



## تعیین نسبت پوآسون و مدول الاستیسیته در دوره‌ی رسیدن انگور سفید بیدانه

علی حسن‌پور<sup>۱</sup> - محسن اسمعیلی<sup>۲\*</sup> - اسعد مدرس مطلق<sup>۳</sup> - علالدین رحمانی دیدار<sup>۳</sup> - مقداد نصیری<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۹۰/۱/۲۳

تاریخ پذیرش: ۹۰/۴/۱۲

### چکیده

در این مطالعه برای تعیین نسبت پوآسون و مدول الاستیسیته در دوره رسیدن انگور سفید بیدانه، نمونه‌ی میوه تازه طی هفت هفته‌ی متوالی، از پانزدهم شهریور تا بیست و ششم مهرماه، از یک باغ انگور برداشت گردید. در هر نوبت شش جبه آماده شده بصورت تصادفی انتخاب و آزمایشات بارگذاری استاتیک توام با عکس برداری دیجیتال انجام گرفت. با استفاده از تئوری هرتز و نسبت پوآسون واقعی (آزمایشگاهی) و نیز با در نظر گرفتن شکل واقعی حبه انگور و تعریف مقدار مجاز تغییر شکل، مدول الاستیسیته محاسبه گردید. نسبت پوآسون ظاهری نیز از طریق پردازش تصویر محاسبه و سپس مقادیر حاصل با استفاده از حل مدل فیزیکی مسئله با نرم افزار اجزاء محدود (آباکوس) اصلاح شد. نتایج بدست آمده نشان داد که مدول الاستیسیته‌ی محاسبه شده از طریق تئوری هرتز تابعی از مقدار کرنش محوری بوده و با افزایش آن افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج این تحقیق نسبت پوآسون محاسبه شده همواره از مقدار واقعی آن کوچکتر است و تابعی از مقدار کرنش محوری است. مدول الاستیسیته و نسبت پوآسون در طول دوره رسیدن میوه کاهش یافت.

واژه‌های کلیدی: نسبت پوآسون، مدول الاستیسیته، انگور سفید بیدانه

### مقدمه

مطلق نسبت کرنش عرضی به طولی در یک میله‌ی منشوری تحت بارگذاری تک محوری است (محسنین ۱۹۸۶). بر اساس تحقیقات انجام یافته این کمیت در مواد زنده تابعی از مقدار رطوبت، مقدار تنش و سرعت بارگذاری بوده (خزایی و مان ۲۰۰۴ و فیینی ۱۹۶۳) و از نظر تئوری مقدار آن بین صفر و نیم و در عمل محدوده‌ی تغییرات این مقدار، از این هم کمتر است. این در حالی است که اهمیت و تاثیر مدول یانگ در مسائل تماسی بیش از نسبت پوآسون می‌باشد (جنتل و هالسال ۱۹۸۲). گزارشات متعددی در مورد نحوه‌ی محاسبه‌ی نسبت پوآسون و مدول یانگ انواع محصولات کشاورزی، از جمله دانه‌ها و جبه‌های با اشکال محدب و انواع مواد غذایی در منابع علمی قابل دسترس است که در برخی موارد تفاوت در روش و نحوه‌ی محاسبه‌ی هر کدام از کمیت‌های مورد نظر تأمل برانگیز است. رهام و همکاران (۱۹۹۷) نسبت پوآسون ظاهری چندین نوع ماده‌ی غذایی و محصولات کشاورزی مشتمل بر کره، پنیر، سیب زمینی، دو نوع نان و چهار رقم سیب را تحت بارگذاری‌های مختلف تعیین کردند. آنها نمونه‌های استوانه‌ای شکل از تمامی مواد مورد آزمایش را تهیه کرده و

نسبت پوآسون و مدول یانگ دو خاصیت بنیادی جامدات الاستیک و جامدات ویسکوالاستیک هستند که در حل تمامی مسائل تماسی<sup>۲</sup> شامل محاسبه‌ی تنش، سطوح تماس و تغییر شکل الاستیک استفاده می‌شوند (محسنین ۱۹۸۶ و جنتل و هالسال ۱۹۸۲). از طرفی این خواص امکان پیشگویی رفتار نیرو- تغییر شکل محصولات کشاورزی را فراهم کرده و در طراحی تجهیزات فرآوری این محصولات نقش مهمی ایفا می‌کنند (آرنولد و روبرت ۱۹۶۹ و کانگ و همکاران ۱۹۹۵). طبق تعریف، مدول الاستیسیته شیب نمودار تنش - کرنش در محدوده‌ی الاستیک بوده و نسبت پوآسون برابر با قدر

۴ به ترتیب دانشجوی دوره دکتری و دوره کارشناسی ارشد گروه مکانیک ماشین‌های کشاورزی دانشگاه ارومیه

۴ استادیار گروه علوم و صنایع غذایی دانشگاه ارومیه

(\*) نویسنده مسئول: (Email: m.esmaili@urmia.ac.ir)

۴ استادیار گروه مکانیک ماشین‌های کشاورزی دانشگاه ارومیه

2- Contact problem

دوره‌ی رشد (توماس و همکاران ۲۰۰۸ و وادا و همکاران ۲۰۰۹)، بررسی منابع علمی نشان می‌دهد که نسبت پوآسون و مقدار تغییرات آن در طی رسیدن انگور تاکنون مطالعه نشده و همچنین در تعیین این نسبت روش دقیق‌تری نظیر پردازش تصویر بکار نرفته است. در این مطالعه مقدار نسبت پوآسون ظاهری با پردازش تصویر محاسبه و سپس مقادیر حاصل با استفاده از حل مدل فیزیکی مسئله با نرم افزار اجزاء محدود (آباکوس<sup>۵</sup>) اصلاح شده است. همچنین با استفاده از تئوری هرتز و در نظر گرفتن مقدار مجاز تغییر شکل و با به کار بردن نسبت پوآسون واقعی و با در نظر گرفتن شکل واقعی حبه در محاسبات، مدول الاستیسیته محاسبه گردیده است.

## مواد و روش ها

### نمونه‌ی انگور

انگور از یکی از باغات ارومیه از پانزدهم شهریور ماه تا هفت هفته‌ی متوالی در سال ۱۳۸۸ تهیه گردید. خوشه‌های انگور به طور تصادفی از یک درخت مو معین چیده شد. دم حبه‌ها با یک تیغ تیز از محل اتصال با حبه جدا گردید. سپس ابعاد حبه‌ها یعنی سه قطر عمود بر هم بزرگ، متوسط و کوچک با استفاده از یک کولیس دیجیتال<sup>۶</sup> با دقت ۰/۱ میلی‌متر اندازه‌گیری گردید (جدول ۱). برای اندازه‌گیری ابعاد نمونه‌ها در هر مرحله از ۳۰ عدد حبه استفاده شد. برای تعیین نسبت پوآسون و مدول الاستیسیته در هر نوبت شش نمونه بصورت تصادفی انتخاب و پس از انجام آزمایشات بارگذاری استاتیک توام با عکس برداری دیجیتالی محاسبات صورت گرفت.

جدول ۱- ابعاد حبه‌ی انگور سفید بیدانه طی دوره‌ی رسیدن

روز برداشت	قطر بزرگ a(mm)	قطر متوسط b(mm)	قطر کوچک c(mm)
۱	۱۴/۷۹ ± ۰/۷۶	۱۳/۲۲ ± ۰/۴۱	۱۲/۹۷ ± ۰/۴۲
۸	۱۵/۴۱ ± ۰/۷۷	۱۳/۲۹ ± ۰/۶۵	۱۳/۰۳ ± ۰/۶۵
۱۵	۱۶/۴۶ ± ۰/۸۹	۱۳/۶۳ ± ۰/۵۶	۱۳/۳۸ ± ۰/۵۲
۲۲	۱۵/۹۵ ± ۰/۶۷	۱۳/۷۰ ± ۰/۵۷	۱۳/۴۱ ± ۰/۵۴
۲۹	۱۶/۱۹ ± ۰/۸۵	۱۴/۱۴ ± ۰/۶۴	۱۳/۹۱ ± ۰/۶۱
۳۶	۱۶/۱۴ ± ۰/۹۸	۱۳/۷۴ ± ۰/۶۵	۱۳/۴۷ ± ۰/۶۷
۴۳	۱۵/۸۷ ± ۰/۷۲	۱۳/۷۴ ± ۰/۶۲	۱۳/۴۵ ± ۰/۵۹

به روش فیلم‌برداری کرنش‌های آن را محاسبه کردند. شیتاندا و همکاران (۲۰۰۲) نسبت پوآسون سه رقم برنج را با استفاده از تئوری بوسنيسک<sup>۱</sup> محاسبه کرده و نشان دادند که نسبت پوآسون برای رقم‌های کوتاه‌تر عدد بزرگتری است. ویدل و همکاران (۲۰۰۸) با استفاده از عکاسی دیجیتالی نسبت پوآسون فوم پلی‌اُرتان با شکل مکعب مستطیل تحت بارگذاری را تعیین کردند.

چاکیر و همکاران (۲۰۰۲) مدول الاستیسیته و نسبت پوآسون دو رقم پیاز را تعیین کردند. آنها در این آزمون برای تعیین کرنش عرضی، بدون توجه به شکل هندسی محصول مورد مطالعه، ضمن استفاده از یک ترانسفورمر جابجایی متغیر خطی<sup>۲</sup> (LVDT) از روابط ساده‌ای که برای میله‌های منشوری شکل توسط سیتکی (۱۹۸۶) تدوین شده بود استفاده کردند. پروبای و همکاران (۲۰۰۸) با استفاده از رابطه‌ی ساده‌ی سیتکی (۱۹۸۶) نسبت پوآسون و با استفاده از استاندارد ASAE (شماره‌ی S368.4 سال ۲۰۰۰) مدول یانگ جوز آفریقایی<sup>۳</sup> را تعیین کردند. آنها برای اندازه‌گیری تغییرات ابعاد نمونه از کولیس استفاده کردند. کیانی‌ده‌کیانی و همکاران (۲۰۰۹) نسبت پوآسون و مدول الاستیسیته‌ی دو رقم لوبیا قرمز را در سطوح رطوبتی مختلف و در چندین سرعت بارگذاری اندازه‌گیری کردند. در این مطالعه، آنها برای اندازه‌گیری انبساط عرضی از نوعی سنسور تماسی خاص به نام تیرهای خمشی<sup>۴</sup> استفاده نموده و بدون در نظر گرفتن شکل هندسی نمونه، نسبت پوآسون را بعنوان نسبت کرنش عرضی به کرنش طولی در نظر گرفتند و برای تعیین مدول یانگ از تئوری هرتز برای اجسام محدب استفاده کردند.

توماس و همکاران (۲۰۰۸) و وادا و همکاران (۲۰۰۹) مدول الاستیسیته‌ی انگور سفید بیدانه را در طول دوره‌ی رشد مطالعه کرده و در روش خود یک مقدار معین و ثابت نیرو را به حبه اعمال نموده و تغییر شکل ایجاد شده به ازاء آن را برای محاسبه‌ی مدول الاستیسیته بکار بردند. آنها برای محاسبه مدول الاستیسیته، از تئوری هرتز مربوط به اجسام کروی استفاده نمودند. از آنجا که حبه‌ی انگور واقعاً کروی نیست، و از طرفی نسبت پوآسون در تمامی محاسبات ثابت و ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود، محاسبه‌ی مدول الاستیسیته از این روش دارای خطا خواهد بود. اندازه‌ی مدول یانگ محاسبه شده با استفاده از تئوری هرتز تابعی از کرنش اعمالی است و چون با رسیدن میوه تغییر شکل در ازاء یک مقدار مشخص نیرو نیز تغییر می‌کند بنابراین مدول یانگ محاسبه شده با تئوری هرتز در دوره رسیدن میوه ایراد اساسی خواهد داشت.

علی‌رغم محاسبه‌ی مقادیر مدول الاستیسیته‌ی حبه‌ی انگور در

1- Boussinesq's theory

2- Linear Variable Differential Transformer

3- African nutmeg

4- Instrumented bending beam

5- ABACUS

6- Mitutoyo, Model CD-15CPX, Japan

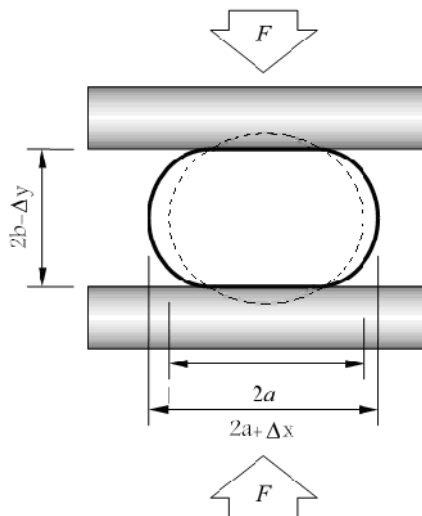


ب



ج

شکل ۱- روش تهیه تصویر (الف) و شکل ظاهری حبه‌ی انگور قبل (ب) و بعد از بارگذاری (ج)



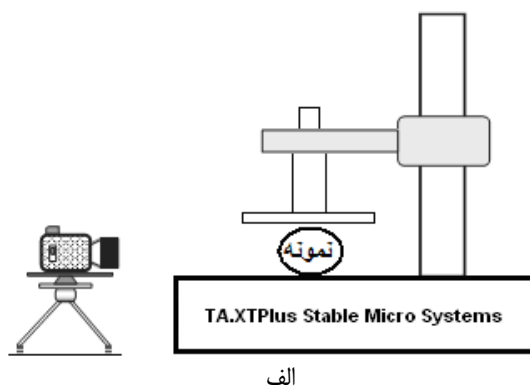
شکل ۲- تغییر شکل‌های عرضی و محوری ایجاد شده در حبه‌ی تحت بارگذاری

### آزمون بار گذاری استاتیک

برای اندازه‌گیری نسبت پواسون و مدول الاستیسیته، حبه‌ها به طور افقی روی صفحه‌ی فلزی یک دستگاه ماشین آنالایزر بافت<sup>۱</sup>، مجهز به یک نیروسنج ۵ کیلوگرمی قرار گرفته و آزمون بارگذاری حبه‌ی کامل با پروب استوانه‌ای ۲۵ میلی‌متری اجرا گردید. بدین منظور سرعت پروب در ۱ mm/s، میزان جابجایی آن ۳ mm و زمان نگهداری در ۱۰۰ s ثانیه تنظیم گردید. پس از تنظیم دستگاه، تغییر شکل ظاهری حبه در اثر بارگذاری، با عکس‌برداری دیجیتال قبل و بعد از بارگذاری انجام شد (شکل ۱). سپس تغییر شکل‌های عرضی و محوری ایجاد شده در حبه‌ی تحت بارگذاری محاسبه گردید (شکل ۱ و ۲). هم‌زمان به منظور محاسبه‌ی مدول الاستیسیته با استفاده از تئوری هرتز، مقادیر متناظر نیرو و جابجایی با در نظر گرفتن محدوده‌ی مجاز تغییر شکل در تئوری هرتز، از نمودار نیرو - تغییر شکل حاصل از دستگاه استخراج گردید.

### پردازش تصویر

تصاویر با استفاده از یک دوربین دیجیتال (دوربین سونی<sup>۲</sup>) با وضوح ۳۰۰۰×۴۰۰۰ پیکسل تهیه شد. تصاویر حاصل سپس به نرم‌افزار نقاشی<sup>۳</sup> منتقل شده و با شمارش تعداد پیکسل‌ها در تصاویر مربوط به حالت‌های قبل و بعد از بارگذاری، مقدار تغییر شکل و کرنش عرضی محاسبه گردید. تغییر شکل و کرنش در امتداد قائم نیز با استفاده از ابعاد اندازه‌گیری شده‌ی حبه و میزان جابجایی پروب دستگاه محاسبه شد (شکل ۱ و ۲).



الف

- 1- Texture Analyzer model TA.XT-Plus (Stable Micro Systems, Surrey, UK)
- 2- DSC W200 CCD Sony
- 3- Paint

می‌باشد. اگر نسبت پواسون ظاهری محاسبه شده برای هر کدام از نمونه‌ها به ازاء کرنش‌های محوری مختلف رسم گردد ملاحظه می‌شود که مقدار آن، به طور خطی و متناسب با کرنش محوری افزایش می‌یابد (شکل ۴). همچنانکه شکل ۴ نشان می‌دهد با افزایش کرنش محوری نسبت پواسون ظاهری افزایش پیدا می‌کند که این تغییر در مورد داده‌های حاصل از عکس برداری متوالی نیز صدق می‌کند. یعنی نتایج حاصل از محاسبه‌ی نسبت پواسون ظاهری به ازاء کرنش‌های محوری مختلف با نتایج حاصل از رفتار مدل سازگار است. همچنین در این مدل، مدول الاستیسیته‌ی ظاهری (مدول الاستیسیته به ازاء کرنش‌های محوری مختلف) از طریق تئوری هرتز محاسبه شد. مقدار آن تقریباً به طور خطی متناسب با کرنش محوری افزایش می‌یابد. شکل ۵ رابطه‌ی بین  $E_a/E_t$  (نسبت مدول الاستیسیته‌ی ظاهری محاسبه شده از طریق تئوری هرتز به مدول الاستیسیته‌ی واقعی) با  $\delta/2R$  (کرنش در امتداد بار وارده) با نسبت‌های پواسون  $0.2$ ،  $0.3$ ،  $0.4$  و  $0.45$  در تغییر شکل‌های مختلف را نشان می‌دهد. مطابق این شکل فقط به ازاء مقدار مشخصی از کرنش، حاصل نسبت  $E_a/E_t$  برابر یک بدست می‌آید (یعنی اینکه مقدار مدول الاستیسیته‌ی محاسبه شده در این حالت با مدول الاستیسیته‌ای که در نرم افزار برای مدل در نظر گرفته‌ایم برابر می‌گردد) و در تغییر شکل‌های نسبی بزرگ‌تر و کوچک‌تر، حاصل نسبت یاد شده از عدد یک فاصله می‌گیرد. از طرفی داده‌های تجربی هم، تغییرات مدول الاستیسیته‌ی محاسبه شده‌ی حبه‌ی انگور با روش تئوری هرتز به ازاء مقادیر مختلف کرنش را تایید می‌کند. بنابر این برای حصول به نتایج دقیق‌تر در محاسبه‌ی مدول الاستیسیته‌ی حبه‌ی انگور به روش تئوری هرتز، تعیین مناسب‌ترین مقدار تغییر شکل نسبی ضروری به نظر می‌رسد. با توجه به نتایج حاصل از حل مدل ریاضی (شکل ۵) و با توجه به محدوده‌ی ضریب پواسون حبه‌ی انگور، مقدار آن حدود  $(\delta/2R) = 0.06$  منظور شد. این مقدار در محدوده‌ی مجاز تغییر شکل نسبی  $(\delta/2R) < 0.1$  برای استفاده از تئوری هرتز بر اساس توصیه‌ی کیم و همکاران (۲۰۰۹) قرار دارد.

(۱)

$$E = \frac{0.338F(1-\nu^2)}{D^{3/2}} \left[ K_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} \right)^{1/3} + K_2 \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2'} \right)^{1/3} \right]^{3/2} \quad (2)$$

$$E = \frac{0.956K^{3/2}F(1-\nu^2)}{D^{3/2}} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} \right)^{1/2}$$

## ملاحظات ریاضی

بر اساس تئوری هرتز، برای محاسبه‌ی مدول الاستیسیته‌ی یک محصول محدب شکل<sup>۱</sup> که بین دو صفحه‌ی تخت و موازی فشرده می‌شود، رابطه‌ی ۱ پیشنهاد شده است (استاندارد ASAE ۲۰۰۱). با توجه به اندازه مقادیر سه قطر اندازه گیری شده در آزمایشگاه می‌توان حبه‌ی انگور سفید بیدانه‌ی تحت آزمون را یک بیضی‌گون دوار فرض نمود؛ پس شعاع‌های انحناء در نقاط تماس بالا و پایین و همچنین مقدار ثابت های  $K_1$  و  $K_2$  (که تابعی از شعاع‌های انحناء در محل تماس هستند)، نظیر به نظیر با هم برابرند:

$$(K_1 = K_2 = K \text{ و } R_1' = R_2', R_1 = R_2)$$

بنابراین رابطه‌ی ۱ را می‌توان برای یک جسم بیضی‌گون واقع در بین دو صفحه‌ی تخت، به صورت رابطه‌ی ۲ اصلاح نمود. در رابطه ۲،  $E$  مدول الاستیسیته برحسب  $F$ ،  $MPa$  نیروی وارده برحسب  $N$ ، نسبت پواسون و  $D$  تغییر شکل بر حسب  $mm$  است.  $K$  مقدار ثابتی است که از جداول موجود در استاندارد ASAE (۲۰۰۱) استخراج شد و  $R_1$  و  $R_1'$  بر حسب  $mm$  شعاع‌های انحناء جسم در محل‌های تماس است که از روی ابعاد ظاهری حبه محاسبه شد. روش محاسبه در انتهای مقاله ضمیمه می‌باشد.

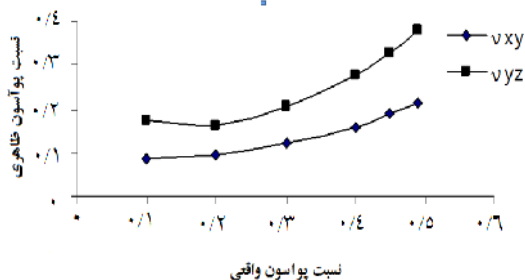
## بحث و نتایج

### حل مدل ریاضی

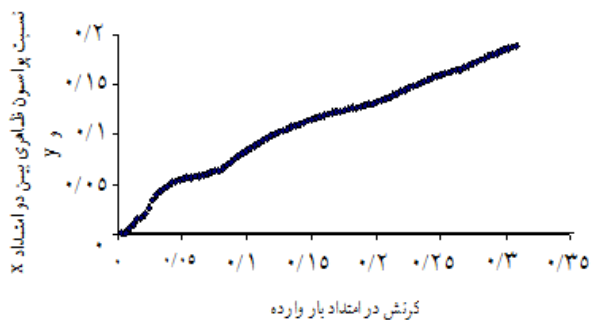
برای اصلاح نسبت پواسون ظاهری (نسبت کرنش عرضی به طولی به ازاء مقادیر مختلف تغییر شکل محوری) حاصل از داده‌های تجربی و همچنین مطالعه‌ی رفتار یک جسم بیضی‌گون الاستیک تحت بار گذاری، مدلی از آن به ابعاد: شعاع بزرگ  $Y$  و شعاع کوچک  $4/5$  میلی‌متر در نرم افزار آباکوس (که با روش اجزاء محدود عمل می‌کند) ساخته شد و با در نظر گرفتن مدول الاستیسیته‌ی  $0.4$ ،  $0.7$  و  $1$  مگاپاسکال و ضرایب پواسون  $0.1$ ،  $0.2$ ،  $0.3$ ،  $0.4$ ،  $0.45$  و  $0.49$ ، در امتداد یکی از اقطار کوچک ( $Y$ ) به وسیله‌ی دو سطح صاف با سرعت  $1$  میلی‌متر بر ثانیه تا  $3$  میلی‌متر تغییر شکل، تحت بارگذاری قرار گرفت.

نسبت پواسون ظاهری برای هر کدام از حالت‌های فوق از طریق اعمال تغییر شکل ایجاد شده در مدل که نسبت پواسون واقعی آن قبلاً منظور شده، محاسبه گردید. با استفاده از مقایسه‌ی نسبت پواسون واقعی با ظاهری محاسبه شده با مدل (شکل ۳)، مقدار واقعی نسبت پواسون حبه نیز از روی نسبت پواسون ظاهری آن، برآورد شد. قابل ذکر است که نتایج نشان داده شده در شکل ۳ فقط برای تغییر شکل نسبی به اندازه  $0.3333$  (تغییر شکل محوری  $3$  میلی‌متر) در مدل

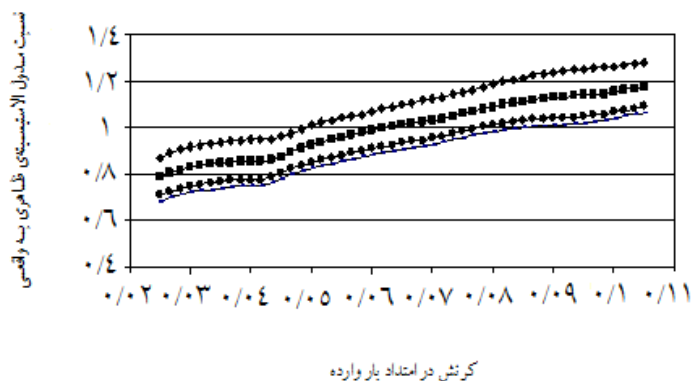
1- Convex shape



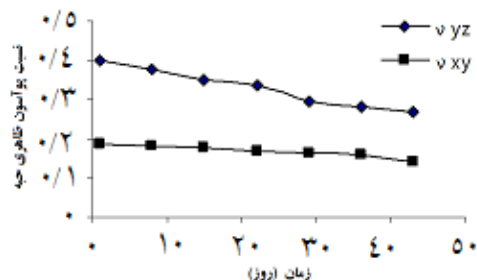
شکل ۳- رابطه‌ی بین نسبت پواسون واقعی و ظاهری محاسبه شده‌ی مدل در دو امتداد xy و yz



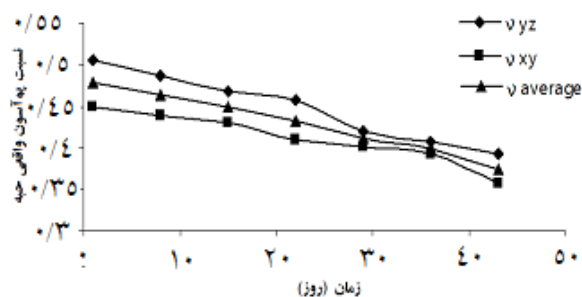
شکل ۴- نمونه‌ای از رابطه‌ی بین نسبت پواسون ظاهری محاسبه شده‌ی مدل در امتداد xy با کرنش محوری در امتداد بار وارده (y) به ازاء مدول الاستیسیته‌ی ۱ مگاپاسکال و ضریب پواسون واقعی ۰/۴۵



شکل ۵ رابطه‌ی بین نسبت مدول الاستیسیته‌ی ظاهری محاسبه شده از طریق تئوری هرتز به مدول الاستیسیته‌ی واقعی مدل با کرنش در امتداد بار وارده، به ازاء کرنش‌های محوری مختلف در نرم افزار آباکوس (برای مدل بیضی‌گون با شعاع بزرگ ۷ و شعاع کوچک ۴/۵ میلی‌متر، مدول الاستیسیته‌ی ۱ مگاپاسکال و نسبت پواسون ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴، و ۰/۴۵ به ترتیب از منحنی پایین به بالا)



شکل ۶- تغییرات نسبت پوآسون ظاهری حبه ی انگور سفید بیدانه طی دوره ی رسیدن



شکل ۷- تغییرات نسبت پوآسون واقعی (اصلاح شده ی) حبه ی انگور سفید بیدانه طی دوره ی رسیدن

۰/۰۵۵، ۰/۰۶۰ و ۰/۰۷۰ از روی نمودارهای نیرو - تغییر مکان حبه ی انگور حاصل از دستگاه آنالیز بافت استخراج شد و با جای گذاری نیروی حاصل، مشخصات هندسی حبه و همچنین نسبت پوآسون واقعی محاسبه شده در قسمت قبل، مدول الاستیسیته طی دوره ی رسیدن با استفاده از تئوری هرتز محاسبه گردید که نتایج حاصل در شکل ۸ نشان داده شده است. با در نظر گرفتن مباحث قبلی در خصوص محاسبه مدول الاستیسیته، این پارامتر در ازاء کرنش ۰/۰۶ تعیین گردید. نتایج بدست آمده نشان می دهد که مقدار این مدول طی دوره ی رسیدن میوه کاهش می یابد. با توجه به شکل ۸ با افزایش مقدار کرنش اعمال شده، مدول الاستیسیته ی ظاهری کاهش می یابد. تغییرات مدول الاستیسیته در ازاء افزایش کرنش محوری، در دو شرایط استفاده از مدل ریاضی و داده های تجربی یکسان نیست. به نظر می رسد این عدم موافقت از ویسکوالاستیک بودن نمونه ی واقعی و در عین حال از الاستیک فرض نمودن ماده در مدل ناشی شود.

با وجود این با تاثیر دادن مقدار واقعی نسبت پوآسون به جای مقدار فرضی و ثابت ۰/۵ که برخی از محققین (توماس و همکاران ۲۰۰۸ و وادا و همکاران ۲۰۰۹) از آن استفاده نموده اند، اندازه ی عددی مدول الاستیسیته ی محاسبه شده با رابطه ی تئوری هرتز اندکی افزایش نشان می دهد. بدلیل اینکه با رسیدن میوه نسبت پوآسون کاهش می یابد و تاثیر نسبت پوآسون واقعی بر روی مقدار

### نسبت پوآسون

با محاسبه ی کرنش های عرضی از طریق پردازش تصاویر حاصل از عکاسی دیجیتالی و کرنش های محوری از طریق مقدار جابجایی پروب دستگاه آنالیز بافت و ابعاد حبه، در اثر اعمال تغییر شکل به اندازه ۳ میلی متر، نسبت پوآسون ظاهری حبه ی انگور سفید بیدانه طی دوره ی رسیدن در دو امتداد  $yz$  و  $xy$  تعیین شد که نتایج حاصل در شکل ۶ ملاحظه می شود. مطابق این شکل با رسیدن انگور نسبت پوآسون ظاهری در هر دو امتداد کاهش می یابد و شیب و همچنین مقدار آن طی این دوره در امتداد  $yz$  از  $xy$  بیشتر است.

شکل ۷ نسبت پوآسون واقعی حبه ی انگور را نشان می دهد. این نسبت، با استفاده از نسبت پوآسون ظاهری محاسبه شده برای حبه ی انگور (شکل ۶) و با الگو قرار دادن رابطه ی بین نسبت پوآسون ظاهری و حقیقی مدل (شکل ۳)، محاسبه شد. مطابق شکل ۷ نسبت پوآسون واقعی در طول دوره ی رسیدن کاهش می یابد و مقدار و شیب آن در امتداد  $yz$  بیشتر از مقدار آن در امتداد  $xy$  است. در محاسبه ی مدول الاستیسیته، متوسط مقادیر بدست آمده از دو امتداد فوق به عنوان ضریب پوآسون حبه ی انگور سفید بیدانه مورد استفاده قرار گرفت.

### مدول الاستیسیته

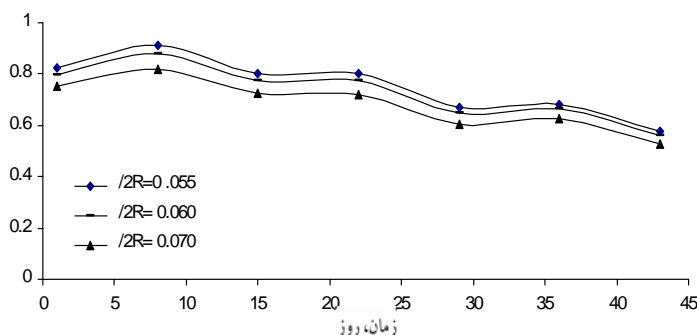
مقادیر نیروی وارد بر حبه در تغییر شکل های نسبی برابر با

دانه‌های محدب شکل تعیین می‌گردد، همواره از مقدار واقعی آن کوچکتر خواهد بود و تابعی از مقدار کرنش محوری خواهد بود که با افزایش آن، نسبت پواسون نیز تقریباً به طور خطی افزایش خواهد یافت. داده‌های حاصل از مدل نیز این نتیجه را تایید می‌کند. طبق همین نتایج نسبت پواسون در طول دوره‌ی رشد کاهش می‌یابد یعنی این نسبت تابعی از میزان رسیدگی میوه است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که در اجسام بیضی‌گون اگر بارگذاری در امتداد یکی از اقطار کوچک ( $y$ ) صورت بگیرد مقدار تغییر شکل ایجاد شده در امتداد قطر بزرگ ( $x$ ) نسبت به قطر کوچک دیگر ( $z$ ) کوچکتر است (این نتیجه را هم نتایج حاصل از حل مدل و هم داده‌های تجربی تایید می‌کنند)، بنابر این کرنش ایجاد شده در امتداد  $x$  و به تبع آن نسبت پواسون محاسبه شده در این امتداد کوچکتر از راستای  $z$  می‌باشد.

مدول الاستیسیته در طی رسیدن میوه بیشتر نمایان می‌گردد، به طوری که شیب نمودار رسم شده با نسبت پواسون واقعی نسبت به نمودار رسم شده با نسبت پواسون فرضی ثابت، کمتر می‌باشد. کاهش مدول الاستیسیته در دوره‌ی رسیدن حبه‌ی انگور با نتایج حاصل از مطالعه‌ی انگور در این دوره توسط توماس و همکاران (۲۰۰۸) و وادا و همکاران (۲۰۰۹) مشابهت دارد.

### نتیجه گیری

با استفاده از نتایج حاصل از مدل‌سازی، مدول الاستیسیته‌ی محاسبه شده از طریق تئوری هرترز تابعی از مقدار کرنش محوری بوده و با افزایش آن افزایش می‌یابد در صورتی که داده‌های تجربی خلاف آن را نشان می‌دهند. با توجه به نتایج این تحقیق نسبت پواسون که از طریق محاسبه‌ی نسبت کرنش عرضی به طولی برای حبه‌ها و



شکل ۸ تغییرات مدول الاستیسیته‌ی ظاهری انگور سفید بیدانه در حین رسیدن به ازاء کرنش‌های محوری ۰/۰۵۵، ۰/۰۶۰ و ۰/۰۷۰ و در نظر گرفتن تغییرات ضریب پواسون حبه در دوره‌ی رسیدن با به کار گیری تئوری هرترز

### منابع

- Arnold, P.C. and A. Robert, 1969. Fundamental aspects of load deformation behaviour of wheat grains. Trans. ASAE., 12: 104-108.
- ASAE STANDARDS. 2001. Compression test of food materials of convex shape. Am. Soc. Agric. Eng. S368., 4: 585-592.
- Burubai, W., E., Amula, R. M. Davies, G. W. W Etekepe, and S.P. Daworiye. 2008. Determination of Poisson's ratio and elastic modulus of African nutmeg (*Monodora myristica*). Int. Agrophysics., 22: 99-102.
- Beer, P. and E. R. Johnston. 1988. Mechanics of materials. Mc Graw - Hill.
- Çakir, E., F., Alayunt, and K. Özden. 2002. A study on the determination of Poisson's ratio and modulus of elasticity of some onion varieties. Asian Journal of Plant sciences., 1: 376-378.
- Finney, E. E. 1963. The viscoelastic behaviour of the potato, *solanum tuberosum*, under quasi-static loading. Ph.D.

Thesis, Michigan State University, East Lansing, MI.

Gentle, C. R. and M. Halsall. 1982. Measurement of Poisson's ratio using Newton's rings. *Optics and Lasers in Engineering.*, 3: 111-118.

Kang, Y. S., C. K., Spilman, and G.D. Chung. 1995. Mechanical properties of wheat. *Trans. ASAE.*, 38: 573-578.

Khazaei, J. and D. Mann. 2004. Effects of temperature and leading characteristics on mechanical and stress relaxation properties of Sea Buckthorn berries. Part 1. Compression tests. *J. Sci. Res. Dev.*, 6: 25-32.

Kiani Deh Kiani, M., H., Maghsoudi, and S. Minaei. 2009. Determination of Poisson's of ratio and Young's modulus of red bean grains. *Journal of Food Process Engineering.*, 10: 1745-1756.

Kim, K., X., Liu, Y. Zhang, J. Cheng, X. Y. Wu, and Y. Sun. 2009. Elastic and viscoelastic characterization of microcapsules for drug delivery using a force-feedback MEMS microgripper. *Biomed Microdevices.*, 11: 421-427.

Mohsenin, N. N. 1986. *Physical Properties of Plant and Animal Materials: Structure, Physical Characteristics and Mechanical Properties.* 2nd ed., Gordon Breach Science Publisher, New York.

Roham, H., D., Jaros, and M. deHaan, 1997. A Video-Based method for determination of average stress-strain relations in uniaxial compression of selected food. *of Texture Studies.*, 28: 245-255.

Shitanda, D., Y., Nishiyama, and S. Koide, 2002. Compressive strength properties of rough rice considering variation of contact area. *Journal of Food Engineering.*, 53: 53-58.

Thomas, T. R., K. A., Shackel, and M. A. Matthews. 2008. Mesocarp cell turgor in *Vitis vinifera* L. berries throughout development and its relation to firmness, growth, and the onset of ripening. *Planta.*, 228: 1067-1076.

Wada, H., M. A., Matthews, and K. A. Shackel. 2009. Seasonal pattern of apoplastic solute accumulation and loss of cell turgor during ripening of *Vitis vinifera* fruit under field conditions. *Journal of Experimental Botany.*, 60(6): 1773-1781.

Widdle Jr., R. D., A. K., Bajaj, and P. Davies. 2008. Measurement of the Poisson's ratio of flexible polyurethane foam and its influence on a uniaxial compression model. *International Journal of Engineering Science.*, 46: 31-49.



$$y = +b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad (۶)$$

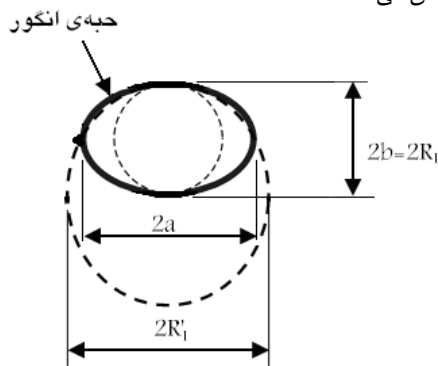
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}} \quad (۷)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b}{a^2} \cdot \left[ \frac{(1 - \frac{x^2}{a^2}) - \frac{-x^2}{a^2}}{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right] \quad (۸)$$

با قرار دادن مختصات نقطه‌ی A یعنی  $x = 0$  در معادلات ۶ و ۷ و جایگذاری آن در معادله‌ی ۵ اندازه‌ی شعاع انحنا در نقطه‌ی A یا همان شعاع انحنا دوم حبه در محل تماس، بدست می‌آید:

$$R_A = R_1' = \frac{a^2}{b} \quad (۹)$$

شکل ۱۰ شعاع‌های انحنا یک حبه‌ی انگور را در محل تماس با پروب نشان می‌دهد.



شکل ۱۰- حبه‌ی انگور و شعاع‌های انحنا در محل تماس

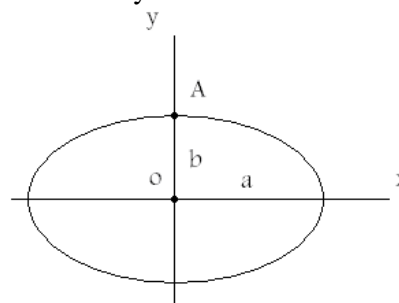
### ضمیمه: روش محاسبه شعاع‌های انحنا در انگور در بارگذاری استاتیک

از آنجا که حبه انگور بعنوان نمونه‌ی مورد مطالعه یک بیضی گون دوار است، بنابراین رابطه‌ی ۳ تابع ریاضی آن خواهد بود که در آن شعاع بزرگ و شعاع‌های کوچک بوده و هدف محاسبه‌ی شعاع‌های انحنا در محل تماس پروب مسطح با حبه در نقطه‌ای به مانند A به مختصات  $(0, b, 0)$  می‌باشد.

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/b^2 = 1 \quad (۳)$$

فصل مشترک بیضی گون با صفحه‌ی ZY مقطعی دایره‌ای به شعاع b می‌باشد؛ بنابراین یکی از شعاع‌ها در محل تماس حبه با سطح صاف پروب، b می‌باشد ( $R_1=b$ ). بعلاوه فصل مشترک بیضی گون با صفحه‌ی XY، بیضی شکل ۹ با معادله‌ی ۴ خواهد بود.

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 \quad (۴)$$



شکل ۹

برای به دست آوردن شعاع انحنا دوم حبه، باید در شکل ۲ شعاع انحنا در نقطه‌ی A محاسبه شود. شعاع انحنا یک منحنی (R) در نقطه‌ای دلخواه با استفاده از معادله‌ی ۵ قابل استخراج است (بیر و جانستون ۱۹۸۸).

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{(1 + (\frac{dy}{dx})^2)^{3/2}} \quad (۵)$$

بدین منظور y را از معادله‌ی ۴ استخراج کرده و به منظور احتراز از پیچیدگی محاسبات ریاضی فقط معادله‌ی نیمه‌ی بالایی بیضی (یعنی لایه‌های بزرگتر از صفر) را به صورت معادله‌ی ۶ نوشته و سپس مشتقات اول (معادله ۷) و دوم (معادله ۸) آن را محاسبه می‌کنیم:

## Determination of Poisson's Ratio and Modulus of Elasticity during Maturation of White Seedless Grapes

A. Hassanpour<sup>1</sup> - M. Esmaili<sup>2\*</sup> - A. Modarres Motlagh<sup>3</sup> - A. Rahmani Didar<sup>3</sup> - M. Nasiri<sup>1</sup>

Received: 12-4-2011

Accepted: 3-7-2011

### Abstract

In this study, to determine poisson's ratio and modulus of elasticity of white seedless grapes during maturation, the fresh fruit samples were harvested from a vineyard at seven sequential weeks from 6<sup>th</sup> September to 18<sup>th</sup> October. In each run, six grape berries were randomly selected and the static loading test and digital photography were done together. Considering true shape of the fruit and an allowable deformation value, and also using Hertz's theory with a true poisson's ratio (experimental), modulus of elasticity was calculated. Apparent poisson's ratio was determined by the image processing, too, and then obtained values of poisson's ratio were modified using finite element software (ABACUS). Results showed that measured modulus elasticity by the Hertz's theory depends on the magnitude of axial strain and increases with increasing that. Regarding the results, the calculated poisson's ratios are less than that true one, depending on the axial strain value. It was found that both modulus of elasticity and poisson's ratio decreased during maturation.

**Keywords:** poisson's ratio, modulus of elasticity, white seedless grapes

---

1- Ph D Student and M.Sc. Student, Department of Agricultural Machinery, Faculty of Agriculture, Urmia University

2- Assistant Professor, Department of Food Science and Technology, Faculty of Agriculture, Urmia University

(\*- Corresponding author Email: m.esmaili@urmia.ac.ir)

3- Assistant Professor, Department of Agricultural Machinery, Faculty of Agriculture, Urmia University