

## استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات در تعیین ضرایب مدل عددی موج کینماتیک - انتشار برای پیش‌بینی جریان ترجیحی آب در خاک

مصطفی مرادزاده<sup>۱\*</sup>، سعید برومندنسب<sup>۲</sup>، هادی معاضد<sup>۲</sup>، محمدرضا خالدیان<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۷/۰۱

تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۹/۲۵

۱-دانش‌آموخته دکتری تخصصی، گروه مهندسی آب دانشگاه شهید چمران اهواز

۲-استاد دانشکده مهندسی علوم آب، گروه آبیاری و زهکشی دانشگاه شهید چمران اهواز

۳-دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده علوم کشاورزی دانشگاه گیلان و گروه پژوهشی مهندسی آب و محیط زیست، پژوهشکده حوضه آبی دریای خزر، رشت

\* مسوول مکاتبات، پست الکترونیکی: Moradzadeh.Mostafa@gmail.com

### چکیده

با توجه به حرکت سریع آب و آلاینده از مسیرهای ترجیحی جریان، در این پژوهش از مدل موج کینماتیک - انتشار به‌عنوان یکی از راهکارهای مناسب برای شبیه‌سازی این حرکت، استفاده شد. این مدل سه ضریب مجهول دارد که با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات تعیین شدند. آزمایش‌ها در قالب چهار بارندگی با شدت‌های ۵۶/۹۷، ۱۰۷/۶۴، ۱۳۳/۰۱ و ۱۶۱/۷۱ میلی‌متر بر ساعت که بر یک ستون خاک می‌بارید انجام گرفت و شدت آب خروجی از انتهای ستون خاک در مقابل رطوبت متحرک کل ستون ثبت شد. ضرایب مدل با کمینه کردن تابع خطای بین مقادیر مشاهداتی آزمایش و معادله پیش‌بینی شار جریان تعیین شد. برای رسیدن به بهترین جواب و کمینه‌ترین مقادیر تابع خطا، راه‌حل‌های مختلفی ارزیابی شد و مقادیر مختلفی برای  $C_1$  و  $C_2$  که به ترتیب ضرایب فردی و اجتماعی الگوریتم بهینه‌سازی هستند و در ایجاد نسل‌های بعدی پاسخ‌های پیشنهادی الگوریتم دخالت دارند، انتخاب و امتحان شد و سرانجام مقادیر  $1/2$  و  $2/4$  به ترتیب برای  $C_1$  و  $C_2$  منجر به بهترین پاسخ‌ها شد. همچنین برای پیدا کردن بهترین پاسخ‌ها، معادله‌های مختلفی به‌عنوان وزن اینرسی، که برای کنترل سرعت حرکت ذرات یا پاسخ‌ها در فضای جستجو به‌کار می‌رود، استفاده شد که سرانجام معادله وزن اینرسی کاهش یابنده خطی که منجر به بهترین پاسخ‌ها شد، انتخاب گردید. در کل، نتایج حاکی از توانایی روش بهینه‌سازی تراکم ذرات برای تعیین سریع و دقیق ضرایب مدل عددی کینماتیک - انتشار می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: آب، آلودگی، شبیه‌سازی، محیط متخلخل، مدل موج کینماتیک - انتشار

## Utilization of Particle Swarm Optimization Method to Determine Kinematic–Dispersive Wave Model Coefficients for Prediction of the Preferential Water Flow in Soil

M Moradzadeh<sup>\*1</sup>, S Boroomandnasab<sup>2</sup>, H Moazed<sup>2</sup>, M Khaledian<sup>3</sup>

Received: 15 September 2015 Accepted: 21 May 2016

<sup>1</sup>Ph.D. Graduate, Dept. of Water Engineering, Faculty of Water Sciences Engineering, Shahid Chamran Univ. of Ahvaz, Khuzestan, Iran

<sup>2</sup>Prof., Faculty of Water Sciences Engineering, Shahid Chamran Univ. of Ahvaz, Khuzestan, Iran

<sup>3</sup>Assoc. Prof., Dept. of Water Engineering, Faculty of Agricultural Sciences, Univ. of Guilan, Rasht, Guilan, and Dept. of Water Engineering and Environment, Caspian Sea Basin Research Center, Iran.

\* Corresponding Author, Email: Moradzadeh.Mostafa@gmail.com

### Abstract

Due to the rapid movement of water and contaminants through preferential flow paths, in this study kinematic–dispersive wave model as an appropriate method to simulate this motion was used. This model had three unknown coefficients which were determined using particle swarm optimization (PSO) method. Four different rainfall intensities of 56.97, 107.64, 133.01, and 161.71 mm h<sup>-1</sup> were applied on the surface of a soil column and output water fluxes from the bottom of the soil column versus the soil mobile moisture amount in the column were recorded. Model coefficients were calculated by minimizing the error function between the observed values and the equation of the flow flux prediction. To achieve the best results and the minimum amount of error function, several solutions were evaluated and different values for  $c_1$  and  $c_2$  that control the best personal and global, respectively and interfere to make the next generation of results were tested. The best values for  $c_1$  and  $c_2$  were 1.2 and 2.4, respectively. Also to find the best results, several equations as the inertia weight, to control the particles velocities in the search spaces, were tested and finally the linear decreasing inertia weight was chosen. Generally the results showed that the used algorithm could define the coefficients of kinematic–dispersive wave model in a short time and with a reasonable accuracy.

**Keywords:** Kinematic-dispersive wave model, Pollution, Porous media, Simulation, Water

### مقدمه

توزیع حرارت در یک جریان نوسانی (راموس و همکاران ۲۰۰۴) استفاده کرد. بنابراین این شکل معادله دیفرانسیل با توجه به نوع کاربردش و فرآیندی که قرار است توضیح بدهد، کم و بیش شناخته شده است. تاکنون این معادله به ندرت برای توضیح جریان ترجیحی آب در خاک مورد استفاده قرار گرفته است و پارامترهای آن هنوز به درستی تعیین نشده‌اند. بنابراین تنها راه تعیین این پارامترها روش‌های بهینه‌سازی هستند (ماجدلانی و همکاران ۲۰۰۸).

حل مسائل مربوط به انتقال آلودگی در محیط خاک نیازمند دانستن روابط و معادلات مربوط به حرکت آب در خاک است. با توجه به اینکه انتقال آلودگی از طریق جریان‌های ترجیحی شدت می‌یابد، لزوم تحقیق بیشتر و متمرکز شدن بر این مساله اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند (ماجدلانی و همکاران ۲۰۰۸). برای توضیح جریان‌های ترجیحی در خاک دی پترو و همکاران (۲۰۰۳)، مدل موج کینماتیک-انتشار (KDW) را که دارای سه پارامتر جریان است، توسعه دادند. اگر به شکل مدل کینماتیک-انتشار دقت شود می‌توان آن را برای توضیح خطوط جریان سیالات (موسی ۱۹۹۷) یا

مدل موج کینماتیک-انتشار

مدل موج کینماتیک-انتشار که توسط دی پترو و همکاران (۲۰۰۳) ارائه شد به صورت زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial z} = v_w \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad [1]$$

که در آن،  $v_w = \frac{\partial u}{\partial w_t} \Big|_{w=constant}$ ،  $v_w = cv_w$  و

$$c = \frac{\partial u}{\partial w} \Big|_{w=constant} \text{ می باشند.}$$

در رابطه‌های بالا  $w$ ، مقدار رطوبت حجمی متحرک آب در خاک،  $w_t$  مشتق اول این رطوبت نسبت به زمان و  $u$  شار حجمی آب متحرک می‌باشد. همچنین در اینجا فرض می‌شود که منافذ ریز کاملاً اشباع می‌باشند و بنابراین هیچ آب قابل تبدالی بین دو نوع منفذ وجود ندارد. همچنین فرض می‌شود که شار حجمی آب،  $u$ ، تابعی غیرخطی از  $w$  و  $w_t$  باشد، مانند معادله زیر:

$$u = u(w, w_t) = f(w) + g(w_t) \quad [2]$$

با احتساب

$f(w) = bw^a$  و  $g(w_t) = \pm v_w \frac{\partial w}{\partial t}$ ، که در آن بعد  $a$  شاخص توزیع جریان در منافذ درشت و  $b$ ، ضریب رسانایی و بعد آن برابر با  $[LT^{-1}]$  و  $v_w$  نیز انتشارپذیری آب و بعد آن برابر است با  $[L]$  و همه اعداد مثبتی هستند، معادله ۲ را به صورت زیر نیز می‌توان نمایش داد:

$$u(z, t) = bw(z, t)^a \pm v_w \frac{\partial w(z, t)}{\partial t} \quad [3]$$

با این توضیح که علامت منفی برای حالتی است که در رطوبت‌های یکسان، هدایت هیدرولیکی مرحله زهکشی از نفوذ آب بیشتر باشد و مثبت برای حالتی که در رطوبت‌های یکسان هدایت هیدرولیکی مرحله نفوذ آب از زهکشی بیشتر است. از رابطه ۳، سرعت سیگنالی  $C$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$c(w) = \frac{\partial u}{\partial w} \Big|_{w_t=constant} = abw^{a-1} \quad [4]$$

همچنین:

$$v_w = c(w)v_w \quad [5]$$

با توجه به فرض‌های بالا،  $C$  به شکل اولیه مدل کینماتیک که توسط جرمن (۱۹۸۵ و ۱۹۹۰) ارائه شد تغییر پیدا می‌کند. در جایی که او از  $g(w_t)$  صرف‌نظر کرد. با استفاده از  $w = \left(\frac{u}{b}\right)^{\frac{1}{a}}$  و با ترکیب با معادلات ۱، ۲ و ۵ معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} + ab^{\frac{1}{a}} u(z, t)^{\frac{a-1}{a}} \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = \dots$$

$$\dots = v_w ab^{\frac{1}{a}} u(z, t)^{\frac{a-1}{a}} \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} \quad [6]$$

که در آن،  $v_w = cv_w$  بنابراین مدل به سه پارامتر  $a$ ،  $b$  و  $v_w$  بستگی دارد. که در آن  $u(z, t)$  [mm h<sup>-1</sup>] شار آب در زمان  $t$  و عمق  $z$  می‌باشد و  $a$  شاخص توزیع جریان در منافذ درشت،  $b$  [mm h<sup>-1</sup>] یک ضریب رسانایی (روسا و همکاران ۲۰۰۴) و  $v_w$  [mm] ضریب انتشارپذیری آب می‌باشد.

در این پژوهش با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات، پارامترهای معادله ۶ و حدود آن برای شرایط مساله و خاک مورد آزمایش به دست آمد. کلیه مراحل برنامه‌نویسی و بهینه‌سازی در محیط نرم‌افزار متلب انجام شد. مروری بر منابع نشان می‌دهد که، تاکنون پارامترهای مدل کینماتیک-انتشار به ندرت از طریق روش‌های معکوس تخمین زده شده‌اند (چه محلی و چه سراسری). بنابراین دامنه تغییرات پارامترها هنوز کاملاً مشخص نیست و این موضوع می‌تواند به علت رخ دادن مشکل بهینه‌سازی محلی باشد. این پژوهش از اولین تلاش‌ها برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل کینماتیک-انتشار می‌باشد. در این مطالعه تلاش شده است که کمینه سراسری تابع خطا پیدا شود. روش‌های سراسری دارای این مزیت هستند که از بهینه‌سازی‌های محلی بگریزند؛ اگر چه، این مزیت از طریق تعداد بسیار زیادی از ارزیابی‌های تابع هدف به دست می‌آید (رائوچ و هارمونس ۱۹۹۹). پارامترهای مجهول  $a$ ،  $b$  و  $v_w$

بهینه‌سازی تراکم ذرات یکی از روش‌های بهینه‌سازی است که از طبیعت الهام گرفته است و برای حل مسائل بهینه‌سازی عددی با فضای جستجوی بسیار بزرگ و بدون نیاز به اطلاع از گرادیان تابع هدف ابداع شده است. این الگوریتم در ابتدا برای شبیه‌سازی پرواز دسته جمعی پرندگان مورد استفاده قرار می‌گرفت ولی پس از ساده‌سازی الگوریتم اولیه مشاهده شد که این الگوریتم در واقع یک نوع عمل بهینه‌سازی را انجام می‌دهد و به همین علت می‌تواند برای حل سایر مسایل بهینه‌سازی نیز استفاده شود (ابرهارت و کندی ۱۹۹۵). برای حل یک مساله بهینه‌سازی، جمعیتی از پاسخ‌های نامزد با استفاده از یک رابطه ساده به‌طور تصادفی در دامنه مساله به حرکت در می‌آیند و آن را با هدف یافتن پاسخ بهینه سراسری مورد کاوش قرار می‌دهند (مریخ بیات ۱۳۹۱).

### نحوه عمل الگوریتم

فرض کنید که  $X$ ، فضای جستجوی الگوریتم تراکم ذرات، یک فضای جستجوی  $n$  بعدی و پیوسته باشد. هر ذره در تکرار  $t$ ام الگوریتم تراکم ذرات دارای سه ویژگی می‌باشد:  $x(t)$  موقعیت فعلی ذره در تکرار  $t$ ام،  $v(t)$  سرعت فعلی ذره در تکرار  $t$ ام،  $y(t)$  بهترین موقعیت فردی ذره تا تکرار  $t$ ام. بنابراین با توجه به فضای جست و جوی  $n$  بعدی،  $x(t)$  و  $v(t)$  به صورت زیر می‌باشند:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \quad [8]$$

$$v(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)) \quad [9]$$

در حالت کلی  $X = \prod_{i=1}^n [l_i, u_i]$  که  $l_i$  و  $u_i$  به ترتیب کران‌های بالا و پایین بعد  $t$ ام فضای جستجو هستند. بردارهای اولیه مکان و سرعت به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x(0) = (x_1(0), x_2(0), \dots, x_n(0)) \quad [10]$$

از طریق رابطه تجربی  $u(z, t)$  (معادله ۳) و  $u$  اندازه‌گیری شده از انتهای ستون خاک و رطوبت متحرکی که از میانگین کل ستون اندازه‌گیری شده است، تعیین می‌شود. شکل اولیه مدل موج کینماتیک، فقط یک مقداری از  $w$  بود (رجوع شود به جرمن ۱۹۸۵) و برابر بود با  $f(w) = bw^a$ . ولی در اینجا  $u$  به صورت تابعی از  $w$  در دوره‌های نفوذ و زهکشی ترسیم خواهد شد و عملاً رابطه  $u(z, t)$  به صورت پسماند است. این مورد نشان می‌دهد که معادله اولی (جرمن ۱۹۸۵) که فرض می‌کرد  $u(w) = f(w)$  کاملاً نمی‌تواند پیچیدگی جریان را نشان دهد و از مدل کردن پسماند عاجز است. در این پژوهش معادله ۳ قادر است رابطه داده‌های مشاهده شده آزمایشگاهی و به‌ویژه چرخه‌های پسماند را توضیح دهد. بنابراین برای تخمین پارامترهای معادله ۶، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) بین داده‌های آزمایشگاهی و شار پیش‌بینی شده با معادله ۳ مطابق زیر با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات کمینه می‌شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( u_i - \left( bw_i^a \pm v_w \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_i \right) \right)^2} \quad [V]$$

که در آن  $N$ ،  $u_i$  و  $w_i$  به ترتیب برابر هستند با تعداد مشاهدات آزمایشگاهی، شارهای مشاهداتی از انتهای ستون خاک در زمان  $t$  و میانگین اندازه‌گیری شده آب متحرک در زمان  $t$ .

به طور کلی در این پژوهش تلاش شده است که پارامترهای مدل موج کینماتیک-انتشار در مدل‌سازی جریان ترجیحی آب با هدف رسیدن به نقطه کمینه سراسری تابع خطا، با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات تعیین شود.

### مواد و روش‌ها

#### روش بهینه‌سازی تراکم ذرات

$$P(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\} \quad [18]$$

پس از آن برای حالت کمینه سازی،  $\hat{y}(t)$  یعنی بهترین موقعیت سراسری پیدا شده بین تمام ذرات گروه تا تکرار  $t$  ام، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{y}(t) = y_g(t) = \arg \min_{i=1, \dots, m} F(y_i(t)) \quad [19]$$

برای توضیح بیشتر، عملگر  $\arg \min$  برای تابع فرضی  $f(x)$  به صورت زیر می باشد:

$$\arg \min f(x) = \{x | \forall y : f(x) \leq f(y)\} \quad [20]$$

پس از مشخص شدن مجموعه های  $S(t)$ ،  $V(t)$ ،  $P(t)$  و همچنین  $\hat{y}(t)$  می توان موقعیت هر ذره در  $S(t)$  را براساس رابطه های زیر به روز رسانی کرد:

$$v_i^{t+1} = v_i^t + r_1 c_1 (y_i^t - x_i^t) + r_2 c_2 (\hat{y}_i - x_i^t) \quad [21]$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \quad [22]$$

که در آن  $r_1, r_2 \sim U(0,1)$  و  $U(0,1)$  یک توزیع یکنواخت بین صفر و یک است و به منظور حفظ پراکندگی ذرات، القای خاصیت تصادفی حرکت ذرات و جلوگیری از جهش ناگهانی ذرات بهینه سازی تراکم ذرات به کار برده می شود.  $c_1$  و  $c_2$  ضرایب شتاب فردی و اجتماعی می باشند که مقادیر آنها بر اساس نتایج تجربی، از راه آزمون و خطا تعیین می شود. برای شروع کار معمولاً این اعداد حدود ۲ در نظر گرفته می شوند (جمالیان و همکاران ۱۳۸۸).

#### نسخه بهبود یافته الگوریتم بهینه سازی تراکم ذرات

الگوریتمی که در بخش قبل ارائه شد از اولین نسخه های الگوریتم تراکم ذرات می باشد. در صورت استفاده از این الگوریتم مشاهده می شود که در بیشتر مواقع حین اجرای برنامه سرعت ذرات به سرعت افزایش می یابد و در نتیجه الگوریتم نمی تواند موقعیت بهینه را به طور موثر و دقیق به دست آورد. برای رفع این مشکل از پارامتری به نام وزن اینرسی،  $w$ ، استفاده

$$v(0) = (v_1(0), v_2(0), \dots, v_n(0)) \quad [11]$$

که در آن

$$x_j(0) \sim U[l_j, u_j] \quad [12]$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$v_j(0) \sim U[V_{\min}, V_{\max}] \quad [13]$$

$$j = 1, \dots, n$$

و  $U[l_j, u_j]$  توزیع یکنواخت روی بازه  $[l_j, u_j]$  است.

میزان شایستگی هر ذره برابر با مقدار تابع هدف به ازای آن تعریف می شود و سپس هر ذره با سرعت  $v$  که مبتنی بر شایستگی ذره و سایر ذرات گروه می باشد، در فضای جستجو حرکت می کند. بهترین موقعیت فردی ذره تا تکرار  $t$  ام،  $y(t)$  بهترین مقدار شایستگی برای ذره را نتیجه می دهد و بهترین موقعیتی می باشد که ذره از ابتدا تا تکرار  $t$  ام مشاهده کرده است. فرض کنید که در تکرار  $t$  ام روش بهینه سازی تراکم ذرات قرار دارید. با توجه به اینکه اندازه گروه برابر با  $m$  می باشد، می توان مجموعه های  $S(t)$  و  $V(t)$  را به صورت زیر تعریف کرد:

$$S(t) = \{(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))\} \quad [14]$$

$$V(t) = \{(v_1(t), v_2(t), \dots, v_m(t))\} \quad [15]$$

حال براساس تابع هدف، شایستگی هر ذره در  $S(t)$  سنجیده می شود. مجموعه  $F(t)$  به صورت زیر ساخته می شود:

$$F(t) = \{F(x_1(t)), F(x_2(t)), \dots, F(x_m(t))\} \quad [16]$$

حال بر اساس مجموعه  $F(t)$  به راحتی می توان بهترین موقعیت فردی ذره  $i$  ام تا تکرار  $t$  ام، یعنی  $y_i(t)$  را براساس رابطه زیر مشخص کرد:

$$y_i(t) = \begin{cases} x_i(t) & F(x_i(t)) < F(y_i(t-1)) \\ y_i(t-1) & o.w. \end{cases} \quad [17]$$

بعد از مشخص شدن  $y_i(t)$  ها، می توان مجموعه  $P(t)$  را به صورت زیر تعریف کرد:

می‌شود. روش‌های زیادی برای تخمین آن پیشنهاد شده است که در بیشتر مواقع مقدار آن در حین اجرای برنامه کاهش داده می‌شود. بنابراین تنها تفاوت نسخه بهبود یافته الگوریتم تراکم ذرات با نسخه اولیه آن در این است که با لحاظ کردن تأثیر جمله اینرسی در الگوریتم ذکر شده، به جای معادله ۲۱ از معادله زیر برای به روز کردن سرعت ذره  $i$  ام استفاده می‌شود:

$$v_i^{t+1} = wv_i^t + r_1c_1(y_i^t - x_i^t) + r_2c_2(\bar{y}_i - x_i^t) \quad [23]$$

معادله ۲۳ در واقع یک رابطه‌ای برای سرعت ذرات ارائه می‌کند که امکان جستجوی مؤثرتر در فضای مساله را فراهم می‌آورد. با توجه به معادله ۲۳ بدیهی است که مقادیر بزرگ  $w$  منجر به یک جستجوی سراسری (یعنی جستجویی با گام‌های بزرگ) و مقادیر کوچک  $w$  منجر به یک جستجوی محلی (یعنی جستجویی با گام‌های کوچک) می‌شود. بنابراین در صورت استفاده از مقادیر بزرگ  $w$ ، الگوریتم مرتباً فضاهای جدیدی را جستجو خواهد کرد بدون آن‌که تمرکز چندانی بر جستجوی دقیق محلی داشته باشد (مریخ بیات ۱۳۹۱). در حالی که با کاهش مقدار  $w$  جستجو بیشتر به صورت محلی و در اطراف پاسخ‌های بهینه به دست آمده در تکرارهای قبلی انجام خواهد شد. بنکس و همکاران (۲۰۰۷ و ۲۰۰۸)، نشان دادند با انتخاب مقادیر مناسب  $w$  و به کار بردن استراتژی‌های مناسب برای تغییرات آن می‌توان به پاسخ بهینه سراسری تابع رسید. تاکنون رابطه‌های زیادی برای تعیین وزن اینرسی رابطه ۲۳ ارائه شده است (مراجعه شود به شی و ابره‌ارت ۱۹۹۸، ابره‌ارت و شی ۲۰۰۱، نیک آبادی و عبادزاده ۲۰۰۸، مالیک و همکاران ۲۰۰۷، فنگ و همکاران ۲۰۰۷، کنتز و گلاناکیس و پوله ۲۰۰۹ و لی و گائو ۲۰۰۹).

#### داده‌برداری

برای پیدا کردن خاک مناسب برای انجام آزمایش‌ها، نخست نمونه خاک‌های مختلفی بررسی شد.

نمونه‌ها پس از خشک شدن در گرمخانه (در دمای ۱۰۰ درجه سلسیوس و به مدت ۲۴ ساعت) و کوبیده شدن، از الک شماره ۱۰ (۲ میلی‌متری) عبور داده شدند. هدایت هیدرولیکی نمونه‌ها با روش بار ثابت اندازه‌گیری شد. پس از انتخاب خاک مناسب برای ساخت مدل، نمونه اصلی که دارای منافذی برای شبیه‌سازی حالت جریان ترجیحی آب در خاک بود و با استفاده از یک ماسه درشت بافت در آن ایجاد شده بود به شیوه زیر ساخته شد (وانگ و همکاران ۲۰۱۳ و ۲۰۱۴). ابتدا لوله PVC مورد نظر با قطر خارجی ۱۶۰ و ارتفاع ۳۰۰ میلی‌متر تهیه شد و انتهای آن با دو لایه توری پلاستیکی با قطر منافذ ۱ تا ۲ میلی‌متر و به وسیله مفتول سیمی کاملاً محکم شد. به جدار داخلی لوله نیز ماسه لبه تیز چسبانده شد. این عمل باعث افزایش اصطکاک جداره‌ها با خاک می‌شود و احتمال وقوع جریان‌های ترجیحی از جداره‌ها را کاهش می‌دهد. سپس حدود ۱ سانتی‌متر گراول (ماسه بین الک شماره ۶ (۳/۳۵ میلی‌متر) و الک شماره ۱۰ (۲ میلی‌متر)) برای زهکشی بهتر روی توری ریخته شد. پس از آن لوله خالی به همراه سه پایه درون سطل آب قرار گرفت و سطل آب تا یک سوم ارتفاع ستون خاک پر از آب پر شد. سپس یک لوله در بسته به طول حدود ۶۰ سانتی‌متر و قطر خارجی ۱/۴ سانتی‌متر در مرکز لوله PVC به‌طور موقت قرار داده شد. پس از آن خاک اصلی آزمایش، به آرامی از اطراف این لوله داخلی که قطر آن ۱/۴ سانتی‌متر بود، داخل لوله PVC ریخته شد. به این ترتیب که در هر مرحله پس از ریخته شدن خاک اطراف لوله میانی، آب سطل خالی می‌شد و اجازه داده می‌شد که خاک تقریباً خشک شود. بعد از آن لوله به آرامی خارج می‌شد تا به خاک اطراف خود آسیبی وارد نسازد و بی‌درنگ با یک ماسه سبک‌تر پر می‌شد. برای اینکه از ریزش جداره‌های حفره ایجاد شده به وسیله لوله جلوگیری شود، کل ستون در سه مرحله و در هر مرحله به طول ۱۰ سانتی‌متر به روش تر، (وانگ و همکاران ۲۰۱۳ و ۲۰۱۴) پر شد. در پایان هر مرحله حفره با ماسه سبکی که برای ایجاد منافذ درشت در نظر گرفته شده بود، به دقت پر می‌شد. این کار سه

باید چیزی کمتر از مقدار هدایت هیدرولیکی کل نمونه خاک باشد. همچنین جریان زهکشی به طور پیوسته با یک ترازوی دقیق پایش می شود و ترازوی بزرگتر نیز وزن کل ستون خاک مرطوب را در حین بارندگی یعنی فرآیند نفوذ تا پایان آزمایش و زهکشی کامل ستون خاک اندازه گیری می کند. با داشتن این وزن ها و وزنی که در ابتدا یعنی هنگامی که رطوبت خاک فقط مربوط به منافذ ریز بود و داشتن وزن خشک خاک که بعد از اجرای آزمایش و قرار دادن نمونه خاک در گرمخانه به دست می آید، رطوبت حجمی متحرک خاک در زمان های دلخواه به دست می آید.

در این پژوهش آزمایش های نفوذ با شدت های باران شبیه سازی شده و با چهار میزان ۵۶/۹۷، ۱۰۷/۶۴، ۱۳۳/۰۱ و ۱۶۱/۷۱ میلی متر بر ساعت انجام شد. در اینجا از دو ترازو استفاده شد. یکی پایین قیف و برای تعیین مقدار شدت آب خروجی و دیگری برای کل نمونه خاک. به این ترتیب به محض اینکه ترازوی دوم که وزن کل نمونه خاک را نشان می دهد عدد ثابتی را نشان داد، می توان باران ساز را خاموش نمود و از این لحظه ترازویی که زیر قیف قرار دارد، جریان زهکشی یا فرود هیدروگراف زهکشی را ثبت می کند. بدیهی است ترازویی که زیر نمونه خاک قرار دارد در هر لحظه مقدار آب متحرک نمونه های خاک و ترازوی دیگر مقدار شدت خروجی از انتهای ستون خاک را نشان می دهد.

### نتایج و بحث

#### نتایج واسنجی مدل موج کینماتیک - انتشار و تعیین ضرایب مجهول مدل

همان طور که اشاره شد برای تعیین ضرایب مجهول مدل مورد استفاده، لازم بود که تابع هدف با استفاده از روش بهینه سازی تراکم ذرات کمینه شود. در این پژوهش رابطه وزن اینرسی کاهش یابنده خطی برای تعیین وزن اینرسی که توسط زمین و همکاران (۲۰۰۹) ارائه شد، استفاده شد:

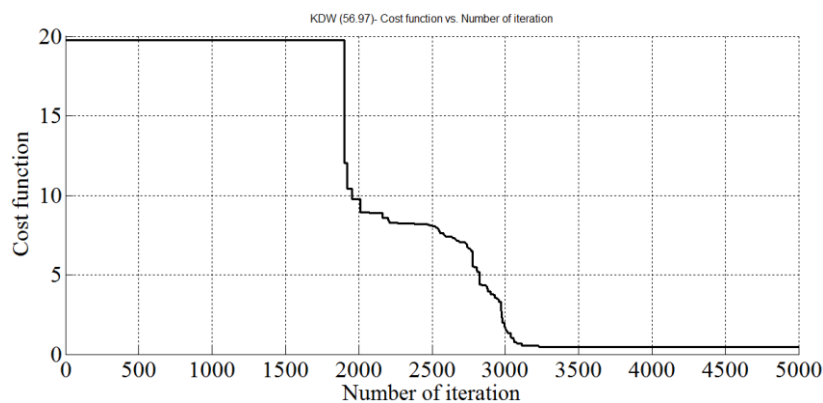
$$W_k = W_{\max} - \frac{W_{\max} - W_{\min}}{iter_{\max}} \times k \quad [24]$$

بار تکرار شد تا در نهایت کل نمونه خاک ساخته شد. خاک اصلی به کار رفته در مدل فیزیکی دارای ضریب یکنواختی (Cu) برابر ۱/۶۴۵، ضریب دانه بندی (Cc) برابر ۱/۱۸۳ و D50 (قطر مشخصه دانه های خاک که ۵۰ درصد دانه ها دارای این قطر و یا کوچکتر از آن هستند) برابر ۰/۱۴۶ میلی متر بود. همچنین ماسه سبکی که برای پر کردن حفره داخلی ایجاد شده در این مدل فیزیکی و نمونه خاک انتخاب شد، بین دو الک ۲۰ و ۱۸ (۰/۸۵ و ۱ میلی متر) قرار داشت. پس از ساخت این نمونه خاک، از آن جایی که آزمایش ها برای حالت غیر-اشباع طراحی شده بودند لازم بود که هدایت هیدرولیکی کل نمونه خاک اندازه گیری شود تا شدت های بارندگی که اعمال خواهند شد، کمتر از این مقدار باشد. پس از انجام آزمایش بار ثابت، مقدار هدایت هیدرولیکی کل نمونه خاک، ۱۷۲/۶ میلی متر بر ساعت به دست آمد. ستون خاک ساخته شده پس از آماده شدن و قبل از انجام آزمایش های نفوذ، از پایین به مدت ۴۸ ساعت با آب اشباع شد. پس از اشباع شدن ستون آماده شده با آب، فرصت داده شد که ستون، با نیروی ثقل زهکشی شود و به یک وزن ثابت برسد. پس از اطمینان از خالی شدن منافذی از خاک که در جریان ترجیحی دخالت دارند، یعنی عمدتاً منافذ درشت، ستون خاک به احتمال زیاد دارای رطوبتی خواهد شد که سبب وجود آن، آب باقی مانده در منافذ ریز و به واسطه نیروی موئینگی است. در اینجا انتظار می رود یک تبادل کمی از آب بین منافذ ریز و تخلخل قابل زهکشی وجود داشته باشد. حال با توزین این ستون خاک می توان مقدار آب موجود در منافذ ریز را به دست آورد. سپس یک قیف کاملاً به ستون خاک متصل و آب بندی شد.

پس از آماده سازی نمونه خاک و مدل فیزیکی، قطرات آب روی سطح ستون خاک و با یک دستگاه شبیه ساز باران که با فاصله حدود ۱۰ سانتی متری سطح خاک قرار داشت ایجاد شد. دستگاه به یک پمپ که از یک مخزن آب تغذیه می شد متصل شد (ماجدلانی و همکاران ۲۰۰۸). در اینجا بایستی توجه کرد که شرایط غیراشباع می باشد و شدت های به کار رفته برای باران،

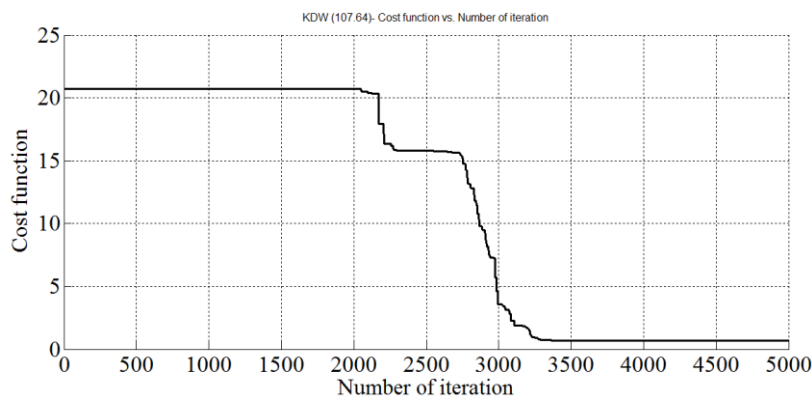
پاسخ‌ها شدند. به‌طور کلی در این روش بهینه‌سازی ابتدا برای تیمارها و تکرارهای مختلف مقدار شدت بارندگی ورودی، مدل واسنجی شد. به این ترتیب که این نتایج همگی حاصل ۵۰۰۰ بار تکرار و تلاش الگوریتم بهینه‌سازی بوده است. هر چند زودتر از این تکرار، الگوریتم به پایداری رسیده بود، ولی برای کسب اطمینان از بهترین پاسخ‌ها این مقدار تکرار انتخاب شد. روند چگونگی رسیدن به بهترین پاسخ‌ها در شکل‌های ۱ تا ۴ نشان داده شده است. همان‌طوری که در این شکل‌ها معلوم است، در همه شدت‌های بارندگی بعد از حدود تکرار ۳۳۰۰، الگوریتم بهترین پاسخ را پیدا کرده است و خط مربوط کاملاً افقی شده است. به عبارت دیگر این پاسخ‌های بهترین تلاش الگوریتم بهینه‌سازی بوده است و نتایج بهتری وجود ندارد و مقادیر RMSE برای داده‌های ورودی هر تیمار و تکرار، کمینه‌ترین مقدار هستند. شکل‌های ۱ تا ۴ مسیر پیدا کردن نقطه بهینه تابع هدف را با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات و برای مقدار شدت‌های مختلف بارندگی نشان می‌دهند. در این شکل‌ها محور افقی نمایانگر تعداد تلاش‌های الگوریتم بهینه‌سازی است و محور عمودی هم میزان تابع خطا، که در اینجا مقدار RMSE به‌کار برده شده در رابطه ۷ می‌باشد و از طریق الگوریتم بهینه‌سازی در هر تلاش محاسبه شده است را نشان می‌دهد.

که در آن  $w_k$  مقدار وزن اینرسی در تکرار  $k$ ام و  $w_{\min}$  و  $w_{\max}$  مقدار وزن اینرسی است که به‌طور پیش فرض در این رابطه و به ازای یک مقدار اولیه بیشینه و کمینه در نظر گرفته می‌شود. در اینجا مقادیر  $1/2$  و  $0/2$  به ترتیب به ازای  $w_{\min}$  و  $w_{\max}$  انتخاب و منجر به بهترین نتایج شدند. در تکرار نخست و با توجه به اینکه حداکثر تکرار در بهینه‌سازی پژوهش حاضر ۵۰۰۰ بوده است مقدار  $w_k$ ، تقریباً همان مقدار بیشینه وزن اینرسی است و در تکرارهای آخر و نزدیک ۵۰۰۰، مقدار وزن اینرسی، همان مقدار کمینه وزن اینرسی می‌شود. با توجه به رابطه ۲۳، این‌طور نتیجه‌گیری می‌شود که در تکرارهای اول که  $w_k$  بیشتر است، الگوریتم شروع به جستجو در فضاها دورتر و گسترده‌تری از پاسخ‌ها می‌کند و در انتها و رفته‌رفته که به تکرارهای نهایی نزدیک می‌شود، با توجه به اینکه  $w_k$  به‌طور خطی کاهش یافته و به کمینه‌ترین مقدار خود رسیده است، این‌بار الگوریتم به‌طور دقیق‌تر و فقط حول و حوش پاسخ بهینه نهایی دنبال کم‌ترین جواب تابع خطا می‌شود. همچنین با توجه به رابطه ۲۳، مقادیر مختلفی برای  $c_1$  و  $c_2$  که به ترتیب ضرایب فردی و اجتماعی هستند و در ایجاد نسل‌های بعدی پاسخ‌های پیشنهادی الگوریتم دخالت دارند، انتخاب و امتحان شد و سرانجام مقادیر  $1/2$  و  $2/4$  به ترتیب برای  $c_1$  و  $c_2$  منجر به بهترین

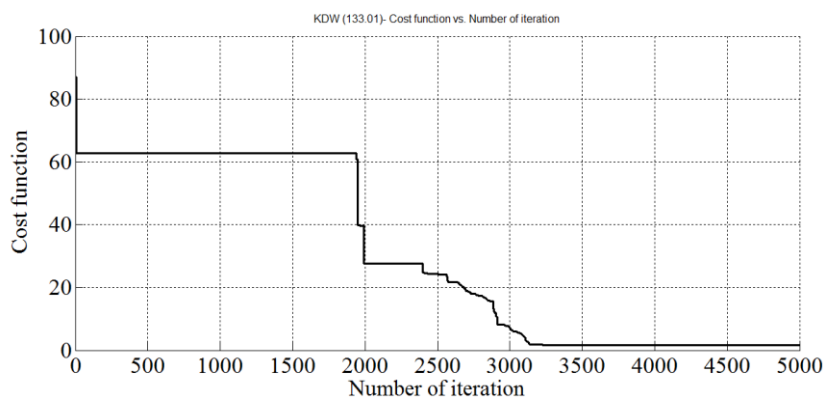


شکل ۱- مسیر پیدا کردن نقطه بهینه تابع هدف با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات برای مقدار شدت بارندگی ۵۶/۹۷ میلی‌متر بر ساعت.

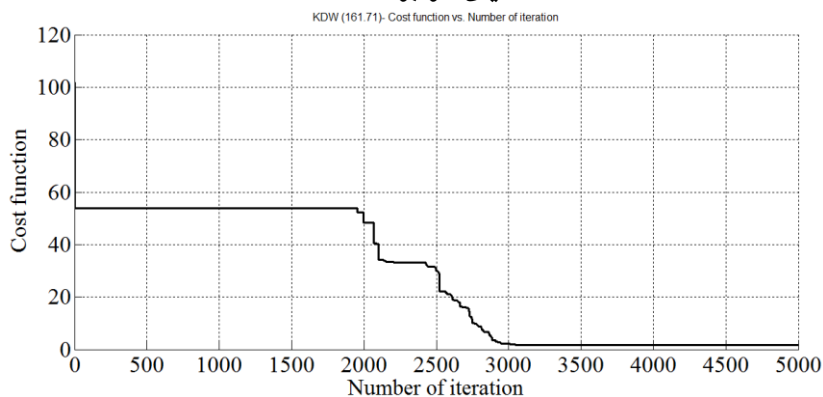




شکل ۲- مسیر پیدا کردن نقطه بهینه تابع هدف با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات برای مقدار شدت بارندگی ۱۰۷/۶۴ میلی‌متر بر ساعت.



شکل ۳- مسیر پیدا کردن نقطه بهینه تابع هدف با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات برای مقدار شدت بارندگی ۱۳۳/۰۱ میلی‌متر بر ساعت.



شکل ۴- مسیر پیدا کردن نقطه بهینه تابع هدف با استفاده از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات برای مقدار شدت بارندگی ۱۶۱/۷۱ میلی‌متر بر ساعت.

در اینجا RMSE نشان داده شده کمترین میزان تابع خطا برای شدت‌های مختلف بارندگی است.

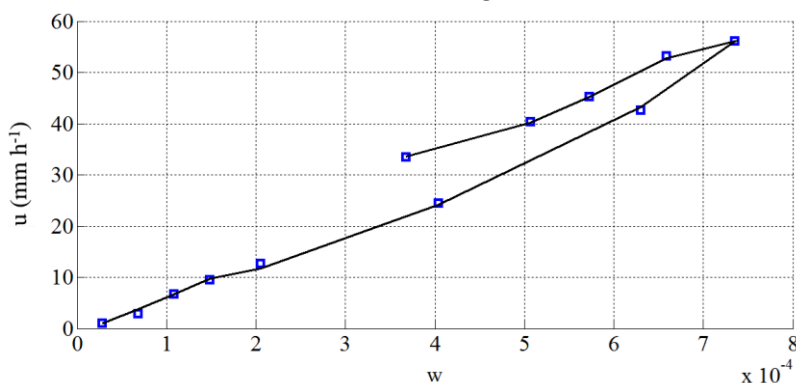
جدول ۱ نتایج بهینه‌سازی الگوریتم و میزان پارامترهای مدل موج کینماتیک-انتشار را نشان می‌دهد.

جدول ۱- مقدار بهینه‌سازی و واسنجی شده ضرایب مدل کینماتیک- انتشار برای مقادیر مختلف شدت بارندگی.

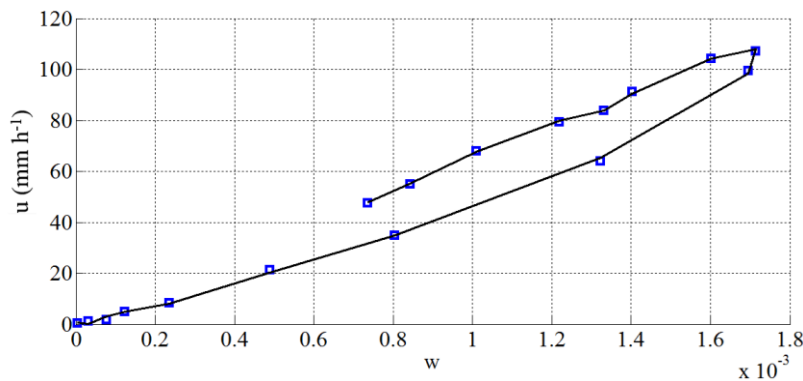
مقدار شدت بارندگی (mm h <sup>-1</sup> )	$V_w$ (mm)	b (mm h <sup>-1</sup> )	$a$	RMSE (mm h <sup>-1</sup> )
۵۶/۹۷	۹۰/۵۵۳	۱۰۰۰۷۵/۷۶	۱/۰۳۷۲	۰/۴۶۴۵
۱۰۷/۶۴	۸۹/۲۶۳	۷۲۰۹۴/۶۶	۱/۰۲۴۶	۰/۷۰۴۲
۱۳۳/۰۱	۸۹/۴۱۰	۵۷۰۵۸/۲۸	۱/۰۳۵۰	۱/۶۰۴۷
۱۶۱/۷۱	۹۰/۶۳۹	۴۲۰۶۱/۷۸	۱/۰۲۰۰	۱/۷۰۵۷

همکاران (۲۰۱۳)، نیلسون و بیگر (۱۹۶۱)، پولوواسیلیس، (۱۹۶۹) و یانگز (۱۹۶۴)، با به‌کار بردن بافت‌های متفاوت در پژوهش‌های خود به نتایج مشابه و متفاوتی در این باره رسیدند. این در حالی است که  $V_w$  تقریباً مقدار ثابتی دارد. از این گذشته، مقادیر پارامتر-های  $a$  چیزی حدود ۱، به‌وسیله تئوری کینماتیک (جرمن ۱۹۸۵) پیش‌بینی شد. با این وجود آزمایش‌های بیشتری برای اثبات این روند بایستی انجام بشود. نتایج برازش مدل بر مشاهدات آزمایشگاهی در شکل‌های ۵ تا ۸ ارائه شده است. در این شکل‌ها خط ممتد میزان برازش مدل و مربع‌های تو خالی نیز مشاهدات را نشان می‌دهند. در اینجا محور افقی میزان رطوبت متحرک آب در خاک و محور عمودی میزان شدت بارندگی است.

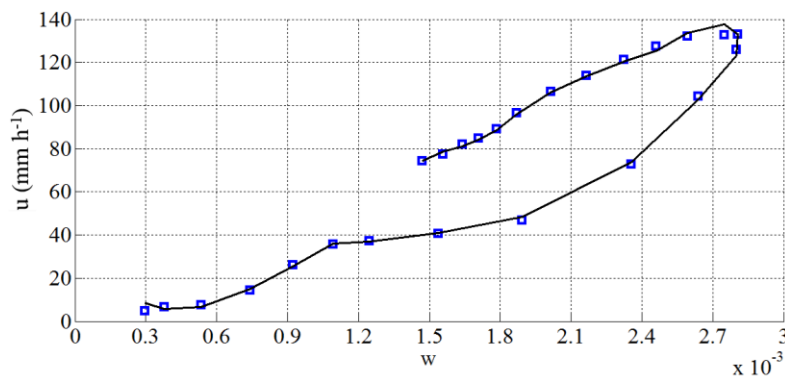
همان‌طور که در جدول ۱ دیده می‌شود، در این آزمایش‌ها، با افزایش شدت بارندگی، مقدار پارامتر  $b$  کاهش یافته است. البته در تحقیقات دی پترو و همکاران (۲۰۰۳)، این مقدار روندی افزایشی داشت. با این تفاوت که در تحقیق آن‌ها، در یک رطوبت ثابت، مقدار شدت رواناب خروجی در حالت زهکشی بیشتر از حالت نفوذ بوده است که این امر در مشاهدات پژوهش حاضر برعکس می‌باشد که البته علت جابجایی این حالت پسماند به دلیل تفاوت نوع بافت و ساختمان خاک‌های به‌کار رفته می‌باشد، با این توضیح که آن‌ها از خاکی با بافت لومی و با دانه‌بندی به‌هم چسبیده ۲ تا ۴ میلی-متری استفاده کردند و مسیرهای ترجیحی جریان در ستون خاک توسط کرم‌های خاکی به مدت سه ماه ایجاد شدند. همچنین ون گنوختن (۱۹۸۰)، گالاج و



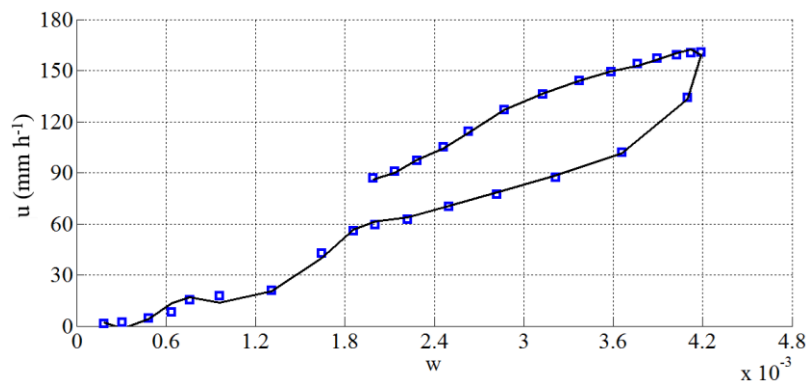
شکل ۵- مقدار شدت بارندگی در مقابل مقدار رطوبت حاصل از بارندگی در خاک برای تیمار شدت بارندگی ۵۶/۹۷ میلی‌متر بر ساعت.



شکل ۶- مقدار شدت بارندگی در مقابل مقدار رطوبت حاصل از بارندگی در خاک برای تیمار شدت بارندگی ۱۰۷/۶۴ میلی‌متر بر ساعت.



شکل ۷- مقدار شدت بارندگی در مقابل مقدار رطوبت حاصل از بارندگی در خاک برای تیمار شدت بارندگی ۱۳۳/۰۱ میلی‌متر بر ساعت.



شکل ۸- مقدار شدت بارندگی در مقابل مقدار رطوبت حاصل از بارندگی در خاک برای تیمار شدت بارندگی ۱۶۱/۷۱ میلی‌متر بر ساعت.

### نتیجه‌گیری کلی

در این پژوهش از روش بهینه‌سازی تراکم ذرات برای بهینه‌سازی و برآورد ضرایب مدل موج کینماتیک-انتشار استفاده شد. آماره جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) بین مقادیر مشاهداتی آزمایش و معادله پیش-بینی شار جریان کمینه شد. برای این‌کار ضرایب مختلف  $c_1$  و  $c_2$  که به ترتیب ضرایب فردی و اجتماعی الگوریتم بهینه‌سازی هستند و در ایجاد نسل‌های بعدی پاسخ‌های پیشنهادی الگوریتم دخالت دارند، انتخاب و

همان‌طوری که در شکل‌های ۵ تا ۸ دیده می‌شود، برازش مدل بر داده‌های آزمایشگاهی بسیار خوب انجام شده است. همچنین با توجه به جدول ۱، مقادیر RMSE که با روش بهینه‌سازی تراکم ذرات کمینه شده است این نکته را تایید می‌کند و دامنه این مقادیر در مقایسه با مطالعه دی پترو و همکاران (۲۰۰۳) خیلی کمتر بوده است که این نشان دهنده کارایی این الگوریتم بهینه‌سازی و یافتن نقطه کمینه تابع هدف است.

الگوریتم دستگاه الکترومغناطیس مانند یا روش گرادیان مزدوج با الگوریتم به کار رفته در این پژوهش مقایسه شود. هر چند که نتایج بهینه‌سازی این پژوهش نشان داد که روش بهینه‌سازی تراکم ذرات به خوبی تابع هدف را کمینه کرده است. همچنین برای کارهای پژوهشی آینده می‌توان این آزمایش‌ها را با داشتن یک لایسیمتر وزنی دقیق، تکرار کرد و کارایی مدل، روش حل و تخمین مستقیم ضرایب را برای شرایط مزرعه‌ای و واقعی هم بررسی کرد.

امتحان شد و به ترتیب مقادیر  $1/2$  و  $2/4$  برای  $c_1$  و  $c_2$  منجر به بهترین پاسخ‌ها شدند. همچنین سرانجام پس از آزمون چند معادله مختلف، معادله وزن اینرسی کاهش یابنده خطی منجر به بهترین پاسخ‌ها و کمینه‌ترین مقادیر تابع هدف شد. همچنین نتایج نشان داد که در همه شدت‌های بارندگی، الگوریتم بهینه‌سازی پس از حدود ۳۳۰۰ تلاش و ایجاد نسل‌های متوالی به بهترین پاسخ و کمینه‌ترین نتایج بهینه‌سازی دست یافته است. پیشنهاد می‌شود توانایی سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی مانند الگوریتم تکامل تفاضلی، الگوریتم کرم شب تاب،

#### منابع مورد استفاده

- Banks A, Vincent J and Anyakoha C, 2007. A review of particle swarm optimization. Part I: background and development. *Natural Computing* 6: 467-484.
- Banks A, Vincent J and Anyakoha C, 2008. A review of particle swarm optimization, Part II: hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications. *Natural Computing* 7: 109-124.
- Di Pietro L, Ruy S and Capowiez Y, 2003. Predicting water flow in soils by traveling-dispersive waves. *Journal of Hydrology* 278 (1-4): 64-75.
- Eberhart RC and Kennedy J, 1995. A new optimizer using particle swarm theory. Pp. 34-43. Proc. 6th Int. Symp. Micro Machine and Human Science, Nagoya, Japan.
- Eberhart RC and Shi Y, 2001. Tracking and optimizing dynamic systems with particle swarms. Pp. 94-100. In *Evolutionary Computation. Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation*,
- Feng Y, Teng GF, Wang AX and Yao YM, 2007. Chaotic inertia weight in particle swarm optimization. Pp. 475. *Second International Conference on Innovative Computing, Information and Control*, Kumamoto, Japan.
- Gallage C, Kodikara J and Uchimura T, 2013. Laboratory measurement of hydraulic conductivity functions of two unsaturated sandy soils during drying and wetting processes. *Soils and Foundations* 53(3): 417-430.
- Germann PF, 1985. Kinematic wave approximation to infiltration and drainage into and from soil macropores. *Transactions ASAE* 28: 745-749.
- Germann PF, 1990. Preferential flow and the generation of runoff: boundary layer flow theory. *Water Resources Research* 26 (12): 3055-3063.
- Jamalian, A., Fathali, J., and Nezakati, A. 2010. Location problems with Push-Pull objectives. M.Sc. thesis, applied mathematic. Shahrood University of technology, faculty of mathematics. (In Persian)
- Kennedy J and Eberhart RC, 1995. Particle swarm optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, Perth, Australia, IEEE Service Center, Piscataway 4: 1942-1948.
- Kentzoglanakis K and Poole M, 2009. Particle swarm optimization with an oscillating inertia weight. Pp. 1749-1750. *Proceedings of the 11<sup>th</sup> Annual conference on Genetic and evolutionary computation*, ACM.
- Li HR and Gao YL. 2009. Particle swarm optimization algorithm with exponent decreasing inertia weight and stochastic mutation. Pp. 66-69. *Second International Conference on Information and Computing Science*, Hyderabad, India.
- Majdalani M, Angulo-Jaramillo R and Di Pietro L, 2008. Estimating preferential water flow parameters using a binary genetic algorithm inverse method. *Environmental Modelling & Software* 23: 950-956.
- Malik RF, Rahman TA, Hashim SZM, and Ngah R, 2007. New particle swarm optimizer with sigmoid increasing inertia weight. *International Journal of Computer Science and Security (IJCSS)* 1(2): 35.
- Merrikh Bayat, F. 2012. Optimization algorithms inspired by nature. Nas Press. (In Persian)
- Moussa R, 1997. Geomorphological transfer function calculated from digital elevation models for distributed hydrological modelling. *Hydrological Processes* 11: 429-449.
- Nielsen DR and Biggar YW, 1961. Measuring capillary conductivity. *Soil Science* 92: 192-193.

- Nikabadi A and Ebadzadeh M, 2008. Particle swarm optimization algorithms with adaptive Inertia Weight: A survey of the state of the art and a Novel method. *IEEE Journal of Evolutionary Computation*.
- Poulovassilis A, 1969. The effect of hysteresis of pore-water on the hydraulic conductivity. *Journal of Soil Science* 20(1): 52-56.
- Ramos E, Storey BD, Sierra F, Zuniga RA and Avramenko A, 2004. Temperature distribution in an oscillatory flow with a sinusoidal wall temperature. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47: 4929-4938.
- Rauch W and Harremoës P, 1999. On the potential of genetic algorithms in urban drainage modeling. *Urban Water* 1(1): 79-89.
- Rousseau M, Ruy S, Di Pietro L and Angulo-Jaramillo R, 2004. Unsaturated hydraulic conductivity of structured soils from a kinematic wave approach. *Journal of Hydraulic Research* 42:83-91.
- Shi Y and Eberhart R, 1998. A modified particle swarm optimizer. Pp. 69-73. *Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence*. Anchorage, USA.
- Van Genuchten MTh, 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal* 44(5): 892-898.
- Wang Y, Bradford SA and Šimůnek J, 2013. Transport and fate of microorganisms in soils with preferential flow under different solution chemistry conditions. *Water Resources Research* 49(5): 2424–2436.
- Wang Y, Bradford SA and Šimůnek J, 2014. Physicochemical factors influencing the preferential transport of *Escherichia coli* in soils. *Vadose Zone Journal* 13(1): 1-10.
- Xin J, Chen G and Hai Y, 2009. A particle swarm optimizer with multistage linearly-decreasing inertia weight. Pp. 505-508. *International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*. Sanya, Hainan, China.
- Youngs EG, 1964. An infiltration method of measuring the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials. *Soil Science* 97(5): 307-311.