انتخاب سبد سهام تحت محدودیت های معاملاتی و عدم قطعیت داده ها با استفاده از رویکرد بهینه سازی استوار و الگوریتم فرا ابتکاری NSGA-II

پژمان پیکانی
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران
pejman.peykani@yahoo.com
عمران محمدی
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران
e_mohammadi@iust.ac.ir
فرناز برزین پور
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران
barzinpour@iust.ac.ir
علیرضا جندقیان
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
alirezajandaghian@yahoo.com

چکیده

سبد سرمایه گذاری مجموعه یا ترکیبی از دارایی های مالی و غیر مالی می باشد که ممکن است توسط یک فرد و یا سازمان انجام شود و چگونگی تشکیل و بهینه سازی آن از اهمیت بالایی برخوردار است. یکی از نکات بسیار مهم در فرآیند سرمایه گذاری و تشکیل پرتفوی که در نظر گرفتن آن موجب تطابق هر چه بیشتر مدل با دنیای واقعی و افزایش کارآمدی آن می گردد، در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در بازار های مالی است. لذا هدف از این پژوهش، ارایه یک مدل دو هدفه انتخاب سبد سرمایه با قابلیت پیاده سازی در شرایط عدم قطعیت داده های مالی می باشد که بدین منظور از رویکرد بهینه سازی استوار استفاده شده است. لازم به ذکر است که بازده و ارزش در معرض خطر مشروط به عنوان اهداف مدل در نظر گرفته شده اند و محدودیت های معاملاتی تعداد سهام مجاز و حدود خرید هر سهم نیز به مدل اضافه گردیده اند. هم چنین با توجه به پیچیدگی مدل ارائه شده، از الگوریتم فرا ابتکاری NSGA-II به منظور حل مدل پیشنهادی پژوهش بهره گرفته شده است. در نهایت نیز مدل با استفاده از داده های واقعی مربوط به ۱۰۰ و ۲۰۰ سهم از بورس اوراق بهادار تهران برای بازه زمانی سال ۱۳۹٦، اجرا و حل گردید که نتایج حاکی از کارآمدی رویکرد پیشنهادی به منظور تشکیل سبد سهام با توجه به مطلوبیت ها و محدودیت های سرمایه گذار در شرایط عدم قطعیت داده های مالی می باشد.

کلید واژه:
مسئله انتخاب سبد سرمایه، محدودیت های معاملاتی، بهینه سازی استوار، عدم قطعیت، الگوریتم فرا ابتکاری NSGA-II.

مقدمه

مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری یکی از مسائل کلاسیک دنیای مالی است که اولین بار توسط مارکویتز (۱۹۵۲) مطرح گردید و شامل دو جزء اصلی و جدایی نا پذیر بازده و ریسک است. مدل مارکویتز که به مدل میانگین – واریانس نیز شهرت دارد، نقش بسیار مهمی در توسعه روش های جدید بهینه سازی سبد سهام ایفا نموده است. مارکویتز پیشنهاد نمود که سرمایه گذاران به منظور اندازه گیری ریسک سرمایه گذاری، از معیار واریانس بازده اوراق بهادار استفاده نمایند. تنها محدودیت مورد نظر در مدل مارکویتز، برابری مجموع نسبتهای سرمایه‌گذاری شده با کل سرمایه موجود می باشد. اما لازم به توجه است که در دنیای واقعی، سرمایه گذاران معمولا با محدودیت هایی بیش از آنچه که در مدل مارکویتز در نظر گرفته شده است، مواجه می باشند. هم چنین ممکن است به دنبال استفاده از سنجه های مطلوب تری برای اندازه گیری ریسک باشند.

از این رو در طی سالیان اخیر محققان فراوانی تلاش نموده اند تا با در نظر گرفتن اهداف و معیار های کارآمد تر به خصوص در زمینه سنجه های ریسک و هم چنین اضافه نمودن محدودیت های کاربردی برای سرمایه گذاران در بازار های مالی، مدلی واقع بینانه تر و کاراتر با تطابق بیشتر با دنیای واقعی، ارائه نمایند. هم چنین علاوه بر توسعه و کاربردی کردن مدل مارکویتز، ارایه روشهای کارا برای حل آن نیز توسط محققان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. زیرا با لحاظ کردن محدودیت های موجود در دنیای واقعی، این مدل پیچیده‌تر شده و بایستی راه حلی کارا برای حل آن ارائه گردد. نکته دیگری که بایستی بدان توجه شود ضرورت در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در بازار های مالی است که

به طور کلی فرآیند تصمیم گیری و چگونگی تشکیل سبد سرمایه را تحت تاثیر قرار می دهد. یک رویکرد بسیار کارا و پر کاربرد برای در نظر گرفتن عدم قطعیت، رویکرد بهینه سازی استوار می باشد (سجادی و همکاران، ۲۰۱۲).

با توجه به نکات مذکور، در این مقاله هدف ارائه یک مدل استوار دو هدفه سرمایه گذاری با اهداف و سنجه ریسک کاراتر و هم چنین چگونگی حل آن توسط الگوریتم های فرا ابتکاری چند هدفه می باشد. از این رو در بخش ۲ مهم ترین مطالعات صورت گرفته در زمینه حل مسئله انتخاب سبد سرمایه توسط الگوریتم های فرا ابتکاری ارائه می گردند. در بخش ۳ به ارائه و استوار سازی مدل دو هدفه تشکیل سبد سرمایه گذاری با استفاده رویکرد بهینه سازی استوار پرداخته می شود و چگونگی حل مدل استوار توسط الگوریتم فرا ابتکاری چند هدفه توضیح داده می شود. سپس در بخش ٤، مدل با استفاده از داده های واقعی بورس اوراق بهادار تهران، تحت حالات مختلف حل گردیده و نتایج حاصله، مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرند. در نهایت نیز در بخش ٥، نتیجه گیری و جمع بندی دست آورد های پژوهش آورده می شود.

۱. مروری بر پیشینه پژوهش

در این بخش به ترتیب به بررسی مهم ترین مطالعات صورت گرفته داخلی و سپس بین المللی در زمینه کاربرد الگوریتم های فرا ابتکاری و هم چنین بهینه سازی استوار در مسئله انتخاب سبد سرمایه پرداخته می شود و در نهایت نیز وجه تمایز پژوهش پیش رو با مطالعات پیشین مطرح می گردد.

مدرس و حسن زاده مفرد (۱۳۹۰)، به ارائه دو مدل استوار بهینه سازی سبد مالی دارای اختیار معامله پرداختند. آنها هم چنین برای تحلیل مدل های مذکور نیز، سه مسئله با ابعاد ۱۰۰ نوع سهام و ٤۰۰ اختیار معامله حل و اجرا نمودند. لازم به ذکر است یکی از مدل ها به شدت محافظه کارانه و دیگری دارای قابلیت تنظیم درجه محافظه کاری می باشد. شیبت الحمدی و همکاران (۱۳۹۳) با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری NSGA-II[1] اقدام به تشکیل سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران کردند. قهطرانی و نجفی (۱۳۹۳)، مدل استوار ارزش در معرض خطر شرطی موزون[2] را با استفاده از رویکرد بهینه سازی استوار ارائه نمودند. الهی و همکاران (۱۳۹۳) به بهینه سازی سبد سهام به کمک یک الگوریتم فراابتکاری جدید با نام جست وجوی شکار[3] پرداختند. اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳) به منظور بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک از الگوریتم کلونی مورچگان[4] استفاده نمودند. ابریشمی و یوسفی زنوز (۱۳۹۳) مدل استوار حداکثرسازی بازده مورد انتظار هر پرتفولیو را ارائه نمودند و مدل مذکور را برای ۳۰ سهم از بورس اراق بهادار تهران حل و اجرا کردند.

رجبی و خالوزاده (۱۳۹۳) از الگوریتم های تکاملی چندهدفه برای حل مسئله بهینه سازی چندهدفه سبد سرمایه در بورس اوراق بهادار تهران استفاده نمودند. آنها برای این منظور، دو روش مهم و پرکاربرد الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب سازی نامغلوب و بهینه سازی چندهدفهٔ ازدحام ذرات را با یکدیگر مقایسه کردند که نتایج حاکی ازعملکرد بهتر روش NSGA-II نسبت به روش MOPSO[5] می باشد. مروتی شریف آبادی و همکاران (۱۳۹٤)، مسئله بهینه سازی پرتفوی را با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری[6] حل نمودند. فلاح پور و تندنویس (۱۳۹٤) به ارائه یک رویکرد استوار تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص با درنظر گرفتن عدم قطعیت موجود در پارامترها پرداختند. قدوسی و همکاران (۱۳۹٤) با بهره گیری از الگوریتم فراابتکاری تبرید شبیه سازی شده[7]، به حل مسئله بهینه سازی سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت های کاردینالیتی پرداخته است. محمدی و همکاران (۱۳۹٥) از الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست[8] به منظور بهینه‌سازی سبد سهام بهره گرفتند. نامدار زنگنه و حسن پور (۱۳۹٦)، یک مدل استوار نوین براساس رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی کمینه- بیشینه برای مسئله‌ی انتخاب سبد مالی چند هدفه ارائه نمودند. همایون فر و همکاران (۱۳۹۷)، اقدام به توسعه الگوریتم های ترکیبی شیرمورچه-ژنتیک و یادگیری افزایشی مبتنی بر جمعیت و تکامل تفاضلی به منظور بهینه سازی سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران نمودند.

کراما و شینز (۲۰۰۳)، با استفاده از یک رویکرد تبرید شبیه سازی شده، به حل یک مدل کلاسیک مارکویتز با محدودیت واقعی با توجه به شرایط بازار پرداختند. اوچ و همکاران (۲۰۰٦)، یک الگوریتم برای انتخاب پرتفولیو را که در آن ضریب بتا با روند ساخت پرتفولیو در هم آمیخته شده است، ارائه نمودند. برای انتخاب وزن سرمایه گذاری ها از یک الگوریتم ژنتیک استفاده کردند که نام الگوریتم مذکور را β-G گذاشتند. سلیمانی و همکاران (۲۰۰۹)، به منظور ارائه راه حلی در راستای حل مشکل غیر خطی بودن مدل مارکوویتز و بهبود آن از الگوریتم ژنتیک استفاده نمودند. مدل آنها دارای سه محدودیت اصلی شامل محدودیت‌های کاردینالیتی (تعداد سهام)، حداقل مقدار معامله و ازش بخش می‌باشد. چانگ و همکاران (۲۰۰۹)، با استفاده از یک مدل ژنتیک سعی در حداقل‌سازی ریسک در مدل مارکوویتز دارد. در مدل آنها بهینه سازی مرز کارا در اولویت قرار یافته است. برای رسیدن به این مهم، آنها سه معیار نیم واریانس، قدر مطلق انحرافات و

واریانس با چولگی[9] را در نظر داشته‌اند. چن و همکاران (۲۰۱۰)، به ارائه مدل سبد سرمایه‌گذاری با هزینه های معاملاتی پرداختند و بدین منظور از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات استفاده کردند. گل مکانی و فاضل (۲۰۱۱)، یک روش جدید اکتشافی برای حل مدل مارکویتز با محدودیت های مرزهای دارایی، کاردینالیتی، حداقل مقدار زیادی معامله و محدودیت های بازار سرمایه ارائه کرد. به منظور حل از مدل الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات[10] استفاده نموده و نشان داده اند که حل نسبت به حل با روش ژنتیک کارایی بیشتری دارد.
ژو و همکاران (۲۰۱۱)، مسئله بهینه سازی سبد سرمایه شامل دو هدف بازده و واریانس را با استفاده از الگوریتم PSO حل کرده اند. گوآنگ و همکاران (۲۰۱۲)، برای جستجوی جواب اولیه و حل سریع تر مدل مارکوییتز یک الگوریتم PSO ارائه کردند و به بررسی این مدل در بازارهای مختلف مالی پرداخته اند. دنگ و همکاران (۲۰۱۲)، بهبودی از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات را برای حل مدل مارکوویتز با محدودیت کاردینالیتی ارائه نمودند، که اکتشاف در مراحل اولیه جستجو و سرعت همگرایی در مراحل نهایی را بهبود می بخشد و نسبت به الگوریتم ژنتیک، تبرید شبیه سازی شده و جست و جوی ممنوع[11] عملکرد بهتری دارد. سجادی و همکاران (۲۰۱۲)، مدل سبد سرمایه با هدف ماکزیمم سازی بازده را با در نظر گرفتن داده های غیر قطعی و استفاده از رویکرد بهینه سازی استوار ارایه نموده و مدل استوار پیشنهادی با استفاده از توسعه الگوریتم ژنتیک حل شده است. برمودز و همکاران (۲۰۱۲) با بهره گیری از الگوریتم ژنتیک چند هدفه به انتخاب سبد سهام فازی با محدودیت کاردینالیتی پرداختند. سان و همکاران (۲۰۱۳)، یک مدل جدید بهینه سازی ذرات به نام رانش بهینه سازی ازدحام ذرات ارائه کردند. آنها با پیاده سازی مدل خود در بازار S&P ۱۰۰، از نظر کارآمدی مرزهای بهینگی و نرخ همگرایی و زمان حل به نتایج قابل ملاحظه‌ای دست یافتند.
هسو (۲۰۱٤)، یک روش بهینه سازی پرتفولیو با استفاده از تحلیل پوششی داده ها، الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی[12] و برنامه نویسی ژنتیک[13] ارائه نموده است. چن (۲۰۱۵)، به بهینه سازی سبد سهام با محدودیت‌های واقعی با این فرض که بازده دارایی های پر ریسک، اعداد فازی هستند، پرداخته است و از الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی برای حل آن استفاده کرده است. نجفی و موشخیان (۲۰۱۵)، به بهینه سازی سبد سرمایه گذاری چند دوره ای احتمالی با اهداف میانگین، نیم واریانس، ارزش در معرض خطر مشروط تحت هزینه های معامله پرداخته اند. به منظور حل مدل، یک الگوریتم ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و بهینه سازی ازدحام ذرات طراحی شده است و از آنجا که اثر الگوریتم فرا ابتکاری به طور قابل توجهی در انتخاب مناسب پارامترهای بستگی دارد، از یک روش طراحی آزمایش تاگوچی استفاده شده است. مشایخی و عمرانی (۲۰۱٦) به ارائه یک مدل چند هدفه تشکیل سبد سهام با تلفیق رویکرد کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده ها و مدل مارکویتز و حل آن با استفاده از الگوریتم NSGA-II پرداختند. ابوالمالی و رهنمای رودپشتی (۲۰۱۸)، با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان اقدام به بهینه سازی سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران نمودند. طهماسبی و سلیمانی (۲۰۱۸)، به طراحی مدل بهینه سبد سهام با بهره گیری از الگوریتم کلونی زنبور عسل پرداختند.
در پایان این بخش به منظور مشخص کردن وجه تمایز پژوهش پیش رو و ضرورت انجام آن، لازم به ذکر است که با توجه به جمع بندی مطالعات صورت گرفته در حوزه استفاده از الگوریتم های فرا ابتکاری به منظور حل مدل های انتخاب سبد سرمایه گذاری، تاکنون به حل مدل استوار چند هدفه انتخاب سبد سرمایه با استفاده از الگوریتم های فرا ابتکاری توجه کافی نشده است. از این رو در این پژوهش هدف آن است که یک مدل استوار میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی در شرایط عدم قطعیت ارائه گردد. هم چنین در این مدل پارامتر های مورد استفاده در هر دو هدف و محدودیت ها به صورت غیر قطعی در نظر گرفته شده و از رویکرد بهینه سازی استوار به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت مذکور استفاده شده است. لازم به ذکر است که از الگوریتم فرا ابتکاری چند هدفه NSGA-II به منظور حل مدل استفاده شده است که دیگر وجه تمایز پژوهش پیش رو می باشد.

۲. روش شناسی پژوهش

در این بخش چگونگی فرآیند مدل سازی پژوهش پیش روکه مبتنی بر چهار گام اصلی است، به صورت کامل شرح داده می شود. بدین صورت که ابتدا در گام اول مدل پیشنهادی انتخاب سبد سرمایه در حالت قطعی ارائه و در ادامه در گام دوم محدودیت های معاملاتی سرمایه گذاری بدان اضافه می شود. سپس در گام سوم با استفاده از رویکرد بهینه سازی استوار، مدل استوار پژوهش با قابلیت پیاده سازی در حضور عدم قطعیت داده های مالی ارائه می گردد. در نهایت نیز مدل برای ۱۰۰ و ۲۰۰ سهام مستخرج از بورس اوراق بهادار تهران با بهره گیری از الگوریتم فرا ابتکاری چند هدفه NSGA-II اجرا و حل می گردد. لازم به توضیح است که به منظور سهولت در ارائه مدل ها و جلوگیری از تکرار مکررات، ابتدا نشانه گذاری مورد استفاده در پژوهش، مقدمات و مفاهیم مورد نیاز مطرح می شوند.

اندیس ها:

j	اندیس مربوط به دارایی
i	اندیس مربوط به دوره
n	تعداد دارایی ها
m	تعداد دوره ها

پارامتر ها:

σ_{jh}	کواریانس دارایی j ام و دارایی h ام
R_{ij}	بازده دارای دارایی j ام در دوره i ام
$\bar{R}_j$	میانگین بازده دارایی j ام
α	سطح اطمینان
k	تعداد دارایی ها موجود در سبد سرمایه
l_j	کران پایین میزان خرید سهام انتخابی در سبد سرمایه
u_j	کران بالای میزان خرید سهام انتخابی در سبد سرمایه
δ	میزان نوسان در مقدار بازدهی دارایی
Γ_i	تنظیم کننده درجه استواری محدودیت i ام

متغیر های تصمیم:

ω_j	میزان سرمایه گذاری در دارایی j ام
τ_j	متغیر باینری که در صورت وجود دارایی j ام در سبد سرمایه یک و در غیر این صورت صفر

گام ۱. مدل میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی در حالت قطعی

مدل مارکویتز (۱۹۵۲) یک مدل دو هدفه با اهداف بازده و واریانس به عنوان سنجه ریسک می با شد که فرمول بندی آن به صورت مدل (۱) می باشد:

$$Max \quad \sum_{j=1}^{n} \bar{R}_j \omega_j \qquad (1-1)$$

$$Min \quad \sum_{j=1}^{n} \sum_{h=1}^{n} \omega_j \omega_h \sigma_{jh} \qquad (1-2)$$

$$S.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1 \qquad (1-3)$$

$$\omega_j \geq 0 \qquad \forall j \qquad (1-4)$$

سنجه ریسک واریانس، هرگونه انحرافی چه بالاتر و چه پایین‌تر از بازده انتظاری را به عنوان ریسک تلقی می‌کند. این موضوع در حالی است که کسب بازده بیشتر از بازده مورد انتظار برای سرمایه گذار نه تنها ریسک به حساب نمی آید بلکه مطلوب نیز هست. با توجه به این نکته، در این پژوهش از سنجه ریسک ارزش در معرض خطر مشروط که با توجه به مزایای آن یکی از سنجه های ریسک محبوب و پر کاربرد می باشد، استفاده می شود.

سنجه ریسک CVaR[۱۴] توسط راکفلر و اوریاسف (۲۰۰۰) ارائه شده است. ارزش در معرض خطر مشروط زیان انتظاری در یک سطح اطمینان تعیین شده را برآورد می‌کند. اگر $f(x,\varepsilon)$ تابع زیان سبد سهام و α سطح اطمینان باشد، در این صورت CVaR، متوسط $(1-\alpha)$ درصد زیان‌ها به صورت رابطه (۲) می‌باشد:

$$CVaR_\alpha(x,\xi)=\xi+(1-\alpha)^{-1}\int_{\theta\in R^n}\left[f(x,\theta)-\eta\right]^+P(\theta)d\theta \qquad (۲)$$

در رابطه (۲)، ξ برابر با VaR[۱۵]، θ متغیر تصادفی، $\beta=f(x,\theta)-\eta$ و $\beta^+=Max\{\beta,0\}$ می باشد. استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط باعث می شود که مدل انتخاب سبد سهام به یک مدل برنامه‌ریزی خطی تبدیل شود. با توجه به اینکه R_{ij} ماتریس بازده و $R_{ij}\omega_j$ بازده پرتفولیو در این صورت $-R_{ij}\omega_j$ زیان‌های پرتفولیو خواهد بود که مسئله تلاش دارد میانگین مقادیر بدتر از $(1-\alpha)\%$ را محاسبه نماید. مدل میانگین – ارزش در معرض خطر مشروط به صورت مدل (۳) فرمول‌بندی می‌شود:

$$Max \quad \sum_{j=1}^{n}\bar{R}_j\omega_j \qquad (۳-۱)$$

$$Min \quad \xi+\frac{1}{(1-\alpha)m}\sum_{i=1}^{m}(\Omega_i) \qquad (۳-۲)$$

$$S.t. \quad \Omega_i+\sum_{j=1}^{n}R_{ij}\omega_j+\xi\ge 0 \qquad (۳-۳)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\omega_j=1 \qquad (۳-۴)$$

$$\Omega_i\ge 0 \qquad \forall i \qquad (۳-۵)$$

$$\omega_j\ge 0 \qquad \forall j \qquad (۳-۶)$$

اگر یک سناریوی زیان بزرگتر از VaR باشد، در این صورت Ω دقیقاً مقداری برابر تفاوت بین ξ و سناریوی زیان را می‌گیرد. هم چنین اگر یک سناریوی زیان مقداری کمتر از VaR را بگیرد، در این صورت محدودیت $\Omega\ge 0$ فعال می شود و چون تابع هدف به دنبال کمترین مجموع مقادیر Ω_i است، لذا مقدار Ω مربوط به آن سناریو صفر می شود. لازم به ذکر است که مسئله میانگین – ارزش در معرض خطر مشروط یک مسئله برنامه‌ریزی خطی می‌باشد و هم چنین ریسک مقادیر کمتر از میانگین بازده انتظاری را محاسبه می‌کند.

گام ۲. افزودن محدودیت های معاملاتی و سرمایه گذاری به مدل پیشنهادی

اکنون محدودیت های تعداد سهام معاملاتی و حدود سرمایه گذاری در هر یک از سهام را که از محدودیت های مهم و کاربردی موجود در دنیای واقعی می باشند را به مدل اضافه نموده تا میزان تطابق مدل با بازارهای مالی بیشتر گردد که در این صورت مدل (٤) به صورت زیر حاصل می شود:

$$Max \quad \sum_{j=1}^{n} \bar{R}_j \omega_j \qquad (۴-۱)$$

$$Min \quad \xi + \frac{1}{(1-\alpha)m} \sum_{i=1}^{m} (\Omega_i) \qquad (۴-۲)$$

$$S.t. \quad \Omega_i + \sum_{j=1}^{n} R_{ij} x_j + \xi \geq 0 \qquad (۴-۳)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1 \qquad (۴-۴)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tau_j = k \qquad (۴-۵)$$

$$l_j \tau_j \leq \omega_j \leq u_j \tau_j \qquad \forall j \qquad (۴-۶)$$

$$\tau_j \in \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (۴-۷)$$

$$\Omega_i \geq 0 \qquad \forall i \qquad (۴-۸)$$

$$\omega_j \geq 0 \qquad \forall j \qquad (۴-۹)$$

لازم به ذکر است که مدل (٤) قابلیت پیاده سازی و اجرا در حضور داده های غیر قطعی را دارا نمی باشد و از این رو در گام بعدی به رفع این مشکل پرداخته می شود.

گام ۳. مدل استوار میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی تحت محدودیت های معاملاتی در شرایط عدم قطعیت

همان طور که پیش تر نیز مطرح شد، عدم قطعیت جزء جدایی ناپذیر بازار های مالی می باشد که عدم توجه به این نکته می تواند بر روی نتایج حاصل از حل مدل های مسئله انتخاب سبد سرمایه تاثیر گذار باشد و منجر به یک سرمایه گذاری نا مطلوب گردد. لذا استفاده از رویکردی کارآمد و توانمند به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت در فرآیند سرمایه گذاری، ضرورت می یابد.

رویکرد بهینه سازی استوار یکی از رویکرد های کارآمد و پرکابرد در حوزه برنامه ریزی عدم قطعیت می باشد که می تواند در جهت در نظر گرفتن و مقابله با عدم قطعیت در این پژوهش مورد استفاده قرار گیرد. تا کنون رویکرد های متعددی در این حوزه ارائه شده اند که از جمله مهم ترین آنها می توان به رویکرد سویستر (۱۹۷۳)، رویکرد بن-تال و نمیروفسکی (۲۰۰۰) و رویکرد برتسیماس و سیم (۲۰۰٤) اشاره نمود که در ادامه پس از ارائه نقاط ضعف، قوت و ویژگی های هر یک از این سه رویکرد، رویکرد استوار مورد استفاده در پژوهش انتخاب می گردد.

سویستر (۱۹۷۳) اولین تحقیق در زمینه بهینه سازی استواری را در قالب یک الگوی بهینه سازی خطی ارائه نمود که به شدت محافظه‌کارانه می باشد. سپس بن ـــ تال و نمیروفسکی (۲۰۰۰) با هدف برطرف کردن مشکل رویکرد سویستر (۱۹۷۳)، یک رویکرد بهینه‌سازی استوار با قابلیت کنترل میزان محافظه کاری ارائه نمودند. ولیکن با توجه به این نکته که همتای استوار ارائه شده در این روش یک مسئله غیر خطی از نوع مخروطی مرتبه دوم است، لذا در صورت استفاده از این رویکرد، یک مدل خطی تبدیل به یک مدل غیر خطی می گردد و سبب افزایش پیچیدگی مسئله می شود.

در ادامه برتسیماس و سیم (۲۰۰٤) رویکرد استواری ارائه نمودند که در آن علاوه بر قابلیت کنترل درجه محافظه کاری و استواری جواب، همتای استوار یک مسئله خطی نیز به صورت خطی باقی می ماند. با توجه به ویژگی های مطرح شده برای هر یک از رویکرد ها و مزایای رویکرد برتسیماس و سیم (۲۰۰٤)، از این رویکرد در پژوهش پیش رو به منظور استوار سازی مدل پیشنهادی تشکیل سبد سرمایه بهره گرفته می شود.

اکنون پس از مشخص شدن مدل پایه ای پژوهش در قالب مدل (۳) و رویکرد استوار مورد استفاده در پژوهش، مدل استوار میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی با محدودیت کاردینالیتی با بهره گیری از رویکرد برتسیماس و سیم (۲۰۰٤) به صورت مدل (٥) ارائه می

گردد. لازم به ذکر است که در مدل (۵)، اگر پارامتر Γ مقدار صفر را اختیار کند، مدل تبدیل به مسئله اسمی می شود و هم چنین اگر مقدار آن برابر با تعداد پارامترهای غیر قطعی محدودیت مورد نظر باشد، آن گاه جواب رویکرد سویستر (۱۹۷۳) با بیشترین محافظه کاری حاصل می شود. هم چنین لازم به توضیح است که Z، P و λ متغیرهای مورد استفاده در ارائه همتای استوار مدل بر اساس رویکرد برتسیماس و سیم (۲۰۰٤) می باشند.

$$Max \quad \Psi_1 \qquad (۵-۱)$$

$$Min \quad \Psi_2 \qquad (۵-۲)$$

$$S.t. \quad -\sum_{j=1}^{n} \bar{R}_j \omega_j + Z_0 \Gamma_0 + \sum_{j=1}^{n} P_{0j} \le -\Psi_1 \qquad (۵-۳)$$

$$\xi + \frac{1}{(1-\alpha)m} \sum_{i=1}^{m} (\Omega_i) \le \Psi_2 \qquad (۵-۴)$$

$$-(\Omega_i + \sum_{j=1}^{n} r_{ij} x_j + \xi) + Z_i \Gamma_i + \sum_{j=1}^{n} P_{ij} \le 0 \qquad \forall i \qquad (۵-۵)$$

$$Z_0 + P_{0j} \ge \delta \, \bar{R}_j \, \lambda_j \qquad \forall j \qquad (۵-۶)$$

$$Z_i + P_{ij} \ge \delta \, R_{ij} \, \lambda_j \qquad \forall i \qquad (۵-۷)$$

$$-\lambda_j \le \omega_j \le \lambda_j \qquad (۵-۸)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \omega_j = 1 \qquad (۵-۹)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tau_j = k \qquad (۵-۱۰)$$

$$l_j \tau_j \le \omega_j \le u_j \tau_j \qquad \forall j \qquad (۵-۱۱)$$

$$\tau_j \in \{0,1\} \qquad \forall j \qquad (۵-۱۲)$$

$$\Omega_i \ge 0 \qquad \forall i \qquad (۵-۱۳)$$

$$\omega_j \ge 0 \qquad \forall j \qquad (۵-۱۴)$$

$$Z_i \ge 0 \qquad \forall i \qquad (۵-۱۵)$$

$$P_{ij} \ge 0 \qquad \forall i, j \qquad (۵-۱۶)$$

$$\lambda_j \ge 0 \qquad \forall j \qquad (۵-۱۷)$$

گام ۴. حل مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه و نتایج محاسباتی

در برخی مسائل با توجه به پیچیدگی آنها، نمی توان از روش های حل متداول و دقیق برای رسیدن به جواب بهینه استفاده نمود، بلکه باید به جواب رضایت بخش اکتفا نمود. در چنین شرایطی استفاده از الگوریتم های فرا ابتکاری توجیه منطقی دارد. یکی از پرکاربردترین و محبوب ترین الگوریتم های فرا ابتکاری، الگوریتم ژنتیک می باشد که اصول آن اولین بار توسط جان هالند (۱۹۷۵) ارائه شد.

الگوریتم ژنتیک، الگوریتمی بهینه یاب با کاربردی عمومی است و از نظریه تکاملی داروین الگو برداری شده است. این الگوریتم بر روی جمعیتی از جواب های بالقوه عمل کرده و با به کارگیری اصل بقای شایسته ترین ها، تقریب بهتری از حل مورد نظر را ارائه می کند. الگوریتم ژنتیک، شامل طراحی افراد جوامع اولیه (کروموزوم ها)، انتخاب از بین بهترین افراد (بقای شایسته ترین ها) و تلاقی افراد نسل ها (ازدواج زوج های برتر) است.

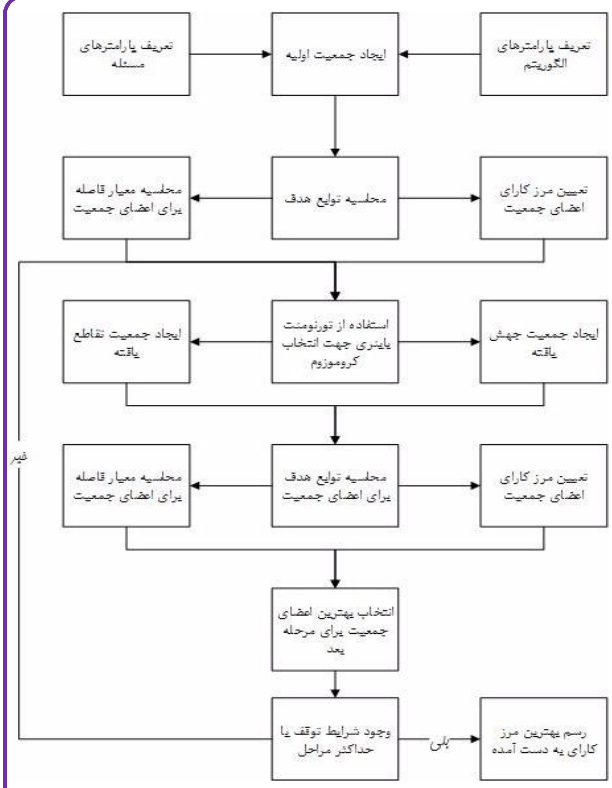
الگوریتم NSGA-II نسخه توسعه یافته الگوریتم ژنتیک برای مسائل چند هدفه می باشد که بر اساس مفهوم چیرگی پارتو توسط دب و همکاران (۲۰۰۰) ارائه گردید. در ادامه به چگونگی استفاده از این الگوریتم به منظور حل مدل استوار پژوهش پرداخته می شود.

مطابق شکل (۱)، نحوه نمایش جواب به صورت باینری می باشد که در آن تعداد ژن های هر کروموزوم، به تعداد دارایی کاندیدای سرمایه گذاری است. لازم به ذکر است که با توجه به محدویت تعداد مجاز دارایی در سبد سرمایه، در هر کروموزوم تنها به تعداد k ژن، عدد یک موجود می باشد.

۱۱	۲۰	۹٦	٥	۸۹	۲۳	۳٥	۱۲	۷۸	٤۳

شکل (۱): کروموزوم مربوط به دارایی های انتخاب شده

همان طور که در شکل (۲) نیز مشاهده می شود، پس از مشخص شدن سهم های انتخابی برای سرمایه گذاری، مدل استوار پژوهش تنها برای سهم هایی که ژن مربوط به آنها در کروموزوم یک شده است حل می گردد تا جواب دقیق درصد سرمایه گذاری به دست آید. بدین ترتیب رویه حل مدل پژوهش، ترکیب حل فرا ابتکاری و دقیق می باشد. به ازای درصد سرمایه گذاری، مقدار اهداف محاسبه می شوند و الگوریتم بر اساس مکانیزم مغلوب شدن آنها را دسته بندی می نماید. در نهایت تا رسیدن به شرط توقف که تعداد عدم بهبود می باشد، صورت می پذیرد.



شکل (۲): شمای کلی رویه حل

لازم به ذکر است که طراحی مناسب پارامترها تاثیر بسزایی بر روی کارایی الگوریتم ها دارد. آزمایش تمامی ترکیب های ممکن برای پارامترها وقتی که تعداد حالت های ممکن به طور چشم گیری افزایش پیدا می کند، کارا و اقتصادی به نظر نمی رسد. برای حل این مشکل، طرح های آزمایش زیادی برای کاهش تعداد آزمایش ها پیشنهاد شده است. یکی از بهترین روش ها در این زمینه، روش تاگوچی می باشد که از ماتریس متعامد برای ساماندهی به نتایج آزمایش ها استفاده می کند. در روش تاگوچی فاکتور ها به دو دسته فاکتور های قابل کنترل و فاکتور های سر و صدا (غیر قابل کنترل) تقسیم می شوند. تاگوچی به دنبال کمینه کردن اثر عوامل غیر قابل کنترل و هم چنین تعیین سطح بهینه فاکتور های قابل کنترل می باشد. یکی از مهم ترین بخش های طراحی آزمایش انتخاب فاکتور های قابل کنترل است. یک ماتریس متعامد استاندارد برای رفع این نیاز ایجاد شده است که تعدادی آزمایش را برای به دست آوردن سطح بهینه هر پارامتر تولید می کند. در الگوریتم NSGA-II بایستی چهار پارامتر زیر تنظیم گردند:

جدول (۱): تنظیم پارامتر الگوریتم NSGA-II

عامل	سطح		
	۱	۲	۳
جمعیت	۵۰	۱۰۰	۱۵۰
تعداد نسل	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰
نرخ تقاطع	۰,۸	۰,۹	۰,۹۵
نرخ جهش	۰,۱	۰,۲	۰,۳

در نهایت نیز پس از تنظیم پارامتر های الگوریتم، به حل مدل پیشنهادی با استفاده از تلفیق حل دقیق و فرا ابتکاری طبق گام چهارم پرداخته می شود.

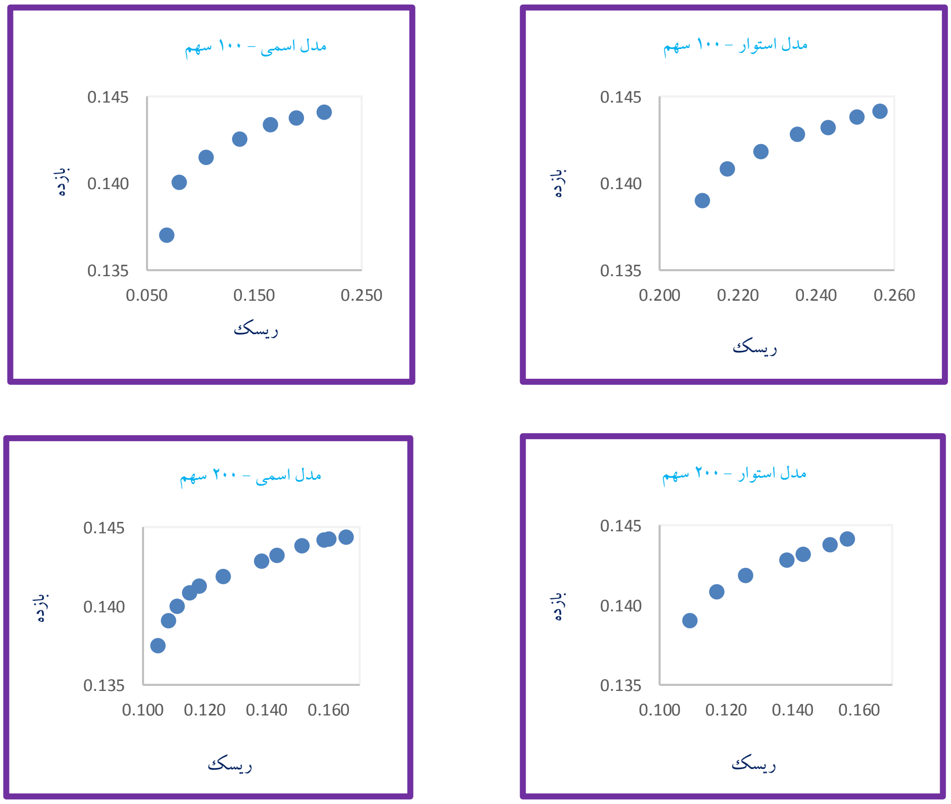
۳. یافته های پژوهش

همان طور که در بخش پیشین ملاحظه گردید، طی ٤ گام رویکرد پیشنهادی پژوهش به طور کامل توضیح داده شد. اکنون در این بخش به پیاده سازی رویکرد مذکور با استفاده از داده های واقعی پرداخته می شود. بدین منظور داده های مربوط به بازدهی ماهیانه ۲۰۰ سهم از بورس اوراق بهادار تهران برای بازه زمانی سال ۱۳۹٦ از نرم افزار ره آورد نوین استخراج گردید که تشکیل یک ماتریس داده (۲۰۰*۱۲) را به عنوان ورودی به الگوریتم حل می دهند. اطلاعات آماری مربوط به مربوط به بازدهی ماهیانه ۲۰۰ سهم در جدول (۲) آورده شده است:

جدول (۲): اطلاعات آماری مربوط به داده ها

میانگین	انحراف معیار	مینیمم	ماکزیمم
۰,۰۰۲	۰,۱۱٥	-۰,٤۹۳	۱,٦۸٤

در نهایت پس از تنظیم پارامترها و در نظر گرفتن تعداد مجاز ۱۰ سهم در سبد سرمایه و هم چنین لحاظ نمودن مقادیر ۵٪ و ۲۰٪ به عنوان کران پایین و بالای سرمایه گذاری در هر سهم، مدل ارائه شده در پژوهش را تحت دو مقیاس مختلف از داده ها شامل ۱۰۰ و ۲۰۰ سهم حل نموده که نتایج حاصل از حل مدل تحت هر دو حالت قطعیت و عدم قطعیت داده ها به صورت شکل (۳) است. لازم به ذکر است که هر چه مقادیر Γ و δ افزایش یابند، ضریب اطمینان مدل در شرایط عدم قطعیت و دیدگاه ریسک گریزی حاکم بر فرآیند سرمایه گذاری نیز افزایش می یابند. هم چنین توجه به این نکته ضروری است بر اساس مدل ارائه شده در تحقیق پیش رو، این امکان وجود دارد که بر اساس نظر و میزان ریسک گریزی و ریسک پذیری تصمیم گیرنده، مدل را به ازای حالات مختلف عدم قطعیت اجرا و حل نمود.



شکل (۳): مرز کارا به ازای حالات مختلف عدم قطعیت و تعداد سهام

همان طور که در شکل (۳) نیز ملاحظه می شود با افزایش تعداد سهام، تنوع پذیری سبد نیز افزایش یافته است. هم چنین در حالت استوار (غیر قطعی) نسبت به حالت اسمی (اسمی)، دامنه ریسک سبد افزایش یافته است که این امر به علت عدم قطعیت موجود در داده ها می باشد. لازم به توضیح است که نتایج حاصل از پیاده سازی مدل و الگوریتم پیشنهادی، حاکی از کارآمدی قابل قبول رویکرد مذکور به منظور تشکیل سبد سرمایه در شرایط عدم قطعیت و کاهش پیچیدگی محاسباتی ناشی از در نظر گرفتن عدم قطعیت و محدودیت های معاملاتی در مدل سازی است. علت این امر تلفیق دو رویکرد حل دقیق و فرا ابتکاری به منظور حل و اجرای مدل استوار تشکیل سبد سهام می باشد.

نتیجه گیری

دراین پژوهش ابتدا به ارائه یک مدل استوارتشکیل سبد سهام تحت با قابلیت پیاده سازی در حضور عدم قطعیت داده ها پرداخته شد و سپس با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری چند هدفه به حل مدل استوار میانگین - ارزش در معرض خطر شرطی با محدودیت کاردینالیتی در شرایط عدم قطعیت پرداخته شد. لازم به توضیح است که در این راستا تلاش گردید تا با استفاده از سنجه ریسکی کاراتر نسبت به مدل مارکویتز و در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در بازده سهام در بازارهای مالی و هم چنین محدودیت های معاملاتی موجود، فرایند سرمایه گذاری و تشکیل سبد سرمایه توسط سرمایه گذار هر چه بیشتر به دنیای واقعی نزدیک تر گردد. با توجه به پیچیدگی و مقیاس مسئله نیز از الگوریتم NSGA-II به منظور حل مدل بهره گرفته شد و با استفاده از داده های مربوط بورس اوراق بهادار تهران به بررسی و تجزیه و تحلیل رویکرد پیشنهادی پرداخته شد.

منابع

ابریشمی، آذین و یوسفی زنوز، رضا. (۱۳۹۳). انتخاب سبد سهام با استفاده از بهینه‌سازی استوار. تحقیقات مالی، (۲)۱۶، صص. ۲۰۱-۲۱۸.

اسلامی بیدگلی، غلامرضا و طیبی ثانی، احسان. (۱۳۹۳). بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان، دانش سرمایه گذاری، (۱۰)۳، صص. ۱۰۱-۱۲۲.

الهی، مرتضی؛ یوسفی، محسن و زارع مهرجردی، یحیی. (۱۳۹۳). بهینه سازی سبد سهام با رویکرد میانگین- واریانس و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی شکار، تحقیقات مالی، (۱)۱۶، صص. ۳۷-۵۶.

رجبی، مهسا و خالوزاده، حمید. (۱۳۹۳). بهینه‌سازی و مقایسهٔ سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران با بهره‌مندی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه، تحقیقات مالی، (۲)۱۶، صص. ۲۵۳-۲۷۰.

شیبت الحمدی، سید احمد؛ همتی، محمد و اسفندیار، مهدی، (۱۳۹۳). کاربرد الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II) در انتخاب پرتفوی بهینه، مدیریت (پژوهشگر)، (۳٤)۱۱، صص. ۲۱-۳٤.

فلاح پور، سعید و تندنویس، فرید. (۱۳۹٤). کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص با درنظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها. تحقیقات مالی، (۲)۱۷، صص. ۳۲۵-۳٤۰.

قدوسی، سعید؛ تهرانی، رضا و بشیری، مهدی. (۱۳۹٤). بهینه سازی سبد سهام با استفاده از روش تبرید شبیه سازی شده، تحقیقات مالی، (۱)۱۷، صص. ۱٤۱-۱۵۸.

قهطرانی، علیرضا و نجفی، امیر عباس. (۱۳۹۳). بهینه‌سازی استوار سبد مالی با استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر شرطی موزون. مهندسی صنایع و مدیریت، (۱,۲)۳۰,۱، صص. ۳-۱۰.

محمدی، عمران؛ محمدی، سید عرفان و رامتین نیا، شاهین. (۱۳۹۵). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های همزیست، تحقیقات مالی، (۲)۱۸، صص. ۳۶۹-۳۹۰.

مدرس، محمد و حسن زاده مفرد ، مریم. (۱۳۹۰). مدل استوار بهینه‌سازی سبد مالی دارای اختیار معامله. مهندسی صنایع و مدیریت، (۱)۲۷,۱، صص. ۹۳-۱۰۲.

مروتی شریف آبادی، علی؛ عزیزی، شیرین و احمدی، نسترن. (۱۳۹٤). بکارگیری الگوریتم رقابت استعماری (ICA) در بهینه سازی و تشکیل پرتفلیو، دانش سرمایه گذاری، (۱۳)٤، صص. ۱۹-٤۲.

نامدار زنگنه، سودابه و حسن پور، عاطفه. (۱۳۹۶). بهینه‌سازی استوار در مسئله‌ی چندهدفه انتخاب سبد مالی با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی کمینه ـ بیشینه. مهندسی صنایع و مدیریت، (۲,۱)۳۳,۱، صص. ۱۱-۱۹.

همایونفر، مهدی؛ دانشور، امیر و رحمانی، جعفر. (۱۳۹۷). توسعه الگوریتم های فرا ابتکاری شیرمورچه- ژنتیک و PBILDE جهت بهینه‌سازی سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران.، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، (۳٤)۹، صص. ۳۸۱-٤۰٤.

Abolmaali, S., & Roodposhti, F. R. (2018). Portfolio Optimization Using Ant Colony Method a Case Study on Tehran Stock Exchange. Journal of Accounting, 8(1).

Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (2000). Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. Mathematical programming, 88(3): 411-424.

Bermúdez, J. D., Segura, J. V., & Vercher, E. (2012). A multi-objective genetic algorithm for cardinality constrained fuzzy portfolio selection. Fuzzy Sets and Systems, 188(1), 16-26.

Bertsimas, D., & Sim, M. (2004). The price of robustness. Operations research. 52(1): 35-53.

Chang, T.J., Yang, S.C. & Chang, K.J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. Expert Systems with Applications, 36(7), pp.10529-10537.

Chen, W. & Zhang, W.G. (2010). The admissible portfolio selection problem with transaction costs and an improved PSO algorithm. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 389(10), pp.2070-2076.

Chen, W. (2015). Artificial bee colony algorithm for constrained possibilistic portfolio optimization problem. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 429, pp.125-139.

Crama, Y. & Schyns, M. (2003). Simulated annealing for complex portfolio selection problems. European Journal of operational research, 150(3), pp.546-571.

Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A. & Meyarivan, T. (2000). A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. In Parallel problem solving from nature PPSN VI (pp. 849-858). Springer Berlin Heidelberg.

Deng, G.F., Lin, W.T. & Lo, C.C. (2012). Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. Expert Systems with Applications, 39(4), pp.4558-4566.

Golmakani, H.R. & Fazel, M. (2011). Constrained portfolio selection using particle swarm optimization. Expert Systems with Applications, 38(7), pp.8327-8335.

Holland, J.H. (1975). Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. U Michigan Press.

Hsu, C.M. (2014). An integrated portfolio optimisation procedure based on data envelopment analysis, artificial bee colony algorithm and genetic programming. International Journal of Systems Science, 45(12), pp.2645-2664.
Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. The Journal of Finance, 7: 77-91.
Mashayekhi, Z., & Omrani, H. (2016). An integrated multi-objective Markowitz–DEA cross-efficiency model with fuzzy returns for portfolio selection problem. Applied Soft Computing, 38, 1-9.
Najafi, A.A. & Mushakhian, S. (2015). Multi-stage stochastic mean–semivariance–CVaR portfolio optimization under transaction costs. Applied Mathematics and Computation, 256, pp.445-458.
Oh, K.J., Kim, T.Y., Min, S.H. & Lee, H.Y. (2006). Portfolio algorithm based on portfolio beta using genetic algorithm. Expert Systems with Applications, 30(3), pp.527-534.
Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. Journal of risk, 2, 21-42.
Sadjadi, S.J., Gharakhani, M. & Safari, E., (2012). Robust optimization framework for cardinality constrained portfolio problem. Applied Soft Computing, 12(1), pp.91-99.
Soleimani, H., Golmakani, H.R. & Salimi, M.H., (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization
Soyster, A. L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. Operations research, 21(5): 1154-1157.
Sun, J., Fang, W., Wu, X., Lai, C.H. & Xu, W., (2011). Solving the multi-stage portfolio optimization problem with a novel particle swarm optimization.Expert Systems with Applications, 38(6), pp.6727-6735.
Tahmasebi, M., & Soleimani, H. (2018). Designing the Best Stock Portfolio of Tehran Stock Exchange Using the Bee Colony Algorithm. Revista Publicando, 5(16), 471-482.
Zhu, H., Wang, Y., Wang, K. & Chen, Y., (2011). Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem. Expert Systems with Applications, 38(8), pp.10161-10169.
Zymler, S., Rustem, B. & Kuhn, D. (2011). Robust portfolio optimization with derivative insurance guarantees. European Journal of Operational Research, 210(2): 410-424.

پی نوشت

[1] ***Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II***

[2] ***Weighted Conditional Value at Risk***

[3] ***Hunting Search Optimization***

[4] ***Ant Colony Optimization Algorithm***

[5] ***Multi-Objective Particle Swarm Optimization***

[6] ***Imperialist Competitive Algorithm***

[7] ***Simulated Annealing***

[8] ***Symbiotic Organisms Search***

[9] ***Variance with Skewness***

[10] ***Particle Swarm Optimization***

[11] ***Tabu Search***

[12] ***Artificial Bee Colony Algorithm***

[13] ***Genetic Programming***

[14] ***Conditional Value at Risk***

[15] ***Value at Risk***