

مدل‌سازی و تعیین پارامترهای تاثیرگذار در ضریب مقاومت جریان کانال‌های فرسایش‌پذیر با شکل بستر تلماسه (دون) با استفاده از رگرسیون بردار پشتیبان

کیومرث روشنگر*^۱ محمدتقی اعلمی^۲ سیدمهدی ثاقبان^۳

۱- دانشیار، گروه مهندسی عمران آب، دانشکده فنی و مهندسی عمران دانشگاه تبریز

۲- استاد، گروه مهندسی عمران آب، دانشکده فنی و مهندسی عمران دانشگاه تبریز

۳- دانشجوی دکتری مهندسی عمران - سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده فنی و مهندسی عمران دانشگاه تبریز

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: kroshangar@yahoo.com

چکیده

در مطالعه هیدرولیکی کانال‌ها و رودخانه‌ها، تعیین ضریب مقاومت جریان برای محاسبه دبی، سرعت و عمق جریان امری ضروری بوده و محاسبه مقادیر عددی این ضریب، با توجه به تأثیرگذاری پارامترهای مختلف بر آن پیچیده و مشکل است. در این پژوهش با بهره‌گیری از روش ماشین بردار پشتیبان به‌عنوان یکی از روش‌های یادگیری ماشینی، مقادیر ضریب زبری جریان در بستر فرسایش‌پذیر با شکل بستر تلماسه (دون)، برای چهار سری از داده‌های آزمایشگاهی معتبر در سه سناریو (مدل براساس مشخصات جریان، شکل بستر و جریان و مصالح بستر و جریان) تخمین زده شده و نرخ تأثیر پارامترهای ورودی با توجه به معیارهای ارزیابی مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. نتایج حاصله نشان داد که روش رگرسیون بردار پشتیبان دارای دقت قابل قبولی در تخمین ضریب زبری جریان می‌باشد. همچنین پارامتر عدد رینولدز جریان با بیشترین تأثیرگذاری، دارای اهمیت بیشتری در تخمین ضریب زبری جریان در بسترهای فرسایش‌پذیر با شکل بستر دون شناخته شد.

کلمات کلیدی: بستر فرسایش‌پذیر، تلماسه، رگرسیون بردار پشتیبان، ضریب مقاومت جریان، عدد رینولدز

Modeling and Determination of Effective Parameters in Flow Roughness Coefficient in Alluvial Channels with Dun Bedforms Using Support Vector Regression

K Roushangar^{*1}, M. T Alami², S. M Saghebian³

¹ Assoc. Prof., Dept. of Water Eng., Faculty of Civil Eng., University of Tabriz, Iran

² Prof., Dept. of Water Eng., Faculty of Civil Eng., University of Tabriz, Iran

³ PhD Candidate in Hydraulic Structures. University of Tabriz, Tabriz, Iran

* Corresponding Author, E-mail: kroshangar@yahoo.com

Abstract:

Determination of flow roughness coefficient in the channels and river hydraulics is necessary for calculating of the discharge, the velocity and the depth of flow. Calculating the exact values of this coefficient is complex and difficult due to the influence of various parameters on it. In this study, using support vector regression as one of the machine learning approaches, the flow roughness coefficient in alluvial channel with dune bedform is predicted for four experimental data series under three scenarios (modeling based on flow characteristics, flow and bedform characteristics and flow and sediment characteristics) and the rate of input parameters is investigated using different performance criteria. The obtained results show that the support vector regression approach has desired accuracy in predicting the roughness coefficient. Also, the flow Reynolds number parameter with the most impact was recognized as the most significant parameter in estimating the roughness coefficient in the erodible beds with dune bedforms.

Keywords: Alluvial channel, Dune, Support Vector Regression, Roughness coefficient, Reynolds number.

مقدمه

پارامترهای متعددی بر ضریب زبری، تعیین پارامترهای مؤثر و ایجاد رابطه ریاضی میان آنها بسیار پیچیده و مشکل می‌باشد.

در رودخانه‌های با بستر آبرفتی، تنش برشی جریان در بستر موجب جابجایی مواد بستر شده و امواج ماسه‌ای ایجاد می‌شود که بسته به مقدار تنش برشی و اندازه مواد بستر به صورت شکل بستر یا فرم بستر نمایان می‌شود. بر اساس تجارب وسیع آزمایشگاهی در دانشگاه کلرادو توسط سیمونز و ریچاردسون (۱۹۶۳ و ۱۹۶۶) چندین گونه از اشکال بستر شناسایی شدند (شکل ۱) که برای جریان زیر بحرانی شامل بستر هموار یا بستر مسطح (که به یک سطح بستر بدون شکل بستر اشاره دارد)، ریل‌ها (اشکال بستر کوچکی با ارتفاع‌های موجی کمتر از چندین سانتی‌متر هستند. شکل ریل‌ها از مثلثی تا حالت سینوسی متفاوت‌اند) و تلماسه‌ها یا دون‌ها (بزرگ‌تر از ریل‌ها هستند از نظر پروفیل‌های

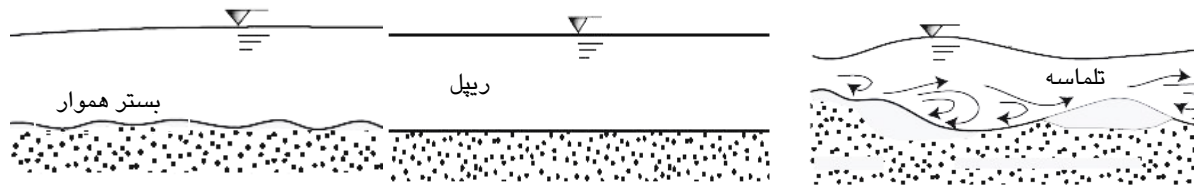
ضریب زبری جریان یکی از اطلاعات مورد نیاز در محاسبات و طراحی‌های هیدرولیکی می‌باشد که برای محاسبه ظرفیت‌آبگذری، سرعت و عمق جریان در کانال‌های طبیعی مهم و ضروری است. برای تعیین مقاومت جریان در مجاری روباز از روابط مانینگ^۱، شزی^۲ و داریسی-ویسباخ^۳ استفاده می‌شود. روابط مذکور ارتباط بین سرعت متوسط جریان، ضرایب مقاومتی، افت انرژی و پارامترهای هندسی و هیدرولیکی آبراهه را بیان می‌کنند که در میان آنها تخمین ضریب مقاومت جریان پیچیده و مشکل است. در حقیقت تخمین درست این ضرایب می‌تواند به برآورد دقیق‌تر شرایط جریان کمک کند. در هیدرولیک رودخانه‌ها، بستر کانال متحرک بوده و مقاومت در برابر جریان متأثر از عوامل مختلفی نظیر جنس بستر، پوشش گیاهی، سطوح مربوط به دانه‌بندی و اندازه ذرات بستر، شکل بستر ناشی از بارهای رسوبی، موانع عمودی موجود در مسیر جریان و مورفولوژی رودخانه می‌باشد. با توجه به تأثیر

³ Darcy-Weisbach

¹ Manning

² Chezy

(۱۹۲۳)، میر پیتر و مولر (۱۹۴۸)، هندرسن (۱۹۶۶)، اندرسون و همکاران (۱۹۷۰) و هاگر (۱۹۹۹) اشاره نمود. می‌توان به ارتفاع تلماسه (h) و طول تلماسه (L) اشاره نمود.



شکل ۱- انواع اشکال بستر در کانال‌های فرسایش‌پذیر (سیمونز و ریچاردسون ۱۹۶۳ و ۱۹۶۶).

آزمایشگاهی با جریان دائمی همانند رودخانه‌های طبیعی، شکل بستر حتی در شرایطی که رسوبات به شکل منظم چیده شده باشند، اندازه و شکل نامنظمی دارد.

خاصیت غیرخطی و عدم قطعیت ذاتی محاسبه پارامترهای مقاومت جریان و پیچیده بودن مدل‌های فیزیکی و عدم اطلاع دقیق از روابط و معادلات ریاضی حاکم بر مسئله و همچنین مستقل بودن مدل‌های جعبه سیاه از پارامترهای فیزیکی و معادلات حاکم بین آنها از اصلی‌ترین دلایلی است که باعث رونق یافتن روش‌های نوین محاسبات نرم و هوش مصنوعی از قبیل شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN)، برنامه‌ریزی بیان ژن (GEP) و ماشین بردار پشتیبان (SVM) در مطالعات مربوط به مهندسی و مدیریت منابع آب شده است. در این زمینه می‌توان به تخمین بار بستر رودخانه توسط عظمت الله و همکاران (۲۰۱۰) و روشنگر و همکاران (۲۰۱۴)، تخمین بار معلق رودخانه توسط چیانگ و تسای (۲۰۱۱) و روشنگر و کوشه (۲۰۱۵)، مدل‌سازی فرآیند تبخیر در اقلیم‌های مختلف توسط نورانی و سیاح‌فرد (۲۰۱۲) و شبیه‌سازی فرآیند بارش و رواناب توسط قربانی و همکاران (۱۳۹۵) اشاره کرد.

طولی دونه‌ها اغلب مثلثی شکل با شیب‌های بالادست نسبتاً ملایمی هستند و شیب‌های پایین‌دست نزدیک به زاویه قرار مواد بستر می‌باشند) می‌شوند. از مشخصات هندسی تلماسه در مورد تأثیر اندازه‌های ذرات رسوبی بستر و بدنه آبراهه بر ضریب زبری مانینگ (n) مطالعات زیادی صورت گرفته است که می‌توان به استریکلر

حیدری و همکاران (۲۰۱۴) در آزمایش‌های انجام شده برای بستر فرسایش‌پذیر نشان دادند که عدد شیلدز تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای بر روی ارتفاع و شیب دونه دارد. تویندر و ریبرینک (۲۰۱۲) مطالعه‌ای را درباره تشکیل شکل بستر و تأثیر آن بر روی زبری هیدرولیکی بستر رودخانه انجام داده‌اند به طوری که در این آزمایش مقدار رسوبات وارد شده به سیستم را محدود کرده و نام این روش را کاهش ابعاد شکل‌بستر (BDR) نامیده‌اند. نتایج نشان دادند که شکل بستر و زبری مربوط به آنها، وابستگی واضحی را به میزان محدودیت عرضه نشان می‌دهد. یانگ و همکاران (۲۰۰۵) مکانیسم اساسی مقاومت جریان درون یک کانال آبرفتی با شکل بستر را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که زبری دانه‌ها می‌تواند دو برابر قطر متوسط رسوبات بستر در نظر گرفته شود. آنها رابطه‌ای تجربی برای زبری شکل بستر پیشنهاد دادند که وابسته به ارتفاع و تندی (یا شیب) شکل بستر می‌باشد. همچنین آنها تأثیر طول و ارتفاع شکل بستر بر روی تنش برشی کل و شیب انرژی را مورد بحث قرار دادند و رابطه‌ای تجربی برای طول ناحیه جدایش پشت شکل بستر پیشنهاد کردند. وندر مارک و همکاران (۲۰۰۸) مطالعات میدانی و آزمایشگاهی را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند و مشاهده نمودند در کانال

³ Gene Expression Programming

⁴ Support Vector Machine

¹ Bedform Dimension Reduction

² Artificial Neural Network

مقاومت جریان با شکل بستر

مقاومت کل جریان کانال یا آبراهه با استفاده از روابط نیمه تجربی مانینگ، شزی و دارسی - ویسیاخ به دست می‌آید. سه رابطه مذکور ارتباط بین سرعت متوسط جریان با ضریب مقاومت و شیب افت انرژی و پارامترهای هندسی و هیدرولیکی آبراهه را بیان می‌کنند. در این تحقیق برای محاسبه ضریب زبری یا مقاومت جریان از رابطه مانینگ استفاده شده و برای تمامی داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده، ضریب مذکور محاسبه گردیده است.

رگرسیون بردار پشتیبان

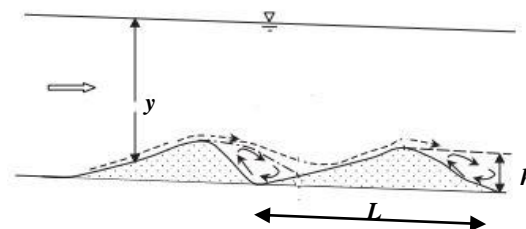
ماشین بردار پشتیبان (SVM) یکی از روش‌های یادگیری با نظارت است که به دو گروه بردار پشتیبان طبقه‌بندی (SVC) و رگرسیون (SVR) تقسیم‌بندی می‌شود. ماشین بردار پشتیبان در سال ۱۹۶۳ توسط واپنیک ابداع و در سال ۱۹۹۵ برای حالت غیرخطی تعمیم داده شد (واپنیک ۱۹۹۵). نحوه کار الگوریتم SVM به مانند اغلب روش‌های هوشمند به صورت آموزش و آزمون می‌باشد. ولی بر خلاف سایر روش‌های هوش مصنوعی به جای اینکه خطای محاسباتی را کاهش دهد، ریسک عملیاتی عدم تقسیم‌بندی صحیح را به عنوان تابع هدف قرار داده و مقدار بهینه آن را به دست می‌آورد. برای برخی از مسائل، شاید معیار خطای محاسباتی به صفر هم برسد، اما در میان همه مدل‌هایی که دارای خطای صفر هستند، فقط یک مورد وجود دارد که کمترین ریسک عملیاتی را داراست. از این رو، در برخی موارد، خروجی SVM در کنار عملکرد بهتری که دارد، مقاومت بیشتری نیز نسبت به تغییر در داده‌ها از خود نشان خواهد داد. زیرا اساساً، طوری طراحی و آموزش داده شده است، که بتواند در مقابل چنین عدم اطمینانی، مقاومت نماید و عملکرد مطلوبی را داشته باشد. SVM قادر است مسئله را توسط روش کرنل به فضای با ابعاد بیشتر ببرد. از مدل رگرسیون بردار پشتیبان در حل مسائل پیش‌بینی استفاده می‌گردد. همان‌گونه که بیان شد،

در این تحقیق تلاش شده است تا در راستای تکمیل مطالعات قبلی صورت گرفته در این زمینه، کاربرد روش رگرسیون بردار پشتیبان (SVR) در تخمین پارامتر ضریب زبری مقاومت جریان مورد بررسی قرار گرفته و میزان تأثیرگذاری پارامترهای ورودی بر روی ضریب زبری جریان بررسی شود.

مواد و روش‌ها

شکل بستر تلماسه (دون)

زمانی که ذرات رسوبی کف بستر کانالها و رودخانه‌ها در اثر جریان عبوری به جنبش درمی‌آیند و شروع به حرکت می‌کنند، الگوهای فرسایش و رسوبگذاری باعث تغییر ارتفاع بستر می‌شوند. در بسیاری از موارد این تغییرها تا زمانی افزایش پیدا می‌کنند که وضعیت و اشکال مختلف سطح که شکل بستر نامیده می‌شود، سراسر بستر را بپوشانند. سیمونز و ریچاردسون آزمایشاتی را در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه ایالت کلرادو انجام دادند و انواع مختلفی از اشکال بستر را شناسایی و معرفی نمودند. این اشکال شامل بستر هموار، ریپل‌ها که شکل آن‌ها از حالت مثلثی تا سینوسی متفاوت‌اند و تلماسه‌ها یا دون‌ها که بزرگ‌تر از ریپل‌ها هستند، می‌باشد. از نظر پروفیل‌های طولی دون‌ها اغلب مثلثی شکل با شیب‌های بالادست نسبتاً ملایمی می‌باشند. شکل (۲) شماتیک پارامترهای توپوگرافی شکل بستر دون را نشان می‌دهد که در آن y عمق متوسط جریان، h ارتفاع تلماسه و L طول تلماسه می‌باشد.

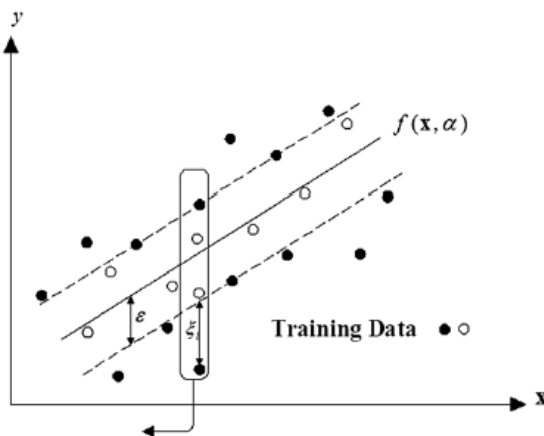


شکل ۲- شماتیک پارامترهای شکل بستر تلماسه (یانگ و همکاران، ۲۰۰۵).

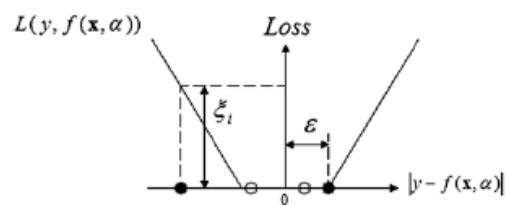
¹ Support vector regression

² Support vector classification

برای قرارگیری داده‌ها می‌باشد و هر داده که خارج از این محدوده قرار گیرد به نسبت تخطی از ناحیه مجاز شامل جریمه می‌شود. همچنین نزدیک‌ترین داده‌های آموزشی به صفحه تفکیک کننده بردار پشتیبان نامیده می‌شود که شکل ۳ گویای این مطلب است (گان، ۱۹۹۸).



ماشین بردار پشتیبان مبتنی بر کمینه کردن ساختاری ریسک است و در مسائل رگرسیون از تابع خطایی به نام ϵ -Insensitive استفاده می‌کند. در واقع حاشیه‌ای به ضخامت ϵ از هر دو طرف صفحه تفکیک کننده در نظر گرفته می‌شود. ناحیه بین دو خط کناری، ناحیه مجاز



شکل ۳- جداسازی داده‌ها در SVM و بردارهای پشتیبان.

(RMSE)، ضریب همبستگی^۱ (R)، ضریب تعیین^۲ (DC) استفاده شده که در جدول ۲ آمده است. RMSE نشان-دهنده انحراف استاندارد نمونه از تفاوت بین مقادیر محاسباتی و مشاهداتی می‌باشد و هرچه مقدار آن به صفر نزدیکتر باشد نشان‌دهنده بهتر بودن مدل است. ضریب همبستگی اطلاعاتی درباره وابستگی خطی مقادیر مشاهداتی و پیش‌بینی شده را به ما ارائه می‌دهد. ولی در بررسی نباید فقط از این معیار ارزیابی به صورت تنها استفاده کرد. معیار DC ارزیابی اختلاف نسبی مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی را نشان می‌دهد این معیار نشان دهنده صحت برازش داده‌ها است و از منفی بی‌نهایت در بدترین حالت تا یک در زمان برازش کامل داده‌ها تغییر می‌کند.

در مسائلی که داده‌ها به صورت خطی تفکیک‌پذیر نباشند، معادله صفحه تفکیک‌کننده برای حالت غیرخطی با دخالت تابع کرنل $K(x)$ که وظیفه نگاشت داده‌ها از فضای غیرخطی به فضای خطی را بر عهده دارد، حاصل می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود معادله کلی صفحه بهینه با دخالت تابع کرنل $K(x)$ به صورت زیر می‌باشد که در این رابطه W بردار ضرایب و b ثابت مشخصه‌های تابع رگرسیونی می‌باشد.

$$W^T \times Z + b = 0 \rightarrow W^T \times K(x) + b = 0 \quad [1]$$

توابع کرنل شکل‌های مختلفی دارند که در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشند.

معیارهای ارزیابی

به‌منظور ارزیابی و بررسی کارایی روش‌های استفاده شده برای تخمین ضریب زبری مانینگ، در این تحقیق از معیارهای جذر میانگین مربعات خطاها

³ Determination Coefficient

¹ Root Mean Square Error

² Correlation Coefficient

جدول ۲- معیارهای ارزیابی.

معادله	معیارهای ارزیابی
$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (n_m - n_p)^2}{N}}$	جزر میانگین مربعات خطاها
$R = \frac{\sum_{i=1}^N (n_m - \bar{n}_m) \times (n_p - \bar{n}_p)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (n_m - \bar{n}_m)^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N (n_p - \bar{n}_p)^2}}$	ضریب همبستگی
$DC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (n_m - n_p)^2}{\sum_{i=1}^N (n_m - \bar{n}_m)^2}$	ضریب تعیین

جدول ۱- انواع تابع کرنل.

تابع کرنل	فرمولاسیون
Linear	$K(x_i, x_j) = (x_i, x_j)$
Polynomial	$K(x_i, x_j) = ((x_i, x_j) + 1)^p$
RBF	$K(x_i, x_j) = \exp(-\frac{\ x_i - x_j\ ^2}{2\sigma^2})$
ERBF	$K(x_i, x_j) = \exp(-\frac{\ x_i - x_j\ }{2\sigma^2})$

در کانال مستطیلی با عرض‌های ۷۰/۵ و ۷۳/۶ سانتی-متر، با سه دانه‌بندی مواد بستر صورت گرفته است. - داده‌های حاصل از مطالعات آزمایشگاهی ترتیب داده شده توسط مولف در مدت فرصت مطالعاتی کوتاه مدت در آزمایشگاه هیدرولیک موسسه تحقیقاتی دانشگاه کان فرانسه در سال ۱۳۸۸ مورد استفاده قرار گرفته است. بدین منظور، کانالی به طول مفید ۸ متر و عرض ۰/۱۵ و عمق ۰/۴ متر مورد استفاده قرار گرفت.

در این تحقیق برای محاسبه مقادیر ضریب زبری مانینگ (n) و ضریب زبری داریسی و ایسباخ (f) از فرمول‌های شناخته شده و مشهور مانینگ و داریسی- ایسباخ استفاده شده است. در آغاز شبیه‌سازی تمام مدل‌های SVR با توابع کرنل مختلف انجام شده و تابع کرنل RBF به‌عنوان بهینه‌ترین تابع کرنل انتخاب شده است. در ادامه برای بهینه‌سازی مشخصه‌های مدل SVR یعنی مقادیر ε و C در تابع کرنل RBF باید مشخصه γ بهینه گردد، بنابراین در حالت کلی برای تخمین ضریب زبری جریان، توسط مدل SVR، لازم است که مقادیر بهینه سه مشخصه مذکور به دست آیند. در این تحقیق برای رسیدن به این منظور دو مشخصه ε و C توسط الگوریتم بهینه‌سازی جست‌وجوی شبکه و مشخصه γ نیز به‌صورت سعی و خطا بهینه می‌شوند. برای این منظور محدوده مشخصه‌های ε و C به‌ازای مقدار ثابت γ تعیین شده و سپس توسط الگوریتم جست‌وجوی شبکه مقدار دقیق دو مشخصه ε و C مشخص می‌شود، روند مذکور برای دیگر مقادیر γ نیز تکرار شده و بدین طریق مدل‌های متفاوتی با تغییر در مقدار γ حاصل می‌شوند و

در جدول ۱، σ و p پارامترهای تنظیمی کرنل‌های مختلف و در جدول ۲، n_m: ضریب زبری اندازه‌گیری شده، n_p: متوسط ضریب زبری اندازه‌گیری شده، n_p: ضریب زبری پیش‌بینی شده، n_p: متوسط ضریب زبری پیش‌بینی شده و N تعداد داده‌ها می‌باشد.

داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده

جهت بررسی عملکرد رگرسیون ماشین بردار پشتیبان در تخمین ضریب زبری جریان و تأثیر پارامترهای مختلف بر آن از چهار سری داده آزمایشگاهی مطمئن و قابل اعتماد محققین مختلف که جزئیات مربوط به آزمایشات در جدول شماره (۳) آورده شده است، استفاده گردید.

- گای و همکاران (۱۹۶۱) ۱۱۴ سری داده آزمایشگاهی را در آزمایشگاه دانشگاه کلرادو در بازه زمانی ۱۹۶۱-۱۹۵۶ برداشت کردند که این آزمایش‌ها در کانال مستطیلی با عرض‌های ۲ و ۸ فوت، با ۱۰ حالت دانه‌بندی مختلف مصالح بستر صورت گرفته است.

- تعداد آزمایشات ویلیامز (۱۹۷۰) ۱۴۸ سری داده می‌باشد که در آزمایشگاه شهر واشینگتون در سال ۱۹۷۰ صورت پذیرفته است و این آزمایش‌ها در کانال مستطیلی با عرض‌های ۷/۶۲، ۱۵/۲۴، ۳۰/۴۸ سانتی-متر، با یک دانه‌بندی بستر انجام شده است.

- آزمایشات مهندسین ارتش آمریکا (۱۹۳۵) ۶۱ سری داده می‌باشد که در آزمایشگاه شهر می‌سی‌سی‌پی در سال ۱۹۳۵ صورت پذیرفته است. این آزمایش‌ها

شده است که معیارهای جذر میانگین مربعات خطاها (RMSE) نزدیک به صفر، ضریب تعیین (DC) و ضریب همبستگی (R) آن نزدیک‌ترین مقدار به یک را داراست.

در نهایت مقادیری از γ ، ε و C که بهترین مقدار شاخص‌های آماری را داشته‌اند، انتخاب می‌گردند. به‌طورکلی از بین مدل‌ها، مدلی به‌عنوان مدل برتر انتخاب

جدول ۳- جزئیات آزمایشات محققین.

نام محقق	y (mm)	b (mm)	D ₅₀ (mm)	Fr	Re	n(sm ^{-1/3})	f	تعداد داده‌ها
کای و همکاران (۱۹۶۶)	۹۱/۳۰۵-۴	۲۳۳۸-۶۰۹	۰/۰-۹۳/۱۹	۰/۰-۲۵/۶۵	۲۵۵۵۰-۳۶۸۰۰	۰/۰-۰۱۵/۰۳۸	۰/۰-۰۳۱/۱۶۳	۱۱۴
ویلیامز (۱۹۷۰)	۱/۸۷-۲۲۲	۱۱۱۸-۷۶/۲	۱/۳۵	۰/۳۳-۰/۸۳	۱۱۹۳۲-۱۰۱۹۲۰	۰/۰۰۹۱-۰/۰۲۰۱	۰/۰۱۹-۰/۰۵۹	۸۹
مهندسین ارتش آمریکا (۱۹۳۵)	۶۵/۵-۲۰۸	۷۳۶, ۷۰۵	۰/۰-۱۸/۳۷	۰/۳-۰/۷۲	۶۶۳۳۲-۱۹۰۶۱	۰/۰۱۲۷-۰/۰۲۴۹	۰/۰۳۲-۰/۱۰۸	۶۱
روشنگر (۱۳۸۸)	۷۱-۱۳۵	۱۵۰	۰/۱۵-۰/۳	۰/۲۱-۰/۳	۳۵۸۶۹-۳۳۱۹۲	۰/۰۲۰۳-۰/۰۲۵۲	۰/۰۳۶-۰/۰۶۳	۱۰۴

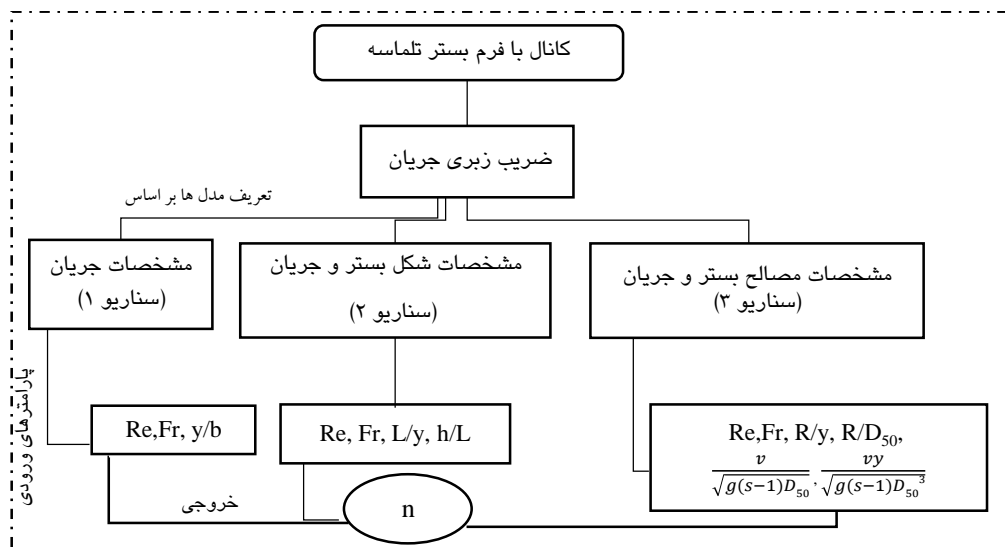
در جدول فوق Fr عدد فرود $Fr = \frac{v}{\sqrt{gy}}$ ، Re عدد رینولدز $Re = \frac{\rho v R}{\mu}$ ، D₅₀ متوسط اندازه ذرات، n و f ضرایب زبری مانینگ و دارسی- وایسباخ و γ و β به‌ترتیب عمق جریان و عرض کانال می‌باشند. همچنین ν سرعت جریان، g شتاب ثقل، μ ویسکوزیته دینامیکی و ρ چگالی آب می‌باشد.

نسبت عمق جریان به عرض کانال (y/b)، نسبت

ارتفاع تلماسه به طول تلماسه (h/L)، شعاع هیدرولیکی (R) بر روی ضریب زبری جریان بررسی شده و نتایج باهم مقایسه گردیده است. سه سناریوهای مختلف با توابع ورودی متفاوت در نظر گرفته شد که در شکل ۴ قابل مشاهده می‌باشد. در این شکل s بیانگر چگالی نسبی است.

بحث و نتایج

در این تحقیق جهت تخمین ضریب زبری جریان در بسترهای فرسایش‌پذیر با شکل بستر تلماسه (دون) از روش رگرسیون بردار پشتیبان (SVR) استفاده شده است و میزان تأثیر پارامترهای ورودی همچون عدد رینولدز (Re)، عدد فرود (Fr)، متوسط اندازه ذرات (D₅₀)، نسبت عمق جریان به متوسط اندازه ذرات (y/D₅₀)



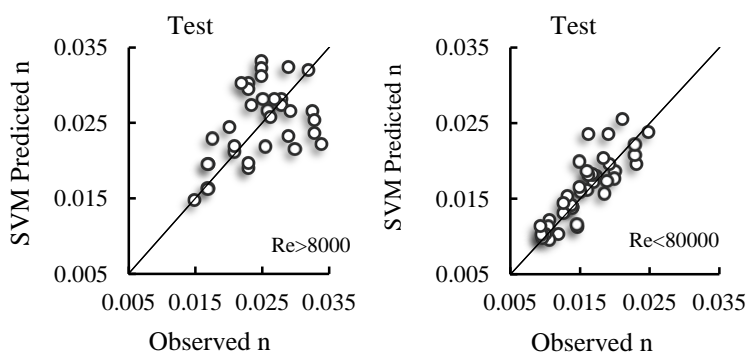
شکل ۴- شکل شماتیک سناریوهای مختلف استفاده شده در این تحقیق.

استفاده شده است. با بررسی معیارهای ارزیابی برای مدل‌های مختلف در جدول ۴ مشاهده می‌شود که مدل با پارامترهای ورودی عدد رینولدز و نسبت عمق بر عرض کانال به عنوان بهترین مدل برای داده‌ها می‌باشد. مطابق با نتایج جدول مشاهده می‌گردد که استفاده از عدد رینولدز به تنهایی به عنوان پارامتر ورودی منجر به جواب‌های دقیق‌تری در مقایسه با عدد فرود می‌گردد. با توجه به اینکه مساله مقاومت جریان به دلیل شروع آستانه حرکت و انتقال ذرات رسوبی و تشکیل فرم بستر دارای عدم قطعیت نسبتاً بالایی است. برای ارزیابی مدل از سه معیار ارزیابی استفاده گردید و مطابق با نش - ساتکلیف (۱۹۷۰) نتایج قابل قبول است.

جدول ۴- مدل‌های مختلف تعریف شده برای ورودی‌ها در سناریو ۱.

Model	n		
	R	DC	RMSE ($sm^{-1/3}$)
Re	۰/۸۹۲۵	۰/۵۴۰۳	۰/۰۰۴۵
Fr	۰/۶۲۸۴	۰/۱۵۸۳	۰/۰۰۶۲
y/b	۰/۷۷۲۰	۰/۳۴۱۵	۰/۰۰۵۴
Re,y/b	۰/۹۰۰۵	۰/۴۵۶۹	۰/۰۰۳۹
Fr,y/b	۰/۸۱۵۴	۰/۴۲۶۷	۰/۰۰۵۱
Re>۸۰۰۰۰	۰/۵۶۳۹	۰/۱۱۸۳	۰/۰۰۵۶
Re<۸۰۰۰۰	۰/۸۹۶۶	۰/۶۳۳۸	۰/۰۰۲۷

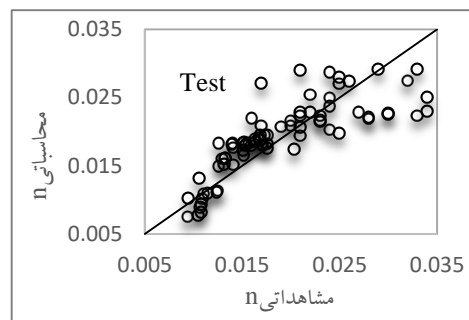
است و همچنین در شکل ۶ مشاهده می‌گردد که مقادیر مشاهداتی و محاسباتی برای اعداد رینولدز کمتر از ۸۰۰۰۰ به هم نزدیک و برای بزرگتر از ۸۰۰۰۰ از هم فاصله دارند.



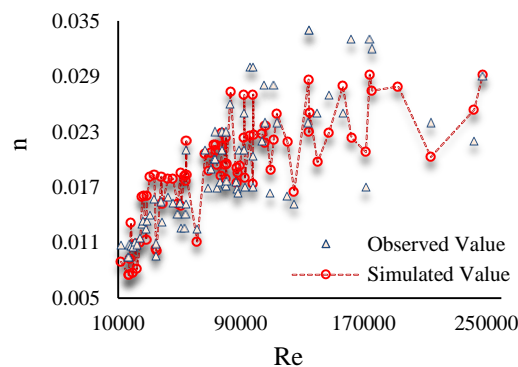
شکل ۶- نمودار پراکنش مقادیر مشاهداتی-محاسباتی ضریب زبری بستر کانال در سناریوی ۱ برای اعداد رینولدز مختلف برای مدل برتر.

مدل براساس مشخصات جریان (سناریوی ۱)

در سناریوی اول، مدل‌ها براساس مشخصات جریان مطابق جدول ۴ تعریف شدند. در جدول ۴ عدد رینولدز (Re) یک پارامتر بدون بعد است که تأثیر ویسکوزیته بر نیروی اینرسی جریان را نشان می‌دهد. در لایه مرزی که ویسکوزیته بر روی توزیع سرعت تأثیر بیشتری دارد یکی از پارامترهای موثر بر مقاومت جریان می‌باشد. عدد بدون بعد فرود (Fr) تأثیر نیروی ثقل بر نیروی اینرسی در جریان را نشان می‌دهد و به عنوان یکی از پارامترهای ورودی انتخاب شده است. برای مشاهده میزان تأثیر عرض کانال بر مقاومت جریان از پارامتر نسبت عمق بر عرض کانال (y/b) در مدل‌سازی



شکل ۵- ضریب زبری بستر کانال در سناریو ۱ برای مدل برتر. برای بررسی و تعیین محدوده حداکثر تأثیر پارامتر عدد رینولدز بر روی مقاومت جریان به عنوان متغیر موثر با استفاده از روش آزمون و خطا مقادیر ضریب زبری را برای اعداد رینولدزهای مختلف تخمین زده شد و مشاهده شد در آزمایشاتی که مقدار عدد رینولدز کمتر از ۸۰۰۰۰ بود تخمین مقدار ضریب زبری تا حد زیادی بهتر شد که در جدول ۴ نشان داده شده



نسبت طول شکل بستر به عمق جریان L/y و نسبت ارتفاع شکل بستر به عمق جریان h/y استفاده شد. با بررسی معیارهای ارزیابی برای مدل‌های مختلف در جدول ۵ مشاهده می‌شود که مدل با پارامتر ورودی عدد رینولدز و نسبت ارتفاع شکل بستر به عمق جریان با معیارهای ارزیابی ($R=0.9082$, $DC=0.6758$)، $RMSE=0.0045$ به عنوان بهترین مدل برای داده‌ها می‌باشد.

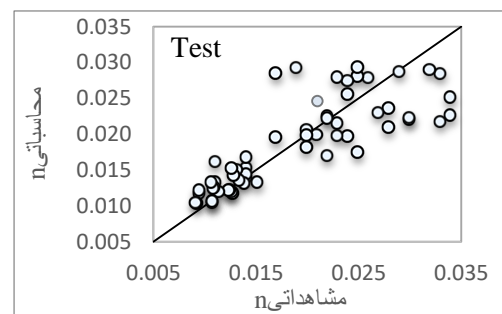
جدول ۵- مدل‌های مختلف تعریف شده برای ورودی‌ها در سناریو ۲.

Model	R	DC	RMSE (sm ^{-1/3})
Re,h/L	۰/۹۰۴۴	۰/۶۵۴۱	۰/۰۰۴۵
Re,h/y	۰/۸۹۵۵	۰/۶۲۸۲	۰/۰۰۴۷
Re,L/y	۰/۹۰۸۲	۰/۶۷۵۸	۰/۰۰۴۴
Re,h/y,L/y	۰/۸۹۸۸	۰/۶۳۷۳	۰/۰۰۴۶
Re,h/y,L/y,h/L	۰/۹۰۷۱	۰/۶۴۵۸	۰/۰۰۴۶
Re,Fr,h/L	۰/۹۰۳۸	۰/۶۶۲۱	۰/۰۰۴۵
Fr,h/y,L/y,h/L	۰/۶۸۸۴	۰/۲۵۳۹	۰/۰۰۶۷

R_e ، R/D_{50} ، $\frac{Vy}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$ ، به عنوان مدل برتر در تخمین زبری مقاومت جریان می‌باشد. به عبارت دیگر ترکیب عدد رینولدز (R_e)، نسبت شعاع هیدرولیکی به متوسط اندازه ذرات R/D_{50} و $\frac{Vy}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$ با در نظر گرفتن مقادیر ارزیابی مدل‌ها ($R=0.9208$, $DC=0.7185$)، $RMSE=0.0035$ بهترین نتیجه را در بین مدل‌های دیگر برای پیش‌بینی ضریب زبری مانینگ می‌دهد. در جدول ۷ پارامترهای مربوط به روش SVR برای مدل‌های برتر هر سناریو آورده شده است.

مدل براساس مشخصات شکل بستر و جریان (سناریوی ۲)

در سناریوی اول، مدل‌ها براساس مشخصات جریان اجرا و بهترین مدل، مدل با پارامترهای ورودی عدد رینولدز و نسبت عمق بر عرض کانال شناخته شد. در سناریوی دوم برای بررسی تاثیر مشخصات جریان و مشخصات توپوگرافی شکل بستر در مقاومت هیدرولیکی جریان از پارامترهایی شامل عدد رینولدز Re ، عدد فرود Fr ، نسبت ارتفاع به طول شکل بستر h/L



شکل ۷- نمودار پراکنش مقادیر مشاهداتی - محاسباتی ضریب زبری بستر کانال در سناریو ۲ برای مدل برتر

مدل براساس مشخصات مصالح بستر و جریان (سناریوی ۳)

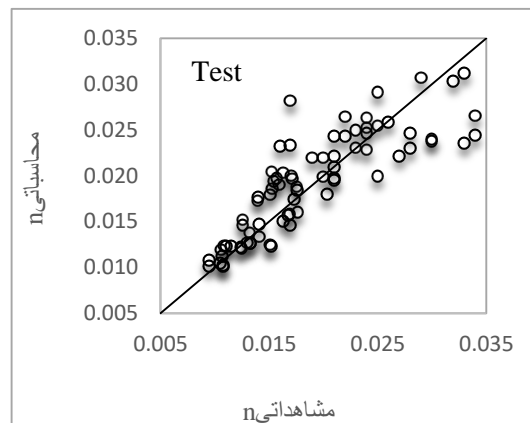
در سناریوی ۳ تاثیر پارامترهای زبری ناشی از ذرات بستر فرسایش‌پذیر که یکی از اصلی‌ترین پارامترهای مقاومت جریان می‌باشد، مورد بررسی قرار گرفت. به منظور بررسی پارامترهای مشخصات مصالح بستر، پارامترها به صورت بی بعد مطابق جدول ۵ استفاده شده است. که در آن R شعاع هیدرولیکی، D_{50} متوسط اندازه ذرات بستر، Re عدد رینولدز، Fr عدد فرود، V متوسط سرعت جریان، y عمق جریان، g شتاب ثقل و s چگالی نسبی می‌باشند. همانگونه که نتایج و ارزیابی مدل‌ها در جدول ۶ نشان می‌دهند مدل با ورودی

جدول ۶- مدل‌های مختلف تعریف شده برای ورودی‌ها در

سناریوی ۳.

Model	R	DC	RMSE ($sm^{-1/3}$)
R/D_{50}	۰/۸۵۹۶	۰/۵۴۵۶	۰/۰۰۴۵
$\frac{v}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}}$	۰/۷۵۶۹	۰/۳۱۷۶	۰/۰۰۵۵
$\frac{v_y}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$	۰/۸۰۸	۰/۴۱۰۵	۰/۰۰۵۱۸
$Re, R/D_{50}$	۰/۹۱۶۵	۰/۷۰۵۰	۰/۰۰۳۶
$Fr, R/D_{50}$	۰/۸۵۵	۰/۵۳۳۹	۰/۰۰۴۶
$\frac{v}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}}, R/D_{50}$	۰/۸۵۳۲	۰/۵۲۶۹	۰/۰۰۴۶
$\frac{v}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}}, Re$	۰/۹۰۱۱	۰/۶۷۸۱	۰/۰۰۲۸
$\frac{v_y}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}, Re$	۰/۸۹۱۵	۰/۶۷۰۸	۰/۰۰۲۸
$\frac{v_y}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}, R/D_{50}$	۰/۸۵۷۹	۰/۵۴۰۵	۰/۰۰۴۵
$Re, R/D_{50}, \frac{v}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}}$	۰/۹۱۹۷	۰/۷۱۲۰	۰/۰۰۳۶
$Re, R/D_{50}, \frac{v_y}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$	۰/۹۲۰۸	۰/۷۱۸۵	۰/۰۰۳۵
$R/D_{50}, \frac{v}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}}, \frac{v_y}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$	۰/۸۵۴۹	۰/۵۳۳۱	۰/۰۰۴۶
$Re, \frac{v}{\sqrt{g(s-1)D_{50}}}, \frac{v_y}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}, R/D_{50}$	۰/۹۱۹۷	۰/۷۱۲۲	۰/۰۰۳۶

شکل ۸- نمودار پراکنش مقادیر مشاهداتی-محاسباتی



ضریب زبری بستر کانال در سناریوی ۳.

جدول ۷- تنظیمات مربوط به پارامترهای روش SVR.

سناریو	مثل	کرنل	Epsilon	Capacity	Gamma
سناریو ۱	Re, y/b	RBF	۰/۰۱	۹/۰	۰/۱
سناریو ۲	Re, L/y	RBF	۰/۰۴	۱۰/۰	۰/۵
سناریو ۳	$Re, R/D_{50}, \frac{v_y}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$	RBF	۰/۰۲	۹/۵	۰/۳۳

اهمیت و میزان تاثیر هر پارامتر با حذف پارامترهای دیگر مورد ارزیابی قرار گرفت. جدول ۸ نشان می‌دهد که در سناریوی ۱ و ۲، عدد رینولدز موثرترین پارامتر و در سناریوی ۳ نیز عدد رینولدز تاثیر قابل توجهی در تخمین ضریب زبری مانینگ دارد.

آنالیز حساسیت

برای بررسی میزان تاثیر پارامترهای مختلف بر روی مدل SVR در تخمین ضریب زبری مقاومت جریان (مانینگ) از روش آنالیز حساسیت استفاده شد. بطوریکه

جدول ۸- اهمیت نسبی هریک از پارامترها در بهترین مدل SVR.

معیار ارزیابی	متغیر حذف شده	بهترین مدل SVR			
		مشخصات جریان (سناریو ۱)	صحت سنجی		
			R	DC	RMSE
		Re, y/b	۰/۷۷۲۰	۰/۳۴۱۵	۰/۰۰۵۴
		y/b	۰/۸۹۲۵	۰/۵۴۰۳	۰/۰۰۴۵
		Re, L/y	۰/۷۵۲۶	۰/۳۲۲۵	۰/۰۰۶۲
		Re			

	L/y	۰/۸۹۲۵	۰/۵۴۰۲	۰/۰۰۴۵
مشخصات جریان و مصالح بستر (سناریو ۳)				
$Re, R/D_{50}, \frac{Vy}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$	Re	۰/۸۵۷۹	۰/۵۴۰۵	۰/۰۰۴۵
	R/D_{50}	۰/۹۰۱۱	۰/۶۷۸۱	۰/۰۰۳۸
	Vy	۰/۹۱۶۵	۰/۷۰۵۰	۰/۰۰۳۶
	$\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}$			

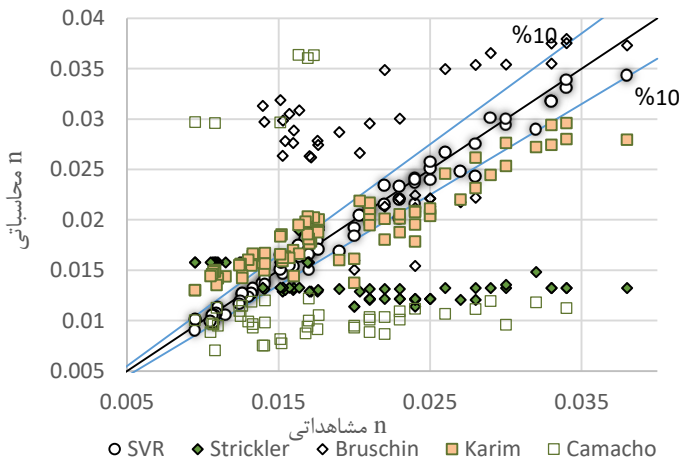
مقایسه با فرمولهای نیمه تجربی

به منظور بررسی دقت و قابلیت مدل‌های پیشنهادی با روش SVR در پیش بینی ضریب زبری جریان (ضریب مانینگ)، مقایسه‌ای بین روش پیشنهادی و برخی از معادلات نیمه تجربی متعارف انجام شد. انواع فرمول‌های تجربی و نیمه تجربی برای پیش بینی ضریب زبری کل جریان توسط محققین مختلف پیشنهاد شده است که برخی از آنها ساده و برخی ساختار پیچیده دارند. در جدول ۹ تعدادی از این معادلات مورد استفاده در این تحقیق برای مقایسه نتایج حاصل از مدل ارائه شده است. استریکلر (۱۹۲۳) فرمولی برای تخمین ضریب زبری جریان پیشنهاد نمود که فقط براساس متوسط اندازه ذرات بستر (D_{50}) تعریف شده است. بروسچین (۱۹۸۵) رابطه‌ای با متغیرهای شامل متوسط اندازه ذرات بستر (D_{50})، شیب خط انرژی (S_w) و شعاع هیدرولیکی

(R) ارائه نمود. کاماچو و ین (۱۹۸۹) در یک تحقیق معادله-ای ارائه نمودند و علاوه پارامترهایی چون عدد رینولدز (Re)، شعاع هیدرولیکی (R) و شتاب ثقل (g)، از پارامتر کاماچو (T^*) استفاده نمودند و فرمولشان را برای سه بازه مختلف عدد فرود تقسیم بندی کردند، همانگونه که در شکل ۹ مشخص شده است. فرمول‌های مذکور نتایج قابل قبولی برای داده‌های محققان دیگر نداشته‌اند. کریم (۱۹۹۵) معادله‌ای براساس مقاومت کل جریان بدون (f_0) و با شکل بستر (f) و متوسط اندازه ذرات (D_{50}) ابداع نمود. شکل ۹ عملکرد بهتر مدل SVR در مقایسه با فرمول‌های نیمه تجربی برای پیش‌بینی ضریب زبری مانینگ را نشان می‌دهد. بطوریکه تمامی مقادیر پیش‌بینی شده با استفاده از روش SVR در یک محدوده ۱۰ درصدی از مقادیر واقعی قرار دارند.

جدول ۹- فرمول‌های تجربی و نیمه تجربی برای پیش بینی ضریب زبری جریان توسط محققین مختلف.

محقق	متغیر مستقل	توضیحات
بروسچین (۱۹۸۵)	$n = \frac{D_{50}}{12.8} \times \left[\frac{R \times S_w}{D_{50}} \right]^{1/7.3}$	
کریم (۱۹۹۵)	$n = 0.037 D_{50}^{0.126} \left[\frac{f}{f_0} \right]^{0.465}$	
کاماچو و ین (۱۹۸۹)	$n = \frac{1}{\sqrt{g}} \times 3.78 T^{*0.175} / Re^{0.19}$	$Fr < 0.4$
	$n = \frac{1}{\sqrt{g}} \times 0.0081 \left(\frac{D_{50}}{R} \right)^{0.125} \times \frac{Re^{0.05}}{Fr^{0.88}}$	$0.4 < Fr < 0.7$
	$n = \frac{1}{\sqrt{g}} \times 0.078 \left(\frac{D_{50}}{R} \right)^{0.166} / Fr^{0.444}$	$0.7 < Fr < 1$
استریکلر (۱۹۲۳)	$n = 0.0474 D_{50}^{1/6}$	



شکل ۹- نمودار مقایسه مقادیر مشاهداتی-محاسباتی ضریب زبری بستر کانال با فرمول‌های تجربی و نیمه تجربی.

نتیجه‌گیری کلی

DC=0.7185 و RMSE=0.0035 دارای بهترین نتایج می‌باشد. همچنین بررسی نتایج حاکی از این می‌باشد که پارامتر ورودی عدد فرود دارای کمترین مقدار تأثیرگذاری بوده ولی در مقابل برای بازه مشخصی از عدد رینولدز (برای اعداد رینولدز کمتر از ۸۰۰۰۰)، ضریب زبری جریان وابستگی مستقیمی به عدد رینولدز جریان دارد و می‌توان نتیجه گرفت عدد رینولدز یکی از مهمترین پارامترهای موثر در تخمین ضریب زبری جریان در بازه مذکور می‌باشد. بررسی نتایج و معیارهای ارزیابی حاکی از قابلیت اعتماد و دقت بالای روش رگرسیون بردار پشتیبان در تخمین ضریب زبری جریان می‌باشد. همچنین در استفاده از روش رگرسیون بردار پشتیبان از بین توابع کرنل مختلف، تابع کرنل RBF بهترین نتایج را در تخمین ضریب زبری جریان ارائه می‌دهد.

در این مطالعه مقادیر ضریب زبری جریان در کانال‌های با بستر فرسایش‌پذیر و شکل بستر تلماسه (دون) با روش رگرسیون بردار پشتیبان برای داده‌های چهار محقق که آزمایشات متعددی بر روی مقاومت جریان برای بسترهای فرسایش‌پذیر با شکل بستر تلماسه (دون) انجام داده‌اند، تخمین زده شده و تأثیر پارامترهایی از جمله عدد رینولدز، عدد فرود، نسبت عمق بر عرض کانال و نسبت عمق بر متوسط اندازه ذرات بستر بر ضریب زبری مانینگ بررسی شده و مورد مقایسه قرار گرفته شد. در مدل‌های معرفی شده برای تخمین تابع هدف مذکور، ترکیب پارامترهای ورودی عدد رینولدز، نسبت عمق به عرض کانال و نسبت عمق به متوسط اندازه ذرات بستر با معیارهای ارزیابی $R=0.9208$.

منابع:

- Anderson, A.G., Paintal, A.S. and Davenport, J.T. 1970. Tentative design procedure for riprap lined channel. Report no. 108, Highway Research Board, National Academy of Sciences-National Academy of Engineering, Washington D C, USA, 75 pp.
- Azamathulla, H.M., Ghani, A.A., Chang, C.K., Hasan, Z.A., Zakaria, N.A. 2010. Machine learning approach to predict sediment load—a case study. *CLEAN Soil, Air, Water* 38(10): 969-976.
- Bruschin, J. 1985. Discussion on Brownlie (1983): Flow Depth in Sand-bed Channels. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE* 111: 736-739.
- Camacho, R., Yen, B.C. 1989. Nonlinear Resistance Relationships for Alluvial channels. In: Yen, B.C. (Ed.), *Proceedings, International Conference on Channel Flow and Catchment Runoff*. University of Virginia, Charlottesville, pp. 392-9.
- Chiang, J. and Tsai, Y. 2011. Suspended sediment load estimate using support vector machines in Kaoping river basin. In *Consumer Electronics, Communications and Networks (CECNet)*, International Conference, pp. 1750-1753.
- Ghorbani, M. A., Azani, A., and Naghipoor, L. 2016. Comparison of the preformation of support vector machine with other intelligent techniques to simulator rainfall-runoff process. *Journal of Watershed Management Research* 13: 92-103.
- Gunn, S.R. 1998. *Support Vector Machines for Classification and Regression*. Tech. Report, University of Southampton, UK.
- Guy, H.P., Simons, D.B. and Richardson, E.V. 1966. Summary of alluvial channel data from flume experiments: 1956-61 (No. 462-I).
- Hager, W.H. 1999. Modifying Manning's Equation for Flow Rate Estimates. *Water and Sewage Works* 125(3): 68-69.
- Henderson, F. M. 1966. *Open Channel Flow*. Macmillan, New York.
- Heydari, H., Zarrati, A.R. and Karimae Tabarestani, M. 2014. Bedform characteristics in a live bed alluvial channel, *Scientia Iranica, Transactions A: Civil Engineering* 21(6): 1773-1780.

- Karim, F. 1995. Bed configuration and hydraulic resistance in alluvial-channel flows. *ASCE, Journal of Hydraulic Engineering* 121(1): 15-25.
- Legates, D.R., McCabe, G.J. 1999. Evaluating the use of goodness-of-fit measures in hydrologic and hydroclimatic validation. *Water Resources Research* 35(1): 233-241.
- Meyer-Peter, E. and Müller, R. 1948. Formulas for bed-load transport. *Proc. 2nd Meeting IAHR, Stockholm*: 39-64.
- Nash, J.E., Sutcliffe, J.V. 1970. River flow forecasting through conceptual models part I-A discussion of principles. *Journal of hydrology* 10(3): 282-290.
- Nourani, V., Sayyah Fard, M. 2012. Sensitivity analysis of the artificial neural network outputs in simulation of the evaporation process at different climatologic regimes. *Journal of advances in Engineering Software* 47: 127-146.
- Roushangar, K. 2010. Open channel flow resistance, (Doctoral Ph.D.). Department of Civil Engineering, University of Tabriz, Iran.
- Roushangar, K., Vojoudi, F. and Shiri, J. 2014. Modeling river total bed material load discharge using artificial intelligence approaches (based on conceptual inputs). *Journal of Hydrology* 514: 114-122.
- Roushangar, K., Koosheh, A. 2015. Evaluation of GA-SVR method for modeling bed load transport in gravel-bed Rivers. *Journal of Hydrology* 527: 1142-1152.
- Sepahvand, A., Taei Semiromi, M., Mirnia, S.K. and Moradi, H.R. 2011. Assessing the Sensitivity of Infiltration Models to Variability of Soil Moisture. *Journal of Water and Soil* 25: 338-346 (In Persian).
- Simons, D.B., Richardson, E.V. 1966. Resistance to flow in alluvial channels. Professional Paper 422-J. Washington, D.C., U.S. Geological Survey.
- Simons, D.B., Richardson, E.V. 1963. Form of bed roughness in alluvial channels. *Trans. ASCE* 128: 284-323.
- Strickler, A. 1923. Beitrage zur Frage der Geschwindigkeits-formel und der Rauhegkeitszahlen fur Strome, Kanale und geschlossene Leitungen. (Some contributions to the problem of the velocity formula and roughness factors for rivers, canals, and closed conduits): Bern, Switzerland, Mitt. Eidgeno assischen Amtes Wasserwirtschaft, No. 16.
- Tuijnder, A.P., Ribberink, J.S. 2012. Experimental observation and modelling of roughness variation due to supply-limited sediment transport in uni-directional flow. *Journal of Hydraulic Research* 50(5): 506-520.
- United States Army Corps of Engineers, U.S. 1935. Waterways Experiment Station, Vicksburg, Mississippi. Studies of River Bed Materials and Their Movement with Special Reference to the Lower Mississippi River, Paper 17, 161 pp.
- Van der Mark, C.F., Blom, A. and Hulscher, S.J. 2008. Quantification of variability in bedform geometry. *Journal of Geophysical research: Earth Surface* 113: 1-11.
- Vapnik V, 1995. *The Nature of Statistical Learning Theory*. Data Mining and Knowledge Discovery, Springer Verlag, New York, 47p.
- Williams, G.P. 1970. Flume Width and Water Depth Effects in Sediment Transport Experiments. U.S. Geological Survey, Professional Paper 562-H.
- Yang, S.Q., Tan, S.K. and Lim, S.Y. 2005. Flow resistance and bed form geometry in a wide alluvial channel. *Water Resource Research* 41(9): 1-8.