مجلّهٔ *تاریخ علم*، شمارهٔ ۶، ۱۳۸۷، ص۶۹-۱۰۴

رساله‌ای فارسی دربارهٔ محاسبهٔ جیب یک درجه[1]

فاطمه سوادی
کارشناس ارشد تاریخ و تمدن ملل اسلامی
f_savadi@yahoo.com

(تاریخ دریافت: ۸۷/۰۳/۱۲ تاریخ پذیرش: ۸۷/۰۸/۰۶)

چکیده

در بیان استخراج جیب یک درجه رساله‌ای است به زبان فارسی از مصنفی ناشناس که ظاهراً به منظور تقریر و توضیح روش محاسبهٔ جیب (سینوس) یک درجه بر اساس شرح قوشچی (د. ۸۷۹ ق) بر *زیج الغ بیگ* (فارسی) و *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* (عربی) اثر قاضی‌زاده (د. حدود ۸۴۰ ق) تألیف شده است. اثری که مبدع اصلی این روش، غیاث‌الدین جمشید کاشانی (د. ۸۳۲ ق)، در این باره نوشته، تاکنون به دست نیامده، اما اثر قاضی‌زاده که در واقع تحریری است از روش کاشانی، در نسخه‌هایی متعدد برجای مانده است. قوشچی نیز بدون ذکر نام کاشانی، روش وی را شرح می‌دهد.

در این مقاله بازنویسی رسالهٔ *در بیان استخراج جیب یک درجه* بر اساس نسخهٔ منحصر به فرد کتابخانهٔ دولتی برلین به گونه‌ای صورت گرفته که میزان و نحوهٔ اقتباس مصنف رساله از آثار قاضی‌زاده و قوشچی مشخص شود.

کلید واژه‌ها: جیب یک درجه، کاشانی، قاضی‌زاده، الغ بیگ

مقدمه

غیاث‌الدین جمشید کاشانی، ریاضی‌دان و اخترشناس مشهور ایرانی، با ابداع یک روش تکرار برای حل معادلهٔ درجهٔ سوم حاصل از تثلیث زاویهٔ سه درجه، مقدار جیب یک درجه را در مبنای ۶۰ و در دایرهٔ مثلثاتی به شعاع ۶۰، برای نخستین بار با دقتی قابل توجه، برابر با ۱;۲,۴۹,۴۳,۱۱,۱۴,۴۴,۱۶,۱۹,۱۶ محاسبه کرد.

کاشانی با آگاهی کامل از اهمیت ابداع خود، در حاشیهٔ یکی از صفحات *زیج خاقانی*

۱. به یاد **ب.آ. رزنفلد** (B.A. Rosenfeld) که این نسخه را معرفی کرد.

(گ ۲۶پ)، که آن را به الغبیگ[1] تقدیم کرده است، چنین می‌نویسد:

«و متقدمان طریقه نیافته‌اند کی مطلقاً جیب ثلث معلوم الجیب استخراج توان کرد، ما طریقه[ای] استنباط کردیم و در شرح آن رساله[ای] علی‌حده نوشتیم. جیب یک درجه به آن طریق بیرون آوردیم، بود: ا ب مط مج یا ید مد یو یط یو تاسعه. هذه حاشیة لمصنفه»

وی در مقدمهٔ *مفتاح الحساب* (گ ۱پ) -که آن را نیز به الغبیگ تقدیم کرده است- هنگام معرفی آثارش، از این اثر نیز با نام *رسالة الوتر و الجیب* یاد می‌کند. از این رساله که موضوع آن به گفتهٔ خود کاشانی روش کلی محاسبهٔ سینوس و وتر یک‌سوم زاویه‌ای است که سینوس و وتر آن را می‌دانیم، تا کنون نسخه‌ای به‌دست نیامده است.

در قدیمی‌ترین نسخهٔ خطی موجود از *مفتاح الحساب* (۳۱۸۰/۱ کتابخانهٔ ملی ملک) که به فاصلهٔ حدود دو ماه از تألیف و در زمان حیات کاشانی، به دست معین‌الدین کاشانی، همکار و احتمالاً خویشاوند کاشانی (← محیط، ص ۶)، کتابت شده، جایی که کاشانی می‌خواهد *رسالة الوتر و الجیب* را معرفی کند، حاشیه‌ای عربی به خط کاتب وجود دارد که ترجمهٔ آن به شرح زیر است:

«جیب یک درجه را تا نه مرتبهٔ شصتگانی، در نهایت درستی و دقت، به روش جبر و مقابله ـ اما بدون استفاده از مسائل شش‌گانه ـ محاسبه کرد، ولی موفق نشد رساله [اش در این باره] را تمام کند و حکیم فیلسوف قاضی‌زادهٔ رومی بر اساس پیش‌نویس رسالهٔ کاشانی رساله‌ای مشروح نوشت که در این مجموعه کتابت شده است.»[2]

۱. نوهٔ تیمور گورکانی که به سال ۷۹۶ ق در قلعهٔ سلطانیهٔ زنجان به دنیا آمد. الغبیگ از ۸۱۱ ق تا ۸۵۰ ق زیر نظر پدرش شاهرخ، امیر ماوراءالنهر بود، و پس از درگذشت وی در ۸۵۰ ق به سلطنت رسید. سمرقند، مرکز ماوراءالنهر، در زمان الغبیگ به قطب علمی فعالی تبدیل شد. از دوران او بناهای ارزشمندی در سمرقند به جا مانده است؛ از جمله مدرسه و خانقاهی که وی آن‌ها را به سال ۸۲۳ ق روبه‌روی هم ساخت. مهم‌ترین فعالیت علمی الغبیگ تأسیس رصدخانهٔ سمرقند و تدوین *زیج جدید سلطانی* است که به *زیج الغبیگ* شهرت دارد.

۲. «استخرج جیب درجة واحدة الی التاسعة فی غایة الصحة والدقة بطریق الجبر والمقابلة بغیر المسائل السِّت لکن لا یوفق باتمام الرسالة وکتب الحکیم الفیلسوف قاضی‌زادة الرومی علی سواده رسالة مشروحة وهی مکتوبة فی هذا المجلد.»

ضمناً در همین صفحهٔ نسخه توضیحات کاشانی دربارهٔ این‌که از نظر پیشینیان راهی برای حل مسألهٔ تثلیث به روش هندسی نبوده، ولی وی توانسته است وتر زاویهٔ یک درجه را با تقریب خوبی محاسبه کند، خط خورده است.[۱] این حاشیه و خط‌خوردگی قطعاً مربوط به پس از درگذشت کاشانی، و نزدیک به زمان کتابت *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* قاضی‌زاده[۲] به دست معین‌الدین در همین مجموعه (۳۱۸۰/۱۱ ملک)، یعنی ۸۳۶ ق است.

قاضی‌زاده که *رسالة الوتر و الجیب* یا حداقل - اگر بتوان به گفتهٔ معین اعتماد کرد- پیش نویس آن را در دست داشت، *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* را همان طور که عنوان رساله نشان می‌دهد، با تمرکز بر محاسبهٔ سینوس یک درجه تألیف کرد و قاعدهٔ کلی محاسبهٔ سینوس یک‌سوم زاویه‌ای که سینوس آن معلوم است را در انتهای رساله در یک جمله از کاشانی نقل می‌کند. قاضی‌زاده در این رساله به شرح روش کاشانی در محاسبهٔ سینوس یک درجه می‌پردازد، اما پیش از آن روش خود را تبیین می‌کند. روش قاضی‌زاده در اصل همان روش کاشانی با اندکی تغییر است. برای این‌که مشخص شود این تغییر در چه حد و به چه صورت بوده، لازم است بدانیم این روش شامل دو بخش است:

- بخش هندسی- جبری: تشکیل معادله با استفاده از قضایای

۱. «ورسالة الوتر والجیب فی استخراجهما لثلث القوس المعلومة الوتر والجیب وذلک ایضاً مما صعب علی المتقدمین کما قال صاحب المجسطی فیه انّ [آغاز خط‌خوردگی] [ناخوانا] انّ لیس الی معرفة وتر ثلث القوس المعلومة الوتر من جهة الخطوط طریق بوجه فلما کان الامر کذلک احتلتنا فی وجود وتر جزء واحد بتقریب دقیق وقال ایضاً قبل هذا فی وجود وتر نصف الجزء [پایان خط‌خوردگی] لیس الی تحصیله سبیل».

۲. صلاح‌الدین موسی بن محمد بن محمود قاضی‌زادهٔ رومی، منجم و ریاضی‌دان، در حدود ۷۶۶ ق در بورسا به دنیا آمد. وی پس از گذراندن مراحل اولیهٔ تحصیلات خود در بورسا، به توصیهٔ استادش، ملا شمس‌الدین محمد فَنّاری (د. ۸۳۴ ق) به ماوراءالنهر -که مرکز علمی آن زمان بود- رفت. قاضی‌زاده احتمالاً در حدود ۸۱۳ ق به سمرقند وارد شد. الغبیگ در مقدمهٔ *زیج*اش (گ ۲ر) از او با عنوان «استاد» خود یاد می‌کند. قاضی‌زاده یکی از سه مدرس اصلی مدرسهٔ الغبیگ در سمرقند بوده است (باقری، ص ۴۱-۴۲). از او آثاری چند در ریاضیات و هیأت بر جای مانده، که معروف‌ترین آن‌ها شرح *ملخّص فی الهیئةِ* چغمینی (تألیف ۸۱۵ ق در سمرقند) است. وی حدود ۸۴۰ ق در سمرقند درگذشت.

هندسی و قواعد جبری

- بخش محاسباتی: حل معادله به روش تکرار

اختلاف روش کاشانی با قاضی‌زاده به بخش نخست برمی‌گردد: مجهول معادلهٔ کاشانی جیب یک درجه است، اما قاضی‌زاده وتر دو درجه را مجهول می‌گیرد. ولی این مسأله نمی‌تواند منجر به متفاوت شدن جواب دو معادله شود؛ زیرا: $\mathrm{Ch}\ ۲^{\circ} = ۲\ \mathrm{Sin}\ ۱^{\circ}$ در حالی‌که جواب قاضی‌زاده دقیق‌تر از کاشانی است. قاضی‌زاده، خود علت تفاوت جواب‌ها را چنین بیان می‌کند:

> «ولی تفاوت بین دو جیب در مرتبه‌ی ثامنه و بعد از آن ... ناشی از تفاوت بین وتر شش درجه‌ای است که ما آن را بر اساس قوانین اهل فن محاسبه کردیم، و دو برابر جیب سه درجه‌ای که او نیز بر اساس همان قوانین به‌دست آورده است.»

قاضی‌زاده وتر شش درجه را ۶;۱۶,۴۹,۷,۵۹,۸,۵۶,۲۹,۴۰ ثامنه محاسبه کرده است که نصف آن یعنی جیب سه درجه می‌شود: ۳;۸,۲۴,۳۳,۵۹,۳۴,۲۸,۱۴,۵۰ ثامنه؛ در حالی‌که کاشانی جیب سه درجه را ۳;۸,۲۴,۳۳,۵۹,۳۴,۲۸,۱۴,۲۹ ثامنه به‌دست آورده است. یعنی اگر کاشانی همان جیب سه درجهٔ دقیق‌تر مورد استفادهٔ قاضی‌زاده را در معادله قرار داده بود، جواب‌ها یکسان می‌شد. در واقع اهمیت روش کاشانی بیشتر به حل معادله بازمی‌گردد و قاضی‌زاده هم در حل معادله روش کاشانی را به کار برده است.[۱]

سال‌ها بعد الغبیگ در *زیج* خود (گ ۱۷ ر) ادعا کرد که برای نخستین بار جیب یک درجه را به روش علمی محاسبه کرده و در بیان این روش کتابی پرداخته است؛ در

۱. برای ترجمه و شرح فارسی ← سوادی، فاطمه، «بررسی روش کاشانی در محاسبهٔ جیب یک درجه بر اساس *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة*»، پایان‌نامه برای دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران، بهمن ماه ۱۳۸۴.

برای ترجمه و شرح انگلیسی رسالهٔ فوق از قاضی‌زادهٔ رومی ←
Rosenfeld, Boris; Hogendijk, Jan P., "A Mathematical Treatise Written in the Samarqand Observatory of Ulugh Beg", *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, vol. 15, 2002-3, pp. 25-65.

حالی که شواهد تاریخی نشان می‌دهد که وی از وجود اثر کاشانی مطلع بوده و چه بسا نسخه‌ای از آن را در اختیار داشته است. در نسخه‌ای از *زیج خاقانی* موجود در کتابخانهٔ اینديا آفیس[1] به شمارهٔ MS ۴۳۰،Ethé ۲۲۳۲ پشت برگ ۳۲ حواشی‌ای به خط کاتب وجود دارد که ظاهراً در زمان‌های مختلف و توسط افراد مختلف در نسخه‌های قبل وارد شده است. اولی همان حاشیهٔ کاشانی است که ذکر شد. ذیل این حاشیه به نقل از معین چنین آمده است:

«غالباً توفیق اتمام آن رساله نشده، بعد از وفات مصنف -علیه الرحمة- این ضعیف کتابتی ایشان دید که استخراج این جیب یک درجه به طریق جبر و مقابله به غیر مسائل سته فرموده بودند و بر حاشیهٔ آن نوشته که: هذا جیب درجة واحدة استخرجناه بالقوة الالهامیة عن الحضرة الصمدیة»

در ادامه کاتب می‌نویسد:

«این فقیر حقیر محمد کبیسه بعد از شهادت سلطان الغبیگ در جزودان آن حضرت جزوی به خط مولانای مغفور (یعنی کاشانی) [دید]»

با توجه به این‌که ادعای ناتمام ماندن *رسالة الوتر و الجیب*، در حاشیهٔ *مفتاح الحساب* نیز دیده می‌شود، می‌توان احتمال داد که فرد یا افرادی برخلاف واقع قصد القاء موضوع ناتمام ماندن اثر کاشانی را داشته‌اند، در حالی‌که نه کاشانی خود به این مسأله اشاره‌ای کرده است، نه قاضی‌زاده. اگر ادعای الغبیگ در زیج‌اش را نیز بی‌ارتباط با این قرائن ندانیم، حتی می‌توان احتمال داد که الغبیگ قصد داشته افتخار ابداع روش محاسبهٔ جیب یک درجه را به نام خود تمام کند.

پیرو ادعای الغبیگ، در همهٔ شرح‌های موجود بر *زیج الغبیگ*، فصلی به بیان روش این محاسبه اختصاص داده شده است. مهم‌ترین شرح از ملا علی قوشچی (د. ۸۷۹ ق)[2] به فارسی است. قوشچی در شرح باب دوم از مقالهٔ دوم *زیج الغبیگ* تحت عنوان «در معرفت جیب و سهم» به بیان روش‌های تقریبی متقدمان و «روش دقیق‌تر» ادعایی

1. India Office

۲. علاءالدین علی بن محمد سمرقندی، دانشمند قرن ۹ ق و از نزدیکان الغبیگ بود. وی ظاهراً قوشچی الغبیگ نیز بوده است (خواندمیر، ص ۳۸). قوشچی در تدوین *زیج الغبیگ* همکاری داشت.

مصنف *زیج* در محاسبهٔ جیب یک درجه پرداخته است. این قسمت از *شرح* قوشچی تا کنون تحقیق و بررسی نشده است. در این قسمت از شرح قوشچی سه روش بدون نام به موازات هم ذکر می‌شود که هر یک به معادلات مختلف با ضرایب مختلف ناشی از اختلاف دقت پارامترها می‌رسد. دو تا از روش‌ها دقیقاً روش قاضی‌زاده و کاشانی، و روش سوم احتمالاً روش الغبیگ است.

میرم چلبی (د. ۹۳۱ ق)[۱] نیز در رسالهٔ فارسی *دستورالعمل و تصحیح الجدول* که شرحی است بر *زیج الغبیگ*، مانند قوشچی ابتدا روش‌های تقریبی را به اختصار توضیح می‌دهد، سپس هنگام تبیین روش مصنّف در محاسبهٔ جیب یک درجه تلویحاً از کاشانی به عنوان مبدع روش یاد می‌کند و به شرح روش وی بر اساس *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* و *شرح* قوشچی می‌پردازد؛ اما روش الغبیگ را شرح نمی‌دهد. اغلب پژوهش‌های جدید در موضوع محاسبهٔ جیب یک درجه، بر مبنای *شرح* چلبی انجام گرفته و حتی این بخش از آن به زبان‌های مختلف ترجمه شده است.[۲]

۱. محمود بن محمد بن موسی معروف به میرم چلبی، دانشمند ترک در قرن ۱۰ ق که قاضی‌زادهٔ رومی و علی قوشچی به ترتیب جد پدری و مادری وی بودند (← قربانی، *زندگینامه*، ص ۴۷۵-۴۷۶).

۲. ترجمهٔ فرانسوی سدیو:

Sédillot, L.A., "De l'algèbre chez les Arabes", *Journal Asiatique*, 5ème Série, tome II, 1853, pp. 323-356.

ترجمهٔ آلمانی مختصر از شوی:

Schoy, Carl, "Beiträge zur arabischen Trigonometrie", *ISIS*, vol. V, 1922-23, pp. 364-399.

ترجمهٔ روسی رزنفلد در:

Jamshīd al-Kāshī, *Miftāḥ al-ḥisāb, Risāla al-muḥīṭīyya - Klyuch arifmetiki. Traktat ob okruzhnosti* (Arabic and Russian translation by B.A. Rosenfeld), Moscow 1956.

ویکه نیز در مقالهٔ زیر بر اساس شرح چلبی، روش کاشانی را تحت عنوان روش چلبی مورد بحث قرار داده است:

Woepcke, F., "Discussion de deux méthodes arabes pour déterminer une valeur approchée de sin 1º", *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, tome 19, 1854, pp. 153-176, 301-303.

هانکل هم در کتاب زیر به روش کاشانی اشاره می‌کند:

Hankel, H., *Zur Geschichte der Mathematik*, Leipzig, 1874, pp. 289-293.

آبو در مقالهٔ زیر به تبیین روش کاشانی با استفاده از شرح چلبی پرداخته است:

Aboe, Asger, "Al-Kashi's Iteration Method for the Determination of Sin 1º ", *Scripta Mathematica*, vol. 20, 1954, pp. 24-29.

ترجمهٔ فارسی این مقاله: آبو، اسگر، «روش تکراری جمشید کاشانی برای محاسبهٔ سینوس زاویهٔ یک درجه» ترجمهٔ محمد باقری، *میراث جاویدان*، سال ۴، شمارهٔ ۳ و ۴ (ویژهٔ تاریخ علم)، پاییز و زمستان ۱۳۷۵، ص ۳۵-۳۸.

عبدالعلی بیرجندی (د. ۹۳۴ ق) نیز در شرحش بر *زیج الغبیگ* هنگام رسیدن به باب «در معرفت جیب و سهم» از مقالهٔ دوم *زیج*، پس از بیان روش‌های تقریبی، ابتدا روش کاشانی را شرح می‌دهد و سپس به روش الغ بیگ می‌پردازد؛ اما بیرجندی به جای روش کاشانی، روش قاضی‌زاده را شرح داده و این قسمت از شرح بیرجندی که قربانی در کتاب *کاشانی‌نامه* چاپ و شرح کرده (ص ۱۵۸-۱۶۷)، در واقع خلاصه‌ای از *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* است.

منبع اصلی چلبی - به تصریح خود وی- و بیرجندی، شرح قوشچی و *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* است (← سوادی، ص ۹۲، ۹۴-۹۵).

مطالعهٔ شرح بیرجندی و شرح قوشچی نشان می‌دهد که الغبیگ برای تشکیل معادله، دقیقاً مشابه کاشانی و قاضی‌زاده عمل می‌کند؛ ولی آن را به روشی متفاوت حل می‌کند. او یک بار با مجهول فرض کردنِ جیب یک درجه، به معادلهٔ کاشانی و دیگر بار با مجهول گرفتنِ وتر دو درجه، به معادلهٔ قاضی‌زاده می‌رسد. روش الغبیگ برای حل دو معادلهٔ فوق -که در واقع یکسانند- از دقتی کمتر نسبت به روش تکرار کاشانی برخوردار است. به‌کارگیری این روش و نیز مقدار غیردقیق جیب سه درجه، سبب شده است که جواب الغبیگ دقتی کمتر از جواب کاشانی و قاضی‌زاده داشته باشد.

در بیان استخراج جیب یک درجه

رساله‌ای فارسی با عنوان *در بیان استخراج جیب یک درجه* از مؤلفی ناشناس که با استفاده از شرح قوشچی و رسالهٔ قاضی‌زاده به تبیین روش محاسبهٔ جیب یک درجه پرداخته، در کتابخانهٔ دولتی برلین (نسخهٔ خطی به شمارهٔ Landberg ۱۴۴ ← پرچ[1]، ۱۰۵۷-۱۰۵۸) موجود است.

این رساله شامل دو بخش است:

۱. شرح مزجی شرح قوشچی که در آن عبارات قوشچی با توضیحات مصنف ناشناس درهم آمیخته است. در این بخش مصنف، قسمت‌های مربوط به

1. Pertsch

روش قاضی‌زاده و کاشانی را از بین سه روش مذکور در *شرح قوشچی* برگزیده است.

۲. ترجمهٔ فارسی تلخیص شده‌ای از *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة.*

روش تصحیح

از آن‌جا که نسخهٔ یکتای این رساله چندان خوش خط نیست، در بازنویسی نسخه از *شرح قوشچی* و *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* برای مقابله و رفع ابهام استفاده شد.

عبارات قوشچی و قاضی‌زاده با حروف سیاه متمایز شده است. اختلاف عبارات رساله با *شرح قوشچی* بر اساس نسخهٔ خطی شمارهٔ ۳۴۲۰ کتابخانهٔ ملی ملک -که با حرف «ق» مشخص شده- و اصل عربی عبارات قاضی‌زاده بر اساس نسخهٔ ۳۱۸۰/۱۱ همان کتابخانه ـ که با حرف «ر» مشخص شده ـ در حاشیه آورده شده است. افتادگی‌های متن حتی‌الامکان از *شرح قوشچی* و بین دو قلاب اضافه شده است.

در بیان استخراج جیب یک درجه
تألیف قاضی‌زادهٔ رومی

در بیان استخراج جیب یک درجه بر وجهی که مصنف به آن ملهم شده؛ آن‌چه از شرح *زیج* مفهوم شده از جهت به تقریر[۱] و توضیح در صفحه مذکور و مسطور خواهد آمد[۲] - ان شاء الله که مطابق واقع باشد.

در این مقصود به تمهید دو مقدمه محتاجند: [۱] **یکی** مقدمه‌ای است که **در *مجسطی* مبین است، و دیگری در اقلیدس. اما مقدمهٔ *مجسطی* آن است که ذی‌اربعه‌اضلاعی که در دایره‌ای واقع شود، مجموع مسطح ضلعین متقابلین او مساوی مسطح قطرین او است؛**[۳] یعنی از چهار ضلع ذی‌اربعه‌اضلاع هر دو ضلع متقابل را در یکدیگر ضرب کنند چنان‌چه دو حاصل‌الضرب شود، مجموع حاصل‌الضربین مساوی حاصل‌الضرب دو قطر ذی‌اربعه‌اضلاع است در یکدیگر. **[۲] و** اما **مقدمهٔ اقلیدس آن است که هر دو وتر که در دایره‌ای تقاطع کنند، مسطح دو قسم یک وتر مساوی بود [با] مسطح دو قسم وتر دیگری.** حاصلش آن است که از تقاطع وترین لازم آید که هر وتری به دو قسم شده باشد، پس حاصل‌الضرب دو قسم هر وتری مساوی حاصل‌الضرب دو قسم وتری دیگر است.

[۳] بعد از تمهید[۴] این دو مقدمتین[۵]، دایرهٔ ا ب ج د **بر مرکز** م **رسم کنیم و هر یک از قوس** ا ب ب ج ج د **به قدر دو درجه فصل کنیم و اوتار** ا ب ب ج ج د ا ج ا د **وصل کنیم // و**[۶] **قطر** ا م **اخراج کنیم [۴] و بر منتصف** ا م، **اعنی** گ ۷۵ ر

---

۱. در اصل: بتقریر

۲. در اصل: خوآهد

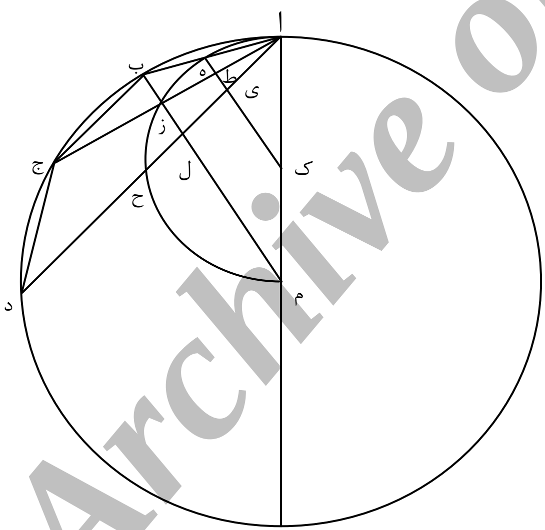
۳. ق: هر ذو اربعه اضلاع که در دایره واقع شود، چون متقابلین ازین چهار ضلع را مسطح کنند، مجموع این دو مسطح مساوی باشد با مسطح دو قطر این ذی اربعه اضلاع.

۴. ق: تقدیم

۵. ق: مقدمه

۶. ق: -و

بر نقطهٔ ک، نصف دایرهٔ ام رسم کنیم. لا محاله[۱] اب اج اد را تنصیف کند بر نقطه[های] ه ز ح[۲]؛ به جهت آن‌که اقطاری که از نقطه م بر این نقطه‌های[۳] سه‌گانه می‌آید[۴]، عمود باشد بر هر یک ازین اوتار سه‌گانه به شکل سی‌ام از مقالهٔ سیم. مدعی شکل سی‌ام این است که: «کل زاویة فی قطعة فهی قائمة ان کانت القطعة نصف دائرة» و در این صورت در نزد هر یک از نقطه‌های سه‌گانه *زاویة فی القطعة* حادث می‌شود، و قطعه نصف دایره است، پس زاویه قائمه می‌باشد؛ اما آن‌که قطعه نصف دایره است آن خود بالعمل است، و اما آن‌که زوایا در نزد نقاط ثلثه *فی‌القطعة*اند از این جهت است که *زاویة فی القطعة* آن است که حادث شود در نزد نقطه[ای] از قوس قطعه از خطین خارجین از دو طرف قاعدهٔ قطعه. پس هر گاه که از م بر نقطه‌های سه‌گانه خطوط اخراج کنند هر یک از آن خطها با هر وتری که ملاقی می‌شوند صادق است که خطین خارجین‌اند از دو طرف قاعده که احداث زاویه کرده‌اند برنقطه[ای] از قوس و چون این دوایر محقق شود، حکمش آن است که زاویه قائمه باشد *بالبرهان الثابت فی موضعه* و چون ثابت شد که انصاف اقطار عمود بر اوتار کشد، تنصیف اوتار حاصل شود از *منصف الاوتار هو الاقطار القائمة علیها*.



۱. ق: + اوتار
۲. ق: را بر نقطه ه ز ح تنصیف کند
۳. ق: نقط
۴. ق: آید

بعد ذلک می‌گوییم **[۵] هر یک از سه قوس** اه هز زح **از دایرهٔ صغیره دو درجه‌اند**[۱]**؛ زیرا که نسبت اوتار**[۲] **قسی دایرهٔ صغیره**[۳] **با نصف قطر دایرهٔ صغیره**[۴] **چون نسبت اوتار قسی دایرهٔ کبیره**[۵] **است با نصف قطر دایرهٔ کبیره**[۶]. و چون اوتار اوتار قسی دایرهٔ کبیره هر یک وتر دو درجه بودند به حسب اجزاء قطر دایرهٔ کبیره، پس همچنین هر یک از اوتار قسی دایرهٔ صغیره وتر دو درجه باشند به حسب اجزاء قطر دایرهٔ صغیره.

پس دو چیز ثابت شد: یکی انتصاف اوتار قسی ثلثه از دایرهٔ بزرگ در نزد نقطه‌های ه ز ح؛ و دیگر آن‌که هر یک از قوس‌های سه‌گانه از دایرهٔ خرد نیز به قدر دو درجه‌اند.

[۶] بعده، **نصف قطر** ب ز م **اخراج می‌کند**[۷] **تا وتر** اد **را بر** ل **قطع کند و همچنین نصف قطر** ک ه **اخراج // می‌کند**[۸] **تا وتر** از **را بر** ط **تنصیف کند؛ زیرا** گ ۷۵ پ
زیرا که از مرکز به منتصف [قوس آمده]، پس منصف وتر از،[۹] اح **را بر** ی **قطع قطع کند [و]** هط **مساوی** طی **[باشد و** بز**] مساوی** زل**؛**[۱۰] **زیرا که دو زاویهٔ** باج **و** جاد **متساویان‌اند به شکل بیست و ششم**[۱۱] **از ثالثهٔ *اصول***[۱۲] *المدعی*

۱. ق: دو درجه از دایرهٔ خرد باشد
۲. ق: + این
۳. ق: - دایرهٔ صغیره
۴. ق: خرد
۵. ق: بزرگ
۶. ق: او
۷. ق: کنیم
۸. ق: کنیم
۹. ق: به جای « پس منصف وتر از»: و وتر
۱۰. کلمات بین دو قلاب در این جمله در اصل دیده نمی‌شود و از شرح قوشچی اضافه شده است.
۱۱. در اصل: هشتم (در ق، ششم آمده، که صحیح است)
۱۲. ق: مقالهٔ سیم

الزوایا التی یقع علی قسیّ متساویة من دوائر متساویة، متساویةٌ، محیطیة کانت او مرکزیة و درین صورت *زاویتین علی القوس* محیطیین‌اند، چنان‌که ظاهر است و تعریف *زاویة علی القوس* آن است که حادث شود از دو خط که هر خطی خارج باشد از نقطه[ای] مفروضه بر قوس. **و خط** از **عمود است بر هر یک از دو خط** ه ک ب م **به شکل سیم از مقالهٔ سیم** *و هو کل وتر خارج الیه من المرکز خط فان نصفه فهو عمود علیه و ان کان عموداً علیه قد نصفه*. و اکنون معلوم شد که اج بر نقطهٔ زَ منصف شده و همچنین از بر نقطه طَ.

[۷] **پس در دایرهٔ خُرد به وصلِ** ه ز **[و]** ز ح **ذی‌اربعه‌اضلاع** ا ه ز ح **واقع شود. و** اه[۱] **جیب یک درجه باشد؛** زیرا که نصف وتر قوس دو درجه است، یعنی قوس اب. و اح که ضلع دیگر است، جیب سه درجه است؛ زیرا که نصف وتر شش درجه است. [۸] **پس به حکم مقدمهٔ مجسطی سطح** اه **در** ضلع مقابلش که زح است و مساوی اه است، زیرا که هر دو وتر دو قوس متساوی‌اند، **اعنی مربع** اه **با سطح** اح که احد الاضلاع است **در** ه ز - ضلع مقابلش-[۲] **مساوی بود با مربع** از که که قطر ذی‌اربعه‌اضلاع است. اصلش آن بود که بگفتی با سطح قطرین ذی‌اربعه‌اضلاع، لیکن چون از مساوی قطری مقدر دیگر است که آن ه ح خواهد بود و از این جهت گفته با مربع از.

[۹] **و چون جیب یک درجه را[۳] شیء فرض کنند،** گویم **در ذی‌اربعه‌اضلاع** ا ه ز ح **سطح** اه **در** زح **مال بود؛** زیرا که شیء در شیء مال است. **و سطح** ه ز - که نیز شیء است از این جهت بعینه مثل آن دو ضلع مذکور است[۴]- **در** اح -که جیب سه درجه است و معلوم العدد است- **اشیاء بود؛** زیرا که شیء در عدد همان شیء

۱. + احد الاضلاع ذی اربعه است (حاشیه)

۲. ق: + مجموع این هر دو

۳. +یعنی اه را (بین سطرها)

۴. +و جیب یک درجه است (بین سطرها)

است، **و جیب سه درجه** ج ح کد لج نط لد کح یه **سابعه است**[۱]. **پس محصلش آن شد که یک مال و این اشیاء مذکوره**[۲] **مساوی شد**[۳] **با مربع خط** از.[۴] باز [۱۰] **به حکم همین مقدمهٔ *مجسطی***[۵] **در ذی‌اربعه‌اضلاع** اب ج د **چون وتر دو درجه را** یعنی اب را **شیء فرض کنند،**[۶] گفتم **سطح** اب **در** ج د **مال بود // و سطح** ب ج **در** اد **اشیاء بود به عدد وتر شش درجه، اعنی** و یو مط ز نط ح نول **سابعه. و مجموع آن هر دو مسطح** یعنی مال و این اشیاء مذکوره **مساوی بود با مربع قطر** اج،[۷] علی قیاس ما تقدم این را محفوظ داشتیم. گ ۷۶ ر

اکنون می‌گوییم [۱۱] **به حکم مقدمهٔ اقلیدس مربع** اط **مساوی بود با سطح** ه ط **در تمام او از قطر دایرهٔ صغیره**[۸]؛ زیرا که قطر دایرهٔ صغیره و آن دو وترند که در در دایرهٔ صغیره متقاطع شده‌اند و از هر یک دو قسم پیدا شده: از وتر از، اط طز که متساویان‌اند؛ و از قطر ه ط و تمامش. و چون حکم این مقدمه آن است که مسطح دو قسم یک وتر مساوی مسطح دو قسم وتر دیگر باشد، پس مسطح دو قسم از یعنی مربع اط مساوی باشد با مسطح ه ط در تمامش از قطر. **و مربع** اه **که جیب یک درجه است -که مال فرض کرده‌ایم- مساوی بود با سطح** ه ط **در قطر دایرهٔ خرد به جهت آن‌که مربع** اه **به حکم**[۹] **عروس مساوی بود با مجموع مربع** اط **و مربع** ه ط.

---

۱. ق: به عدد جیب سه درجه، اعنی ج ح کد لج نط لد کح یه سابعه

۲. ق: و مجموع این هر دو مسطح

۳. ق: بود

۴ +مربع قطر از مشتمل شد بر یک مال و اشیاء مذکوره که ج ح کد الخ (حاشیه)

۵. ق: - مجسطی

۶. چون وتر دو درجه را شیء فرض کنند، در ذی اربعه اضلاع اب ج د

۷ +در ذی اربعه اضلاع بزرگ قطر اج مشتمل است بر یک مال و اشیاء مذکوره و یو مط الخ (حاشیه)

۸. ق: خرد

۹. ق: + شکل

حاصل آن‌که این مدعی، یعنی تساوی مربع اه که جیب یک درجه است با مسطح ه ط در نفس قطر دایرهٔ صغیره، به قوهٔ سه مقدمه از اقلیدس اتمام می‌یابد:

یکی مقدمهٔ مذکوره، یعنی تساوی مسطح هر یک از قسمین وترین متقاطعین در دایره با مسطح قسمین وتر دیگر، تا از آن لازم آید تساوی مربع اط با مسطح ه ط در تمامش از قطر.

مقدمهٔ دیگر شکل عروس است و از آن لازم می‌آید که مربع اه که وتر زاویهٔ قائمه است یعنی جیب یک درجه -که مال فرض کرده‌اند- مساوی مربعین ضلعی قائمه باشد؛ یعنی مساوی به مجموع مربع اط -که آن مساوی سطح ه ط است در تمامش از قطر- و مربع ه ط.

و مقدمهٔ دیگر که شکل سیم است از مقالهٔ ثالثهٔ *اصول* و آن آن است که: «سطح الخط[۱] فی أحد قسمیه یساوی مجموع مربع[۲] ذلک القسم و سطحه[۳] فی القسم الآخر».

پس به موجب این مدعی، حاصل الضرب قطر در ه ط -که یکی // از دو قسم قطر است- مساوی باشد مر مجموع مربع ه ط را و حاصل الضرب ه ط در قسم دیگر -که تمام او است از قطر. گ ۷۶ پ

و معلوم است که مربع ه ط مربع یکی از دو ضلع قائمه است. پس ظاهر شد که مربع اه که وتر قائمه است و جیب یک درجه است و مال فرض کرده‌ایم، مساوی باشد مسطح ه ط را در نفس قطر دایرهٔ صغیره. این را محفوظ داشتیم که مربع جیب یک درجه که مال است مساوی است با مسطح ه ط در س.

اکنون [۱۱] **چون آن[۴] مقدمات مقرر شد، در طریق عمل می‌فرماید[۵] که** جیب

۱. +و فی هذه الصورة: سطح القطر فی احد قسمیه اعنی ه ط (حاشیه)

۲. +اعنی مربع ه ط (بین سطرها)

۳. +یعنی سطح ه ط فی تمام القطر (حاشیه)

۴. ق: این

۵. ق: آن که گفته است در طریق اول

جیب یک درجه را که شیء فرض کرده بودیم پس **مربع او**[۱] **را که مال است بر** س[۲] **قسمت کنیم و مربع خارج قسمت** که یک ثانیه مال مال بود، **مساوی ثلثه ارباع مال باشد الا این قدر اشیاء:** مز و ح کط نج لز ج مه **ثامنه.** بنابر تقریرات سابقه **وجه این عمل**[۳] **آن است که** [۱۲] **مبین شده که مربع** اه **مساوی سطح** ه ط **است در قطر دایرهٔ صغیره**[۴]**، و قطر دایرهٔ صغیره**[۵] **مساوی نصف قطر دایرهٔ کبیره**[۶] **است، پس**[۷] س[۸] **درجه باشد. و از قسمت مال بر** س، **یک دقیقه مال خارج شود و آن آن مقدار خط** ه ط **باشد.**[۹] دلیل بر این آن که مربع اه به عینه حاصل‌الضرب ه ط است در س، و مقرر است که اگر حاصل‌الضرب را بر احدالمضروبین قسمت کنند خارج قسمت، مضروب دیگر می‌باشد، پس مربع اه که مال است به مثابهٔ حاصل‌الضرب است و مضروبین که یکی ه ط است و دیگری س؛ پس از قسمت [مربع] اه بر س، خارج ه ط باشد و یک دقیقه مال باشد. و چون خارج // را - یعنی [۱۳] ه ط **را**- که یک دقیقه مال است، **مربع کنند، مال مال شود و یک ثانیه باشد؛**[۱۰] چون او را **با** مربع ضلع دیگر از قائمه که **مربع** اط است ملاحظه نمایند، **مساوی** مربع وتر قائمه باشد که جیب یک درجه است و **مال است به حکم**[۱۱] **عروس. لیکن** معلوم است که اط نصف از است و از قطر ذی‌اربعه‌اضلاع اه ز ح است. و معلوم شد که مربع او[۱۲] مشتمل است گ ۷۷ ر

۱. ق: جیب یک درجه

۲. ق: شصت

۳. ق: وجهش

۴. ق: مساوی سطح ه ط در قطر دایرهٔ خرد است

۵. ق: خرد چون

۶. ق: بزرگ

۷. ق: - پس

۸. ق: شصت

۹. ق: پس خارج قسمت مال بر شصت که یک دقیقه مال باشد، مقدار خط ه ط باشد.

۱۰. ق: و مربع خط ه ط که یک ثانیه مال مال باشد

۱۱. ق: + شکل

۱۲. +یعنی مربع قطر (حاشیه)

بر مال و اشیاء مذکوره که ج ح کد لج نط الی اخره. و نیز این مقرر است **مربع نصف چیزی**[۱] **مساوی ربع مربع این چیز است؛**[۲] **پس** مربع اط **مساوی بود با ربع ربع مال و ربع عدد اشیاء مذکوره، و ربع عدد اشیاء مذکوره** مزوح کط نج لزجمه **ثامنه است**[۳]. **چون** اشیاء مذکوره را بر د - چهار- قسمت کنند، مز الی اخره بیرون می‌آید. و چون مربع اط یعنی ربع مال و مزوح الی اخره[۴] **از مال** که مربع جیب یک درجه است،[۵] یعنی مربع اه **نقصان کنند،** مربع ضلع دیگر[۶] قائمه که **مربع خط** هط **است بماند، و مقدار او**[۷] **ثلثه ارباع مال باشد الا اشیاء مذکوره**[۸] که آن مزوح الی اخره است. پس کلام بدان انجامید که مربع خط هط که یک ثانیه مال مال است، مساوی است با ثلثه ارباع مال الا اشیاء مذکوره یعنی مزوح الی اخره.

[۱۴] بعد ذلک می‌فرماید که یک ثانیه مال مال و این مقدار اشیاء معادل[۹] ثلثه ارباع ارباع مال باشد. اکنون بعد از این اعمالِ اربابِ جبر و مقابله است. از جمله قواعد ایشان آن است که چون در احدالمتعادلین استثنائی باشد، حذف کنند و مستثنی را بر معادل
گ ۷۷ پ دیگر افزایند و این را جبر گویند. پس در این // صورت متعادلین یکی یک ثانیه مال مال است [و] معادل دیگر ثلثه ارباع مال الا اشیاء مذکوره. پس به حکم جبر چنین شد که یک ثانیه مال مال و اشیاء مذکوره معادل باشد با ثلثه ارباع مال.

[۱۵] و از جمله قواعد ایشان تکمیل است، یعنی چون در جنسی از اجناس کسری

---

۱. +که این مربع جیب یک درجه است (بین سطرها)

۲. ق: مربع اط ربع مربع از است

۳. ق: اشیائی که مربع از مشتمل بر آن است، اعنی مزوح کط نج لزجمه ثامنه

۴. +که ربع اشیاء مذکوره است (بین سطرها)

۵. +که مربع ضلع قائمه است (بین سطرها)

۶. +زاویه (بین سطرها)

۷. ق: مربع خط هط مساوی

۸. ق: مذکور

۹. در اصل: معادله

باشد آن را تکمیل کنند و بر طرف دیگر به همان نسبت بیفزایند. پس به حکم تکمیل ثلثه ارباع مال را تکمیل کردیم، یک مال شد و بر طرف دیگر که یک ثانیه مال مال است و عدد اشیاء مذکوره، ثلث افزودیم، چه در آن طرف ثلث ثلثه ارباع افزوده بودیم تا مکمل شده بود؛[1] پس چنین شد:

معادل دیگر	معادل
یک مال	یکی ثانیه و ک ثالثه مال مال و اشیاء مذکوره مزیداً علیه الثلث اعنی اب مح یا یط نا کط که سابعه

[۱۶] و چون نزد ارباب جبر و مقابله مقرر[2] شده که اجناس *باعتبار کونها فی المنازل* متناسب‌اند - مثل آن که نسبت واحد با شیء همچون نسبت شیء است به مال، و همچون نسبت مال با کعب، و همچون نسبت کعب با مالِ مال[3] *الی ما لا نهایة له*. پس جایز باشد که هر یک از اجناس را *بمنزلة واحدة* منحط گردانند و همان نسبت باقی باشد. پس بنابراین هر یک از متعادلین را به یک مرتبه منحط اعتبار کنیم تا چنین شود:

معادل باشد	معادل
با یک شیء	یکی ثانیه و ک ثالثه مکعب با عدد مذکور

[۱۷] و اگر خواهیم **وتر دو درجه را شیء فرض کنیم و مربع او را بر** س[4] **قسمت کنیم، مربع نصف خارج قسمت که** یه **ثالثه مال مال است، مساوی ثلثه** // گ ۷۸ ر

۱. +مخطوط: پس چنین شد که یک ثانیه و ک ثالثه مال مال و اشیاء مذکوره مزیداً علیه الثلث که هست [...] اب مح یا یط نا کط که سابعه (حاشیه)

۲. در اصل: برر

۳. در اصل: مالِ کعب، که صحیح نیست.

۴. ق: شصت

ارباع مال باشد الا این قدر اشیاء: ا لد یب یو نط مب یدز[۱] **سابعه.**

[۱۸] شرح این کلام آن است که در ذی‌اربعه‌اضلاع ا ب ج د، وتر دو درجه را - یعنی ا ب - شیء فرض کنیم. پس حاصل ضرب او در ضلع مقابلش یعنی مربع ا ب مال باشد و این مال مساوی مسطح خط ب ز است در نفس قطر دایرهٔ کبیره بر همان قیاس که در عمل سابق مذکور شد. و محصل آن اعمال سابقه تا بدین‌جا که **مال یعنی مربع** ا ب[۲] **مساوی سطح خط** ب ز **است در نفس**[۳] **قطر دایرهٔ بزرگ،** بدین وجه است که به حکم مقدمهٔ *مجسطی*، مربع ا ب یعنی مال با سطح ا د در ب ج یعنی با اشیاء که به عدد وتر شش درجه[۴] است، مساوی است با مربع قطر ا ج؛ و به حکم مقدمهٔ اقلیدس، مربع از مساوی است با سطح ب ز در تمام او از قطر دایرهٔ بزرگ، و مربع ا ب که وتر[۵] دو درجه است و مال فرض کرده‌ایم، مساوی است با سطح ب ز در نفس قطر دایرهٔ بزرگ به استعانت شکل عروس و شکل سیم از مقالهٔ ثالثه همچنان که مشروح گذشت.

[۱۹] **چون** این معانی متمهد شد، مربع وتر دو درجه که مال است **بر** س **قسمت می‌کند** تا **یک دقیقه مال بیرون آید:** یعنی یک جزء از مال مقسوم به شصت قسم که بالحقیقه یک دقیقه مال باشد. اما اصلش آن بود که بر قک که اجزاء قطر دایره است، قسمت کنند تا خط ب ز بیرون آید؛ زیرا که بر قیاس ما تقدم مربع وتر دو درجه مساوی حاصل‌الضرب قطر دایرهٔ بزرگ است در ب ز. و چون حاصل‌الضرب را بر احدالمضروبین قسمت می‌کند، مضروب دیگر بیرون می‌آید، پس بایستی که مربع وتر دو درجه را بر احدالمضروبین که قطر دایرهٔ // بزرگ است، یعنی قک قسمت کردی تا خط ب ز بیرون آمدی لیکن مصنف بر س قسمت می‌کند و خارج قسمت را تنصیف گ ۷۸ پ

۱. ق: ا لد نب یو نط مز یدز، عدد صحیح: ا لد یب یو نط مز یدز

۲. ق: مربع خط اب که مال است

۳. ق: - نفس

۴. +که در [ناخوانا] هست و یو مط الی اخره (بین سطرها)

۵. در اصل: جیب؛ که اشتباه بود.

می‌کند[1] که و همان باشد که بر قک قسمت کرده است، زیرا که خارج قسمت عددی بر عددی مثل نصف خارج قسمت همان عدد است بر نصف مقسوم‌علیه اول؛ مثلاً قسمت ۸ بر ۴، ۲ بیرون می‌آید و از قسمت ۸ بر نصف چهار یعنی ۲، چهار بیرون می‌آید؛ نصفش همان خارج اول است.

بعد ذلک[2] ل ثانیه مال را مربع کردیم، حاصل می‌شود یه ثالثه مال مال. این مربع خط ب ز باشد، این مساوی ثلثه ارباع مال باشد الا این قدر اشیاء ا لد یب یو نط مب یدز سابعه[3]. اما تعلیل بر آن‌که مربع خط ب ز که یه ثالثه مال مال است مساوی ثلثه ارباع مال مال است الا این قدر اشیا مذکوره، علی قیاس ما تقدم آن است که چون این مربع را با مربع از جمع کنند، مساوی باشد به حکم عروس با مربع اب که یعنی مربع وتر دو درجه که مال فرض کرده‌ایم. پس **چون مربع** از **را از مال نقصان کنند آن‌چه بماند[4] مساوی مربع** ب ز **باشد. لیکن مربع** از **ربع مربع** اج **است[5]** -*کما سبق توضیحه*- و مربع اج مشتمل است بر مال و عدد اشیاء به عدد وتر شش درجه. پس ربع مال و ربع عدد اشیاء از مربع اب چون کم شود، مربع ب ز بماند به قدر ثلثه ارباع مال الا اشیاء مذکوره. **پس ثابت شد[6] که [مربع][7]** ب ز **که به قدر[8]** یه **ثالثه مال مال است معادل ثلثه ارباع مال است الا این قدر[1] اشیاء مذکوره[2]**.

۱. +مخطوط: خارج قسمت مال بر س که یک دقیقه مال است تنصیف کردیم (حاشیه)
۲. + ل ثانیه، مال باشد و آن مقدار خط ب ز باشد (حاشیه)
۳. +این مقدار حاصل شده است از قسمت وتر شش درجه بر چهار یعنی ربع وتر شش (بین سطرها)
۴. ق: ماند
۵. ق: + پس مساوی بود با ربع مال و ربع عدد اشیائی که مربع اج مشتمل بر آن است
۶. ق: پس لازم آید
۷. از شرح قوشچی اضافه شد.
۸. ق: - به قدر

[۲۰] قوله: **پس** یه **ثالثه مال مال و این مقدار اشیاء معادل ثلثه ارباع مال باشد.** این عمل را جبر می‌گویند که مستثنی را از احدالمتعادلین حذف می‌کنند و بر معادل دیگر می‌افزایند، آن‌چه حاصل شود از طرفین متعادلین // باشند. قوله: **و چون**[۳] **ثلث هر یک از معادلین را بر وی افزاییم و یک مرتبه منحط گیریم** ک **ثالثه مکعب و این عدد** ب ه لو کب لط مب نح ن **سابعه معادل یک شیء شود.** گ ۷۹ ر

یعنی به حکم تکمیل طرفی که *فیه الکسر* تکمیل کردیم و طرفی دیگر را بر همان نسبت افزودیم. حاصل که ثلثه ارباع مال را ثلث وی - جهتی تا مکمل شود- که یک ربع باشد برافزودیم پس یک مال شد. و بر جانب دیگر که یه ثالثه مال مال است و اشیاء مذکوره، ایضاً ثلث ایشان بر ایشان افزودیم. ثلث یه، ه باشد، برافزودیم، ک ثالثه مال مال باشد. و ثلث اشیاء مذکوره گرفتیم - یعنی بر ج قسمت کردیم- و خارج قسمت را با مقسوم ضم کردیم، شد ب ه لو الی اخره. پس ک ثالثه مال مال *مع الاشیاء و هی* ب ه لو کب الخ معادل یک مال باشد. چون هر یک را یک مرتبه منحط گرفتیم چنین شد که ک مکعب باشد و *تلک العدد* معادل یک شیء باشد.

[۲۱] طریقی دیگر: جیب یک درجه را شیء فرض کنیم و ربع مال و این قدر اشیاء را مز و ح کط نج لز ج مه **ثامنه از مال نقصان کنیم، ثلثه ارباع مال الا اشیاء مذکوره**[۴] **باقی ماند.** وجهش آن است که مربع خط ا ط مساوی ربعِ مربع از است، و مربع از مشتمل بر یک مال و این قدر اشیاء ج ح کد لج نط لد کح یه سابعه[۵] چنان‌چه سابقاً مذکور شد[۶]، به حکم مقدمهٔ *مجسطی*. **پس**[۱] **ربع مال و این قدر**

---

۱. ق: - این قدر

۲. ق: + باشد

۳. در اصل: جیب؛ از شرح قوشچی اصلاح شد.

۴. ق: مذکور

۵. +به عدد جیب سه درجه است (بین سطرها)

۶. +مخطوط: که مربع قطر از مشتمل است بر یک مال و عدد اشیاء به عدد جیب سه درجه اعنی ج ح الی

اشیاء که مز و ح کط **الی اخره**[۲] -که این اشیاء ربع ج ح کد الی اخره است- **از مال** // -یعنی از مربع جیب اه [که] مربع جیب یک درجه است- **نقصان کنند، ثلثه ارباع مال الا اشیاء مذکوره**[۳] -که آن مز و ح الی اخره است- **می‌ماند**[۴] **و این مساوی [مربع]**[۵]**خط** ه ط **باشد** به استعانت عروس. گ ۷۹ پ

[۲۲] قوله:[۶] **و چون این مقدار**[۷] **را** یعنی ثلثه ارباع مال الا اشیاء مذکوره **در چهار ضرب کنند، سه مال الا این اشیاء** ج ح کد لج نط لد کح یه **سابعه** حاصل می**شود**. اما بیان کیفیت ضرب آن‌که اولاً ثلثه ارباع مال را در چهار ضرب کردیم، دوازده ربع حاصل شد، یعنی سه مال. دیگر مز و ح الی اخره در چهار ضرب [کردیم] ج ح الی اخره که همان اشیاء باشد به عدّهٔ جیب سه درجه بیرون آید.[۸] و در عمل ضرب آن‌چه مضروب شود در مستثنی، حاصلش را ناقص می‌گویند و حاصل مضروب در مستثنی منه را زاید؛ پس حاصل‌الضرب مضروب در مستثنی منه باشد *منقوصاً منه المضروب فی المستثنی*[۹] مال است الا ج ح کد الی اخره. بعده می‌فرماید که **حاصل‌الضرب مساوی مربع** ه ی **است**[۱۰]؛ این بنا بر آن قاعده است که چون خواهند

اخره و مقرر است که مربع اط مشتمل بر ربع آن‌چه مشتمل است بر [...] مربع اژ (حاشیه)

۱. ق: + چون

۲. ق: و ربع اشیاء مذکور اعنی مز و ح کط نج لز ج مه ثامنه را

۳. ق: مذکور

۴. ق: باقی ماند

۵. مطابق شرح قوشچی اضافه شد.

۶. در اصل: و له

۷. ق: باقی

۸. +مخطوط: و مقرر است که مربع مستثنی ناقص است، پس آن‌چه مضروب شود در مستثنی ناقص باشد آن را. اژ و مستثنی منه زاید ما حصل منه زاید است، و در حاصل الضرب، ناقص را، استثنا می‌باید کرد؛ پس حاصلش چنین شد که حاصل (حاشیه).

۹. در اصل: المستثنی منه

۱۰. ق: و این مربع خط ه ی باشد.

که مربع عددی مساوی مربع ضعف همان عدد گردانند، در چهار ضرب می‌باید کرد تا حاصل مربع ضعف عدد مفروض باشد.

[۲۳] قوله: **و چون این مبلغ[۱] را در[۲] یه مرفوع مره ضرب کنی[۳]** مه **مرفوع مره مال شود الا این اشیاء** مز و ح کط نج لز ج مه **سادسه[۴] و این معادل با[۵] مال مال باشد.** یعنی چون سه مال الا این اشیاء که ج ح کد است الی اخره که عبارت است از مربع ه ی است در یه مرفوع مره یعنی در مربع ل درجه ضرب کند، مه مرفوع مره مال شود الا این // اشیاء مز و ح الی آخره. این قیاس بر آن است که خط ه ط که نصف ه ی است در سه مساوی مال بود پس ه ی که ضعف ه ط است در نصف نصف یعنی در ل مساوی مال باشد.[۶] و مدعی آن است که مربع ه ی در مربع ل مساوی مال مال است از این جهت است که ه ی در ل مال است و مقرر است که شیء در شیء مال می‌باشد پس هریک از ه ی و ل به مثابهٔ[۷] شیء باشد و مربع شیء مال می‌باشد، پس مربع هر یک که مال باشد، در یکدیگر ضرب کنی مال مال شود.[۸] پس سخن بدین‌جا رسید مه مرفوع مره مال الا این اشیاء مز و ح کط نج لز ج مه گ ۸۰ ر

---

۱. ق: مربع ه ی

۲. ق: + مربع سی درجه اعنی

۳. ق: کنند

۴. در اصل: + باشد؛ که زائد بود و حذف شد.

۵. ق: و این مبلغ مساوی

۶. +مخطوط: و چون ا ه ه ی یعنی سه مال الا این اشیا که ج ح است [الی] اخره و مقرر است که مال حاصل‌الضرب شیء در شیء است، پس ه ی و ل هر یک به مثابهٔ شیء باشد، و چون مربع ه ی که مال باشد و آن یه است سه مال است و آن اشیا که ج ح الی اخره است در مربع ل که هم مال باشد و آن یه مرفوع است ضرب کنی حاصل مال مال شود و آن مه مرفوع مره باشد الا ان اشیا مز و ح الی آخره (حاشیه)

۷. در اصل: + ما

۸. + مخطوط: پس سخن بدین‌جا رسید مه مرفوع مال مال است. با یکی مال مال و این اشیاء مذکوره که مز و ح کط نج لز ج مه سادسه است. تا به این‌جا از شرح فهم کردیم آن‌چه نوشتیم، اکنون به وجهی که از رسالهٔ حضرت مرحوم قاضی‌زاده فهم کردیم منقول از مولانا غیاث الدین جمشید محصل این است که به حکم الجبر (حاشیه).

سادسه معادل است با مال مال.

تا به این‌جا از شرح فهم کردیم آن‌چه نوشتیم، اکنون به وجهی که از رسالهٔ حضرت قاضی‌زاده منقول از مولانا غیاث الدین جمشید مفهوم شد، این است که مذکور می‌شود:

[۲۴] پس به حکم الجبر حذف کردیم استثنا را، و بر طرف دیگر افزودیم، چنین شد مه **مرفوع مال معادل است با مال مال و اشیاء مذکوره یعنی** مز و ح **الی اخره. هر یک از معادلین**[1] **یک مرتبه منحط ساختیم، چنین شد:** مه **مرفوع مره شیء معادل است با مکعب و این اعداد که** مز و ح کط نج **الی آخره.**[2]

[۲۵] پس قاضی[زاده] می‌فرماید **وبعد هذه التصرفات**[3] **انتهی المسئلة الی اشیاء تعدل عدداً وکعباً ولیست هذه من المسائل الست المشهورة، لکن لا یخفی انه لو قسم العدد والکعب علی عدد الاشیاء لخرج الشیء؛ فاحتال رحمه الله حیلة لطیفة فی تحصیل الکعب لیدخله فی القسمة. فقسم اولاً بعض العدد علی عدد // الاشیاء وحصل مکعب الخارج وضمّه الی الباقی من العدد، ثم قسم** گ ۸۰ پ **بعضاً آخر من المجموع وحصل مکعب**[4] **الخارجین وضمّ فضله علی مکعب الخارج الخارج الاول الی الباقی من المجموع** ومثاله هکذا [...]

---

۱. در اصل: معادلست

۲. قاضی‌زاده در *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* به نقل از کاشانی چنین می‌گوید: «قال: فبعد الجبر والمقابلة یکون مه ه مالاً یعادل مزوح کط نج لزج لز یه سابعة شیئاً ومال مال حططناها بمنزلة، فصار مه ه شیئاً معادلاً لمکعب وهذا العدد: مزوح کط نج لزج لز یه سابعة».

۳. ر: + کلها

۴. ر: + مجموع

بسم الله الرحمن الرحیم

گ ۸۱ ر

استخراج جیب یک درجه بر وجهی برهانی که ارباب رصد سمرقند فرموده‌اند، عمل کنیم آن‌گاه براهین آن مشغول شویم. [۲۶] مولانا مرحوم غیاث الدین جمشید - رحمه الله- بر وجهی که حضرت[۱] محقق علامه قاضی‌زادهٔ رومی در رساله که در این باب نوشته از او نقل می‌کند آن است که مه مرفوع مره را مقسوم علیه گردانیده است و مز مرفوع مره [از] مز و ح کط نج لز ج لز مه سابعه مقسوم اعتبار کرده، اما بر وجهی غریب عمل کرده: **اولاً** مز **مرفوع مره را بر** مه **مرفوع مره قسمت می‌کند خارج قسمت یک درجه می‌شود.**[۲] آن را در فوق سطر مقسوم در مواضعش می‌نهد و باقی از مقسوم را در سمت خط فاصل کما هو المعهود می‌گذارد. **پس آن یک درجه خارج را یعنی ا را مکعب می‌سازد، همان ا درجه می‌شود؛ در تحت مقسوم در مقابل**[۳] **جنس خود می‌نهد و به همان جنس مقسوم ضم کرده**[۴] مجموع را در تحت خط فاصل می‌نهد. **باز خارج قسمت دیگر پیدا می‌کند و آن** ب **خواهد بود.**[۵] بعد از عمل آن‌چه می‌ماند در تحت خط فاصل نهاد؛ **مکعب این خارج ثانی و خارج اول را هر دو حاصل می‌کند و در تحت باقی مانده از قسمت جنس در مقابل جنس**

۱. در اصل: + حضرت؛ که اضافی بود و حذف شد.
۲. ر: قسم مز مرفوع مرّة علی مه الذی هو ایضاً مرفوع مرة، فخرج آ درجة
۳. در اصل: مقابله
۴. ر: فوضع کعب آ الذی هو أیضاً آ درجة تحت جنسه وضمه إلی الباقی
۵. ر: ثم قسم المجموع، فخرج ب دقیقة

می‌نهد و با یکدیگر جمع می‌کند.[1] و باز خارج قسمت دیگر پیدا می‌کند و بدین طریقه عمل باتمام می‌رساند. آن اعداد خارج قسمت جیب یک درجه است و درین عمل که می‌کنیم این مؤامره مشروح // و ظاهر خواهد شد. گ ۸۱ پ

اول ا درجه خارج قسمت بود، مکعب او را که هم ا درجه باشد، در تحت و درجه از مقسوم نهاده با و جمع کرد. چنان‌چه باقی‌مانده از قسمت اول ب ز ح الی اخره سطر المقسوم باشد خارج قسمت دوم ب بود مکعب خارجین حاصل کرد و فضل او را بر مکعب خارج اول گرفت و آن فضل را بر مقسوم افزود. باز خارج قسمت سیم که مط است استخراج کرد و بر طریقۀ معلومه عمل کرد و ما مثال مکعب هر یک و فضل او بر مکعب سابق نوشته‌ایم. و طریقۀ تحصیل مکعب آن است که عدد را در نفس خودش ضرب کند (یعنی مربع سازد)، باز همان عدد را در مربعش ضرب کند، حاصل مکعب باشد. و چون عمل به خامسه رسید و موافق عمل استاد آمد - اگر دیگر در عمل شروع می‌رود، عمل تکعیب به تطویل می‌انجامد- و چون مقصود بیان کیفیت عمل بود، بر همین اختصار نمود؛ هر کس را بیشتر از این خواهد بر همین منوال عمل نماید.

۱. ر: ثم حصل مكعّب اب الذى هو او يب ح، ووضع كلا من مفردات فضله على المكعب الأوّل تحـت جنسـه وضمها إلى الباقى

ا	ب		مط	مج	یا	ید							
مز مه	و ا	ح و	کط یب	نج ح	لز	ج	لز	یه					
ب ا	ز ل	ید مه	مب لط	ا ب	کج	مو	مط						
	لز لو ō	کط ب	کا یه	ک	ō	ن	کو						
	ا	لب لب	و										
	ō	ō	ب	کا	که	کب	نج	یه	ح	ز			
	ō	ō	ح ح	که یه	کو	یب	م	ی	ح	ز			
	ō			ی									
		ō	ō	ō	لو	یا	ه	کو	کج	مه	مد	لا	یا
	ō	ō	ō	یا ی	ب ل	کج	مه	لو	لا	یب	مد	لا	یا
					یب								
مه	مه	مه	مه	مه	مه								

گ ۸۲ ر

الخارج الاول
ا درجه
مکعبه
ا درجه
وضعناها فی
سطر
المقسوم تحت
و درجه
فصار ز

الخارج الثانی
ب
مکعب
الخارجین
اعنی مکعب اب
کان
ا و یب ح درجه
فضله
علی
المکعب الاول
ō و یب ح
وضعناها مکانه

الخارج الثالث
مط
مکعب الخوارج الثلثه
ا ح یا کج مو مط
فضله
علی مکعب الخارجین
ō ب لط ب کج مو مط
سادسه
وضعنا مکانه

الخارج الرابع
مج
مکعب
الخوارج الاربعه
ا ح نج لا مط ط ب یه ح ز
فضله
علی مکعب الخوارج الثلثه
ō ō ب کا که کب نج ید ح ز
وضعناه مکانه

الخارج الخامس
یا
مکعب
الخوارج الخمسه
ا ح نج لب که ک ح کا لا یب
مد لا یا
فضله
علی مکعب الخوارج الاربعه
ō ō ō ō لو یا ه کو کج مه مد
لا یا
وضعناه مکانه

شرح رساله

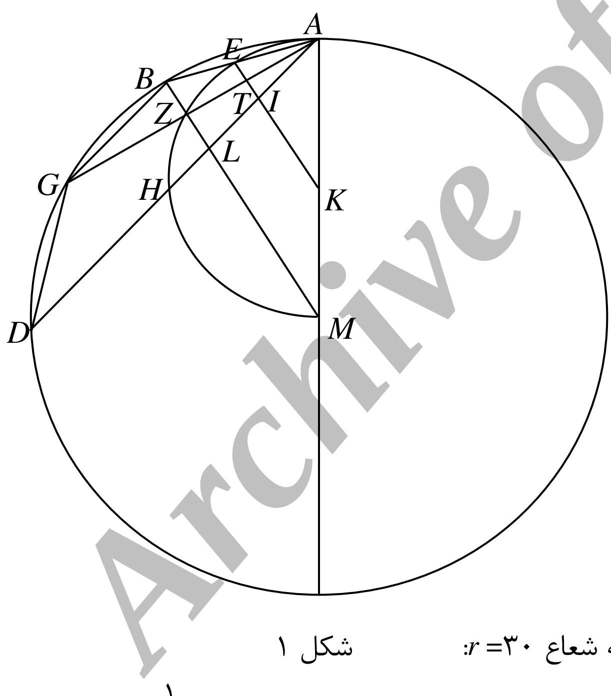
شمارهٔ هر بند شرح متناظر با بند هم شماره از متن رساله است؛ اما ترتیب بندهای شرح مطابق با ترتیب رساله نیست؛ زیرا مؤلف روش کاشانی و قاضی زاده را به طور موازی بیان می کند، اما در شرح بنا بر آن بوده که روش کاشانی و قاضی زاده به طور کامل، پیوسته و مجزا از هم آورده شود.

[۱] مقدمهٔ اول: در هر چهارضلعی محاط در دایره، مجموع حاصل‌ضرب اضلاع مقابل برابر است با حاصل‌ضرب دو قطر.

[۲] مقدمهٔ دوم: هرگاه دو وتر در دایره‌ای یکدیگر را قطع کنند، حاصل ضرب دو بخش یکی از وترها مساوی است با حاصل ضرب دو بخش وتر دیگر.

[۳] در دایرهٔ M به شعاع $R=۶۰$:

$AB = BG = GD = ۲^{\circ}$



شکل ۱

[۴] با رسم دایرهٔ K (K وسط AM) به شعاع $r=۳۰$:

$AE = \frac{۱}{۲} AB$

$AZ = \frac{۱}{۲} AG$

$$AH = \frac{۱}{۲}AD$$

[۵] در دایرهٔ K نیز:

$$AE = EZ = ZH = ۲^{\circ}$$

[۶] چون $\angle BAG = \angle GAD$:

$$ET = TI \quad , \quad BZ = ZL$$
$$AZ \perp EK, BM$$

[۷]

$$AE = \frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲}\mathrm{Ch}۲^{\circ} = \mathrm{Sin}\,۱^{\circ}$$

$$AH = \frac{۱}{۲}AD = \frac{۱}{۲}\mathrm{Ch}۶^{\circ} = \mathrm{Sin}\,۳^{\circ} = ۳;۸,۲۴,۳۳,۵۹,۳۴,۲۸,۱۵^{\text{سابعه}}$$

روش کاشانی:

[۸] طبق مقدمهٔ اول، در چهارضلعی $AEZH$ داریم:

$$AE \times ZH + AH \times EZ = AZ \times EH \Rightarrow AE^{۲} + AH \times EZ = AZ^{۲}$$

[۹]

$$\mathrm{Sin}\,۱^{\circ} = x = EZ = ZH$$

پس از جاگذاری مقادیر:

$$x^{۲} + x\,\mathrm{Sin}۳^{\circ} = AZ^{۲} \qquad (۱)$$

[۱۱] طبق مقدمهٔ دوم:

$$AT \times TZ = ET \times (۲r - ET) \Rightarrow AT^{۲} = ET \times (۲r - ET)$$
$$\Rightarrow AT^{۲} + ET^{۲} = ۲r \times ET$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ AET طبق قضیهٔ فیثاغورس (شکل عروس) داریم:

$$AE^{۲} = AT^{۲} + ET^{۲}$$

بنابراین:

$$AE^{۲} = ۲r \times ET$$

[۱۲]←[۱۳]

[۱۳]

$$x^{۲} = ۶۰ \times ET \Rightarrow ET = \frac{x^{۲}}{۶۰} \Rightarrow ET^{۲} = \frac{x^{۴}}{۶۰^{۲}} = ۰;۰,۱\, x^{۴}$$

$$AT = \frac{AZ}{۲} \Rightarrow AT^{۲} = \frac{AZ^{۲}}{۴}$$

از رابطۀ (۱):

$$AT^{۲} = \frac{x^{۲}}{۴} + ۰;۴۷,۶,۸,۲۹,۵۳,۳۷,۳,۴۵x$$

$$ET^{۲} = AE^{۲} - AT^{۲} = x^{۲} - AT^{۲} = \frac{۳x^{۲}}{۴} - ۰;۴۷,۶,۸,۲۹,۵۳,۳۷,۳,۴۵x = ۰;۰,۱\, x^{۴}$$

[۱۴] جبر:

$$۰;۰,۱\, x^{۴} + ۰;۴۷,۶,۸,۲۹,۵۳,۳۷,۳,۴۵x = \frac{۳x^{۲}}{۴}$$

[۱۵] تکمیل:

$$۰;۰,۱,۲۰x^{۴} + ۱;۲,۴۸,۱۱,۱۹,۵۱,۲۹,۲۵x = x^{۲} \quad (۲)$$

[۱۶]

$$۰;۰,۱,۲۰x^{۳} + ۱;۲,۴۸,۱۱,۱۹,۵۱,۲۹,۲۵ = x$$

[۲۱]←[۹]، [۱۳]

[۲۲]

$$ET^{۲} = \frac{۳x^{۲}}{۴} - ۰;۴۷,۶,۸,۲۹,۵۳,۳۷,۳,۴۵x$$

$$EI^{۲} = ۳x^{۲} - ۳;۸,۲۴,۳۳,۵۹,۳۴,۲۸,۱۵x$$

[۲۳] رابطۀ (۲) ضرب در ۴۵ مرفوع مره:

$$۴۵,۰;۰\, x^{۲} - ۴۷,۶;۸,۲۹,۵۳,۳۷,۳,۴۵x = x^{۴}$$

[۲۴] معادلۀ کاشانی:

$$۴۵,۰;۰\, x = x^{۳} + ۴۷,۶;۸,۲۹,۵۳,۳۷,۳,۴۵$$

[۲۵] قاضی‌زاده دربارهٔ روش کاشانی در حل معادله چنین می‌گوید:[۱]

«پس از همهٔ این تغییرات مسأله منتهی می‌شود به اشیائی که معادل است با یک عدد و یک کعب، که جزء مسائل شش‌گانهٔ معروف نیست. ولی پوشیده نیست که اگر او عدد و کعب را بر ضریب شیء تقسیم می‌کرد، شیء به‌دست می‌آمد؛ بدین ترتیب [کاشانی] - خدایش رحمت کناد- چاره‌ای ظریف برای جایگزین کردن کعب و وارد کردن آن در تقسیم به کار گرفت: وی ابتدا بخشی از عدد[۲] را بر ضریب شیء تقسیم کرد، و [سپس] مکعب خارج‌قسمت را به‌دست آورد، و آن را بر باقی‌مانده افزود. سپس بخش دیگری از [این] حاصل‌جمع را [بر ضریب شیء] تقسیم کرد.»

طبق توضیحات قاضی‌زاده، کاشانی ابتدا معادلهٔ نهایی ($ax= x^۳+b$) را به صورت $x = \frac{x^۳ + b}{a}$ می‌نویسد. برای تبیین روش تکرار کاشانی به‌کمک نمادهای امروز، بهتر است a ، b و x را با در نظر گرفتن مراتب شصتگانی آن‌ها نشان دهیم:

a: $a_۱\ a_o\ ;\ a_{-۱}\ a_{-۲}\ a_{-۳}\ a_{-۴}\ldots$

b: $b_۱\ b_o\ ;\ b_{-۱}\ b_{-۲}\ b_{-۳}\ b_{-۴}\ldots$

x: $x_o\ ;\ x_{-۱}\ x_{-۲}\ x_{-۳}\ x_{-۴}\ldots$

در این روش، کاشانی در هر مرحله یکی از مراتب شصتگانی x را محاسبه می‌کند:

$$x_o = \frac{b_۱}{a_۱} \quad , \quad r_۱= b_۱ \bmod a_۱$$

$$x_{-۱} = \frac{x_o^۳ + r_۱}{a_۱} \quad , \quad r_o= (x_o^۳ + r_۱) \bmod a_۱$$

«و [این بار] مکعب مجموع دو خارج‌قسمت را به‌دست آورد، و تفاضل آن بر مکعبِ خارج‌قسمت اول را به باقی‌ماندهٔ تقسیم قبل اضافه کرد. سپس بخشی دیگر از [این] حاصل‌جمع دوم را [بر ضریب شیء] تقسیم کرد.»

۱. این قسمت از شرح بر مبنای *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة* قاضی‌زاده نوشته شده است.

۲. «بخشی از عدد» یعنی «رقم(های) اولین مرتبهٔ شصتگانی».

$$x_{-۲} = \frac{(x_o x_{-۱})^۳ - x_o^۳ + r_o}{a_۱} \quad , \quad r_{-۱} = [(x_o x_{-۱})^۳ - x_o^۳ + r_o] \bmod a_۱$$

«و مکعب مجموع خارج‌قسمت‌ها را به‌دست آورد، و تفاضل آن بر مکعب دو خارج‌قسمت [قبلی] را به باقی‌ماندهٔ حاصل‌جمع دوم اضافه کرد. سپس بخشی دیگر از [این] حاصل‌جمع سوم را [بر ضریب شیء] تقسیم کرد، و بر همین منوال عملیات را ادامه داد تا جایی که به حاصلی غیرقابل‌اعتنا رسید.»

$$x_{-۳} = \frac{(x_o x_{-۱} x_{-۲})^۳ - (x_o x_{-۱})^۳ + r_{-۱}}{a_۱} , \; r_{-۲} = [(x_o x_{-۱} x_{-۲})^۳ - (x_o x_{-۱})^۳ + r_{-۱}] \bmod a_۱$$

[۲۶] برای آن‌که روش کاشانی را دقیق‌تر دریابیم، از جدول۱ (← صفحهٔ بعد) و نشانه‌های زیر کمک می‌گیریم:

$n = ۰, ۱, ۲, ۳ \ldots$ (شمارندهٔ مراحل)

$x^{(n)} = x_{-n} \ldots x_o$

$(x^{(n-۱)})^۳ - c^{(n)} = (x^{(n)})^۳$

$b^{(n)} = c^{(n)} + r^{(n)}$

$r^{(n)} = b^{(n-۱)} \bmod a_۱$

$$x_{-n} = \frac{b^{(n)}}{a_۱}$$

روش قاضی‌زاده:

[۱۰]

$AH = BD$

طبق مقدمهٔ اول در چهارضلعی $ABGD$:

$AB \times GD + AD \times BG = AG \times BD \Rightarrow AB^۲ + AD \times BG = AG^۲$

$AB = \text{Ch } ۲^\circ = x$

$AD = \text{Ch } ۶^\circ = ۶;۱۶,۴۹,۷,۵۹,۸,۵۶,۳۰^{\text{سابعه}}$

پس از جاگذاری مقادیر:

جدول۱: اصلاح‌شدهٔ جدول کاشانی، منقول از قاضی‌زاده در *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة*

i	۱	۰	۱-	۲-	۳-	۴-	۵-	۶-	۷-	۸-	۹-	۱۰-	۱۱-	۱۲-
x		۱	۲	۴۹	۴۳	۱۱	۱۴	۴۴	۱۶	۱۹	۱۶			
$b^{(0)}$	۴۷	۶	۸	۲۹	۵۳	۳۷	۳	۳۷	۱۵					
$c^{(1)}$		۱												
$b^{(1)}$	۲	۷												
$c^{(2)}$			۶	۱۲	۸									
$b^{(2)}$		۳۷	۱۴	۴۲	۱									
$c^{(3)}$			۲	۳۹	۲	۲۳	۴۶	۴۹						
$b^{(3)}$			۳۲	۲۱	۴	۰	۵۰	۲۶						
$c^{(4)}$				۲	۲۱	۲۵	۲۲	۱۳	۵۵	۸				
$b^{(4)}$				۸	۲۵	۲۶	۱۲	۴۰	۱۰	۸				
$c^{(5)}$						۳۶	۱۱	۵	۲۶	۲۳	۴۵	۴۴	۳۱	۱۱
$b^{(5)}$					۱۱	۲	۲۳	۴۵	۳۶	۳۱	۴۵	۴۴	۳۱	۱۱
$c^{(6)}$						۰	۴۶	۳	۱۲	۳۰	۵۵			
$b^{(6)}$						۳۳	۹	۴۸	۴۹	۲	۴۰			
$c^{(7)}$							۲	۲۴	۴۴	۲۲	۱۲			
$b^{(7)}$							۱۲	۵۳	۳۳	۲۴	۵۲			
$c^{(8)}$								۰	۵۲	۳۷	۵۷			
$b^{(8)}$								۱۴	۲۶	۲	۴۹			
$c^{(9)}$									۱	۲	۳۰			
$b^{(9)}$								۱۲	۲۷	۵	۱۹			

$$x^{۲} + x\,\mathrm{Ch}\,۶^{\circ} = AG^{۲} \qquad (۳)$$

[۱۷]←[۲۰]

[۱۸] طبق مقدمهٔ دوم:

$$AZ^{۲} = BZ \times (۲R - BZ) \Rightarrow AZ^{۲} + BZ^{۲} = ۲R \times BZ$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABZ طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$AB^{۲} = AZ^{۲} + BZ^{۲}$$

بنابراین:

$$AB^{۲} = ۲R \times BZ$$

[۱۹]

$$x^{۲} = ۲ \times ۶۰ \times BZ \Rightarrow BZ = \frac{۰;۱x^{۲}}{۲} = ۰;۰,۳۰x^{۲} \Rightarrow BZ^{۲} = ۰;۰,۰,۱۵x^{۴}$$

$$AZ^{۲} = \frac{AG^{۲}}{۴}$$

از رابطهٔ (۳):

$$AZ^{۲} = \frac{x^{۲}}{۴} + \frac{۶;۱۶,۴۹,۷,۵۹,۸,۵۶,۳۰}{۴}x$$

$$BZ^{۲} = AB^{۲} - AZ^{۲} = x^{۲} - AZ^{۲} = \frac{۳x^{۲}}{۴} - ۱;۳۴,۱۲,۱۶,۵۹,۴۷,۱۴,۷\,x = ۰;۰,۰,۱۵x^{۴}$$

[۲۰] معادلهٔ قاضی‌زاده:

$$۰;۰,۰,۲۰x^{۳} + ۲;۵,۳۶,۲۲,۳۹,۴۲,۵۸,۵۰ = x$$

منابع

افشار، ایرج؛ دانش‌پژوه، محمدتقی، *فهرست نسخه‌های خطی کتابخانهٔ ملی ملک*، جلد ششم، با همکاری محمدباقر حجتی و احمد منزوی، تهران ۱۳۶۶ ش.

الغ‌بیگ، *زیج الغ‌بیگ*، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۳۰۵۳ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران.

باقری، محمد، *از سمرقند به کاشان، نامه‌های غیاث‌الدین جمشید کاشانی به پدرش*، تهران ۱۳۷۵ش.

بیرجندی، عبدالعلی، *شرح زیج الغ‌بیگ*، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۶۷۴ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران.

چلبی، میرم، *دستور العمل و تصحیح الجدول*، نسخهٔ دست‌نویس مؤلف به شمارهٔ ۹-۸۴۸ کتابخانهٔ حمیدیهٔ استانبول، میکروفیلم شمارهٔ ۲۳۴۱ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران.

سمرقندی، کمال‌الدین عبدالرزاق، *مطلع سعدین و مجمع بحرین*، به اهتمام عبدالحسین نوایی، ج۲، دفتر اول، تهران ۱۳۷۲ ش.

سوادی، فاطمه، «نقدی بر استدلال رزنفلد در باب انتساب یک رسالهٔ ریاضی به الغ‌بیگ»، *مجلّهٔ تاریخ علم*، شمارهٔ ۴، پاییز و زمستان ۱۳۸۴، ص ۸۵-۱۰۳.

قاضی‌زادهٔ رومی، *رسالة فی استخراج جیب درجة واحدة*، نسخهٔ شمارهٔ ۳۱۸۰/۱۱ کتابخانهٔ ملی ملک.

قربانی، ابوالقاسم، *زندگینامهٔ ریاضیدانان دورهٔ اسلامی از سدهٔ سوم تا سدهٔ یازدهم هجری*، تهران ۱۳۵۷ ش.

ــــــــــــــ ، *کاشانی‌نامه، احوال و آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی*، تهران ۱۳۶۸ ش.

قوشچی، ملا علی، *رساله در شرح زیج الغ‌بیگ*، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۳۴۲۰ کتابخانهٔ ملی ملک.

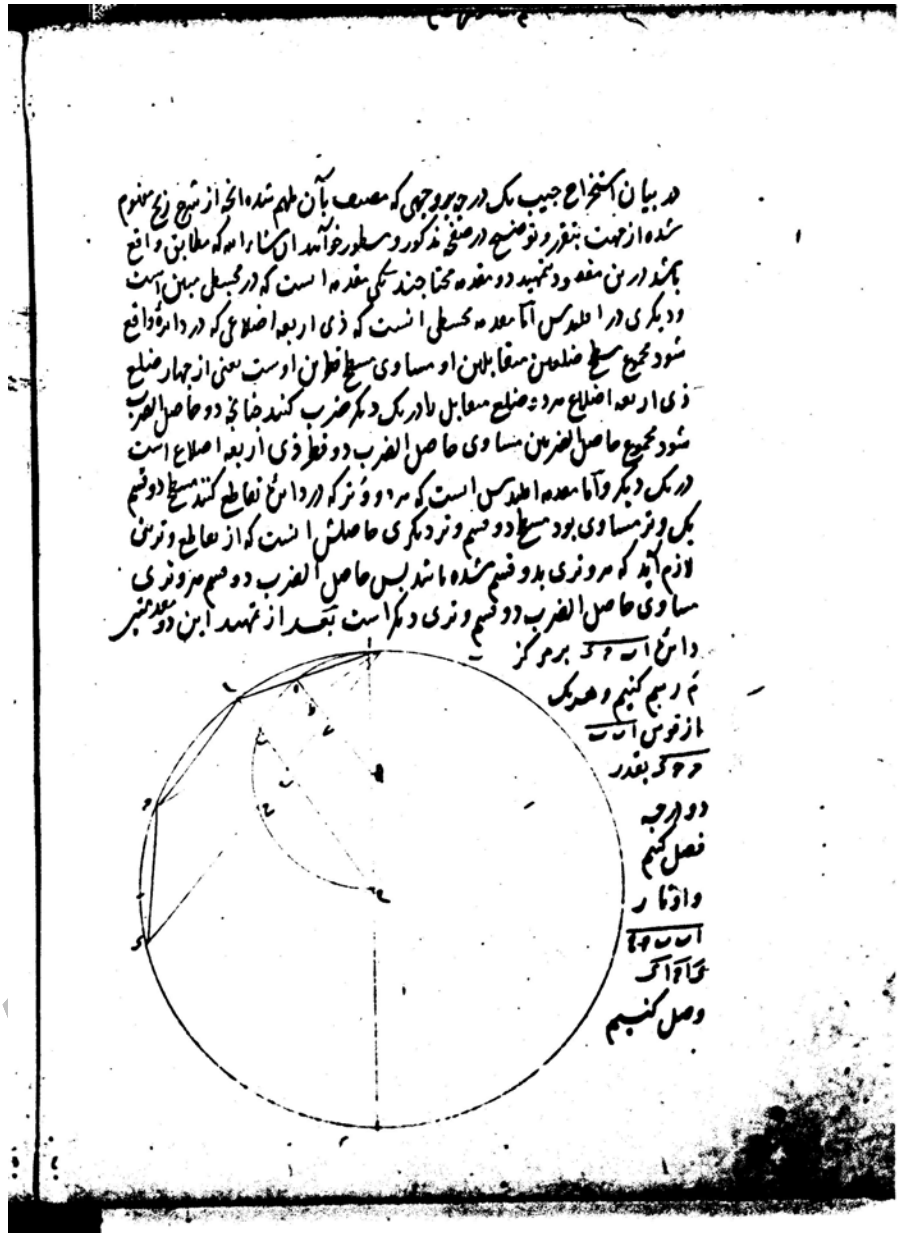
کاشانی، غیاث‌الدین جمشید، *زیج خاقانی در تکمیل زیج ایلخانی*، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۶۹۲ کتابخانهٔ سلیمانیهٔ ترکیه.

ــــــــــــــ ، *مفتاح الحساب*، نسخه خطی شمارهٔ ۳۱۸۰/۱ کتابخانهٔ ملی ملک.

محیط طباطبائی، سید محمد، «غیاث‌الدین جمشید کاشانی»، *مجلهٔ آموزش و پرورش*، سال دهم، شمارهٔ سوم، خرداد ماه ۱۳۱۹ ش.

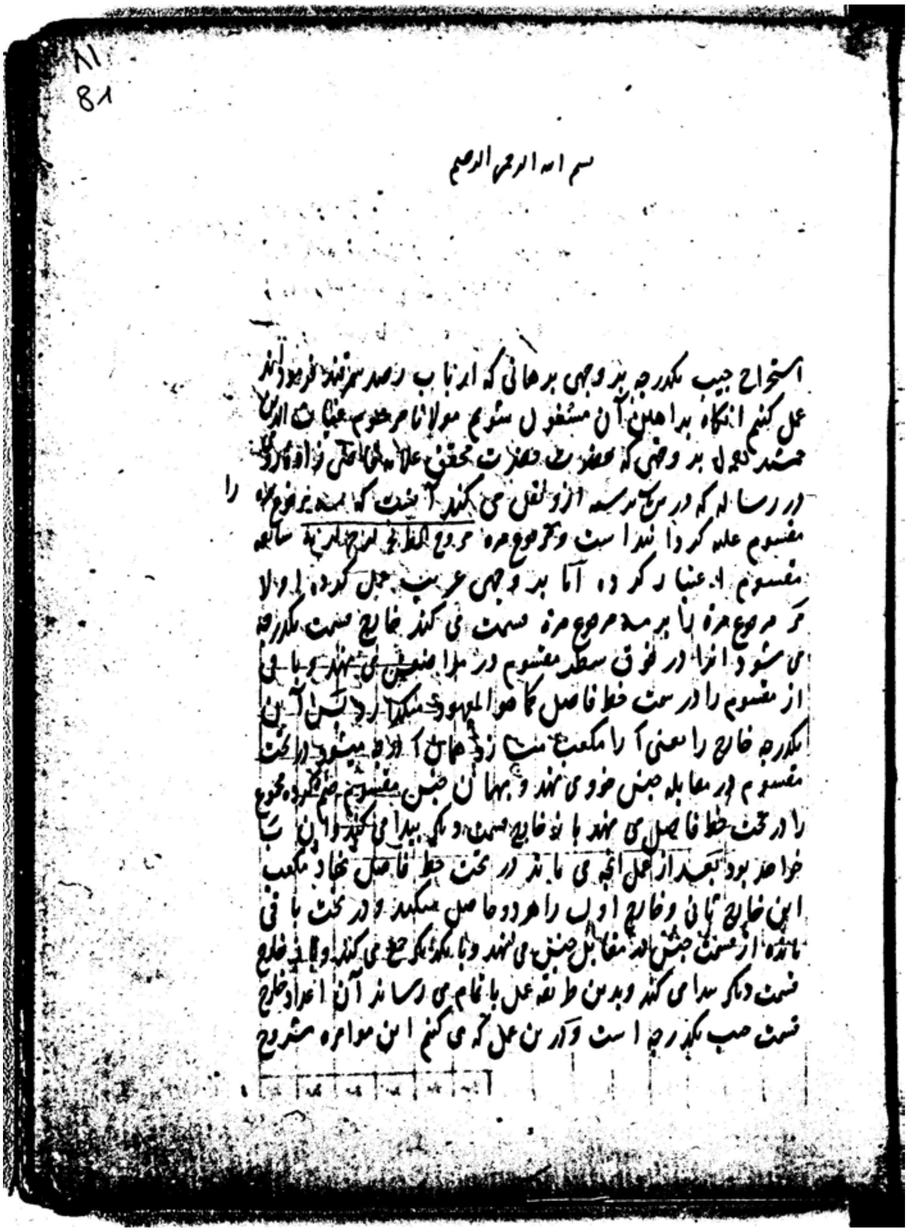
منزوی، احمد، *فهرستوارهٔ کتابهای فارسی*، مجلّد چهارم، تهران ۱۳۷۸ ش.

Pertsch, Wilhelm, *Verzeichniss der Persischen Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Berlin*, Berlin 1888.



در بیان استخراج جیب یک درجه بوجهی که مصنف بآن ملهم شده انچه از شرح زیج مفهوم
شده از جهت تقریر و توضیح در صفحه مذکور و مسطور خواهد آمد انشاء الله که مطابق واقع
باشد در این مقصد و تمهید دو مقدمه محتاجند یکی مقدمه است که در مجسطی مبین است
و دیگری در اقلیدس اما مقدمه مجسطی انست که ذی اربعه اضلاعی که در دائره واقع
شود مجموع سطح ضلعین متقابلین او مساوی سطح قطرین اوست یعنی از چهار ضلع
ذی اربعه اضلاع هر دو ضلع متقابل را در یک دیگر ضرب کنند چنانچه دو حاصل الضرب
شود مجموع حاصل الضربین مساوی حاصل الضرب دو قطر ذی اربعه اضلاع است
در یک دیگر و اما مقدمه اقلیدس است که هر دو وتر که در دائره تقاطع کنند سطح دو قسم
یک وتر مساوی بود سطح دو قسم وتر دیگری حاصلش انست که از تقاطع وترین
لازم آید که هر وتری بدو قسم شده باشد پس حاصل الضرب دو قسم هر وتری
مساوی حاصل الضرب دو قسم وتری دیگر است بعد از تمهید این دو مقدمه گوییم
دائره ا ب ج د برمرکز
م رسم کنیم و هر یک
از قوس ا ب ب
ج ج د بقدر
دو درجه
فصل کنیم
و اوتار
ا ب ب ج
ج ا ا د
وصل کنیم

تصویر برگ نخست رسالهٔ در *بیان* جیب یک درجه



تصویر برگ نخست بخش دوم رسالهٔ در *بیان* جیب یک درجه