

مدل سازی ریاضی فرآیند خشک شدن کیوی در یک خشک کن تحت خلاء

حامد سیگاری^۱ - محمد طبسی زاده^{۲*} - محمدحسین عباس پور فرد^۳ - محمودرضا گلزاریان^۴

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۱۰/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۴/۱۹

چکیده

با توجه به این که امکان اندازه گیری پیوسته جرم محصول در خشک‌کن‌های تحت خلاء وجود ندارد، روش‌های تخمین رطوبت محصول درون محفظه خلاء کاربرد پیدا می‌کند. در این پژوهش از مدل سازی ریاضی برای تخمین رطوبت میوه کیوی در شرایط خلاء استفاده شده است. ورقه‌های میوه کیوی در دماها و فشارهای مختلف با استفاده از یک طرح آماری خشک گردیدند و در شرایط بهینه فشار ۱۰ کیلوپاسکال و دمای ۷۰ درجه سلسیوس مدل سازی انجام شد. ضمن انجام آزمایش، محصول با فواصل ۳۰ دقیقه توزین و نمودارهای رطوبت نهایی محصول در یک فشار، دما و ضخامت مشخص بر حسب زمان رسم شد. از توابع چندجمله‌ای، تابع نمایی درجه یک، توابع کسری و توابع گاوسی برای مدل سازی فرآیند خشک شدن با استفاده از نرم افزار متلب استفاده گردید. برای مقایسه نتایج توابع پیش بینی کننده، مقادیر ضریب همبستگی و مربع میانگین خطای نسبی مورد مقایسه قرار گرفت. بهترین منحنی گذرا از نمودار رطوبت نسبی محصول بر حسب زمان، با استفاده از نرم افزار متلب ترسیم گردید و تابع کسری با درجه صورت و مخرج یک و سپس تابع چند جمله ای درجه ۳ با بیشترین ضریب همبستگی R^2 ، به ترتیب ۰/۹۹۹۱ و ۰/۹۹۷۷ و کمترین مربع میانگین خطای نسبی RMSE، به ترتیب ۰/۰۱۲۶۷ و ۰/۰۲۴۱۲ برای پیش بینی فرآیند خشک شدن در خشک کن خلاء تعیین گردید. ضریب انتشار رطوبت برای ضخامت‌های مختلف میوه کیوی از روی نمودار $\ln(MR)$ بر حسب زمان بدست آمد و نشان داده شد که با افزایش ضخامت مقدار این ضریب نیز افزایش پیدا می‌کند.

واژه‌های کلیدی: خشک کن خلاء، مدل سازی ریاضی، محتوای رطوبت

مقدمه

کاهش فعالیت‌های آبی محصولات، کاهش فعالیت‌های میکروبیولوژی محصولات و موجب کمترین تغییرات فیزیکی و شیمیایی در طی فرایند نگهداری می‌شود، یکی از عمومی ترین روش‌هایی است که در بهبود نگه داری مواد غذایی از جمله میوه کیوی می‌توان استفاده کرد (منفرد، ۱۳۹۱). تحقیقات مختلفی برای مدل سازی خشک کردن محصولات غذایی انجام شده است. Wang و همکاران (۲۰۰۷)، به مدل سازی ریاضی خشک کردن سیب با خشک‌کن جریان هوای گرم و تعیین ضریب نفوذ موثر و انرژی فعال سازی پرداخته اند. (۲۰۰۵) Togrul، به مدل سازی خشک‌کن مادون قرمز برای خشک کردن لایه سیب پرداخته است. Wang و همکاران (۲۰۰۷)، مدل سازی ریاضی را برای خشک کردن سیب با خشک کن مایکروویو با و بدون پیش خشک کردن با جریان هوای داغ بدست آورده اند. Sa'inz و همکاران (۲۰۰۶)، خشک کردن ورقه‌های سیب گلدن را در خشک کن مایکروویو بررسی کردند. منجس و ارتکین (Menges and Ertekin, ۲۰۰۶) به مدل سازی ریاضی خشک شدن لایه‌های نازک سیب پرداخته اند.

از آنجایی مطالعات زیادی در مورد روش خشک کردن ورقه‌های

نام علمی کیوی *Actinidiadeliciosa* از خانواده Actinidiaceae می‌باشد. میوه کیوی از اوایل آبان ماه قابل برداشت است و وزن متوسط این میوه در ایران حدود ۷۰ گرم می‌باشد. در ایران منطقه کشت کیوی منحصر به سواحل دریای خزر بوده و در سایر مناطق، محدودیت‌های اقلیمی و PH خاک تاکنون مانع از گسترش آن شده است. رقم Hayward محبوب‌ترین واریته کیوی در تمام مناطق تولید است که علت آن بزرگ بودن اندازه میوه، شکل تخم مرغی و کیفیت انبار مانی بالای آن است (شناسنامه تصویری کیوی، ۱۳۸۸). خشک کردن یکی از قدیمی ترین روش‌های نگهداری محصولات غذایی می‌باشد و از آنجایی که این روش باعث

۱ و ۳- به ترتیب دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشیار گروه مهندسی پیوسته دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد
۲ و ۴- استادیاران دانشیار گروه مهندسی پیوسته دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد
* - نویسنده مسئول: (Email: mtabasizadeh@yahoo.com)

منظور رسیدن به کمترین زمان خشک شدن و مقدار چروکیدگی، به حداقل رساندن انرژی مصرفی برای تعیین شرایط بهینه خشک شدن استفاده شد. مقایسه میانگین ها با استفاده از آزمون LSD در سطح اطمینان ۹۵ درصد و ۹۹ درصد انجام گرفت. سطوح بالا (۳)، میانی (۲) و پایینی (۱) برای فاکتورها مطابق جدول ۱ انتخاب گردید.

جدول ۱- سطوح انتخاب شده برای فاکتورها در آزمایش با خشک

کن تحت خلاء			
فاکتورها / سطوح	پایین (۱)	میانی (۲)	بالا (۳)
دما (درجه سانتیگراد)	۵۰	۶۰	۷۰
خلاء (کیلو پاسکال)	۳۰	۲۰	۱۰
ضخامت (میلی متر)	۳	۶	۹

آزمایش های مورد نظر با فاکتورها و سطوح فوق با استفاده از آزمایش فاکتوریل در قالب طرح کاملاً تصادفی می باشد.

مدل سازی

توزین نمونه ها تا زمانی که درصد رطوبت بر پایه مرطوب به ۲۰-۱۵٪ برسد ادامه می یابد. کسر رطوبت ورقه های کیوی در طول خشک کردن با استفاده از رابطه ۲ محاسبه شد:

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_0 - M_e} \quad (2)$$

که در آن MR کسر رطوبتی (بدون بعد)، M_t میزان رطوبت در هر لحظه، M_e رطوبت تعادلی و M_0 محتوای رطوبت اولیه (کیلوگرم ماده جامد/کیلوگرم آب) می باشد. مقدار M_e در مقایسه با M_t و M_0 کوچک می باشد از این رو می توان از آن صرف نظر کرد و معادله به صورت زیر ساده می شود.

$$MR = \frac{M_t}{M_0} \quad (3)$$

معادلات متعددی برای پیش بینی روند خشک شدن محصولات وابسته به دمای خشک شدن (جدول ۲) ارائه شده است (Ertekin and Yaldiz, 2004).

دو معیار آماری برای مقایسه نتایج و تعیین بهترین برازش استفاده شد، ضریب همبستگی R^2 و مربع میانگین خطای نسبی RMSE.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})(MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})^2 \sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})^2}} \quad (4)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (MR_{exp,i} - \overline{MR}_{pre,i})^2} \quad (5)$$

$MR_{exp,i}$ رطوبت نسبی آزمایشگاهی i ام، $MR_{pre,i}$ رطوبت نسبی پیش بینی شده i ام، n تعداد مشاهدات خشک شدن می باشد.

کیوی انجام نشده است، در این تحقیق به بررسی خشک کردن ورقه کیوی با استفاده از خشک کن تحت فشار خلاء (فشار) کم پرداخته شده است. هدف از این تحقیق بررسی رفتار خشک شدن ورقه های کیوی، ارائه بهترین مدل خشک کردن و محاسبه ضریب نفوذ می باشد.

مواد و روش ها

مواد

با توجه به اینکه اکثر مناطق قابل کشت میوه کیوی در ایران، از رقم هایوارد می باشد و نیز بیشترین مصرف میوه کیوی، از این رقم است، تصمیم بر آن شد که از این رقم برای انجام تحقیق استفاده شود. این رقم کیوی در اواسط دی ماه ۱۳۹۱ از بازار روز واقع در شهرستان مشهد تهیه و در یخچال در دمای ۵ درجه سلسیوس در آزمایشگاه گروه ماشین های کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد نگهداری شد. از لحاظ اندازه نمونه ها، نمونه هایی در آزمایش استفاده شدند که دارای اندازه متوسط و مناسب برای برش توسط سیلندر بودند.

میزان رطوبت اولیه نمونه با روش خشک کردن در آون بدست آمد. نمونه ها در آون در دمای 105 ± 1 درجه سلسیوس قرار گرفته و در ۳ تکرار خشک شدند. خشک کردن در آون تا زمانی صورت گرفت که تغییر وزنی بین دو بار توزین مشاهده نشد. رابطه ۱ برای میزان رطوبت اولیه بر پایه مرطوب استفاده شد (Mohsenin, 1986).

$$\text{جرم نمونه بعد از خشک کردن} - \text{جرم اولیه} \\ \text{جرم اولیه نمونه} \times 100 = \text{درصد رطوبت}$$

قبل از شروع هر آزمایش، خشک کن به مدت یک ساعت روشن می شد تا به حالت مطلوب و پایدار برسد. درصد رطوبت بر پایه مرطوب برای کیوی ۸۰/۲۳٪ به دست آمد. بعد از آن که کیوی ۱ ساعت در دمای محیط قرار گرفت توسط بُرنده مکانیکی به لایه های به ضخامت ۳ میلی متر بریده شد و سپس توسط ترازوی دیجیتالی توزین شد. تمام نمونه ها تا آخرین آزمایش توسط یک سیلندر با قطر ۳۵ میلی متر برش زده شدند. به علت نداشتن ترازو درون دستگاه خشک کن خلاء ساخته شده در دانشگاه فردوسی، نمونه ها را با فواصل زمانی ۳۰ دقیقه، خارج از محفظه خلاء توزین کرده و نمونه جدید در دستگاه قرار داده شد (سیگاری و همکاران، ۱۳۹۲). پس از آن که رطوبت محصول به ۱۵-۲۰٪ رطوبت اولیه اش رسید، فرایند خشک شدن توقف می یابد. نمونه ها توسط ترازوی دیجیتال مدل TE214S ساخت کشور آلمان وزن می شدند.

تجزیه و تحلیل داده ها

از یک طرح آماری با ۳ فاکتور مستقل، دما، فشار و ضخامت به

جدول ۱- مدل‌های مورد استفاده برای پیش‌بینی فرایند خشک شدن

شماره مدل Model Number	نام مدل Model Name	معادله مدل Model
Westerman <i>et al.</i> , 1973	نیوتن Newton	$MR = \exp(-kt)$
Page, 1949	پیج Page	$MR = \exp(-kt^n)$
(Yaldiz and Ertekin, 2001)	اصلاح شده پیج Modified Page	$MR = \exp(-(kt)^n)$
Ozdemir and Devres, 1999	وانگ و سینگ Wang and Singh	$MR = 1 + a.t + bt^2$
Yagcioglu <i>et al.</i> , 1999	هندرسون و پابیس Henderson and Pabis	$MR = a \cdot \exp(-kt)$
(Yaldiz and Ertekin, 2001)	لگاریتمی Logarithmic	$MR = a \cdot \exp(-kt) + c$
Yaldiz and Ertekin, 2001	تقریبی انتشار Approximation of diffusion	$MR = a \exp(-kt) + (1-a) \exp(-kbt)$
Midilli <i>et al.</i> , 2002	میدیلی Midilli	$MR = a \cdot \exp(-kt^n) + b \cdot t$

که در آن a ضخامت نمونه به m ، t زمان خشک شدن به s ، n تعداد مشاهدات و D_{eff} ضریب انتشار رطوبتی به $m^2 \cdot s^{-1}$ می‌باشد. رابطه ۶ مدت زمان‌های طولانی خشک شدن به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$MR = \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\pi^2 D_{eff} t}{4a^2}\right] \quad (7)$$

با گرفتن لگاریتم از طرفین رابطه ۷ و رسم نمودار $\ln(MR)$ بر حسب زمان از شیب نمودار می‌توان D_{eff} را بدست آورد.

$$\text{شیب نمودار} = \frac{\pi^2 D_{eff}}{4a^2} \quad (8)$$

نتایج و بحث

تجزیه و تحلیل داده‌ها

نتایج تجزیه واریانس و مقایسه میانگین‌ها بر اساس آزمون LSD در جدول ۳ ارائه شده است.

بهترین برازشی که می‌تواند خصوصیات خشک شدن لایه‌های کیوی را توصیف کند مدل دارای بیشترین ضریب همبستگی R^2 و کمترین مقدار مربع میانگین خطای نسبی RMSE باشد.

ضریب انتشار جرم (رطوبت)

برای بدست آوردن ضریب انتشار رطوبت از رابطه ۶ مربوط به ورقه‌های نازک خشک شدن استفاده می‌کنیم (Aghbashlo *et al.*, 2008). کرانک رابطه ۶ را با استفاده از قانون دوم فیک و فرضیات (۱) رطوبت در کل جرم نمونه توزیع شده است. (۲) انتقال جرم نسبت به مرکز متقارن است (۳) محتوای رطوبتی سطحی نمونه با محیط اطرافش یکسان است (۴) مقاومت در برابر انتقال جرم از سطح در برابر مقاومت انتقال جرم در لایه‌های داخلی نمونه ناچیز است (۵) انتقال جرم همراه با انتشار اتفاق می‌افتد (۶) ضریب انتشار ثابت و پروکیدی ناچیز است، بدست آورد (Taheri *et al.*, 2011).

(۶)

جدول ۲- نتایج تجزیه واریانس (ANOVA) اثر فشار، دما و ضخامت بر فاکتورهای وابسته اندازه گیری شده

منبع تغییر	درجه آزادی	زمان	انرژی	چروکیدگی
فشار	۲	۶۸۶/۱۱۱ ns	۱۸۰۳/۵۹۱**	۰/۰۷**
دما	۲	۱۶۱۹۱۰/۳۳۳**	۱۴۳۷/۲۴۶**	۰/۱۹**
ضخامت	۲	۲۷۲۶۲۵/۰۳۷**	۱۵۲۶۸/۲۳۵**	۰/۳۴۳**
فشار* دما	۴	۶۱۴۹/۴۴۴**	۲۰۴/۵۳۳**	۰/۰۳۲**
فشار* ضخامت	۴	۹۷/۱۴۸ ns	۱۶۸/۷۲۶**	۰/۰۰۸**
دما* ضخامت	۴	۱۱۹۶۴/۸۷**	۱۸۶/۱۸۴**	۰/۰۲**
فشار* دما* ضخامت	۸	۵۱۶/۷۵۹ ns	۲۳/۸۸۱ ns	۰/۰۰۸**
خطا	۵۴	۳۲۰/۱۸۵	۱۷/۳۹۴	۰/۰۰۲
کل	۸۱			

*معنی‌دار در سطح پنج درصد، **معنی‌دار در سطح یک درصد، ns غیر معنی‌دار

زمان

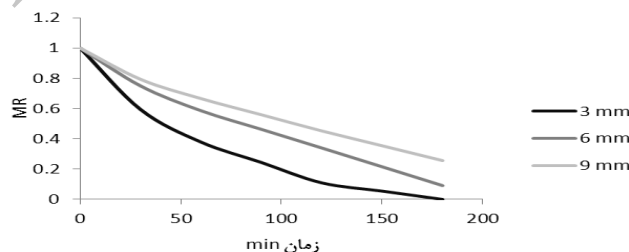
کاهش می یابد و مدت زمان مصرف انرژی نیز کاهش می یابد.

بهینه یابی

در این پژوهش، هدف از بهینه یابی به حداقل رساندن زمان خشک شدن، به همراه حداقل میزان چروکیدگی میوه خشک شده و میزان انرژی الکتریکی مصرفی می باشد، زیرا ورقه های کیوی خشک شده در این حالت بهترین کیفیت را دارا می باشد. برای چروکیدگی هرچه مقدار کوچک تر باشد بهتر است. از داده های آزمایشی مقدار $70/74$ در خشک کن تحت خلاء مربوط به آزمایش در شرایط دمایی 70 درجه سانتی گراد و فشار 10 کیلو پاسکال بدست آمده است که با شرایط تعیین شده توسط کمالی همخوانی دارد (کمالی، 1390). کمترین مقدار مصرف انرژی با استفاده از داده های آزمایشی مقدار $58/89$ کیلو وات بر کیلو گرم ماده خشک در خشک کن تحت خلاء در دمای 70 درجه سانتی گراد و خلاء 10 کیلو پاسکال بدست آمده است که در این شرایط، کمترین زمان ممکن برای خشک کردن برای ورقه هایی به ضخامت 3 میلی متر بدست آمد.

بررسی سینتیک خشک کردن

تغییرات نسبت رطوبت در ازای زمان برای خشک کردن در فشار 10 کیلو پاسکال و دمای 70 درجه سلسیوس در ضخامت های 3 ، 6 ، 9 میلی متر در شکل 1 مشاهده می شود. همان طور که مشاهده می شود، ورقه های کیوی با ضخامت کمتر، در مدت زمان کمتری خشک می شوند. دلیل آن می توان افزایش گرادیان حرارتی در داخل جسم و در نتیجه افزایش سرعت تبخیر رطوبت محصول باشد (منفرد، 1391). همچنین با توجه به نمودارها مشاهده می شود، سرعت خشک شدن و از دست دادن رطوبت با گذشت زمان در طی خشک کردن کاهش می یابد. در شروع روند خشک کردن، رطوبت اولیه نمونه زیاد بوده و آهنگ از دست دادن رطوبت زیاد است، به تدریج با گذشت زمان میزان رطوبت محصول کاهش پیدا کرده و کاهش رطوبت به طور طبیعی کاهش می یابد.



شکل ۱- تغییرات نسبت رطوبت به زمان در ضخامت های مختلف

متلب استفاده شد. توابع چند جمله ای با درجه های مختلف، توابع کسری با درجه های صورت و مخرج متفاوت، توابع نمایی درجه یک و

تأثیر سه گانه فشار- دما- ضخامت بر مدت زمان خشک شدن در سطح 95% معنادار نیست. تأثیر دوگانه فشار- دما در سطح 99% معنادار شده است و نشان می دهد که هر چه فشار کاهش پیدا کند، دمای جوش آب نیز کاهش پیدا می کند و باعث می شود ورقه های میوه کیوی در مدت زمان کوتاه تری خشک شوند و این درحالیست که اثر فشار به تنهایی بر روی پارامتر زمان موثر نیست. تأثیر دوگانه فشار- ضخامت معنادار نشده است ولی تأثیر دوگانه دما- ضخامت معنادار شده است، زیرا با افزایش دما و کاهش ضخامت، زمان خشک شدن کاهش می یابد.

چروکیدگی

تأثیر سه گانه فشار- دما- ضخامت بر چروکیدگی در سطح 95% معنادار شده است. با افزایش ضخامت، کاهش دما و افزایش فشار، چروکیدگی افزایش می یابد. با توجه به این که اثرات دوگانه و تک گانه هر یک از پارامترهای فوق معنادار شده است، با افزایش دما و کاهش میزان فشار داخل محفظه مقدار چروکیدگی در انتهای فرآیند خشک شدن افزایش می یابد.

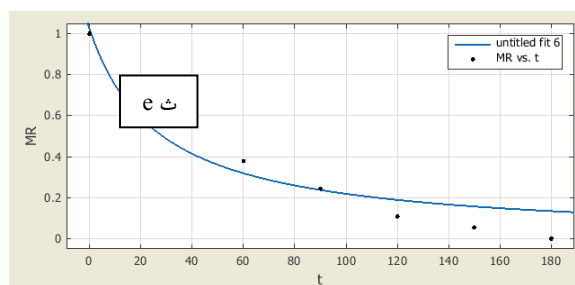
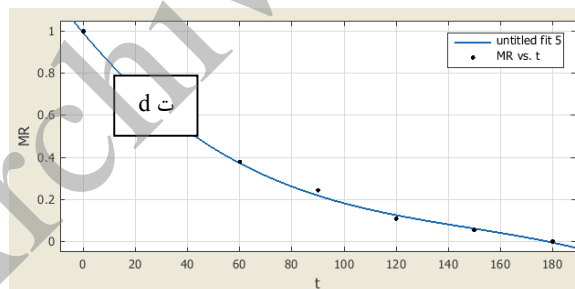
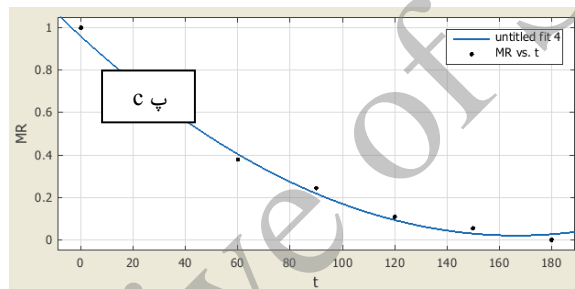
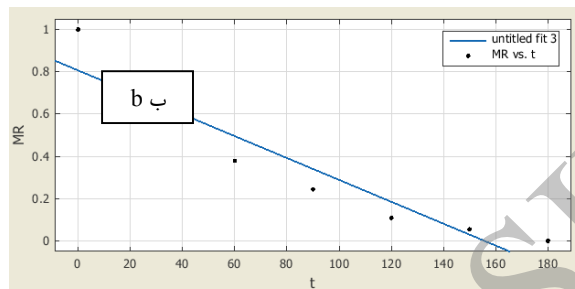
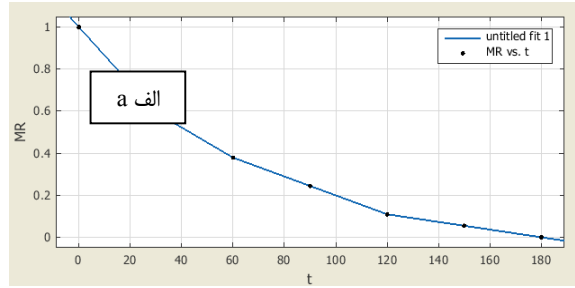
انرژی مصرفی

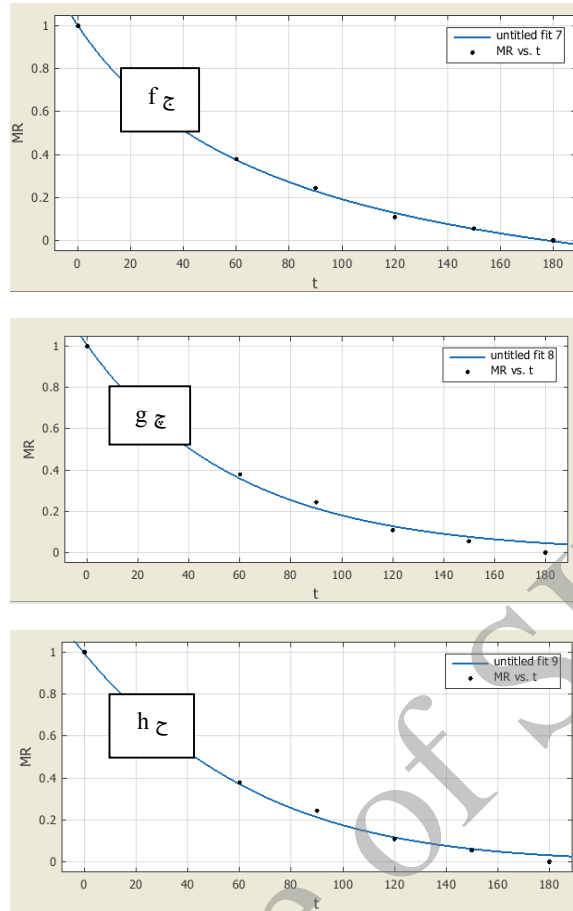
تأثیر سه گانه فشار- دما- ضخامت بر انرژی مصرفی در سطح 95% معنادار نیست. تأثیر دوگانه فشار- دما در سطح 99% معنادار شده است و نشان می دهد که برای ایجاد فشار بیشتر و دمای بیشتر برای زودتر خشک شدن، انرژی بیشتری باید مصرف کرد، اما به علت کاهش زمان خشک شدن و کاهش زمان مصرف انرژی، مقرون به صرفه است. تأثیر دوگانه فشار- ضخامت معنادار در سطح 99% شده است و نشان می دهد که برای ورقه های کیوی با ضخامت کمتر و فشار کمتر، به علت کاهش زمان خشک شدن، انرژی کمتری مصرف می کنند. تأثیر دوگانه دما- ضخامت نیز در سطح 99% معنادار شده است، زیرا با افزایش دما و کاهش ضخامت، زمان خشک شدن

مدل سازی سینتیک خشک کردن

برای مدل سازی و پیش بینی فرآیند خشک کردن از نرم افزار

دو، توابع گاوسی، توابع سینوسی و سری فوریه مورد بررسی قرار گرفتند. توابع سینوسی و سری فوری برای پیش‌بینی فرآیندهای تکرار شونده استفاده می‌شوند، بنابراین در فرآیند خشک شدن کاربردی ندارند.





شکل ۲- الف) پیش بینی نقطه به نقطه (ب) معادله خط درجه یک (پ) چند جمله ای درجه دو (ت) چند جمله ای درجه ۳
 ث) معادله کسری با درجه مخرج یک $MR = (p_1) / (t + q_1)$ (ج) معادله کسری با درجه صورت و مخرج یک $MR = (p_1 * t + p_2) / (t + q_1)$
 چ) تابع نمایی درجه یک $MR = a * \exp(b * t)$ (ح) معادله گاوسی $MR = a_1 * \exp(-((t - b_1) / c_1)^2)$

۷/۱۳۰۳ به ترتیب در ضخامت های ۳ و ۹ میلی متر می باشد. همان طوری که مشاهده می شود با افزایش ضخامت ضریب انتشار افزایش می یابد، دلیل وقوع این مسئله ایجاد جنبش مولکولی و مکش سطحی بیشتر می باشد.

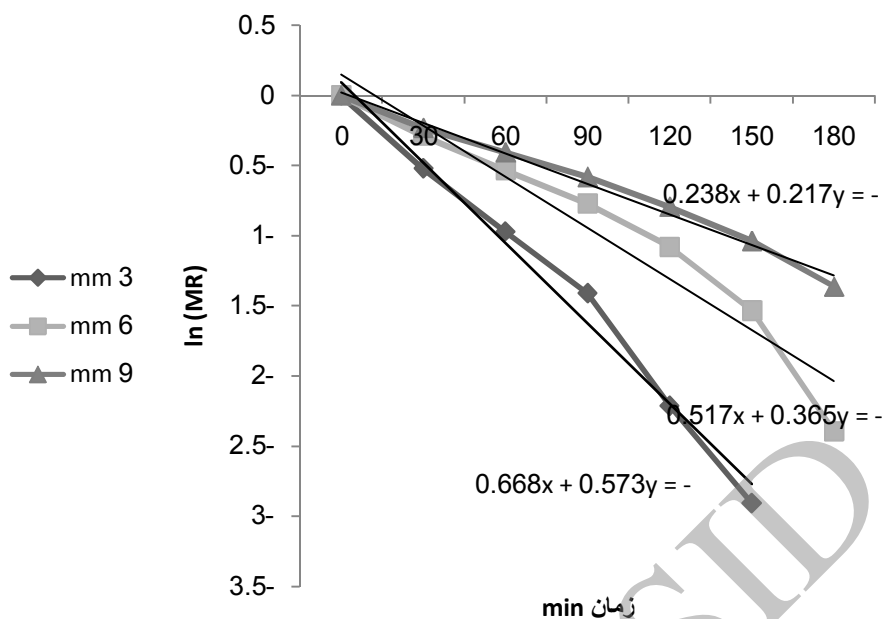
نتیجه گیری

بهترین منحنی برای پیش بینی نمودار کسر رطوبت بر حسب زمان، منحنی های تابع کسری با درجه صورت و مخرج یک و سپس تابع چند جمله ای درجه ۳ با بیشترین مقدار ضریب همبستگی R^2 و کمترین مقدار مربع میانگین خطای نسبی RMSE می باشد. مقدار ضریب انتشار رطوبت با افزایش ضخامت ورقه های کیوی، به طور نسبتاً خطی افزایش می یابد

بهترین مدلی که می تواند سینتیک خشک شدن ورقه های کیوی را توصیف کند با توجه به بیشترین مقدار R^2 و کمترین مقدار RMSE انتخاب می شوند. مقایسه مقادیر R^2 و RMSE مشخص کردند که منحنی های تابع کسری با درجه صورت و مخرج یک و سپس تابع چند جمله ای درجه ۳ با بیشترین ضریب همبستگی R^2 ، به ترتیب ۰/۹۹۹۱ و ۰/۹۹۷۷ و کمترین مربع میانگین خطای نسبی RMSE، به ترتیب ۰/۰۱۲۶۷ و ۰/۰۲۴۱۲ بهترین برازش ها برای پیش بینی سینتیک خشک شدن می باشد.

ضریب انتشار رطوبت

نمودارهای شکل ۳، تغییرات $\ln(MR)$ بر حسب زمان را برای حالت های مختلف خشک کردن را نشان می دهد. در خشک کن های خلاء، ضریب انتشار با افزایش ضخامت ورقه های کیوی افزایش می یابد به گونه ای که کمترین ضریب انتشار $2/0.904 \times 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$ و بیشترین مقدار آن $10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$



شکل ۳- تغییرات $\ln(MR)$ بر حسب زمان برای ورقه‌های کیوی با ضخامت‌های ۳، ۶ و ۹ میلی متر

جدول ۴- مقادیر ضریب همبستگی و مربع میانگین خطای نسبی توابع

RMSE	R-Square	تابع Equation
---	۱	خط گذرا نقطه به نقطه Line
۰/۱۳۱۰۴۷	۰/۸۸۷۱۹۴	تابع خط Polynomial 1
۰/۰۴۴۳۳۷	۰/۹۸۹۷۱۶	چند جمله ای درجه ۲ Polynomial 2
۰/۰۲۴۱۲۲	۰/۹۹۷۷۰۷	چند جمله ای درجه ۳ Polynomial 3
۰/۱۰۰۶۰۱	۰/۹۳۳۵۲۱	تابع کسری با درجه مخرج یک Rational 01
۰/۰۱۲۶۷	۰/۹۹۹۱۵۶	تابع کسری با درجه صورت و مخرج یک Rational 11
۰/۰۲۹۲۰۶	۰/۹۹۴۳۹۷	تابع نمایی یک جمله ای Exponential 1
۰/۰۲۶۵۸۱	۰/۹۹۶۲۸۷	تابع گاوسی درجه یک Gaussian 1

جدول ۳- ضریب انتشار رطوبت در ضخامت‌های مختلف

ضخامت (میلی متر) Thickness (mm)	شیب Gradient	D	R ²
۳	۰/۵۷۳	۲/۰۹۰۴۲	۰/۹۸۵۹
۶	۰/۳۶۵	۵/۳۲۵۵	۰/۹۳۵۲
۹	۰/۲۱۷۲	۷/۱۳۰۳	۰/۹۸۹۳

منابع

- Aghbashlo M., M. Kianmehr, and H. Samimi-Akhijahani. 2008. Influence of drying conditions on the effective moisture diffusivity, energy of activation and energy consumption during the thin layer drying of barberries fruit (Berberidaceae). *Energy Conversion and Management* 49: 2865-2871.
- Ertekin C., and O. Yaldiz. 2004. Drying of eggplant and selection of a suitable thin layer drying model. *Food Engineering* 63: 349-359.
- Kamali, E. 2011. Construction of a laboratory scale vacuum dryer and investigate the possibility of drying kiwifruit. M.Sc. Thesis. Faculty of Agriculture. Ferdowsi University of Mashhad. Iran. (In Farsi).
- Menges H.O., and C. Ertekin. 2006. Mathematical modeling of thin layer drying of Golden apples. *Food Engineering* 77: 119-125.
- Midilli, A., H. Kucuk, and Z. Yapar. 2002. A new model for single layer drying of some vegetables. *Drying Technology* 20: 1503-1513.
- Mohsenin, N. 1986. Physical properties of plant and animal materials. Gordon and Breach. Science Publishers.
- Ozdemir, M., and Y.O. Devres. 1999. The thin layer drying characteristics of hazelnuts during roasting. *Journal of Food Engineering* 42: 225-233.
- Monfared, H., 2012. Feasibility of Turnip processing in vacuum and hot air drying. M.Sc. Thesis. Faculty of Agriculture. Ferdowsi University of Mashhad. Iran. (In Farsi).
- Page, G.E. 1949. Factors influencing the maximum rates of air drying shelled corn in thin layers. M.S. thesis. Department of Mechanical Engineering. Prude University, Prude, USA.
- Sa'inz, C.B., A. Andre's, A. Chiralt, and P. Fito. 2006. Microwaves phenomena during drying of apple cylinders. *Food Engineering* 74: 160-167.
- Sigari, H., Tabasizadeh, M., Abbaspour Fard, M. H. and Golzarian, M., 2013. Optimization of Kiwi drying process in a vacuum Dryer, 21st National Congress of Food, *Science and Technology*, Shiraz, Iran.
- Taheri-Garavand A., S. Rafiee, A. Keyhani. 2011. Study on Effective moisture diffusivity, activation energy and mathematical modeling of thin layer drying kinetics of bell pepper. *Australian journal of Crop Science* 5(2):128-131.
- Togrul, H. 2005. Simple modeling of infrared drying of fresh apple slices. *Food Engineering* 71: 311-323.
- Wang Z, J. Sun, F. Chen, X. Liao, and X. Hu. 2007. Mathematical modeling on thin layer microwave drying of apple pomace with and without hot air pre-drying. *Food Engineering* b 80:536-544.
- Wang Z., J. Sun, X. Liao, F. Chen, G. Zhao, J. Wu, and X. Hu. 2007. Mathematical modeling on hot air drying of thin layer apple pomace. *Food Research International* a 40: 39-46.
- Westerman, P.W., G.M. White, and I.J. Ross. 1973. Relative humidity effect on the high temperature drying of shelled corn. *Transactions of the ASAE* 16: 1136-1139.
- Yagcioglu, A., A. Degirmencioglu, and F. Cagatay. 1999. Drying characteristic of laurel leaves under different conditions. 7th International Congress on Agricultural Mechanization and Energy (pp. 565-569), Faculty of Agriculture, Cukurova University, Adana, Turkey.
- Yaldiz, O. and C. Ertekin. 2001. Thin layer solar drying of some different vegetables. *Drying Technology* 19(3): 583-596.

Mathematical modeling of Kiwifruits, vacuum drying

H. Sigari¹, M. Tabasizadeh^{2*}, M. H. Abbaspour³, M. Golzarian⁴

Received: 2014.01.17

Accepted: 2014.07.10

Introduction: Harvesting of Kiwifruit (*Actinidiadeliciosa*, family: Actinidiaceae) is usually performed in mid-October in Iran. The average weight of this fruit is about 70 g. Hayward is the most popular kiwifruit variety in the world mainly due to its large size, oval shape and high shelf life. Drying fresh products is a long-standing method for conservation of food products. This method reduces water-borne and microbiological activities in fresh products while only minor physical and chemical changes occur in these products. Drying, therefore, is regarded as a common method used for food product conversation. There have been several researches on modeling drying of food products. Wang *et al.* (2007) worked on a mathematical modeling for drying apple slices in a hot air drying process and determining the effective thermal diffusivity. These researchers stated that Midilli model was found to be the best for predicting the moisture content changes during drying. Torgul (2005) confirmed this finding in modeling the drying of apple slices in an infrared drying system. However not much research has been carried out on drying kiwifruit slices. Therefore, in this research, the drying process of kiwi slices in a vacuum dryer was examined in order to understand their behavior during the process and to determine a best predictive model for drying and also study the diffusivity coefficient for this product.

Materials and Methods: In this research Hayward variety of kiwifruit for was used since this variety is commonly grown in Iran. The fruits were purchased from local market in mid-October and transferred to a cool storage (50 °C) in a lab at the Department of Biosystems Engineering at the Ferdowsi University of Mashhad. The samples used in this study were of medium size and suitable for cutting in a cylinder-shape cutter.

The initial moisture content was determined by so-called oven-drying method on wet basis according to the following equation (Mohesnin, 1986):

$$\%MC_{wb} = \frac{\text{Initial weight} - \text{Final weight (after drying in oven)}}{\text{Initial weight}} \times 100 \quad (1)$$

The moisture content was determined as 80.23% on a wet basis. The kiwifruits were sliced at 3 mm thickness using a 35 mm-diameter cylinder and weighed with a digital scale. The slices were moved out of the dryer and weighed every 30 min to monitor their moisture content. Weighing continued until the sample's moisture content reached to 15-20% on a wet basis. Moisture ratio of kiwifruit slices during drying process was determined according to the following equation:

$$MR = \frac{M_t - M_e}{M_0 - M_e} \quad (2)$$

where MR is moisture ratio (dimensionless), M_t is moisture content at any desirable time, M_e equilibrium moisture content, percent, dry basis, and M_0 is the initial moisture content (kg H₂O/kg of dry matter). The value of M_e is very small compared with M_t and M_0 , hence, the error involved in the simplification of above equation by omitting M_e is negligible. The experimental drying data were fitted in various drying models commonly used for monitoring the trend of being-dried products. A few of which models are as follows:

$MR = \exp(-kt)$: Newton model

$MR = \exp(-kt^n)$: Page model

$MR = 1 + a.t + bt^2$: Wang and Singh model

$MR = a.\exp(-kt^n) + b.t$: Midilli model

In this research, two statistical parameters were used to evaluate the goodness of fit of the tested models to the experimental data: the coefficient of determination (R^2) and root mean square error (RMSE) between the experimental and the predicted moisture ratio values.

Diffusivity coefficient for each slice was determined from the following equation:

$$MR = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left[-\frac{\pi^2(2n+1)^2 D_{eff} t}{4a^2}\right] \quad (3)$$

where a is sample thickness (in meter), t drying time (in seconds), n is the number of observations and D_{eff} is effective diffusivity coefficient (in $m^2.s^{-1}$).

1,3 – M.Sc Student and Associate Professor, Biosystem Engineering, Agriculture Faculty, Ferdowsi University of Mashhad.

2,4- Assistant Professors, Biosystem Engineering, Agriculture Faculty, Ferdowsi University of Mashhad.

(*- Corresponding Author Email: mtabasizadeh@yahoo.com)

In long drying process, the following simplified equation is used:

$$MR = \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\pi^2 D_{eff} t}{4a^2}\right] \quad (4)$$

The diffusivity coefficient is the slope of the straight line when experimental drying data in terms of $\ln(MR)$ is plotted versus drying time (t).

Results and Discussion: The results of this research revealed that the best prediction curve of moisture content against time was drawn using of MTLAB software. In this regards the rational function with first degree in both numerator and denominator and the third degree polynomial function with maximum coefficient of determination (R^2) of 0.9991 and 0.9977 and minimum root mean square error (RMSE) of 0.01267 and 0.02412 were the best prediction models, respectively (Table 2). Furthermore, the drying time becomes shorter as the thickness of kiwifruit slices becomes thinner. This is mainly due to the higher thermal gradient within the thinner slices and hence faster moisture removal due evaporation. The heat diffusivity coefficient was also determined from “ $\ln(MR) - \text{Time}$ ” curves (Figure 3). It was observed that with increase of fruit’s thickness, the heat diffusivity coefficient increases. This phenomenon may be related to the molecular dynamics and the surface tension of materials being dried. In other words the minimum and maximum values of the diffusivity coefficient were observed as $2.0904E^{-6}$ and $7.1303E^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ for fruit thicknesses of 3 and 9 mm, respectively (table 3).

Conclusion: The trend of moisture content evolution against drying time during vacuum drying of kiwifruit was investigated using MTLAB software. Different prediction models were examined for the prediction of moisture removal during vacuum drying of kiwifruit. The rational and polynomial functions were determined as the most accurate prediction models with the coefficient of determination (R^2) of higher than 0.99 and RMSE of about 0.02. Furthermore, the heat diffusivity coefficient of kiwifruit slices was investigated as a function of slice thickness. A general increasing trend observed for this coefficient as the thickness of the slices increased.

Keyword: Vacuum Drier, Mathematical Modelling, Moisture Content, Diffusivity