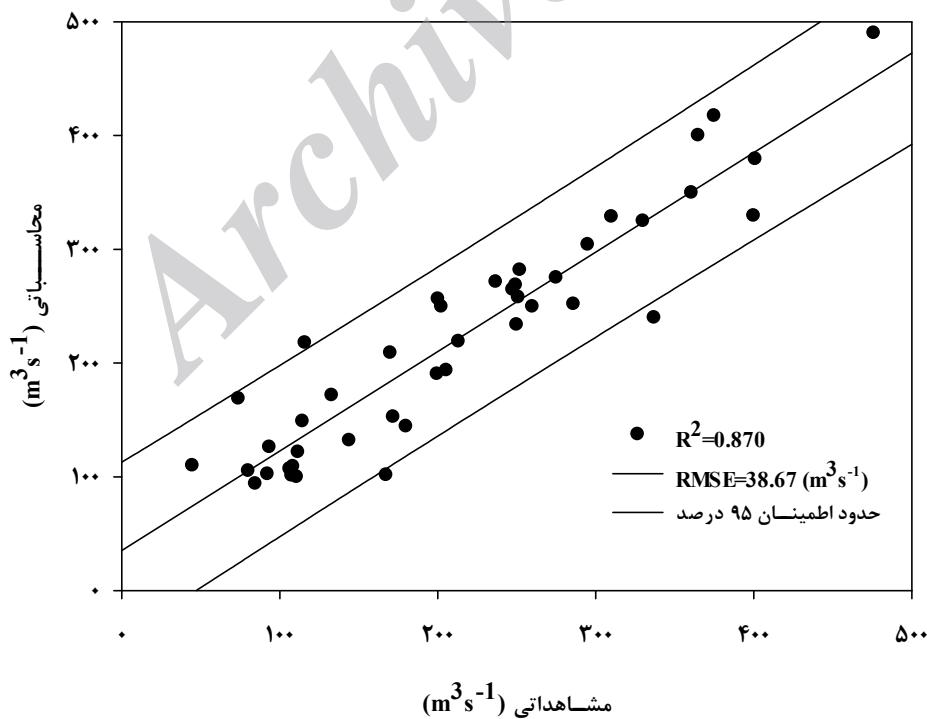
شکل ۳- بررسی پارامتر توانی مدل PARCH داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود با استفاده از آماره جذر میانگین مربعات خطا در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶.

مشاهداتی ($m^3 s^{-1}$)

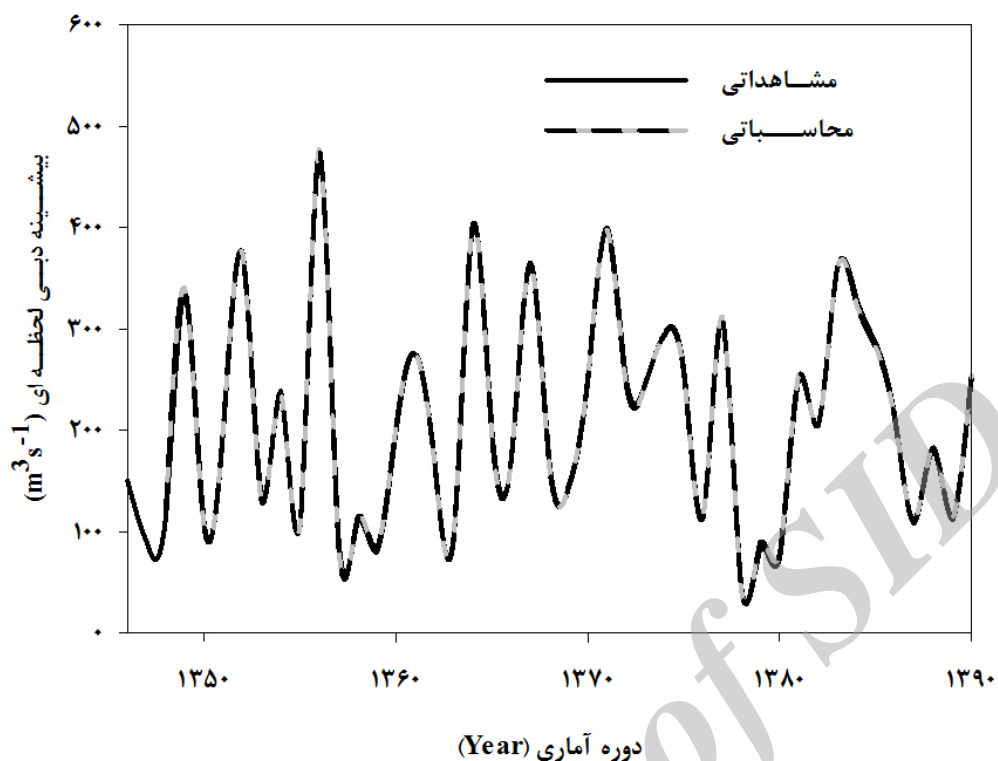
شکل ۴- نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل تلفیقی ARMA-ARCH در مدل‌سازی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶.



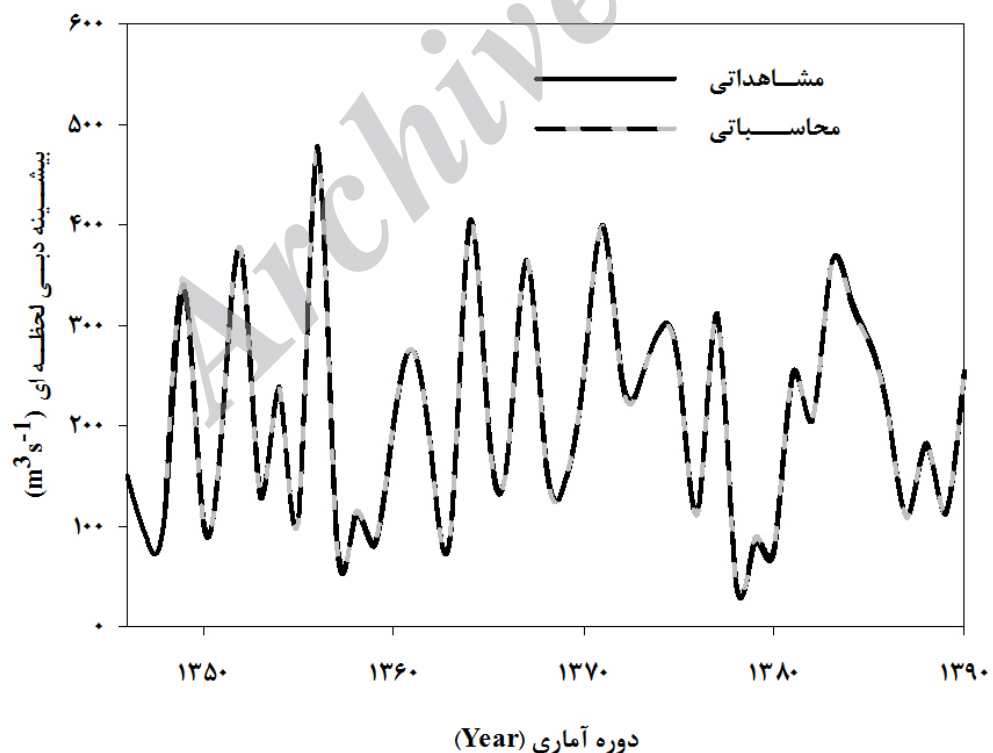
شکل ۵- نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل تلفیقی ARMA-PARCH در مدل‌سازی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶.



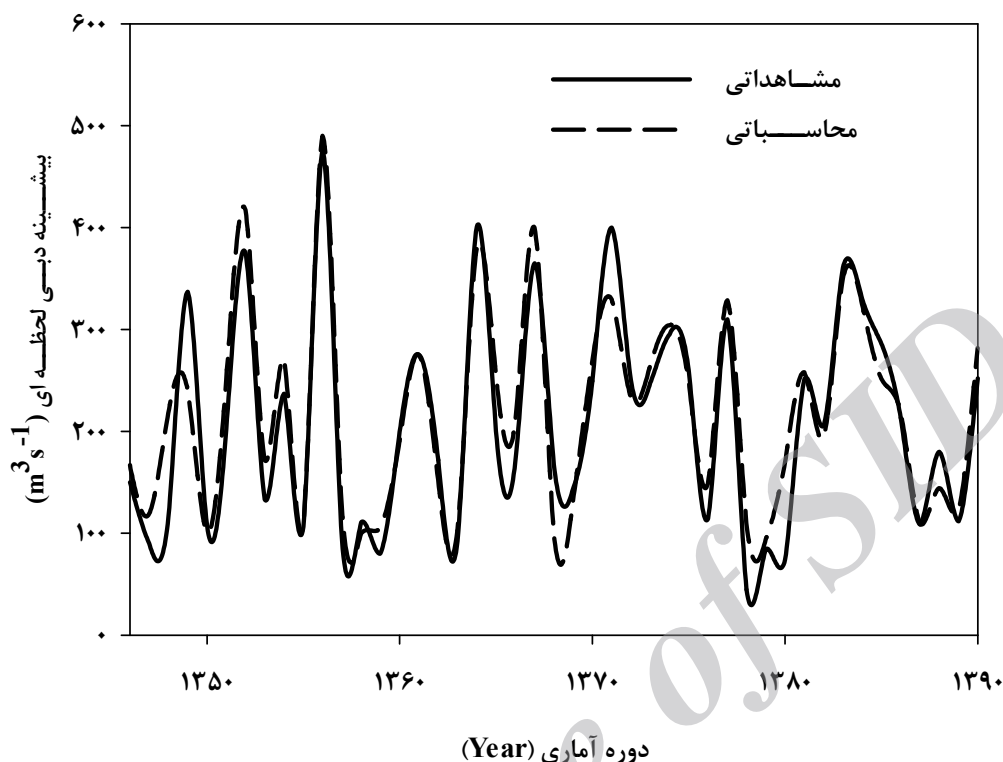
شکل ۶- نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل $ARMA(1,0)$ در مدل‌سازی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۶.



شکل ۷- نتایج مدل‌سازی مدل AR-ARCH در مدل‌سازی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۴۶-۱۳۹۰.



شکل ۸- نتایج مدل‌سازی مدل AR-PARCH در مدل‌سازی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود در دوره آماری ۱۳۴۶-۱۳۹۰.



شکل ۹- نتایج مدل‌سازی مدل $ARMA(1,0)$ در مدل‌سازی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه رود در دوره آماری ۱۳۴۶-۱۳۹۰.

گشتاور دوم مدل‌ها نمی‌شود. درحالی‌که با بهره‌گیری واریانس مدل‌ها می‌توان نتایج مدل‌سازی را بهبود بخشید. نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل‌های مورد استفاده به صورت جدول ۴ ارائه گردید.

جدول ۴- نتایج ارزیابی و صحت‌سنجی مدل‌های مورد استفاده در مدل‌سازی بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه رود در محل ایستگاه میاندوآب.

مدل		مدل		مدل	
ARMA-PARCH		ARMA-ARCH		ARMA(1,0)	
R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE
۰/۹۹۹	۲/۰۱۰	۰/۹۹۸	۲/۰۳۱	۰/۸۷۰	۳۸/۶۷۰

همان‌طور که از جدول ۴ مشاهده می‌شود با تلفیق مدل خطی خود همبسته با میانگین متحرک با مدل‌های غیرخطی واریانس شرطی، دقت و میزان خطای مدل بهبود یافته است. در واقع با تلفیق دو مدل غیرخطی و خطی، قطعیت مدل افزایش می‌یابد. این موضوع با تحقیق

همان‌طور که از شکل‌های ۷ تا ۹ مشاهده می‌شود، داده‌های مدل‌سازی شده بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه رود (مترمکعب بر ثانیه) اختلاف زیادی با داده‌های مشاهداتی نداشته و مدل به خوبی داده‌های مورد مطالعه را مدل‌سازی کرده است. همچنین نتایج نشان داد که مدل‌های تلفیقی نقاط بیشینه و کمینه را به خوبی مدل می‌کند. هر دو مدل تلفیقی، نتایج مدل‌سازی مدل‌های خطی را به خوبی بهبود بخشید. از بین سه مدل مورد بررسی، دو مدل تلفیقی ARMA-ARCH و ARMA-PARCH نتایج تقریباً یکسان ارائه کردند. مدل ARMA-PARCH به دلیل بررسی و بهینه‌سازی پارامتر توانی آن، از دقت بالاتری نسبت به مدل ARMA-ARCH برخوردار است. در مدل‌سازی‌های هیدرولوژیکی معمولاً بر روی رفتار میانگین یا گشتاور اول مدل‌ها تمرکز می‌شود و توجهی به واریانس و یا

می‌توان بخش تصادفی مدل‌های خطی را تا حدودی از بین برد و قطعیت مدل را افزایش داد. با ترکیب دو مدل مذکور، علاوه بر بالا بردن قطعیت مدل، می‌توان سری تصادفی متناسب با داده‌ها و از جنس داده‌ها تولید کرد که این کار باعث کاهش ریسک می‌شود. نتایج نشان-دهنده دقت بالای دو مدل تلفیقی نسبت به مدل آرما بود که این موضوع با تحقیقات تسفای و همکاران (۲۰۰۶) در مدل‌سازی دبی فصلی جریان رودخانه فریسر بریتانیا مطابقت دارد. دو مدل تلفیقی نتایج یکسان ارائه کرد. ولی آنچه به‌عنوان نتیجه‌گیری کلی به‌دست آمد این بود که با تلفیق مدل‌های خطی و غیرخطی، دقت مدل‌سازی‌های مدل‌های خانواده آرما افزایش می‌یابد. هدف این تحقیق به‌طورکلی بررسی تأثیر ضریب پارامتر توانی (d) در بهبود نتایج مدل‌سازی سری زمانی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود بود. نتایج نشان داد که با بررسی پارامتر توانی مدل‌های خانواده ARCH و پیدا کردن مقدار بهینه آن می‌توان تا حدودی دقت مدل‌سازی-ها را افزایش داد. با تلفیق مدل‌ها، مقدار خطای مدل به‌میزان ۹۲/۲۲ درصد در واحد دبی (مترمکعب بر ثانیه) در مورد مدل ARMA-PARCH و به‌میزان ۹۲/۱۶ واحد دبی (مترمکعب بر ثانیه) در مورد مدل ARMA-ARCH بهبودیافته و دقت مدل نیز به‌طور چشمگیری افزایش داشته است. این مدل‌های تلفیقی، نقاط اوج را به‌خوبی مدل می‌کنند. همچنین نتایج نشان داد که ترکیب مدل‌های خطی و غیرخطی سری زمانی می‌تواند مدل‌های مناسبی جهت مدل‌سازی پارامترهای هیدرولوژیکی باشند.

خلیلی و همکاران (۱۳۹۱ الف) مطابقت دارد. نتایج تحقیق حاضر نشان داد که هر دو مدل واریانس شرطی خانواده ARCH، دقت مدل مرسوم ARMA را افزایش می‌دهد. همچنین نتایج نشان داد که با بررسی و بهینه‌سازی پارامتر توانی در مدل‌های خانواده ARCH تا حدودی می‌توان دقت مدل‌سازی را افزایش داد. از آنجاکه ماهیت داده‌های مختلف هیدرولوژی، متفاوت هست، لذا بررسی پارامتر توانی مدل‌های واریانس شرطی قبل از مدل‌سازی جهت کاهش خطا و افزایش دقت مدل‌سازی ضروری به‌نظر می‌رسد.

نتیجه‌گیری کلی

یکی از ضعف‌های مدل‌های خانواده آرما بخش تصادفی (باقی‌مانده) این مدل‌ها است که با هر بار اجرای این مدل‌ها، نتایج مدل‌سازی و پیش‌بینی‌ها تغییر می‌کند که تاکنون به این موضوع زیاد توجه نشده است. جهت از بین بردن این ضعف می‌توان از مدل‌های غیرخطی سری‌های زمانی، مانند مدل‌های خانواده ARCH استفاده کرد. در این مطالعه با استفاده از سری زمانی داده‌های بیشینه دبی لحظه‌ای رودخانه سیمینه‌رود واقع در استان آذربایجان غربی، مدل‌های تلفیقی ARMA-PARCH و ARMA-ARCH و مدل خطی ARMA مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفتند. از بین مدل‌های خانواده آرما، مدل $ARMA(1,0)$ به‌عنوان مدل برتر انتخاب گردید. سری باقی‌مانده مدل منتخب با استفاده از مدل‌های غیرخطی سری زمانی برآزش یافته و سپس دو مدل ARMA-PARCH و ARCH تولید گردید. با اضافه کردن مدل‌های غیرخطی به مدل‌های خطی سری زمانی

منابع مورد استفاده

احمدی ف، قهرمان ب، داوری ک و نیرومند ح، ۱۳۸۶. کاربرد مدل سری‌های زمانی در پیش‌بینی بارندگی ماهیانه و سالانه مشهد. نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، ویژه خاک، آب و هوا، جلد ۲۱، شماره ۲، صفحه‌های ۲۱ تا ۳۲.

خلیلی ک، ناظری تهرودی م، احمدی ف و ناظری تهرودی ز، ۱۳۹۱ الف. مدل‌سازی دما با استفاده از سری‌های زمانی پریودیک آرما مطالعه موردی (ایستگاه سینوپتیک کرمان). صفحه‌های ۱ تا ۶. اولین کنفرانس ملی راهکارهای دستیابی به توسعه پایدار در بخش‌های کشاورزی، منابع طبیعی و محیط زیست، وزارت کشور، پژوهشکده سوانح طبیعی ایران. ۱۶ و ۱۷ اسفند، تهران.

- خلیلی ک، فاخری فرد ا، دین‌پژوه ی، احمدی ف و بهمنش ج، ۱۳۹۱ ب. معرفی و کاربرد الگوی تلفیقی پیشنهادی BL-ARCH در پیش‌بینی دبی روزانه رودخانه (مطالعه موردی: رودخانه شهرچای ارومیه). نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی). جلد ۲۷. شماره ۲. صفحه‌های ۳۴۲ تا ۳۵۰.
- دودانگه ا، عابدی کوپایی ج و گوهری ع، ۱۳۹۱. کاربرد مدل‌های سری‌زمانی به منظور تعیین روند پارامترهای اقلیمی در آینده در راستای مدیریت منابع آب. مجله علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی (علوم آب و خاک). سال ۱۶، شماره ۵۹، صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴.
- صفوی ح، ۱۳۸۸. هیدرولوژی مهندسی. انتشارات ارکان دانش، ۷۰۶ صفحه.
- قدم پور ز و شقاقیان م، ۱۳۹۰. مقایسه مدل‌های کلاسیک سری زمانی و هوش مصنوعی در تعیین سطح تراز آب زیرزمینی. صفحه‌های ۱ تا ۸. ششمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه سمنان. سمنان.
- ناظری تهرودی م و خلیلی ک، ۱۳۹۲. معرفی روش گشتاورهای پیشرفته SAM در برآورد دوره بازگشت حجم خشکی رودخانه (مطالعه موردی: حوضه‌های دریاچه ارومیه). اولین همایش ملی تاثیر پسروری دریاچه ارومیه بر منابع خاک و آب. مرکز تحقیقات کشاورزی و منابع طبیعی استان آذربایجان شرقی. ۳۰ مهر و ۱ آبان، تبریز.
- ناظری تهرودی م و خلیلی ک، ۱۳۹۳. پیش‌بینی خشکسالی با استفاده از مدل‌سازی سری زمانی (مطالعه موردی: ایستگاه سینوپتیک بم). فصل‌نامه بین‌المللی منابع آب و توسعه، سال ۲، شماره ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۹.
- ناظری تهرودی م، احمدی ف، خلیلی ک و ناظری تهرودی ز، ۱۳۹۲ الف. کاربرد نرم‌افزار SAMS2007 در مدل‌سازی اقلیم آینده استان کردستان جهت پیش‌بینی دما و بارندگی. صفحه‌های ۱ تا ۶. اولین کنفرانس ملی هیدرولوژی مناطق خشک. شرکت سهامی آب منطقه‌ای و جهاددانشگاهی کردستان. ۳ تا ۵ اردیبهشت، سنندج.
- ناظری تهرودی م، خلیلی ک، عباس زاده افشار م و ناظری تهرودی ز، ۱۳۹۲ ب. مدل‌سازی میانگین دمای ماهانه با استفاده از نرم‌افزار SAMS2007 (مطالعه موردی ایستگاه سینوپتیک ارومیه). صفحه‌های ۱ تا ۱۱. اولین همایش سراسری محیط زیست، انرژی و پدافند زیستی. ۲۰ دی ماه. تهران.
- ناظری تهرودی م، خلیلی ک، ناظری تهرودی ز و شهنازی م، ۱۳۹۲ پ. ارزیابی مدل‌های PARMA و PARIMA جهت مدل‌سازی و پیش‌بینی بیشترین سرعت باد. صفحه‌های ۱ تا ۷. همایش ملی پژوهش‌های کاربردی در علوم و مهندسی. ۵ و ۶ اردیبهشت ماه. دانشگاه آزاد اسلامی تاکستان. تاکستان.
- Andersen TG and Bollerslev T, 1998. ARCH and GARCH models. Pp. 1-11. In: Kotz S, Read CB and Banks DL (eds). Encyclopedia of Statistical Sciences, Vol. II. New York: John Wiley and Sons. DOI: 10.1002/0471667196.ess0592.pub2.
- Andersen TG, Bollerslev T, Christoffersen P and Diebold FX, 2006. Volatility and correlation forecasting, Pp.777-878. In: Granger CWJ, Elliott G and Timmermann A (eds). Handbook of Economic Forecasting, Amsterdam: North-Holland.
- Bauwens L, Laurent S and Rombouts JVK, 2006. Multivariate GARCH models: A survey. Journal of Applied Econometrics 21: 79-110.
- Bera AK and Higgins ML, 1993. ARCH models: Properties, Estimation and Testing. Journal of Economic Surveys 7: 305-366.
- Bollerslev T, Chou RY and Kroner KF, 1992. ARCH modeling in finance. A selective review of the theory and empirical evidence. Journal of Econometrics 52: 5-59.
- Bollerslev T, Engle RF and Nelson DB, 1994. ARCH models, Pp. 2959-3038. In: Engle RF and McFadden D (eds.), Handbook of econometrics, volume IV. Amsterdam: North-Holland.
- Brooks RD, Faff RW, McKenzie M and Mitchell H, 2000. A multi-country study of power ARCH models and national stock market returns. Journal of International Money and Finance 19 (3): 377-397.
- Caiado J, 2007. Forecasting water consumption in Spain using univariate time series models. Munich Personal RePEc Archive, MPRA Paper No. 6610, posted 7. Online at <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/6610/>

- Degiannakis S and Xekalaki E, 2004. Autoregressive conditional heteroscedasticity (ARCH) models: A Review. *Quality Technology and Quantitative Management* 1: 271-324.
- Diebold FX and Lopez J, 1995. Modeling volatility dynamics, Pp. 427-472. In: Hoover K (ed.), *Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects*. Boston: Kluwer Academic Press.
- Ding Z, Granger CWJ and Engle RF, 1993. A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance* 1: 83-106.
- Engle RF, 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflations. *Econometrica* 50: 987-1007.
- Engle RF, 1995. *ARCH: selected readings*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Engle RF and Patton AJ, 2001. What good is a volatility model?, *Quantitative Finance* 1: 237-245.
- Govindaraju RS, 2000. Artificial neural network in hydrology. *Journal of hydrologic Engineering* 5(2): 115-123.
- Hentschel L, 1995. All in the family: Nesting symmetric and asymmetric GARCH models. *Journal of Financial Economics* 39: 71 - 104.
- Khalili K, Nazeri Tahrudi M, Abbaszadeh Afshar M and Nazeri Tahrudi Z, 2014. Modeling monthly mean air temperature using SAMS2007 (Case Study: Urmia synoptic station). *Journal of Middle East Applied Science and Technology (JMEAST)* 15 (3): 578-583.
- Laux P, Vogl S, Qiu W, Knoche H. R and Kunstmann H, 2011. Copula-based statistical refinement of precipitation in RCM simulations over complex terrain. *Journal of Hydrology and Earth System Sciences* 15: 2401-2419.
- Mendenhall W and Reinmuth J, 1982. *Statistics for Management and Economics*, Fourth Edition, Duxbury Press.
- Pagan A, 1996. The econometrics of financial markets. *Journal of Empirical Finance* 3: 15-102.
- Palm F, 1996. GARCH models of volatility. Pp. 209-240. In Rao CR and Maddala GS (eds.) *Handbook of Statistics*, Volume 14. Amsterdam: North-Holland.
- Salas JD, 1993. Analysis and modeling of hydrological time series. Pp 1-19. In: *Handbook of Hydrology*, edited by David R, Maidment, McGraw-Hill, New York.
- Shephard N, 1996. Statistical aspects of ARCH and stochastic volatility models. Pp. 1-67. In Cox R, Hinkley DV and Barndorff-Nielsen OE (eds.) *Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields*, London: Chapman & Hall.
- Tesfaye YG, Meerschaert MM and Anderson PL, 2006. Identification of periodic autoregressive moving average models and their application to the modeling of river flows. *Water Resources Research* 42(1): 1-11.
- Thomas HA and Fiering MB, 1962. *Mathematical Synthesis of Stream Flow Sequences for the Analysis of River Basin by Simulation*. Harvard university press, Cambridge, 751Pp.
- Wang W, Van Gelder PHAJM and Vrijling JK, 2005. Testing and modeling autoregressive conditional heteroskedasticity of stream flow processes. *Journal of Nonlinear Processes in Geophysics* 12: 55-66.
- Wilcoxon F, 1945. Individual comparison by ranking methods. *International Biometric Society* 1(6): 80-83.