

یادداشت تاریخی

تاریخچه حدس عدد رنگی کلی^۱

حسین شاه‌محمد

hxssma@rit.edu

دانشکده علوم ریاضی، انستیتو تکنولوژی راجستر، آمریکا

در نظریه گراف‌ها پارامترهای گوناگونی با نام عام «عدد رنگی» معرفی شده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند که قدیمی‌ترین آنها «عدد رنگی رأسی گراف» است. در نیمه اول دهه شصت قرن بیستم میلادی مهدی بهزاد در رساله دکتری خود مفهوم عدد رنگی کلی گراف را معرفی و در خصوص آن حدسی وضع کرد که امروزه یکی از مسأله‌های کلاسیک ریاضیات محسوب می‌شود (نک: بهزاد، گراف‌ها و اعداد رنگی آنها، سراسر متن). با اینکه ریاضی‌دانان بسیاری در نیم قرن گذشته چند صد مقاله درباره این حدس نوشته و منتشر کرده‌اند، هنوز موفق به اثبات یا رد آن نشده‌اند. به بیان ساده، عدد رنگی کلی گراف G کمترین تعداد رنگ‌های لازم برای نسبت دادن هم‌زمان رنگ به همه رأس‌ها و همه یال‌های G است چنان که دو رنگ متناظر با هر دو رأس مجاور و دو رنگ متناظر با هر دو یال مجاور G متفاوت باشند و رنگ هیچ یالی با هیچ یک از دو رنگ متناظر با دو سر آن یال یکی نباشد. حدس عدد رنگی کلی حاکمی است گرافی وجود ندارد که عدد رنگی کلی آن از مجموع ماکسیمم درجه گراف و عدد دو بیشتر باشد.

1. The History of the Total Chromatic Number Conjecture

سال‌ها پیش آقای دکتر مهدی بهزاد، استاد سابق ریاضیات در دانشگاه‌های ایالتی وین (Wayne) آمریکا، شیراز، شهید بهشتی، شریف، مازندران و تربیت معلم، حدس عدد رنگی کلی را در مورد گراف‌ها مطرح کردند. اما بعدها طرح این حدس به ریاضی‌دان دیگری هم نسبت داده شد. آقای دکتر حسین شاه‌محمد این موضوع را بررسی کردند تا از ضایع شدن حق معنوی ریاضی‌دان هم‌وطن خود جلوگیری کنند. مقاله مبسوط دکتر شاه‌محمد به زبان انگلیسی در نشریه الکترونیک arXiv.org تحت شماره 1104.3170 منتشر شده است. در اینجا چکیده مقاله ایشان برای اطلاع‌رسانی در ایران منتشر می‌شود.

2. Behzad, M., *Graphs and Their Chromatic Numbers*

بهباد علاوه بر رساله خود در مقاله‌ای با عنوان «مقدمه‌ای بر گراف‌های کلی»^۱ که برای عرضه در سمپوزیوم بین‌المللی رم در سال ۱۹۶۶ پذیرفته شده به این موضوع پرداخته است. در گزارش این سمپوزیوم مقاله‌ای از زیکوف^۲ با عنوان «در باره برخی از یافته‌های جدید ریاضی‌دانان شوروی»^۳ آمده که در آن به چهار اثر از آثار ویزینگ^۴ اشاره شده است و هیچ کدام به عدد رنگی کلی مربوط نیست.

یک سال بعد زیکوف در همایش بین‌المللی مانباخ^۵ حدس عدد رنگی کلی را به عنوان یک مسأله باز مطرح و ادعا می‌کند که ویزینگ واضح آن است. او برای اثبات ادعای خود که در گزارش این همایش تحت مسأله شماره ۱۲ به چاپ رسیده مقاله‌ای با عنوان «رتبه رنگی چند-گراف‌ها»^۶ از ویزینگ را معرفی می‌کند که فاقد مفهوم این عدد و حدس مربوط به آن است. به سختی می‌توان پذیرفت که زیکوف مقاله بهزاد را ندیده و از فقدان مفهوم عدد رنگی کلی در مقاله ویزینگ آگاه نبوده باشد.

متعاقب این رخدادها ویزینگ در سال ۱۹۶۸، مقاله‌ای با عنوان «تعدادی مسأله حل نشده در نظریه گراف‌ها»^۷ منتشر کرد و در مقدمه آن به سه مرجع از جمله به گزارش سمپوزیوم بین‌المللی رم اشاره و افزود که از این مراجع برای تدوین مقاله استفاده کرده است. در بخش پنجم این مقاله مسائل مربوط به رنگ‌آمیزی آمده است. او می‌گوید: «در پایان این بخش به گونه‌ای از رنگ‌آمیزی چند-گراف‌ها اشاره می‌کنم که بررسی نشده است.» سپس حدس عدد رنگی کلی را ذکر می‌کند و برخلاف بسیاری از مسائل دیگر مندرج در این مقاله، از جمله مسائلی که خود طراحشان بوده است، نام مؤلف این حدس «بررسی نشده» را ذکر نمی‌کند. لذا با توجه به تمام شرایط نمی‌توان تنها با استناد به این مقاله ویزینگ را طراح حدس عدد رنگی کلی دانست. متخصصان حتماً مایلند

-
1. Introduction to Total Graphs
 2. Zykov
 3. On Some New Results of Soviet Mathematicians
 4. Vizing
 5. Beitrage zur Graphentheorie ...
 6. The Chromatic Class of Multigraphs
 7. Some Unsolved Problems in Graph Theory

بدانند ویزینگ که هیچ گاه درباره عدد رنگی کلی یا درباره یکی دیگر از مفاهیم کلی، نظیر گراف کلی، گروه کلی و عدد رمزی کلی، مقاله ننوشته، چگونه توانسته است بدون بررسی به این حدس باورنکردنی دست یابد.

مرجع دیگری که برخی از ریاضی دانان را به خطا واداشته تا ویزینگ را طراح این حدس بشناسند، مصاحبه سال ۲۰۰۰ اوست (نک: گوتین).^۱ در این مصاحبه بهزاد و ویزینگ مستقلاً طراح حدس معرفی می‌شوند و برای اثبات ادعای مربوط به ویزینگ به دو مقاله «تعدادی مسئله حل نشده در نظریه گرافها» و «در باره حدس رتبه رنگی یک p-گراف»^۲ ارجاع داده می‌شود که شرح اولی گذشت و در دومی هم اثری از مفهوم عدد رنگی کلی و حدس مربوط به آن دیده نمی‌شود! ریاضی دانانی که ویزینگ را، به تنهایی یا به اتفاق بهزاد، طراح این حدس می‌دانند، به دست کم یکی از سه مقاله ویزینگ که شرحشان گذشت ارجاع می‌دهند که هیچ یک خالی از خلل نیست.

کاستی‌های گوناگون مذکور در این گزارش تا سال ۲۰۰۹ که کتاب سویفر^۳ منتشر شد، مکتوم مانده بود. استدلال‌های ضعیف و گاه متناقض عرضه شده در خصوص مبدأ حدس عدد رنگی کلی مرا برآن داشت تا شخصاً هم به تحقیق پردازم. بخش عمده‌ای از یافته‌ها از جمله ماجرای رفتار غیرعلمی برخی از دست‌اندرکاران را در تاریخ نوزدهم ماه دسامبر سال ۲۰۱۰ برای ویزینگ فرستادم و نظرش را جویا شدم، به این امید که با کمک خود ایشان راهی عادلانه و شرافتمندانه برای حل معما بیابم. دوازده روز بعد پاسخ کوتاه زیر خوشحال و سپاسگزارم کرد.

پروفسور شاه‌محمد عزیز:

سال نو بر شما مبارک! در خصوص عدد رنگی کلی:

من آن را تنها در «تعدادی مسئله حل نشده ...» (۱۹۶۸) و «مصاحبه ...» (۲۰۰۰) به اطلاع رسانده‌ام. بنابراین مراجع دیگر غلط هستند. کتاب سویفر را نخوانده‌ام. بهترین‌ها در ۲۰۱۱. با اخلاص و. ویزینگ

1. Gutin
2. On an Estimate of the Chromatic Class of a p-Graph
3. Soifer

من که ویزینگ را ریاضی‌دانی قابل می‌دانستم از نظر شخصیت نیز فردی والا یافتم زیرا دریافتم بخشی از یافته‌هایم را که همگی مستدل بودند، به طور صریح و بقیه را به طور ضمنی پذیرفته است و جز به اطلاع رساندن حدس ادعایی ندارد.

متعاقب این مکاتبات در یازدهم ماه ژانویه سال ۲۰۱۱ نامه کوتاهی به ویزینگ نوشتم و ضمن یادآوری چند نکته افزودم: «...نه شما به امتیاز علمی دیگری نیاز دارید و نه بهزاد که سه دهه پیش رسماً بازنشسته شده است؛ آیا با من موافق نیستید بهزاد که ابتدا حدس را رسماً اعلام کرده است (و شما سه سال بعد برای نخستین بار آن را اعلام کرده‌اید) باید تنها طراح حدس عدد رنگی کلی محسوب شود؟ نیز لازم می‌دانم به نویسندگان و پژوهشگران توصیه شود در خصوص حدس مورد بحث، ارجاع به مراجع نادرست و فاقد ارزش علمی را متوقف سازند». به این نامه تاکنون پاسخ داده نشده است.

در پایان این گزارش توجه به چند نکته را یادآور می‌شوم:

- برای کارهای علمی پروفیسور ویزینگ ارزش بسیار قائلم و در خصوص شخص ایشان عمیقاً اعتقاد دارم که لغزش‌ها ناخواسته و سهوی بوده‌اند.

- هر چند پروفیسور سوئیفر در بخش ۲-۱۶ کتاب خود می‌نویسد: «به عقیده من، بدون شک سزاوار است که امتیاز این حدس متفقاً به ویزینگ و بهزاد داده شود»، بر اساس بررسی‌هایی که من انجام داده‌ام طراح حدس عدد رنگی کلی کسی جز پروفیسور بهزاد نبوده و نیست.

- علیرغم بی‌دقتی‌ها و کم‌توجهی‌های مذکور در این گزارش «حماقت صرف پیرامون حدس عدد رنگی کلی» را عنوان مناسبی برای بخش ۲-۱۶ از کتاب سوئیفر نمی‌دانم و تجدید نظر در متن آن را توصیه می‌کنم.

- وظیفه حرفه‌ای و علمی همه ماست که آثار مکتوب ریاضی را بی‌نقص نگاه داریم. لذا لازم می‌دانم ارجاع‌های غلط به مقاله‌ها و مصاحبه ویزینگ که در چند دهه گذشته رواج یافته است جبران شود و بیش از این پخش نشود.

- برای اجتناب از مخاطرات آثار علمی، باید به پژوهشگران و مؤلفان جوان هشدار داد تا مقاله‌ها و رساله‌های مربوط به موضوع‌های مهمی نظیر انتحال، جعل و تحریف را مطالعه کنند.

منابع

- Behzad, M., *Graphs and Their Chromatic Numbers*, Doctoral Thesis, Michigan State University, 1965.
- _____, & Chartrand, G., "Introduction to Total Graphs", Rosentieh P. (ed.), *Theory of Graphs*, International Symposium, Rome, 1966, Gordon and Breach, New York, pp. 31-33.
- Gutin, G. & Toft, B., "Interview with Vadim G. Vizing", *European Mathematical Society*, 2000, pp. 22-23.
- Soifer, A., *The Mathematical Coloring Book*, Springer, 2009.
- Vizing, V. G., "On an Estimate of the Chromatic Class of a p-Graph" (in Russian), *Diskret Analiz*, vol. 3, (1964), pp. 25-30.
- _____, "The Chromatic Class of Multigraphs" (in Russian), *Kibernetica*, Vol. 3, (1965) pp. 29-39.
- _____, "Some Unsolved Problems in Graph Theory" (in Russian), English Translation in *Russian Math. Survey*, vol. 23, (1968), pp. 117-134.
- Zykov, A. A., Problem 12 (by V. G. Vizing), *Beitrage zur Graphentheorie, Vorgetragen auf dem Internationalen Kolloquium in Manebach (DDR)*, 1968, p. 228.
- _____, "On Some New Results of Soviet Mathematicians", Rosentieh P. (ed) *Theory of Graphs, International Symposium*, Rome (July 1966), Gordon and Breach, New York, 1967, pp. 415-416.