

تحلیل مقایسه‌ای نوسانات سطح ایستابی با استفاده از نرم‌افزار GMS و مدل‌های سری‌های زمانی در دشت عجب‌شیر

مریم عبدالله‌زاده^{۱*}، احمد فاخری‌فرد^۲

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۴/۲۸

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۳/۲۴

۱- دانشجوی دکتری مهندسی منابع آب، گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز

۲- استاد گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز

* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: Maryam.abdolahzadeh90@yahoo.com

چکیده

پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی، برای برنامه‌ریزی مناسب‌تر به ویژه در مناطق خشک و نیمه‌خشک امری ضروری است. در این تحقیق از داده‌های ارتفاع سطح ایستابی به‌صورت ماهانه، طی دوره آماری ۱۳۸۰ لغایت ۱۳۹۰ دشت عجب‌شیر واقع در شهرستان عجب‌شیر که دارای وسعت ۱۳۰ کیلومتر مربع است استفاده گردید و از دو روش برای تخمین و پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی بهره گرفته شده است. از داده‌های سال ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۰ جهت تخمین استفاده گردید و ارتفاع سطح ایستابی برای سه سال (۱۳۹۰ تا ۱۳۹۳) پیش‌بینی شد. روش اول حل معادله دیفرانسیل جزئی برای گام‌های زمانی (بصورت ماهانه) متوالی و روش دوم مدل سری‌های زمانی است. روش تفاضلات محدود برای حل عددی معادله دیفرانسیلی استفاده شد، برای این منظور از نرم‌افزار GMS استفاده گردید. مقدار ضریب همبستگی و ریشه متوسط مربعات خطا (Root Mean Square Error) بدست آمده از این روش بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی به ترتیب ۰/۸۵ و ۰/۴۹ متر بدست آمد. مدل (۳ و ۲) ARMA بهترین مدل برازش شده برای داده‌های ارتفاع سطح ایستابی به دست آمد که مقدار ضریب همبستگی و RMSE بدست آمده از این روش به ترتیب ۰/۸۵ و ۰/۴۹ متر می‌باشد. طبق معیارهای ارزیابی بدست آمده، معادله دیفرانسیل جزئی از دقت بیشتری در مقایسه با سری‌های زمانی برخوردار بود.

واژه‌های کلیدی: ارتفاع سطح ایستابی، سری زمانی، عجب‌شیر، معادله دیفرانسیل جزئی، نوسانات

A Comparative Analysis of Water Table Oscillations using GMS Software and Time-series Model in Ajabshir Plain

M Abdolazadeh^{1*}, A Fakheri-Fard²

Received: July 18, 2016 Accepted: June 13, 2020

¹PhD Student, Dept. of Water Engineering, Univ. of Tabriz, Iran

²Prof., Dept. of Water Engineering, Univ. of Tabriz, Iran

* Corresponding Author, Email: Maryam.abdolazadeh90@yahoo.com

Abstract

Prediction of water table oscillation, especially in arid and semiarid areas is essential for better planning. In this study, monthly data of water table elevation, during the period of 1380 to 1390 for Ajabshir plain with an area of 130 km² were used by application of two methods to estimate and predict the water table elevation. The date of 1380 to 1390 were used for estimating and the water table elevations were predicted for the three years of 1391 to 1393. The first method is solving partial differential equation for consecutive time steps and the second one is time series model. The GMS software was used for numerical solution of the differential equation by finite difference method. The correlation coefficient value of 0.9 and RMSE value of 0.41 between the estimated and observed amounts of groundwater levels were obtained using this method. The best fitted model for the water table elevation data using time series was ARMA (3, 2), correlation coefficient and RMSE values of this method were 0.85 and 0.49 respectively. According to the evaluation criteria, the partial differential equation method was more accurate than the time series method.

Keywords: Ajabshir, Oscillations, Partial differential equation, Time series, Water table elevation

مقدمه

سفره‌های آب زیرزمینی (که دومین منبع آب شیرین در دنیا است) چالش جدی را در بیشتر کشورها ایجاد نموده است (کونینگهام ۲۰۰۳). بنابراین مطالعه نوسانات آب‌های زیرزمینی و تخمین و پیش‌بینی آن ضروری به نظر می‌رسد.

محققان در مطالعات خود در دشت ساحلی ژاپن نشان دادند که نوسانات سطح آب زیرزمینی و روند طولانی مدت، بستگی به تغذیه آب‌های زیرزمینی که تابعی از بارش، تبخیر-تعرق و آب پمپاژ شده است، دارد. آنها در مطالعه‌شان مدل عناصر محدود

از منابع مهم تغذیه زیرزمینی، آب رودها هستند که با کاهش حجم آب و بارندگی یا خشک شدن آب رودها بر اثر خشکسالی، منبع تغذیه آب‌های زیرزمینی منطقه نیز کاهش می‌یابد یا به کلی قطع می‌شود. همچنین بر اثر خشکسالی آب مخازن سدها کاهش می‌یابد، آب چشمه‌ها کم و یا به طور کلی خشک می‌شود که اثر نامطلوبی بر سفره‌های آب زیرزمینی منطقه تحت تاثیر خود می‌گذارد. با پایین رفتن سطح آب زیرزمینی در نواحی خشک علاوه بر پیشروی بیابان (نابود شدن گیاهان طبیعی) آب شور در چاه‌های آب شیرین پیشروی می‌کند و آبیاری زیاد با آب شور سرانجام به کویری شدن آن زمین خواهد انجامید (کردوانی ۱۳۸۰). در حال حاضر تهی شدن

چندین روش داده محور از جمله شناسایی سیستم، مدل‌های سری زمانی و سیستم استنتاج تطبیقی نروفازی (ANFIS) به کار گرفتند تا سطح آب زیرزمینی را برای دوره‌های مختلف پیش‌بینی کنند. نتایج نشان داد که مدل ANFIS عملکرد بهتری نسبت به دو مدل سری زمانی و شناسایی سیستم دارد (شیرمحمدی و همکاران ۲۰۱۳). در تحقیقی از دو روش هوش مصنوعی و تحلیل کلاسیک سری‌های زمانی برای تعیین تراز آب زیرزمینی در منطقه‌ی انیون کانتری^۷ در ایالت نیوجرسی آمریکا استفاده کردند. در روش تحلیل سری زمانی با استفاده از مشاهدات و از بین مدل‌های کلاسیک مدل ARMA مدل مناسب جهت برازش بر مبنای پیش‌بینی‌ها با سطح اعتماد ۰/۹۵ انتخاب گردید. با توجه به ضرائب همبستگی ارائه شده، شبکه عصبی مصنوعی عملکرد بهتری نسبت به روش کلاسیک سری زمانی در پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی در منطقه مورد مطالعه داشته است (قدم‌پور و شقاقیان ۱۳۹۰). ریچاردسون در سال ۱۹۹۰ روش تفاضلات محدود را یکی از راه‌های حل تقریبی معادلات دیفرانسیلی معرفی نمود. بعداً شوول و شو این روش را در حل جریان‌های آب‌های زیرزمینی در حالت ماندگار بکار بردند و برای بررسی جریان‌های آب‌های زیرزمینی در حالت ناماندگار از تشابه جریان آب در محیط متخلخل و حرارت در محیط هادی استفاده و بتدریج با توسعه کامپیوتر، روش تفاضلات محدود در رژیم نامتعادل بکار رفت (بی‌نام ۱۹۸۵). با توجه به بررسی‌های انجام شده، مشاهده شد که تحقیقات در این زمینه مخصوصاً استفاده از معادله دیفرانسیلی برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی صورت نگرفته و

سه‌بعدی (FEM)^۱ آب‌های زیرزمینی را برای شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی استفاده کردند. نتایج مطالعه نشان داد که همبستگی بالایی بین ارتفاع سطح زمین و سطح آب زیرزمینی در آبخوان ساحلی کم عمق وجود دارد و همچنین آب زیرزمینی اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده یک همبستگی خوبی را در حالت پایدار نشان داد (هی و همکاران ۲۰۰۸). برای مدیریت منابع آب زیرزمینی، روش‌های عددی سنتی با شرایط مرزی خاص، قادر به تحلیل ساختارهای پیچیده آبخوان همچون پیش‌بینی‌های پیچیده سطوح آب زیرزمینی است (سروشیان و همکاران ۱۹۹۵، سینگ و همکاران ۲۰۰۲، ویو و همکاران ۲۰۰۳). برای مدل‌سازی سری‌های زمانی ارتفاع سطح ایستابی، مدل‌های متعددی بر اساس تئوری تصادفی توسعه داده شده‌اند، مثل مدل سری‌های زمانی (TS)^۲، شامل مدل خودهمبسته میانگین متحرک جامع (ARIMA)^۳، مدل خودهمبسته میانگین متحرک فصلی (SARIMA)^۴، مدل اتورگرسیو دوره‌ای (PAR)^۵، و شبکه عصبی مصنوعی (ANN)^۶ (آهن ۲۰۰۰، دالیکاپو و همکاران ۲۰۰۵، وانگ و همکاران ۲۰۰۷). سالاس و اسمیت (۱۹۸۱) نشان دادند که سری زمانی سالانه رودخانه می‌تواند توسط فرایندهای خودهمبسته میانگین متحرک (ARMA) ارائه شوند. پارلانگ و همکاران (۱۹۹۲) مدل خودهمبسته مرتبه اول (AR(1)) را برای حجم آب خاک بر اساس معادله انتقال آب خاک فرمول‌بندی کردند. خلیلی و ناظری تهرودی (۱۳۹۳) از سری‌های زمانی جهت پیش‌بینی تراز سطح آب دریاچه ارومیه استفاده کردند که در آن مدل $ARMA(0,1)$ به‌عنوان مدل برتر با خطای ۰/۱۳۸ انتخاب شده بود. در یک مطالعه‌ای در دشت مشهد،

5. Periodic auto regressive

6. Artificial neural network

7. Union country

1. Finite element method

2. Time series

3. Auto regressive integrated moving average

4. Seasonal auto regressive integrated moving average

در اشل ماهانه و بصورت ناحیه‌ای شده (با استفاده از پلیگون‌بندی تیسسن) می‌باشد. در نهایت دو روش با توجه به معیارهای ارزیابی مقایسه و روش بهتر انتخاب گردید. از آنجایی که تاکنون تحقیقات در زمینه پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی با استفاده از معادلات دیفرانسیل جزئی صورت نگرفته است، لذا در این تحقیق با استفاده از نرم‌افزار *GMS* و کدنویسی در متلب با بکارگیری معادلات دیفرانسیل جزئی، ارتفاع سطح ایستابی محاسبه و پیش‌بینی گردید که نسبت به روش مقایسه شده (مدل سری‌های زمانی) از دقت قابل قبولی برخوردار است.

مواد و روش‌ها

- مشخصات منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه (شکل ۱)، دشت عجب‌شیر، جزء حوضه آبریز دریاچه ارومیه می‌باشد و در ۹۰ کیلومتری جنوب غربی شهرستان تبریز و در محدوده‌های طول جغرافیایی ۴۹'، ۴۵° تا ۸'، ۴۶° و عرض جغرافیایی ۲۳'، ۳۷° تا ۳۳'، ۳۷° واقع شده است. وسعت این دشت در حدود ۱۳۰ کیلومتر مربع بوده و بارش متوسط سالیانه برای دوره شاخص ۱۰ ساله (۱۳۸۶-۱۳۷۷) در این حوضه ۲۳۳ میلی‌متر می‌باشد. آبخوان دشت عجب‌شیر از دو سفره آزاد و تحت فشار تشکیل یافته است بطوریکه آبخوان تحت فشار در قسمت‌های انتهایی و غربی دشت قرار گرفته و شور می‌باشد. در این تحقیق از داده‌های ماهانه پیزومتر از سال آماری ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۰ استفاده گردید. از بین پیزومترهای موجود بعد از مرتب‌سازی داده‌ها تعداد ۳۳ پیزومتر در سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۸۶ و ۱۴ پیزومتر در سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۸۰ مشترک بودند، به این معنی که در طول سال‌های ۱۳۹۰-۱۳۸۰ تعدادی چاه‌ها با گذشت زمان خراب یا خشک و یا بدون اندازه‌گیری بودند که در این تحقیق تعداد ۱۴ پیزومتر که از سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۰ مورد استفاده بودند، انتخاب گردید. توزیع مکانی پیزومترها در شکل ۱ نشان داده شده است.

مطالعه و تحقیق با این روش می‌تواند نوآوری محسوب شود.

جز در موارد ساده، حل تحلیلی معادلات دیفرانسیلی بندرت امکان‌پذیر است، بنابراین از روش‌های عددی مختلف برای دستیابی به راه حل‌های تقریبی استفاده می‌شود که یکی از این روش‌ها، مدل تفاضل‌های محدود می‌باشد (مک دونالد و همکاران ۲۰۰۸). اکبرپور و همکاران (۱۳۸۹) با استفاده از مدل *modflow* در محیط *GMS* مدل ریاضی سفره آب زیرزمینی دشت مختاران بیرجند را تهیه کردند. آنها در این تحقیق از یک مدل دو بعدی استفاده نمودند. نتایج نشان داد که با توجه به شرایط آبخوان هرگونه برداشت جدید از آبخوان باعث تشدید روند خسارت فعلی به منابع آب زیرزمینی و ال

حدیغیر اقتصادی شدن بهره‌برداری از آبخوان می‌شود. ملکی و همکاران (۱۳۹۰) با استفاده از مدل *modflow* در محیط *GMS* به بهینه‌سازی ضرائب هیدرودینامیک دشت شاهرود به مساحت ۴۵۰ کیلومتر مربع پرداختند. آنها در تحقیق خود از یک مدل دو بعدی استفاده نمودند. قبادیان و همکاران (۱۳۹۲) از بسته نرم‌افزاری *GMS* جهت پیش‌بینی نوسانات سفره آب زیرزمینی استفاده کردند. نتایج نشان داد که مقدار ضریب تعیین (R^2) بین داده‌های اندازه‌گیری شده و محاسبه شده برابر با ۰/۹۹۶۸ است. برای تهیه مدل پیش‌بینی برای شمال منطقه سینا واقع در مصر، از روش سری‌های زمانی استفاده شد. نتایج نشان داد که مدل سری‌های زمانی یک روش موثر برای ارزیابی الگوهای فصلی ارتفاع سطح ایستابی در منطقه می‌باشد. این مدل عملکرد خوبی با استفاده از معیار نش-ساتکلیف نشان داد (عمران ۲۰۱۶).

هدف از این تحقیق، تخمین و پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی در دشت عجب‌شیر با استفاده از سری‌های زمانی و حل معادله دیفرانسیل جزئی می‌باشد. داده‌های مورد استفاده در این تحقیق، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی

مدل‌های سری زمانی

اساس مدل $AR(P)$ بر پایه زنجیره مارکف در زنجیره زمانی بنا شده است. اگر هر داده ثبت شده سری زمانی t با زمان بعد و یا زمان قبل از خود مرتبط باشد، در این صورت سری فوق از زنجیره مارکف پیروی می‌کند (قهرمان و قره خانی ۱۳۹۰).

با در نظر گرفتن سری زمانی نرمال و استاندارد Z_t مدل میانگین متحرک خودهمبسته $ARMA(p,q)$ را می‌توان به صورت رابطه ۱ نوشت که معادله به دست آمده از مدل فوق برای داده‌های ماهانه ارتفاع سطح ایستابی می‌باشد:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \varepsilon_t - (\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2}) + a \quad [1]$$

در رابطه فوق، y_t ارتفاع سطح ایستابی در زمان t ، y_{t-1} ارتفاع سطح ایستابی در زمان $t-1$ و به همین ترتیب، ε_t عدد تصادفی در زمان t ، ε_{t-1} عدد تصادفی در زمان $t-1$ و به ضرائب ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 همین ترتیب، ضرائب مربوط به $MA(2)$ و θ_1, θ_2 مربوط به $AR(3)$ و عدد ثابت معادله می‌باشد. با وارد کردن سری داده‌ها a که با روش لگاریتم طبیعی نرمال شده و با استفاده از $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ که در آن X خود داده‌ها، μ میانگین داده‌ها و σ انحراف معیار داده‌ها است استاندارد سازی صورت گرفت، سپس داده‌ها وارد نرم‌افزار *Minitab* شده و با رسم نمودارهای ACF و $PACF$ مدل مناسب برای داده‌های نرمال و استاندارد شده و مقادیر ضرایب برای مدل مربوطه تعیین شد. سپس با در دست داشتن ضرایب و مقادیر ارتفاع سطح ایستابی در زمان‌های $t-1$ ، $t-2$ و $t-3$ مقدار Y_t بدست خواهد آمد. معادله جریان آب زیرزمینی بصورت معادلات دیفرانسیل است که جز برای شرایط خیلی ساده از نظر شکل هندسی آبخوان، مشخصات هیدرودینامیکی، شرایط مرزی و شرایط اولیه، حل آن به روش تحلیلی ممکن نیست. بدلیل مزایای روش تفاضلات محدود، این روش بسیار زیاد برای حل تقریبی معادلات

دیفرانسیل آب‌های زیرزمینی به کار می‌رود. جریان سه بعدی آب زیرزمینی در محیط متخلخل، با معادله دیفرانسیلی زیر بیان می‌شود:

$$[2] \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) + w = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

که در آن K_{xx} ، K_{yy} و K_{zz} مقادیر هدایت هیدرولیکی در امتداد محورهای مختصاتی x ، y و z می‌باشد که به موازات محورهای اصلی هدایت هیدرولیکی فرض شده‌اند، h بار هیدرولیکی، w نرخ جریان‌های ورودی یا خروجی سیستم، S_s ضریب ذخیره ویژه و t زمان می‌باشد.

حل معادلات دیفرانسیل جزئی آب‌های زیرزمینی از طریق عددی، مستلزم تعیین شرایط مرزی و اولیه از نظر هیدرولیکی و استفاده از اطلاعات موجود در این مرزها می‌باشد. شرایط اولیه در نظر گرفته شده در این تحقیق، مربوط به آخرین قرائت ارتفاع سطح ایستابی در سال و شرایط مرزی، مقدار ارتفاع سطح ایستابی در چاه‌هایی که نزدیک مرز (دوایر قرمز رنگ در شکل ۲) واقع شده‌اند، در نظر گرفته شده است. نظر به اینکه دشت مورد مطالعه طبق گزارش سازمان آب منطقه‌ای، دشتی بوده که حرکت عمدتاً در افق انجام می‌پذیرد و ضخامت لایه‌ها زیاد بوده و بیشینه تغییرات در طول دوره‌ی آماری در سطح ایستابی به ۳/۵ متر می‌رسد، لذا می‌توان جریان را دو بعدی در نظر گرفت که معمولاً در آب‌های زیرزمینی فرض منطقی می‌باشد. بنابراین، معادله مورد نظر در این تحقیق به شکل زیر خواهد بود (ویلیام ۱۹۹۲):
به‌همین ترتیب برای معادله دیفرانسیل دوبعدی آب‌های زیرزمینی خواهیم داشت:

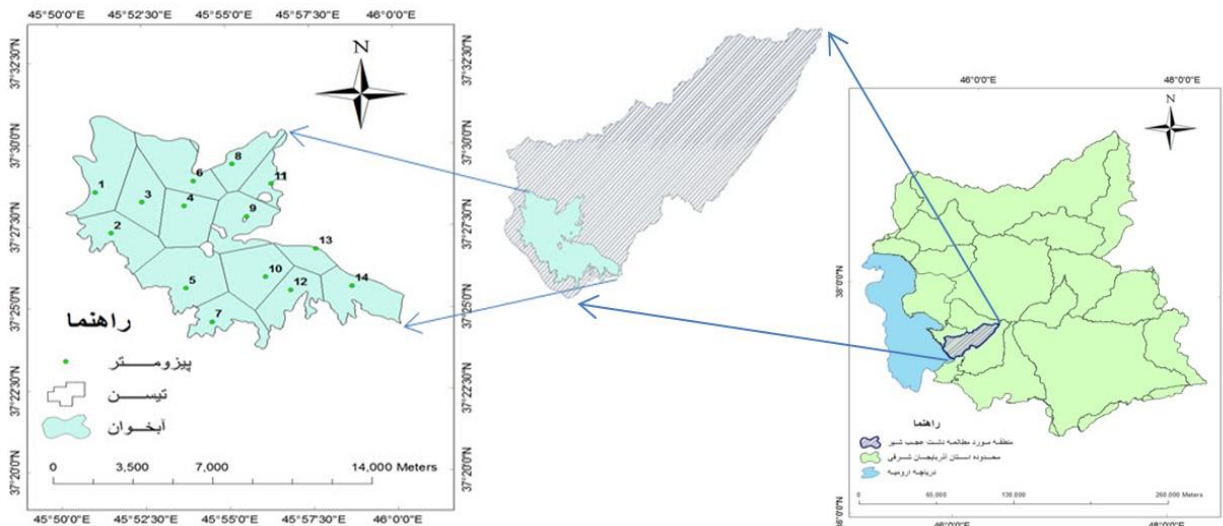
$$[3] \quad h_{i,j}^{t+1} = h_{i,j}^t + \left(\frac{T \cdot \Delta t}{S} \right) \left[\frac{h_{i-1,j}^t - 2h_{i,j}^t + h_{i+1,j}^t}{\Delta x^2} + \frac{h_{i,j-1}^t - 2h_{i,j}^t + h_{i,j+1}^t}{\Delta y^2} \right]$$

برای گام زمانی بعدی بدست آمد. با در دست داشتن مقادیر ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و مقادیر بدست آمده از معادله دیفرانسیلی، خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی (ایزوپیز) برای مشاهدات و محاسبات در محیط نرم افزار ArcGIS 9.3 رسم شدند. مقدار قابلیت انتقال و ضریب ذخیره اخذ شده از سازمان آب منطقه‌ای استان آذربایجان شرقی (بهار ۱۳۹۲) به ترتیب ۳۰۰ مترمربع در روز و ۳ درصد بود که با آزمون و خطا مقادیر دقیق آن‌ها بدست آمد به این ترتیب که با تغییر دادن مقادیر قابلیت انتقال و ضریب ذخیره در برنامه نوشته شده در محیط نرم افزار متلب و رسم خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی در GIS، در حالتی که خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی مربوط به داده‌های محاسباتی نزدیک به خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی مربوط به داده‌های مشاهداتی بود، دقیق‌ترین مقادیر قابلیت انتقال و ضریب ذخیره انتخاب شدند که در جدول ۳ مقادیر آورده شده‌اند.

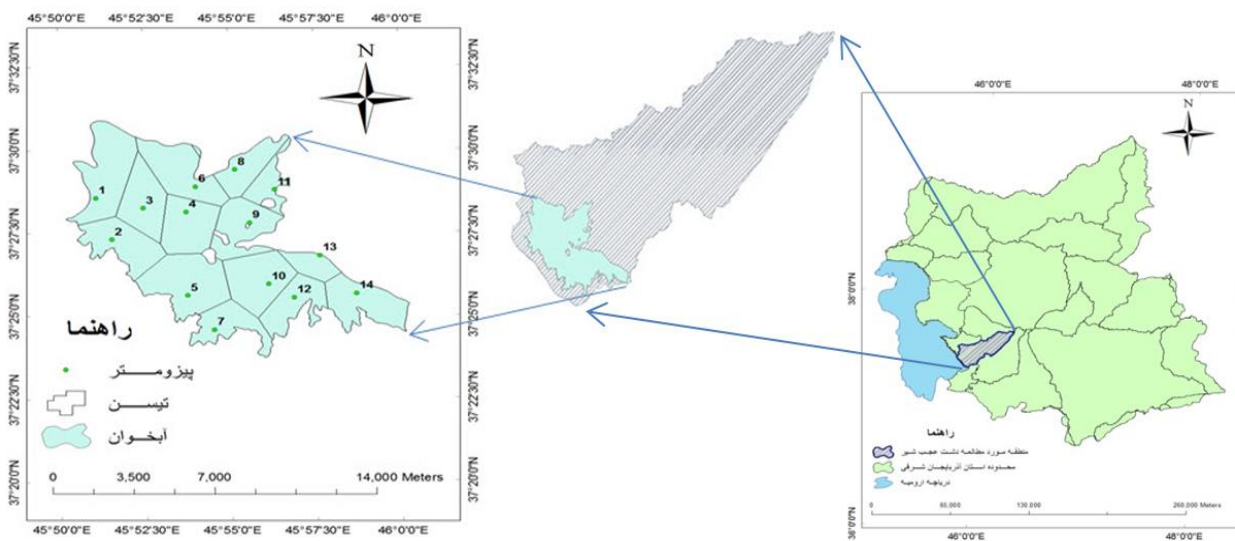
برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل آب زیرزمینی باید آبخوان مورد نظر را به قسمت‌هایی تقسیم نمود. در این تحقیق برای شبکه‌بندی آبخوان دشت عجب‌شیر از نرم‌افزار GMS7.1 استفاده شد. شبکه‌بندی دشت مورد نظر به صورت شبکه‌های ۳۵*۳۵ انتخاب شدند که عدد ۳۵ بیشترین تعداد پیکسل‌ها در جهت x و در جهت y را نشان می‌دهد. از آنجا که در بیشتر موارد در آبخوان‌ها مرزها به صورت خط مستقیم نبوده و اغلب به صورت منحنی می‌باشد، در نتیجه شبکه‌های انتخابی کاملاً با مرزهای واقعی مطابقت ندارند و هرچه اندازه شبکه‌های مرزی ریزتر باشد تطابق آن‌ها بهتر است. در شکل ۲ شبکه‌بندی آبخوان منطقه مورد مطالعه نشان داده شده است.

– معادله دیفرانسیل جزئی

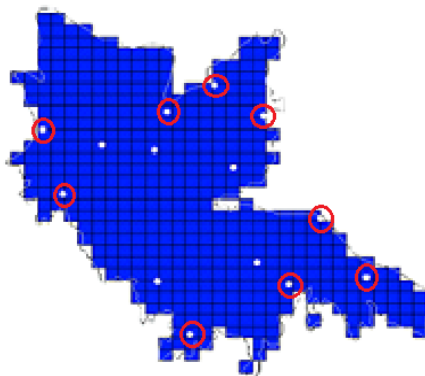
حل معادله ۱۱ با استفاده از برنامه‌نویسی در محیط Matlab و با روش حل صریح انجام گرفت، با وارد کردن مقادیر معلوم، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی



شکل ۱- موقعیت دشت عجب‌شیر در استان آذربایجان شرقی همراه با پلیگون‌بندی تیسن آبخوان دشت عجب‌شیر و موقعیت پیزومترها.



شکل ۱- موقعیت دشت عجب شیر در استان آذربایجان شرقی همراه با پلیگون بندی تیسن آبخوان دشت عجب شیر و موقعیت پیزومترها.



شکل ۲- شبکه بندی آبخوان دشت عجب شیر در محیط نرم افزار *GMS7.1* و شرایط مرزی در نظر گرفته شده (دوایر قرمز رنگ).

بین خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی محاسباتی و مشاهداتی محاسبه شد.

مساحت بین خطوط هم ارتفاع سطح ایستابی برای خطوط رسم شده برای داده های مشاهداتی و محاسباتی، با استفاده از *GIS* بدست آمد و درصد خطای مساحت

- معیارهای ارزیابی

برای مقایسه دقت پیش‌بینی‌ها، از معیارهای ریشه متوسط مربع خطاها ($RMSE$)، متوسط قدرمطلق خطاها (MAE) و ضریب تعیین (R^2) و ضریب نش-ساتکلیف ($N-S$) استفاده شده است که روابط به ترتیب زیر می‌باشد (راولز و همکاران ۱۹۹۱):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad [4]$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i| \quad [5]$$

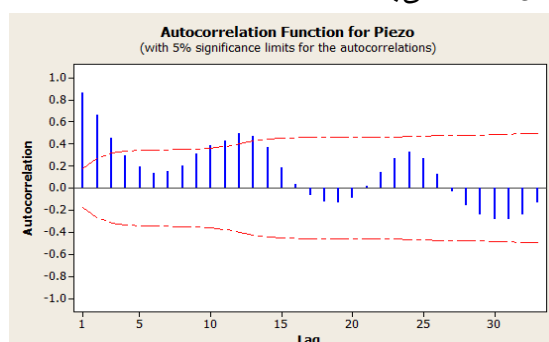
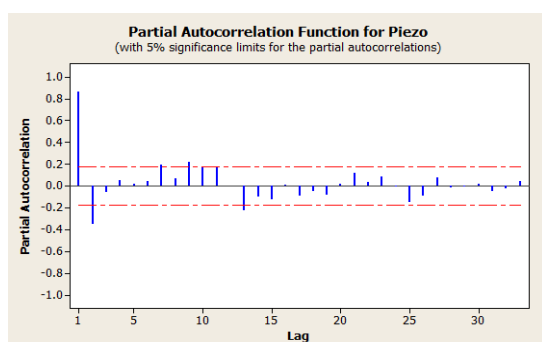
$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \bar{\hat{x}})^2} \quad [6]$$

$$N - S = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad [7]$$

در روابط فوق، x_i مقادیر ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی، \hat{x}_i مقادیر ارتفاع سطح ایستابی تخمین زده شده، \bar{x} میانگین مقادیر ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و $\bar{\hat{x}}$ میانگین مقادیر ارتفاع سطح ایستابی تخمین زده شده و n تعداد کل داده‌ها می‌باشد.

نتایج و بحث

در این تحقیق از معادله دیفرانسیل جزئی و مدل‌های سری زمانی برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی استفاده شد. برای تعیین مرتبه مدل، با رسم نمودار توابع خود همبستگی (ACF) و تابع خود همبستگی جزئی ($PACF$) مربوط به داده‌های ارتفاع سطح ایستابی که خود ایستا بودند، مشخص شد که داده‌های ماهانه ارتفاع سطح ایستابی از مدل $ARMA(3,2)$ پیروی می‌کنند. با توجه به نمودار ACF شکل ۳، سیستم دارای حافظه کوتاه مدت بوده بطوریکه پس از سه ماه تقریباً استقلال زمانی از بین می‌رود. با دقیق شدن در نمودار ACF می‌توان تشابه ضعیف سال‌ها را که رفته رفته ضعیف‌تر نیز می‌شود، مشاهده نمود. در سال اول احتمال اینکه در فصل گرم روند افزایشی و در فصل سرد نیز روند افزایشی باشد، همبستگی منفی صورت نگرفته و در سال‌های بعدی همبستگی منفی به علت روند کاهشی در فصل گرم و روند افزایشی در فصل سرد می‌تواند باشد.

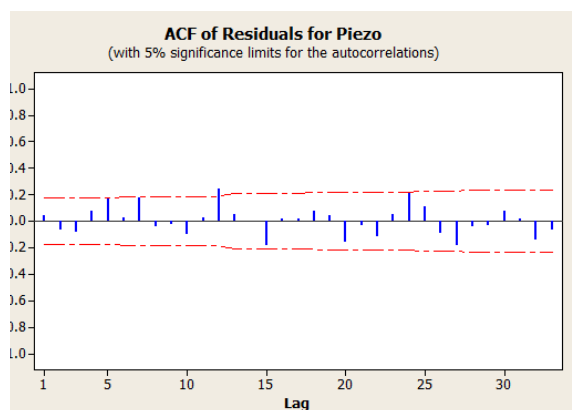
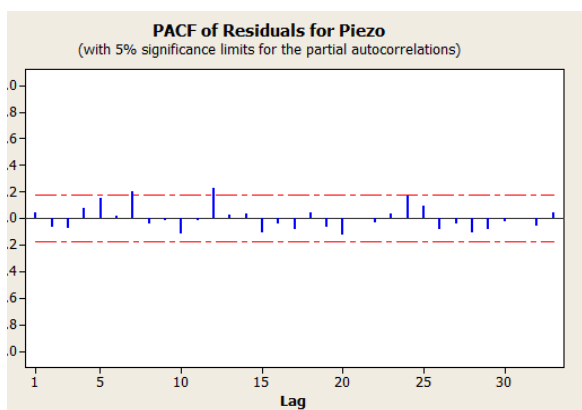


شکل ۳- نمودار تابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی ارتفاع سطح ایستابی.

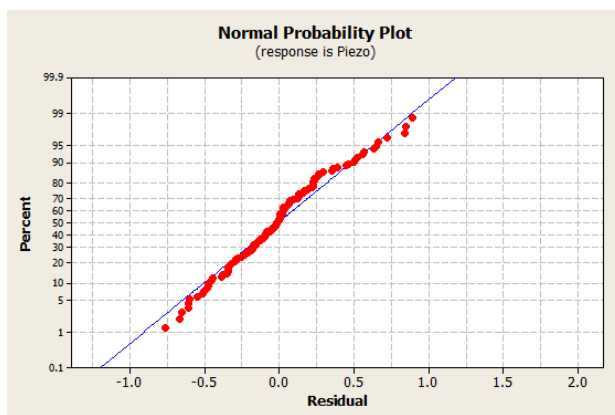
محدوده استقلال قرار دارند و از یکدیگر مستقل می‌باشند. این وضعیت نشانگر مناسب بودن مدل انتخابی می‌باشد. نمودار تست نرمال (شکل ۵) با اطمینان ۹۵٪، فرض صفر مبنی بر وجود خودهمبستگی را در مجذور باقیمانده‌ها رد می‌کند ($P\text{-value} > 0.05$). بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که به علت عدم وجود خودهمبستگی در مجذور

در نمودار ACF ، میرایی سریع خود همبستگی‌ها، ایستایی سری را نشان می‌دهد. با وجود اینکه مدل پتانسیل طبق نمودار $PACF$ ، $AR(2)$ می‌باشد، اما بخش مستقل نیز با تبعیت از $MA(2)$ که خود را وارد مدل می‌کند، تلفیق آن‌ها مدل $ARMA(3,2)$ با کمترین خطا را ارائه می‌دهد. با توجه به اشکال ۴، خودهمبستگی‌ها در

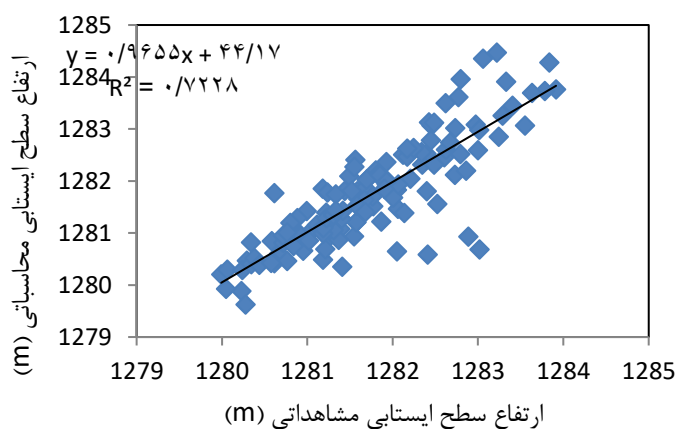
باقیمانده‌ها، انتخاب مدل مناسب بوده است. با استفاده از این مدل مقدار ضریب همبستگی $0/85$ و خطا $0/54$ بدست آمد، شکل ۶ گویای این موضوع می‌باشد. ضرائب بدست آمده برای معادله ۱ که معادله مربوط به مدل $ARMA(3,2)$ می‌باشد در جدول زیر خلاصه شده است که با استفاده از نرم افزار *Minitab16* بدست آمده‌اند.



شکل ۴- تابع خودهمبستگی و خود همبستگی جزئی باقیمانده‌ها برای ارتفاع سطح ایستابی.



شکل ۵- نمودار احتمال نرمال باقیمانده‌های ارتفاع سطح ایستابی.



شکل ۶- نمودار ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و محاسباتی با استفاده از مدل $ARMA(3,2)$.

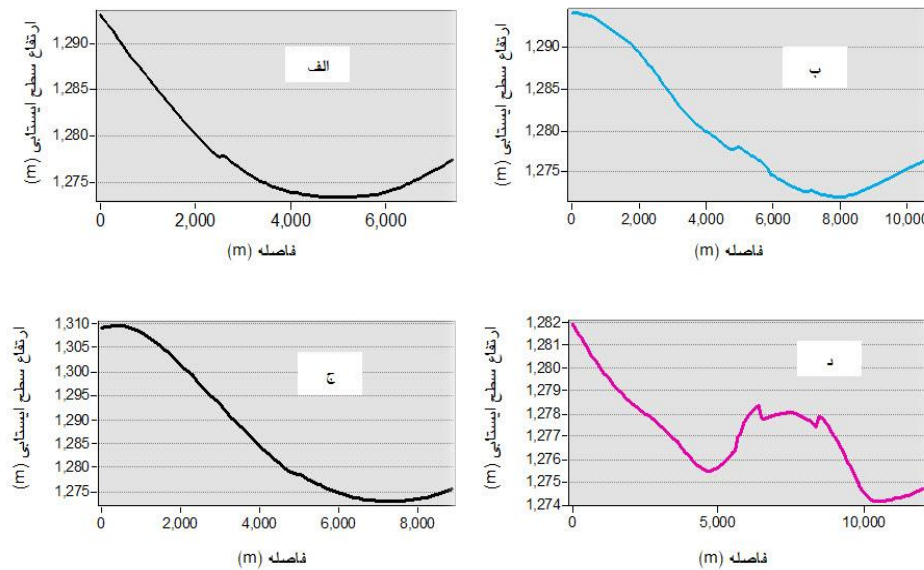
جدول ۱- ضرایب بدست آمده برای معادله ۴ با استفاده از نرم افزار *Minitab*

ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	θ_1	θ_2	a
۲/۵۱۲۴	-۲/۳۴۰۶	۰/۸۰۱۱	۱/۴۷۷۴	-۰/۶۶۳۳	۳۴/۷۳



شکل ۸- چهار جهت در نظر گرفته شده برای رسم پروفیل ارتفاع سطح ایستابی دشت عجبشیر.

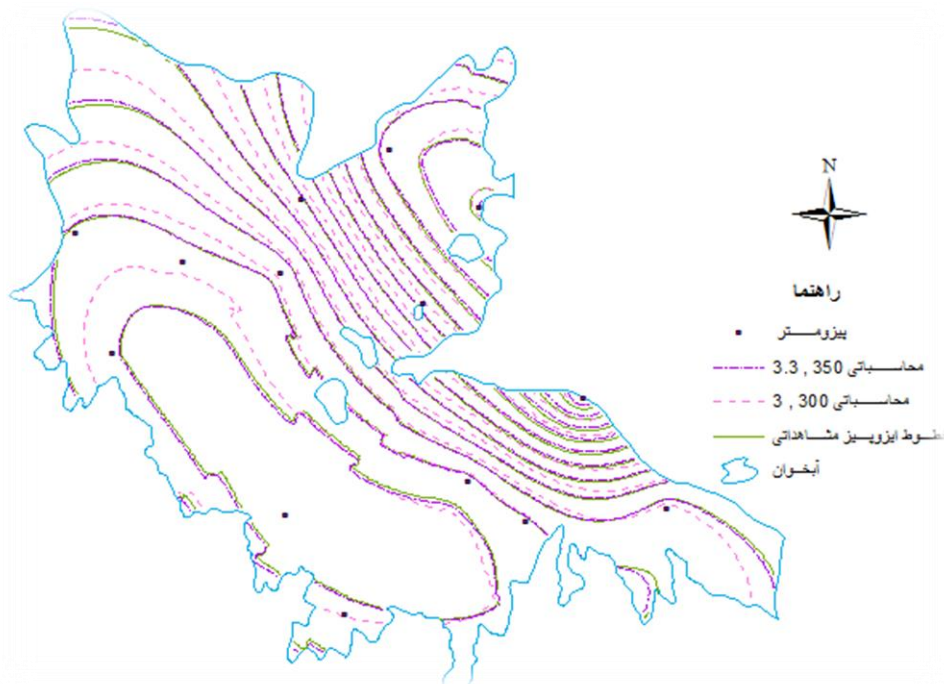
معادله دیفرانسیل مربوطه (معادله ۳)، با استفاده از روش تفاضلات محدود حل شده و خطوط ایزوپیز مقادیر بدست آمده از معادله ۳ و مشاهدات در نرم افزار GIS رسم شدند. ابتدا خطوط ایزوپیز برای داده‌های مشاهداتی رسم شدند که در شکل ۷ نمایش داده شده است. طبق شکل ۷، ارتفاع سطح ایستابی در قسمت شمال شرقی زیاد بوده و جریان به سمت جنوب غربی می‌باشد. پروفیل ارتفاع سطح ایستابی در چهار جهت نشان داده شده در شکل ۸، شرق به غرب، شمال به جنوب، شمال غربی به جنوب شرقی و شمال شرقی به جنوب غربی رسم شدند (شکل ۹).



شکل ۹- پروفیل ارتفاع سطح ایستابی در چهار جهت در دشت عجب‌شیر.

حتی در حالت دوم نیز با دقت شدن در نمودار مربوطه‌اش در فاصله ۵۰۰۰ تا ۸۰۰۰ متر افزایش کمی در پروفیل ارتفاع سطح ایستابی مشاهده می‌شود. خطوط ایزوپیز برای ضریب قابلیت انتقال ۳۰۰ متر مربع در روز و ضریب ذخیره ۳ درصد در شکل ۱۰ رسم شد که با محاسبه مساحت‌های بین خطوط ایزوپیز در هر دو حالت محاسباتی و مشاهداتی، مقدار خطا با استفاده از شاخص ارزیابی میانگین قدر مطلق خطا (MAE) بدست آمد که برابر با ۰/۸۵ متر بود. برای کاهش مقدار خطای بدست آمده مقادیر ضریب قابلیت انتقال و ضریب ذخیره در معادله‌ی ۳ در محیط نرم افزار متلب، با روش سعی و خطا تغییر داده شدند. نتیجه اینکه، مقدار خطای بدست آمده در حالتی که ضریب قابلیت انتقال ۳۵۰ متر مربع در روز و ضریب ذخیره ۳/۳ درصد بوده، به ۰/۵۶ کاهش یافت. در نقشه زیر خطوط ایزوپیز رسم شده با ضریب ذخیره ۳/۳ درصد و قابلیت انتقال ۳۵۰ متر مربع در روز و خطوط ایزوپیز مشاهداتی نشان داده شده است.

حالت اول (الف): شکل فوق پروفیل ارتفاع سطح ایستابی را در جهت شرق به غرب نشان می‌دهد، مشاهده می‌شود که در این جهت رفته رفته ارتفاع سطح ایستابی و همینطور شیب کم می‌شود. در این جهت، حرکت آب زیرزمینی از شرق به غرب می‌باشد. حالت دوم (ب): شکل پروفیل ارتفاع سطح ایستابی را در جهت شمال به جنوب نشان می‌دهد، مشاهده می‌شود که در این جهت ارتفاع سطح ایستابی کم می‌شود و حرکت آب زیرزمینی از شمال به جنوب می‌باشد. حالت سوم (ج): در این حالت همانطور که مشاهده می‌شود، ارتفاع سطح ایستابی کاهش پیدا می‌کند و جهت جریان غالب نیز از شمال شرقی به سمت جنوب غربی می‌باشد که خطوط ایزوپیز رسم شده نیز همین موضوع را می‌رساند. حالت چهارم (د): همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، تقریباً تا مرکز آبخوان ارتفاع سطح ایستابی حالت نزولی داشته و در مرکز آن افزایش پیدا کرده است، این احتمالاً می‌تواند به دلیل نبود چاه در آن قسمت از آبخوان باشد که هیچ برداشتی هم صورت نگرفته و ارتفاع آب زیرزمینی بالاست.



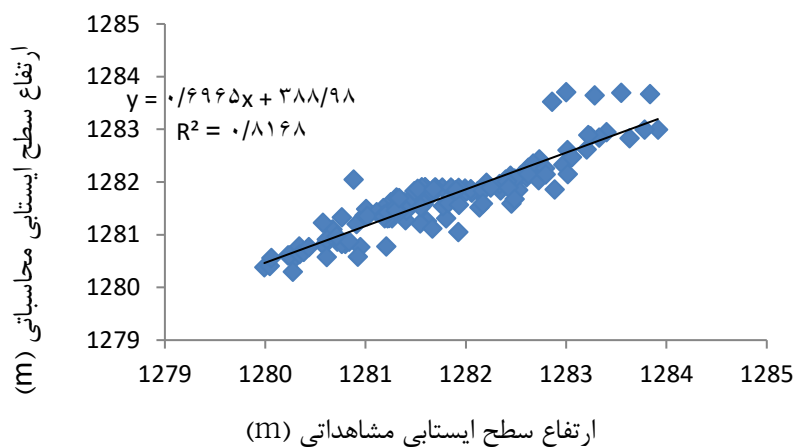
شکل ۱۰- نقشه خطوط ایزوپیز رسم شده برای داده‌های پیزومتریک مشاهداتی و محاسباتی در سال ۹۰.

در جدول ۲ مقادیر خطای حاصل از پیش‌بینی توسط مدل $ARMA(3,2)$ و معادله دیفرانسیلی در مقایسه با مشاهدات آورده شده‌اند و همچنین نمودار مقادیر پیش‌بینی شده با استفاده از دو روش فوق در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

در جدول ۲ اعداد مربوط به هر کدام از ضرایب قابلیت انتقال و ضرایب ذخیره همراه با داده‌های مشاهداتی نشان داده شده است.

بیشترین ارتفاع سطح ایستابی مربوط به بخش‌های شمال شرقی و شرق دشت بوده و کمترین ارتفاع سطح ایستابی مربوط به بخش‌های جنوب غربی می‌باشد، بنابراین جریان غالب آب زیرزمینی شمال شرقی به جنوب غربی می‌باشد. با توجه به خطای بدست آمده، برای آبخوان دشت عجب‌شیر مقدار قابلیت انتقال ۳۵۰ متر مربع در روز و ضریب ذخیره ۳/۳ درصد قابل استفاده است.

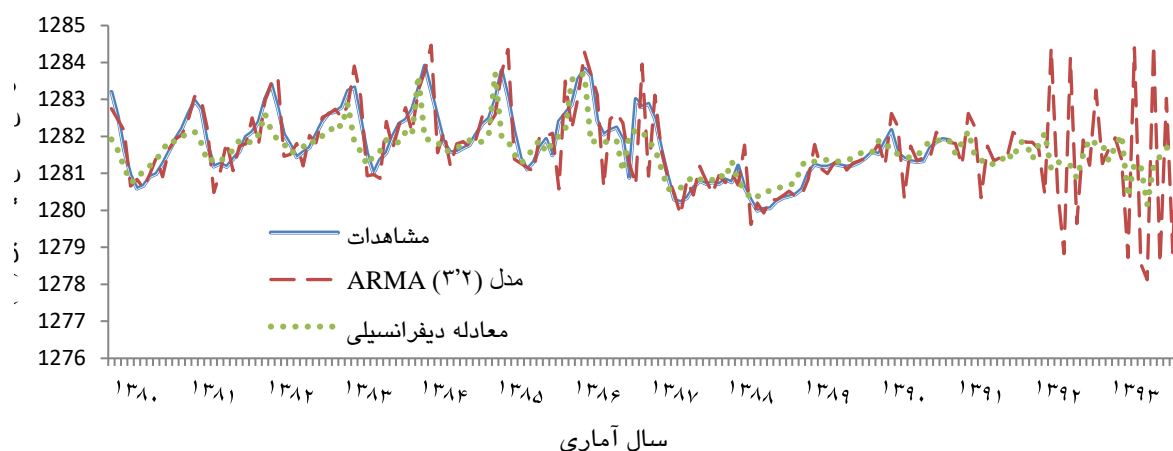
نمودار ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و محاسباتی با استفاده از معادله دیفرانسیل در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۱- نمودار ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و محاسباتی با استفاده از معادله دیفرانسیل جزئی.

جدول ۲- معیارهای ارزیابی مدل‌های تخمین ارتفاع سطح ایستابی.

شاخص ارزیابی	R	RMSE(m)	MAE(m)	N - S
روش بکار رفته				
مدل ARMA(3,2)	۰/۸۵	۰/۵۴	۰/۳۷	۰/۶۵
معادله دیفرانسیلی	۰/۹	۰/۴۱	۰/۳۴	۰/۷۹



شکل ۱۲- مقایسه نموداری دو مدل استفاده شده برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی با مشاهدات.

در مورد معادله دیفرانسیل مربوطه، مشاهده شد که با روش سعی و خطا مقدار ضریب ذخیره در حالتی که $3/3$ درصد باشد خطای حاصل از مساحت بین خطوط کنتور کاهش می‌یابد.

در شکل ۱۲ نوسانات شدید در نمودار مربوط به سری زمانی به علت اعداد استوکاستیک (بخش تصادفی معادله سری) می‌باشد و محدودیت آن‌ها را باند اطمینان تعیین می‌کند که در اینجا باند اطمینان 95% که معمول در آمار می‌باشد در نظر گرفته شده است.

جدول ۳- معیار ارزیابی بدست آمده بین مساحت خطوط کنتور بدست آمده برای ارتفاع سطح ایستابی مشاهداتی و محاسباتی با استفاده از معادله دیفرانسیل.

شاخص ارزیابی	$MAE(m)$
$T = 300 m^2 \cdot day^{-1}, S = 3 \%$	۰/۸۵
$T = 350 m^2 \cdot day^{-1}, S = 3/3 \%$	۰/۵۶

(ANFIS) به کار گرفتند تا سطح آب زیرزمینی را برای دوره‌های مختلف پیش‌بینی کنند. نتایج نشان داد که مدل ANFIS عملکرد بهتری نسبت به مدل سری زمانی دارد. مدل‌های سری زمانی به علت بخش تصادفی وارد شده در مدل نوسانات زیادی از خود نشان داده و دقت کمتری ارائه می‌دهند.

نتیجه‌گیری کلی

با توجه به نتیجه حاصل شده (جدول ۳)، استنتاج می‌شود که برای محیط همگن و ایزوتروپ، معادله را می‌توان با اعتماد قابل قبولی استفاده کرد. در این تحقیق حل معادلات دیفرانسیل جزئی و پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی از طریق آن نتایج بهتری را نسبت به مدل سری‌های زمانی ارائه داد. شیرمحمدی و همکاران ۲۰۱۳، در مطالعه‌ای مشابه در دشت مشهد، مدل‌های سری زمانی و سیستم استنتاج تطبیقی نروفازی

استانداردسازی وارد نرم افزار *Minitab* شده و مدل *PACF* و *ACF* که با توجه به نمودارهای *ARMA(3,2)* باقیمانده‌ها و نمودار احتمال نرمال باقیمانده‌ها مدل مناسب بوده برای داده‌های ارتفاع سطح ایستابی برآزش داده شد. با توجه به معیارهای ارزیابی بین دو روش استفاده شده، معادله دیفرانسیل جزئی با دقت ۰/۹ و خطای ۰/۴۱ نسبت به مدل سری زمانی با دقت ۰/۸۵ و خطای ۰/۵۴ نتایج قابل قبولی را ارائه داد.

در این تحقیق که یک مطالعه تحلیلی است، با استفاده از اطلاعات گذشته تغییرات ارتفاع سطح ایستابی دشت عجب‌شیر بررسی گردید. ضمن مدل‌سازی تغییرات ارتفاع سطح ایستابی، مقادیر آن در آینده (به مدت سه سال) پیش‌بینی شد. با استفاده از نرم افزار *GMS* و کدنویسی در محیط *Matlab* معادله دیفرانسیل جزئی دو بعدی برای داده‌های ارتفاع سطح ایستابی آبخوان دشت عجب‌شیر استفاده شد. از طرفی دیگر در سری زمانی ۱۱ ساله مورد مطالعه، داده‌ها بعد از نرمال‌سازی و

منابع مورد استفاده

- Ahn H, 2000. Modeling of groundwater heads based on second-order difference time series models. *Journal of Hydrology* 234(1-2): 82-94.
- Akbarpour A, Azizi M and AghahossienAli M, 2010. Management of groundwater exploitation in Mokhtaran plain using mathematical model of limited differences in *GMS6* environment. 9th Hydraulic Conference of Iran, 20-18 Aban, Tarbiat Modares University, 1912-1920.
- Anonymous, 1985. Standard guide for application of a solute transport model to a site-specific groundwater pollution.
- Cunningham W, 2003. *Environmental Science*. 7th ed. McGraw Hill, Colombo, Ohio, 562 pp.
- Daliakopoulos IN, Coulibaly P and Tsanis IK, 2005. Groundwater level forecasting using artificial neural networks. *Journal of Hydrology* 309: 229-240.
- Ghadampour Z and Shaghaghian M, 2011. Comparison of time series and artificial intelligence models in groundwater level forecasting. Sixth National Congress of Civil Engineering, 6-7 Ordibehesht, Semnan University, 9495-9503.
- Ghahraman N and Gharekhani A, 2011. Evaluation of random time series models in estimating evaporation from the pan (Case study: Shiraz station). *Journal of Water Research in Agriculture* 25(1): 75-81.
- Ghobadian R, Fatahi A, Majidi S and Zare M, 2013. Simulation of groundwater aquifers in the plain Miandasht darband Kermanshah using *GMS* model. First National Conference on Water and Agricultural Resources Challenges, 24 Bahman, Iranian Irrigation and Drainage Association, Islamic Azad University, Khorasagan Branch, Isfahan, 692-702.
- He B, Takasa K and Wang Y, 2008. Numerical simulation of groundwater flow for a coastal plain in Japan: data collection and model calibration. *Environmental Geology* 55:1745-1753.
- Kardovani P, 2001. Drought and ways to deal with it in Iran-Tehran. Tehran University Press, 392 pp.
- Karthikeyan L, Nagesh Kumar D and Graillot D, 2012. Prediction of groundwater levels in the uplands of a tropical coastal riparian wetland using Artificial Neural Networks. *Water Resources Management* 27(3): 871-883.
- Khalili K and Nazeri Tahoudi M, 2014. Modeling annual water level changes in Lake Urmia using linear time series models. *Water Management in Arid Areas* 1(1):75-81.
- Maleki R, Karami GH, Dolati F, Hoseini H and Asadian F, 2011. Optimizing the hydrodynamic coefficients of Shahroud plain using *GMS6.0*. 4th water management conference, 13-14 Ordibehesht, Amirkabir University of Technology, Tehran, 2248-2255.
- McDonald MG and Harbaugh AWJ, 2008. *J MODFLOW*, A modular three-dimensional finite difference ground water flow model. U.S. Geological Survey, Reston, Virginia, 600p.
- Omran El-Sayed E, 2016. A stochastic simulation model to early predict susceptible areas to water table level fluctuations in North Sinai, Egypt. *The Egyptian Journal of Remote Sensing and Space Sciences* 19:235-257.
- Parlange MB, Katul GG, Cuenca RH, Kavvas ML, Nielsen DR and Mata M, 1992. Physical basis for a time series model of soil water content. *Water Resources Research* 28: 2437-2446.

- Rawls WJ, Gish TJ and Brakensiek DL, 1991. Estimating soil water retention from soil physical properties and characteristics. *Advances in Soil Science* 9: 213–234.
- Salas JD and Smith RA, 1981. Physical basis of stochastic models of annual flows. *Water Resources Research* 17:428-430.
- Shirmohammadi B, Vafakhah M, Moosavi V and Moghaddamnia A, 2013. Application of several data-driven techniques for prediction groundwater level. *Water Resources Management* 27:419-432.
- Singh VP, Woolhiser DA, 2002. Mathematical modeling of watershed hydrology. *Journal of Hydrologic Engineering* 7(4): 270-292.
- Sorooshian S and Gupta VK, 1995. Model Calibration. Pp. 23-68. In: Singh VP (eds). *Computer Models of Watershed Hydrology*. Chapter 2, Water Resources Publications- Colorado.
- William F Ames. 1992. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. 3rd edition, Academic Press, Inc., Boston.
- Wong H, Ip WC, Zhang RQ and Xia J, 2007. Non-parametric time series models for hydrological forecasting. *Journal of Hydrology* 332(3-4): 337-347.
- Wu JC, Hu BX, Zhang DX and Shirley C, 2003. A three-dimensional numerical method of moments for groundwater flow and solute transport in anon-stationary conductivity field. *Advances in Water Resources* 26(11): 1149-1169.