مجلهٔ تاریخ علم، شمارهٔ ۱۱، ۱۳۹۱، ص۵ـ۳۰

نگاهی به ترجمهٔ فارسی قطب‌الدین شیرازی از اصول اقلیدس

فاطمه دوست قرین
دانش آموختهٔ دورهٔ دکتری تاریخ فرهنگ و تمدن ملل اسلامی
دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران
gharin.math@gmail.com
(دریافت: بهمن ۱۳۹۰، پذیرش: اردیبهشت ۱۳۹۱)

چکیده
کتاب اصول اقلیدس، که گاهی آن را به نام مؤلفش «کتاب اقلیدس» نیز می‌نامند و در تألیفات ریاضی دورهٔ اسلامی آن را به علت شهرت فراوانش کتاب اصول نیز خوانده‌اند، از منابع مهم ریاضیات دورهٔ اسلامی بوده است. در این مقاله، پس از بررسی تاریخ ترجمهٔ این اثر به زبان عربی و تحریر خواجه نصیرالدین طوسی از آن، برخی از ویژگی‌های این تحریر، از راه مقایسهٔ آن با ترجمهٔ اسحاق بن حنین، خواهد آمد. سپس با مقایسهٔ بخش‌هایی از فن اول از جملهٔ چهارم درة التاج قطب‌الدین شیرازی با ترجمهٔ عربی اسحاق بن حنین و تحریر خواجه نصیرالدین طوسی، نشان داده می‌شود که اثر قطب‌الدین در واقع ترجمهٔ فارسی تحریر اصول طوسی است، هرچند برخی تفاوت‌ها میان این دو اثر وجود دارد. در بخش پایانی مقاله یکی از این تفاوت‌ها بررسی می‌شود و آن شکلی واحد است که قطب‌الدین از تلفیق شکل‌های چهل و هشت قضیهٔ مقالهٔ اول اصول اقلیدس، ترسیم کرده است.

کلیدواژه‌ها: اصول اقلیدس، قطب‌الدین شیرازی، تحریر اقلیدس خواجه نصیر، ترجمهٔ اقلیدس اسحاق بن حنین، ترجمهٔ اصول، کتاب اصول، ریاضیات دورهٔ اسلامی

مقدمه

دستیابی مسلمانان به علوم یونانی، از جمله ریاضی، به خصوص از دورهٔ عباسیان آغاز شد. منصور (حکومت: ۱۳۶-۱۵۸ق/۷۵۴-۷۷۵م) و مأمون (۱۹۸-۲۱۸ق/۸۱۳-۸۳۳م) از خلفای عباسی نسخه‌هایی از اصول اقلیدس را از بیزانس همراه با نسخه‌هایی از آثار دیگر یونانی به دست آوردند (قربانی، زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، ص۴۹۵). اصول اقلیدس در زمان خلافت هارون الرشید (۱۷۰-۱۹۳ق/۷۸۶-۸۰۹م) توسط حجاج ابن یوسف ابن مطر به عربی ترجمه شد. همین مترجم بار دیگر در زمان مأمون این کتاب را به عربی برگرداند. این دو ترجمه به ترتیب به ترجمه‌های «هارونی» و «مأمونی» از اصول مشهور شده‌اند.

ترجمهٔ دیگر، ترجمهٔ اسحاق بن حنین بن اسحاق العبادی (متوفی ۲۹۸ق/۹۱۰م) است. این ترجمه را که ثابت بن قرّه در آن تجدید نظر کرده است، می‌توان نمونه‌ای از یک ترجمهٔ خوب دانست. مترجم، در عین آن که کوشیده است تا دشواری‌ها و ناهمواری‌های موجود در متن یونانی را از پیش پای خود بردارد، با کمال حفظ امانت آن را از زبان یونانی به زبان عربی انتقال داده است.

سومین متن عربی موجود که از خواجه نصیرالدین طوسی (۵۹۷-۶۷۲ق/۱۲۰۱-۱۲۷۳م) است، نه یک ترجمه بلکه یک تحریر و دوباره‌نویسی بر پایهٔ ترجمه‌های عربی قدیمی‌تر است. این متن که معمولاً آن را تحریر اقلیدس می‌نامند (همان، ص۴۹۶)، در مدتی کوتاه همهٔ ترجمه‌های عربی دیگر را از رواج انداخت، چندان که تقریباً همهٔ ریاضی‌دانان بعدی غالباً به جای مراجعه به ترجمه‌های عربی، به همین روایت بازنگاری شده مراجعه می‌کردند (کرامتی، «اصول اقلیدس»، صص۲۶۳-۲۶۵؛ همو، «تحریر اقلیدس»، صص۲۸۶-۲۸۸).

ترجمه‌های فوق از اصول اقلیدس خود مبنای ترجمه‌های دیگری شدند، مثلاً نخستین ترجمهٔ لاتینی از اصول، که ترجمهٔ کاملی است، نه از زبان یونانی بلکه از روی ترجمه‌های عربی انجام شده است(هیث،[1] ص۱۹۴). از دیگر ترجمه‌های مهمی که بر اساس ترجمه‌های عربی انجام شده است دو ترجمه و تحریر فارسی است که به‌دست قطب‌الدین شیرازی (۶۳۴-۷۱۰ق/۱۲۳۶-۱۳۱۰م) انجام شده است (کرامتی، «درة التاج لغرة الدباج»، ص۱۶۶).

ترجمهٔ اولِ منسوب به قطب‌الدین ظاهراً ترجمهٔ فارسی تحریر اصول اقلیدسِ خواجه نصیرالدین طوسی است که در سال ۶۸۱ق انجام شده است (قربانی، «قطب‌الدین شیرازی: ریاضی‌دان و منجم زبردست ایرانی»، ص۴۳۰) و ترجمهٔ دومِ اصول اقلیدس را

1. Heath

قطب‌الدین شیرازی در اثر دایرةالمعارف گونهٔ خود، درة التاج، قرار داده است (نک: مشکوة، ص اچ)، اگرچه با یک مقایسهٔ اجمالی به نظر می‌رسد که ترجمهٔ دوم در واقع همان ترجمهٔ اول است (قربانی، همان، ص۴۳۰؛ همو، زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، صص۳۵۲-۳۵۳؛ اسربی[1]، صص۵۴۶-۵۴۷)، با اختلافات بسیار مختصر قابل چشم پوشی، که به جهت اهمیت اصول اقلیدس، در قسمت ریاضی درة التاج گنجانده شده است اما در هیچ یک از دو ترجمهٔ قطب‌الدین نه تنها اشاره‌ای به استفاده از تحریر خواجه نصیرالدین طوسی نشده، بلکه سخن او در آغاز ترجمهٔ اصول اقلیدس در درة التاج چنان است که گویی خود به نسخه‌های دو ترجمهٔ عربی ثابت و حجاج مراجعه کرده است.

مقایسهٔ ترجمهٔ فارسی تحریر اقلیدس خواجه نصیرالدین و تحریر اقلیدس درة التاج

به همین سبب در این مقاله قسمت‌هایی از دیباچه و مقالات دو ترجمهٔ منسوب به قطب‌الدین را بررسی می‌کنیم. قطب‌الدین در دیباچهٔ ترجمهٔ فارسی «تحریر اقلیدس» خواجه نصیر (قطب‌الدین شیرازی،«تحریر اقلیدس»، نسخهٔ شمارهٔ ۷۲۵۹ مجلس) می‌گوید:

> تا عنایت ربانی حجاب انتظار از پیش چهرهٔ مراد محرر این سواد برداشت و ادراک سعادت مجاورت خدمت با رفعت و نیل شرف ملازمت حضرت با نصرت مخدوم ... قدوة صدور العالم، افتخار بنی‌آدم، مفخر ایران، نظام جهان، مجیر الملة و الدین، تاج الاسلام و المسلمین، ذخر الملوک و السلاطین، ... امیر شاه بن الامیر السعید تاج الملة و الدین معتز بن طاهر ادام الله علائه و زاد فی مدارج کماله ارتقاء روزی کرد؛ ... خاطر همیشه به اندیشهٔ آنکه فتح باب اظهار اخلاص در حضرت او به چه وسیله صورت بندد ... در اثناء این تفکر و بیدای این تحیر ناگاه تباشیر صبح مراد بدرخشید و از آن معدن مجد و کرم و منبع حسن اشارتی بترجمهٔ کتاب اقلیدس صوری در اصول هندسه و حساب بدین دعاگوی مخلص و هواخواه متخصص، احوج خلق الله الیه محمد بن مسعود الشیرازی ... نفاذ یافت. پس بحکم این مقدمه و آنکه امتثال فرمان از لوازم خدمت و شرایط مطاوعت است ... در تحریر آن شروع کرده شد و **هرچند طبع این یگانهٔ روزگار بر دقایق علوم و اسرار معانی مطلع است و هر مشکلی به نسبت با حدس صائب و فکر ثاقب او آسان، اما بجهت آنکه تا طبع نقاد و ذهن وقاد او از تفکر در ایضاح معانی کتاب کوفته نشود و ضمیر منیر و خاطر خطیرش به تذکر معانی التفات نباید نمود، حوالات به اشکال کی در هر شکلی**

1. Acerbi

> **موقوف علیه است ثبت کرده شد و همچنین اختلاف اوضاع و مقدماتی کی محتاج الیه است و در اصل کتاب مذکور نیست. انشاء الله بشرف ارتضاء مشرف گردد و به نظر رضا ملحوظ.** ایزد سبحانه و تعالی همیشه این ذات بزرگوار و شخص نامدار را منبع مفاخر و مجمع مآثر دارد ...

و در فنّ اول از جملهٔ چهارم درة التاج (همو، درة التاج، نسخهٔ شمارهٔ ۴۷۲۰ مجلس) می‌گوید:

> جملهٔ چهار از درة التاج لغرة الدباج در علم اوسط که علم ریاضی است و این چهار فن است: فن اول در اسطقسات که عبارتست از کتاب اقلیدس. بدان که این کتاب پانزده مقالت است با دو مقالت کی به آخر آن الحاق کرده‌اند و اشکال آن به حسب نسخهٔ حجاج چهارصد و شصت و شش است و به حسب نسخهٔ ثابت چهارصد و هفتاد و شش و در بعضی مواضع در ترتیب اشکال نیز اختلافی هست میان هر دو نسخه و من رقم اشکال مقالات ثابت به حمرة خواهم کرد و از آن حجاج به سواد اگر در ترتیب مخالف از آن باشد و غرض آن است تا خوانندگان را اطلاع بر هر دو نسخه و اعداد اشکال و ترتیب آن حاصل شود. و همچنین هر چه از اصل کتاب نیست آنرا جدا کرده‌ام از آن یا به اشارت به آن یا به اختلاف الوان اشکال و ارقام آن تا بینندگان اصل کتاب را از مزید علیه بی زیادت تأملی باز شناسند. و دیگر بدانکه **هرچند طبع این یگانهٔ روزگار بر دقایق علوم و اسرار معانی مطلع است و هر مشکلی به نسبت با حدس صائب و فکر ثاقب او آسان، اما به جهت آنکه تا طبع نقاد و ذهن وقاد او از تفکر در ایضاح معانی کتاب کوفته نشود و ضمیر منیر و خاطر خطیرش به تذکر معانی التفات نباید نمود، حوالات به اشکال کی در هر شکلی موقوف علیه است ثبت کرده شد و همچنین اختلاف اوضاع و مقدماتی کی محتاج الیه است و در اصل کتاب مذکور نیست انشاء الله بشرف ارتضاء مشرف گردد و به نظر رضا ملحوظ.**

از مقایسهٔ دیباچه‌ها و قضایای دو ترجمه که صورت مشابهی دارند می‌توان گفت که قطب‌الدین شیرازی اصول اقلیدس را یک بار ترجمه کرده است، امّا در دو زمان مختلف و با تغییری مختصر، و در نهایت با تغییری در دیباچه‌ها آن را به دو شخص مختلف اهداء کرده است. چنان که آمد برخی از پژوهشگران معتقدند که فنّ اول از جملهٔ چهارم درة التاج، یعنی ترجمهٔ اصول اقلیدس، ترجمهٔ تحریر اصول اقلیدس خواجه نصیرالدین است؛ نگارنده برای بررسی صحت و سقم پژوهشی با مراحل زیر انجام داده است:

۱. مقایسهٔ تحریر اصول اقلیدس خواجه نصیر و ترجمهٔ اسحاق بن حنین

با مقابلهٔ این دو متن مشخص شد خواجه نصیر تقریباً تمام تعریف‌ها، اصول موضوعه، علوم متعارفه و قضایا را به همان ترتیب اسحاق بن حنین نوشته و روش اثبات قضایا نیز همان‌گونه است با این تفاوت که خواجه نصیر اثبات قضایا را از حالتِ مفصّل خارج کرده و مطالب را با چیدمان دیگری مرتب کرده است، علاوه بر آن در بعضی قضایا حالت‌های گوناگون را نیز در نظر گرفته و اثبات کرده و به اسامی تعداد کمی از قضایا اشاره کرده است.

۱ـ۱. ساختار تغییرات

برای مشاهدهٔ تفاوت‌های میان این دو متن قضیهٔ دهم از مقالهٔ اول، به عنوان مثال، نخست از ترجمهٔ اسحاق و سپس بر اساس تحریه خواجه خواهد آمد.

ترجمهٔ اسحاق:

> ی. نرید أن نقسم خطّاً مستقیماً مفروضاً ذا نهایة بنصفین
>
> فلیکن الخط المستقیم المفروض ذو نهایة اب مثلثاً متساوی الاضلاع و هو اجب و نقسم اب زاویة اجب بنصفین بخط جد المستقیم فلان خط اج مساوٍ لخط جب و خط جد مشترک یکون کلا خطی جد اج مساویین لکلی خطی جدً جب کل واحد لنظیره و زاویة اجد مساویة بجد فقاعدة اد مساویة لقاعدة دب فقد قسّم خط اب المستقیم المفروض و النهایة بنصفین علی نقطة د و ذلک ما أردنا أن نبیّن.

تحریر خواجه:

> ی. نرید أن ننصّف خطاً محدوداً کخط اب
>
> فنعمل علیه مثلث اجب المتساویة الاضلاع و ننصف زاویة ج بخط جد فننصف الخط به و ذلک لأنّ فی مثلثی اجد بجد ضلعی اج جد و زاویة اجد مساویة لضلعی بج جد و زاویة بجد فاوّل قاعدتا اد دب متساویتان و ذلک ما أردناه.

از مقایسهٔ دو متن فوق تغییرات تحریر خواجه نصیر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

۱. به جای «نقسم ... بنصفین» از کلمهٔ «ننصّف» استفاده شده است.

۲. به جای «خطّاً مستقیماً مفروضاً» از تک‌واژهٔ «خطاً» استفاده شده است.

۳. به جای «ذانهایة» کلمهٔ «محدوداً» آمده است.

۴. عبارت «کخط اب» به صورت قضیه اضافه شده است.

۵. به جای عبارت «یکون کلا خطی جد اج مساویین لکلی خطی جد جب کل واحد لنظیره و زاویة اجد مساویة بجد فقاعدة اد مساویة لقاعدة دب» عبارت «ضلعی اج

جد و زاویة اجد مساویة لضلعی بج جد و زاویة بجد فاوّل قاعدتا اد دب متساویتان» آمده است.

۶. جملهٔ «فقد قسّم خط اب المستقیم المفروض و النهایة بنصفین علی نقطة د» از انتهای اثبات حذف شده است.

تغییر شمارهٔ یک را می‌توان نشانهٔ به‌کار بردن عبارات کوتاه‌تر دانست؛ تغییر شمارهٔ دو را به معنی عدم تکرار پیش‌فرض‌هایی که قبل از ورود به قضایا در نظر گرفته شده است، مثلاً در این مورد چون قبل از ورود به قضایا، خط همان خط مستقیم فرض شده است، از تکرار این پیش فرض در قضیه و اثباتِ آن خودداری شده است؛ تغییر شمارهٔ سه نشانهٔ جایگزینی کلمات ساده‌تر است؛ تغییر شمارهٔ چهار ترکیب صورت قضیه با شکل آن است؛ تغییر شمارهٔ پنج نشان دهندهٔ خلاصه کردن عبارات و حذف کلمات تکراری است و بالاخره تغییر شمارهٔ شش نشان حذف تکرار صورت قضیه است که بر پایهٔ شکل استفاده شده در اثبات قضیه ساخته شده است. چنین ساختاری را تقریباً در همهٔ قسمت‌های دیگر تحریر خواجه نصیر می‌توان دید

۱ـ۲. حالت‌های مختلف یک قضیه

پرداختن به حالت‌های مختلف بعضی از قضایا توسط خواجه نصیر، از جمله تفاوت‌های قابل توجه است که به عنوان مثال در قضیهٔ هفتم می‌توان نمونه‌ای از آن را دید.

ترجمهٔ اسحاق:

> ز. لیس یقوم علی خط واحدٍ مستقیم خطان مستقیمان مساویان لخطّین آخرین مستقیمین کل واحد لنظیره ٍویکون ملتقاهما وملتقی الآخرین فی جهة جهة واحدة علی نقطتین مختلفتین ونهایتاهما نهایتا الخطین المساویین لهما
>
> فإن امکن فلیقم علی خط اب المستقیم خطا جب اد المستقیمان وخطّان آخران مساویان لهما کل واحد لنظیره وهما دب اد ولیکن ملتقاهما وملتقی الآخرین فی جهة جهة واحدة علی نقطتین مختلفتین وهما د ج ونهایتاهما نهایتی الخطّین المساویین لهما امّا نهایتا خطی اد جا فنقطة ا وامّا نهایتا خطّی بد جب فنقطة ب ونصل جد فلأنّ خط جا مساوٍ لخطّ اد تکون زاویة جدا مساویه لزاویة دجا فزاویة جدا أعظم من زاویة دجب فزاویة جدب إذا اعظم کثیراً من زاویة دجب ولأنّ خط دب مساو لخط بد یکون زاویة جدب مساویه لزاویة دجب وقد کان تبیّن أنّها اعظم کثیراً منها وهذا غیر ممکن فلیس یقوم علی خطّ واحد مستقیم خطّان مستقیمان مساویان لخطّین آخرین مستقیمین کل واحد لنظیره ویکون متلقاهما وملتقی الآخرین فی جهة جهة واحدة علی نقطتین مختلفتین ونهایتاهما نهایتا الخطین المساویین لهما وذلک ما أردنا أن نبیّن.

تحریر خواجه:

ز. اذا اخرج من طرفی خط خطّان یلتقیان علی نقطه فلا یمکن أن نخرج من طرفیه فی تلک الجهة آخران مساویان لهما خارجان من مخرجی نظیرتهما ملتقیان علی غیر تلک النقطة مثلاً اخرج من طرفی اب خطّا اج بج. فلتقیا علی ج وأن امکن أن نخرج فی جهة جهة ج خطّان آخران مساویان لهما ملتقیان علی غیر ج

فلیکونا اد المساوی لـ اج وبد المساوی لـ بج ولتلقیها علی د ونصل جد فیکون زاویتا اجد ادج متساویتین لتساوی ساقی اج اد وزاویة بجد اصغر من زاویة اجد فهی أصغر من زاویة ادج وهکذا أصغر من زاویة بدج فزاویة بجد أصغر کثیراً من زاویة بدج لکنهما متساویتان لتساوی ساقی بج بد هذا خلف فإذن ثبّت الحکم وذلک ما أردناه.

أقول ولهذا الشکل اختلاف وقوع فإن د یقع علی خارج المثلث اجب بحیث یتقاطع خطّان من الأربعة الخارجة من الطرفین قبل الإلتقاء أو بحیث لا یتقاطعان وعلی داخله ولا علی أحد ساقی اج جب من غیر اخراجه أو بعد ذلک وهذه خمسة أو جح اما الأول فقد مرّ بیانه وعلی الثانی و الثالث فیکونان هکذا ونصل فیهما دج ونخرج ضلعی اد اج لا ەز فیکون زاویتا ەدج زجد متساویتین لتساوی ساقی اد اج ویلزم منه بمثل البیان المذکور تساوی الکل وجزوه ویظهر الخلف وعلی الرابع والخامس فیلزمهما تطابق الخطین الخارجین من أحد الطرف کخطّی بج بد مثلاً وکون أحدهما أکبر من الآخر مع فرض تساویهما فیظهر الخلف اسرع وهذه صورتهما.

عبارت «أقول ... هذه صورتهما» مربوط به حالت‌های مختلف قضیه است که خواجه نصیر به اثبات آن افزوده است. نمونهٔ دیگری از این افزوده‌ها را برای مثال می‌توان در قضیهٔ شانزدهم از همین مقاله دید که در آنجا خواجه نصیر پس از آوردن صورت و اثبات قضیه یک نتیجهٔ کلی از آن را آورده است.

۱ـ۳. اسامی خاصّ قضیه‌ها

خواجه نصیر در مواردی بسیار اندک، در انتهای اثبات قضایا به اسمی که قضیه به آن مشهور شده نیز اشاره کرده است؛ برای مثال او قضیهٔ پنجم از مقالهٔ اول را «قضیهٔ مأمونی» و قضیهٔ بیستم از همان مقاله را «قضیهٔ حماری» می‌خواند. این نام‌گذاری‌ها در ترجمهٔ اسحاق دیده نمی‌شود.

۲. مقایسهٔ تحریر اقلیدس خواجه نصیر و ترجمهٔ فارسی قطب‌الدین شیرازی

برای مقایسهٔ این دو تحریر ابتدا قسمت‌هایی از دیباچهٔ دو اثر بررسی شده است. عبارت خواجه نصیر در بخشی از دیباچهٔ تحریر اقلیدس به این صورت است:

> فلَمّا فرغتُ عن تحریر المجسطی رأیت أن أحرر کتاب اصول الهندسة والحساب المنسوب الی اقلیدس الصوری ... وأفرز ما یوجد من اصل الکتاب فی نسختی الحجاج وثابت عن المزید علیه إما بالإشارة إلی ذلک أو باختلاف الوان الأشکال وارقامها ... أقول الکتاب مشتمل علی خمسة عشرة مقاله مع الملحقتین بآخره وهی اربعمائة وثمانیة وستون شکلاً فی نسخة الحجاج وبزیادة عشرة اشکال فی نسخة ثابت وفی بعض المواضع فی الترتیب أیضاً بینهما اختلاف وأنا رقمت عدد أشکال المقالات بالحمرة لثابت وبالسواد للحجاج إذا کان مخالفه.

از مقایسهٔ این متن با آنچه قطب‌الدین به فارسی در دیباچهٔ فنّ اول از جملهٔ چهارم درة التاج آورده است ـ که پیش‌تر آمد ـ می‌توان نتیجه گرفت که شاید قطب‌الدین قسمت‌هایی از دیباچه‌اش را با توجه به دیباچهٔ خواجه نصیر و با اندک تغییراتی در ترتیب جملات نگاشته است. از جملهٔ این شباهت‌ها تمایز رنگی میان صورت قضایای ترجمهٔ ثابت (قرمز) و حجاج (سیاه) است که هر دو نفر یکسان برگزیده‌اند. در ادامه و در جدولی صورت سه قضیه از این دو تحریر مقایسه شده است.

	تحریر خواجه نصیر	تحریر قطب‌الدین
قضیهٔ دهم	ی. نرید أن ننصّف خطاً محدوداً کخط اب فنعمل علیه مثلث اجب المتساویة الأضلاع وننصف زاویة ج بخط جد فننصف الخط به وذلک لأن فی مثلثی اجد بجد ضلعی جد اج وزاویة اجد مساویة لضلعی جد بج وزاویة بجد فأوّل قاعدتا دب اد متساویتان و ذلک ما أردناه.	ی. می‌خواهیم که خطی محدود چون اب تنصیف کنیم بر او مثلث اجب متساوی الاضلاع بسازیم و زاویه ج را به جد تنصیف کنیم که اب به او منصف شود چه جد اج و زاویه اجد مساوی جد بج و زاویه بجد باشد پس قاعده دب اد متساوی باشند و هوالمطلوب.

	تحریر خواجه نصیر	تحریر قطب‌الدین
قضیهٔ پانزدهم	یه. الزاویتان المتقابلتان الحادثتان من تقاطع کل خطین متساویتان مثلاً کزاویتی اهد جهب الحادثتین التقاطع خطی جد اب وذلک لأنّ مجموع زاویتین جها بهج متساوی لمجموع زاویتین اهد جها یکون کل واحد من المجموعین معادلاً لقایمیتین فیبقی بعد اسقاط زاویة جها المشترکة زاویتا اهد جهب متساویتین وذلک ما أردناه ونبیّن مع ذلک أن الزوایا الأربعة الحادثة من تقاطعهما معادلة لأربع قوائم اقول وهذا الحکم ثابت لجمیع زوایا محیط بنقطة أین کانت النقطة وکم کانت الزوایا.	یه. هر دو زاویه متقابل که حادث باشند از تقاطع دو خط چون اهد جهب متساوی باشند چه زاویه اهج با هر یکی مساوی دوقایمه است و بعد از اسقاط او اهد جهب متساوی باشند و هو المراد و روشن می‌شود از این که زوایای اربعه حادثه از تقاطع ایشان معادل **چهار**قایمه باشند و من می‌گویم این حکم ثابت است بر جمیع زوایایی که محیط باشند به نقطه، هر جا که باشد نقطه و چندان که باشد زوایا.
قضیهٔ بیستم	ک. کل ضلعی مثلث فهما معاً أفضل من الثالث مثلاً ضلعا اج اب فی مثلث ابج أطول من ضلع بج فلنخرج با ونجعل اد مثل اج ونصل دج فیکون زاویة بجد التی هی أعظم من زاویة اجد المساویة لزاویة ادج اعظم من زاویة ادج فإذن وتر بد أعنی مجموع اج با أطول من وتر بج وذلک ما أردناه نقول وهذا الشکل ملقّب بالحماری.	ک. هر دو ضلع از مثلث چون اج اب با هم اطول باشند از ضلع سیم چون بج چه با را اخراج کنیم، و از او اد مساوی اج جدا کنیم و جد به پیوندیم پس به جهت آن که زاویه بجد اعظم است از اجد که مساوی د است اعظم باشد از د و وتر بد بل اج با اطول باشد از وتر بج و هوالمراد و من می‌گویم این شکل را شکل حماری می‌خوانند.

از مقایسهٔ متن عربی تحریر خواجه و تحریر فارسی قطب‌الدین در این مثال‌ها می‌توان مشابهت دو متن را دریافت، هرچند در مواضعی قطب‌الدین کمی عبارت را مختصر کرده و در موارد بسیاری نیز افزوده‌های خواجه نصیر را حذف کرده است که از این میان، حذفِ حالت‌های مختلفِ قضیهٔ ۴۷ از مقالهٔ اول (اثبات رابطهٔ فیثاغورث) از مهم‌ترین مواردِ حذف شده است. قطب‌الدین در پایان این قضیه دلیل این حذف را این گونه آورده است:

> و من می‌گویم این شکل را شکل عروس می‌خوانند و او را اختلاف وقوع بیش از آن است کی لایق این کتاب باشد؛ اگر در ثانی الحال طبع مبارک ملک اسلام ... نشاط بحث از آن اختلاف فرماید در آن باب رساله به استقلال ساخته شود ان شاء الله العزیز.

مهدی بن ابی‌ذر نراقی، مترجم تحریر خواجه به فارسی نیز در این باره معتقد است که قطب‌الدین «اصل کتاب اقلیدس» را به فارسی درآورده که «منحصر است به فارسی نمودن اصل اشکال (قضایای) اقلیدس و مطلقاً معترض بیانات و فوائد خواجه و همچنین متعرض توضیح اغلاقات و تبیین اشکال نشده است»، او همچنین می‌گوید که «ولی چنین نیست که مصنف هیچ چیز بر کتاب اقلیدس نیفزوده است»؛ بر این اساس می‌توان گفت اگر فرض کنیم که قطب‌الدین تحریر خواجه را به فارسی برگردانده، دست کم باید گفت که افزون بر حذف اغلب توضیحات وی، در برخی موارد نکاتی شایان توجه نیز بدان افزوده است. مثلاً خواجه نصیر در آغاز مقالهٔ نخست و هنگام اشاره به اصل پنجم (اصل توازی)، خواننده را به بحث نسبتاً مفصل خود در این باره، که از پی قضیهٔ ۲۸ اصول آمده، ارجاع می‌دهد اما قطب‌الدین درست پس از ذکر اصل پنجم، توضیحاتی نسبتاً مفصل و البته کاملاً متفاوت آورده است و در پایان قضیهٔ ۲۸ دیگر متعرض این نکته نشده است.

۳. مقایسهٔ تحریر اصول اقلیدس قطب‌الدین و ترجمهٔ اسحاق بن حنین

از یک سو با مقایسهٔ قضایای ترجمه شده توسط اسحاق، در قسمت اول، و ترجمهٔ فارسی آن قضایا، درقسمت دوم، و از سوی دیگر با توجه به نتیجهٔ حاصل از قسمت قبل می‌توان تحریر قطب‌الدین را به لحاظ کمّی و کیفی بیشتر وابسته به تحریر خواجه نصیر دانست تا به ترجمهٔ اسحاق بن حنین و در صورتی که خواجه نصیر به طور مستقیم و بدون استفاده از هیچ منبع دیگری، تحریر اسحاق را خود، نگاشته باشد، می‌توان گفت که در واقع تحریر قطب‌الدین همان ترجمهٔ تحریر خواجه نصیر است.(قربانی، زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، صص۳۵۲-۳۵۳؛ همو، «قطب‌الدین شیرازی: ریاضی‌دان و منجم زبردست ایرانی»، ص۴۳۰)

مقایسهٔ کمّی قضایای در نظر گرفته شده با حالت‌های مختلف در متون خواجه نصیر، قطب‌الدین و اسحاق بن حنین

در اینجا به بررسی آن خواهیم پرداخت که کدام یک از قضایا در هر یک از متون ذکر شده، فقط اصلِ آنها اثبات شده و کدام یک، علاوه بر اصل قضیه، دارای اثبات حالت‌های مختلف نیز هست. بدین منظور در جدول زیر عبارت «اثبات قطب‌الدین» و عبارات نظیر آن، نشانگر قضیه‌ای است که فقط اصل آن ثابت شده است و عبارت «قطب‌الدین حالت‌های مختلف را در نظر گرفته» و عبارات نظیر آن گویای این مطلب است که نویسنده علاوه بر اصل قضیه، به اثبات حالات مختلف قضیه نیز پرداخته است.

شمارهٔ قضیه	اثبات قطب‌الدین	قطب‌الدین حالات مختلف را اثبات کرده است	اثبات خواجه نصیر	خواجه نصیر حالات مختلف را اثبات کرده است	اثبات اسحاق بن حنین
۱	✓		✓		✓
۲		✓		✓	✓
۳		✓	✓		✓
۴	✓		✓		✓
۵	✓			✓	✓
۶	✓			✓	✓
۷		✓		✓	✓
۸	✓		✓		✓
۹		✓		✓	✓
۱۰	✓		✓		✓
۱۱	✓			✓	✓
۱۲	✓			✓	✓
۱۳	✓		✓		✓
۱۴	✓		✓		✓
۱۵	✓		✓		✓
۱۶		✓		✓	✓
۱۷	✓		✓		✓
۱۸	✓			✓	✓
۱۹	✓		✓		✓
۲۰	✓			✓	✓
۲۱	✓			✓	✓
۲۲		✓		✓	✓
۲۳	✓		✓		✓
۲۴		✓		✓	✓
۲۵	✓			✓	✓
۲۶	✓			✓	✓
۲۷	✓		✓		✓
۲۸	✓			✓	✓
۲۹	✓		✓		✓

شمارهٔ قضیه	اثبات قطب‌الدین	قطب‌الدین حالات مختلف را اثبات کرده است	اثبات خواجه نصیر	خواجه نصیر حالات مختلف را اثبات کرده است	اثبات اسحاق بن حنین
۳۰	✓		✓		✓
۳۱	✓		✓		✓
۳۲	✓			✓	✓
۳۳	✓			✓	✓
۳۴	✓			✓	✓
۳۵		✓		✓	✓
۳۶	✓		✓		✓
۳۷	✓		✓		✓
۳۸	✓		✓		✓
۳۹	✓			✓	✓
۴۰	✓			✓	✓
۴۱	✓		✓		✓
۴۲		✓		✓	✓
۴۳	✓		✓		✓
۴۴	✓		✓		✓
۴۵	✓		✓		✓
۴۶	✓		✓		✓
۴۷	✓			✓	✓
۴۸	✓		✓		✓

از مقایسهٔ ستون‌های جدول فوق می‌توان دریافت که خواجه نصیر ۲۴ قضیه از ۴۸ قضیهٔ مقالهٔ اول را با حالت‌های مختلف ثابت کرده، در صورتی که قطب‌الدین فقط ۹ قضیه را با حالت‌های مختلف در نظر گرفته و از این تعداد، ۸ قضیه نیز تقریباً ترجمهٔ کلمه به کلمهٔ حالت‌هایی است که خواجه نصیر برای آن قضایا ثابت کرده و قضیهٔ سوم تنها قضیه‌ای است که قطب‌الدین حالت‌های دیگرِ آن را در نظر گرفته و خواجه نصیر فقط به اثبات اصل قضیه پرداخته است.

همچنین همان طور که در جدول می‌توان دید، اسحاق بن حنین فقط به اثبات اصل قضایا، بدون در نظر گرفتن حالت‌های گوناگون پرداخته است که چراییِ آن موضوعی

قابل تأمل است. هیث که اصول اقلیدس را بر اساس تحریر تئون اسکندرانی بازنویسی کرده است، اساس پرداختن تئون فقط به اصل قضایا و حذف حالت‌های مختلف را ساده‌نویسی و خلاصه‌سازی دانسته (هیث، صص۵۶-۵۷)، موضوعی که شاید در بارهٔ تحریر اسحاق بن حنین نیز بتوان گفت.

چهل و هشت قضیه در یک شکل

از نکات قابل توجه در ترجمه و تحریر قطب‌الدین تلفیق شکل‌های قضیه‌های مختلف است. قطب‌الدین شیرازی شیوهٔ فوق را در تلفیق کردن شکل‌های ۴۸ قضیهٔ مقالهٔ اول اصول به‌کار برده است.[۱]

قضایای مقالهٔ اول اصول را می‌توان به سه گروه تقسیم کرد. نخست قضایایی که عمدتاً مربوط به مثلث‌ها، ترسیم آنها و بررسی خواص آنها، یعنی روابط موجود میان اضلاع و زوایای آنها با یکدیگر هستند به انضمام سه قضیهٔ مربوط به قابلیت انطباق اشکال بر یکدیگر، تلاقی دو خط راست، زوایای متقابل به رأس و زاویه های مجاور که دو خط با هم می‌سازند. همچنین تعدادی از مسائل ترسیمی ساده مانند رسم عمود و عمود منصف یک خط و رسم نیمساز یک زاویه را می‌توان در این گروه قرار داد. گروه دوم قضایای مربوط به نظریهٔ توازی هستند و گروه سوم به معرفی متوازی‌الاضلاع‌ها اختصاص دارند و به طور کلی به بررسی متوازی‌الاضلاع‌ها، مثلث‌ها و مربع‌ها و مساحت آنها می‌پردازند. در ادامه صورت این چهل و هشت قضیه خواهد آمد:

قضیهٔ اول: می‌خواهیم بر پاره‌خط مفروض مثلث متساوی‌الاضلاع بسازیم.

قضیهٔ دوم: می‌خواهیم از یک نقطهٔ مفروض پاره‌خطی مساوی پاره‌خط مفروض دیگری رسم کنیم.

قضیهٔ سوم: دو پاره‌خط مفروضند به طوری که یکی از آنها بزرگ‌تر از دیگری است. می‌خواهیم روی پاره‌خط بزرگتر به اندازهٔ پاره‌خط کوچک‌تر جدا کنیم.

قضیهٔ چهارم: هرگاه دو ضلع و زاویهٔ بین از مثلثی با دو ضلع و زاویهٔ بین از مثلثی دیگر برابر باشند اضلاع و زوایای دیگر و همچنین دو مثلث متساویند.

قضیهٔ پنجم: در مثلث متساوی‌الساقین، زوایای مجاور به قاعده با هم برابرند و همچنین دو زاویهٔ زیر قاعده که از امتداد دو ساق پدید آمده‌اند با هم مساویند.

---

۱. نگارنده برای بررسی این موضوع و صحت انتساب آن به قطب‌الدین شیرازی، به مقالهٔ اول از شش نسخهٔ تحریر اقلیدس خواجه نصیر مراجعه کرده است که عبارتند از نسخه‌های شماره‌های ۵۴۴۳، ۵۴۴۴، ۵۴۴۵، ۵۴۴۶، ۵۲۶۱ و ۷۴۸۳ کتابخانهٔ آستان قدس رضوی و در نهایت نتیجه گرفته است که این شکل تلفیقی متعلق به خود قطب‌الدین شیرازی است و به ترجمه افزوده شده است.

قضیهٔ ششم: اگر دو زاویه از مثلثی با هم برابر باشند، ضلع‌های مقابل به آن دو زاویه نیز با هم مساویند.

قضیهٔ هفتم: پاره‌خطی مفروض است، از دو سر پاره‌خط مفروض در یک طرف پاره‌خط دو خط رسم کرده‌ایم که یکدیگر را در نقطه‌ای قطع کرده‌اند و در همان طرف دوباره از دو سر همان پاره‌خط دو خط دیگر رسم کرده‌ایم که یکدیگر را در نقطه‌ای دیگر قطع کرده‌اند. می‌خواهیم ثابت کنیم که پاره‌خط‌های اخراج شده از یک سرِ پاره‌خط مفروض، با هم مساوی نیستند.

قضیهٔ هشتم: هرگاه اضلاع مثلثی با اضلاع مثلثی دیگر برابر باشند آنگاه زوایای نظیر هم و نیز دو مثلث با هم متساوی می‌شوند.

قضیهٔ نهم: می‌خواهیم نیمساز زاویهٔ مفروض را رسم کنیم.

قضیهٔ دهم: می‌خواهیم یک پاره‌خط مفروض را نصف کنیم.

قضیهٔ یازدهم: می‌خواهیم از یک نقطهٔ مفروض واقع بر یک خط، بر آن عمود رسم کنیم.

قضیهٔ دوازدهم: می‌خواهیم از یک نقطهٔ غیر واقع بر یک خط، بر آن خط عمود کنیم.

قضیهٔ سیزدهم: هرگاه خطی بر خط دیگری فرود آید دو زاویهٔ پدید آمده یا قائمه‌اند یا مجموعشان مساوی دوقائمه است.

قضیهٔ چهاردهم: اگر از نقطهٔ مفروض واقع بر خط مفروض، دو خط را در طرفین خط مفروض رسم کنیم و مجموع دو زاویهٔ پدید آمده برابر با دوقائمه باشد آنگاه دو خط ترسیم شده از نقطهٔ مفروض یک خط راستند.

قضیهٔ پانزدهم: دو زاویهٔ متقابل به رأس با هم برابرند.

قضیهٔ شانزدهم: زاویهٔ خارجی پدید آمده از امتداد یکی از اضلاع مثلث، از هر زاویهٔ داخلی غیرمجاور آن مثلث بزرگتر است.

قضیهٔ هفدهم: در هر مثلث مجموع هر دو زاویه کمتر از دوقائمه است.

قضیهٔ هیجدهم: در هر مثلث زاویهٔ مقابل به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویهٔ مقابل به ضلع کوچک‌تر.

قضیهٔ نوزدهم: در هر مثلث ضلع مقابل به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع مقابل به زاویهٔ کوچک‌تر.

قضیهٔ بیستم: در هر مثلث مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است.

قضیهٔ بیست و یکم: هر گاه از دو سر ضلع مثلثی دو خط رسم کنیم که در درون مثلث یکدیگر را قطع کنند، مجموع دو پاره‌خط ایجاد شده از مجموع دو ضلع دیگر مثلث کوچک‌تر ولی زاویهٔ بین آن دو از زاویهٔ سوم مثلث بزرگ‌تر است.

قضیهٔ بیست و دوم: می‌خواهیم مثلثی رسم کنیم که اضلاع آن مساوی سه پاره‌خط مفروض باشد که مجموع هر دو پاره‌خط از پاره‌خط سوم بزرگ‌تر است.

قضیهٔ بیست و سوم: می‌خواهیم از یک نقطه واقع بر خط مفروض، زاویه‌ای مساوی یک زاویهٔ مفروض رسم کنیم.

قضیهٔ بیست و چهارم: هرگاه دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگری برابر باشد ولی زاویهٔ بین آنها برابر نباشد، ضلع مقابل به زاویهٔ بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع مقابل به زاویهٔ کوچک‌تر.

قضیهٔ بیست و پنجم: هرگاه دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگری برابر باشد ولی ضلع سوم آنها برابر نباشد آنگاه زاویهٔ مقابل به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویهٔ مقابل به ضلع کوچک‌تر.

قضیهٔ بیست و ششم: هرگاه دو زاویه و یک ضلع از مثلثی با دو زاویه و یک ضلع از مثلث دیگری برابر باشند، آنگاه زوایا و اضلاع دیگر با هم و در نتیجه دو مثلث نیز مساوی می‌شوند.

قضیهٔ بیست و هفتم: هرگاه دو خط را خطی قطع کند و دو زاویهٔ متبادل داخلی مساوی پدید آید، آن دو خط متوازیند.

قضیهٔ بیست و هشتم: هرگاه دو خط را خطی قطع کند و دو زاویهٔ متقابل داخلی و خارجی با هم برابر باشند یا دو زاویهٔ متقابل داخلی دوقائمه باشند، آن دو خط با هم موازیند.

قضیهٔ بیست و نهم: اگر دو خط موازی را خطی قطع کند، دو زاویهٔ متبادل داخلی با هم و دو زاویهٔ متقابل داخلی و خارجی با هم برابرند و دو زاویهٔ متقابل داخلی معادل دوقائمه‌اند.

قضیهٔ سی ام: خطوط موازی با یک خط، خود با هم موازیند.

قضیهٔ سی و یکم: می‌خواهیم از یک نقطهٔ مفروض خطی موازی یک خط مفروض رسم کنیم.

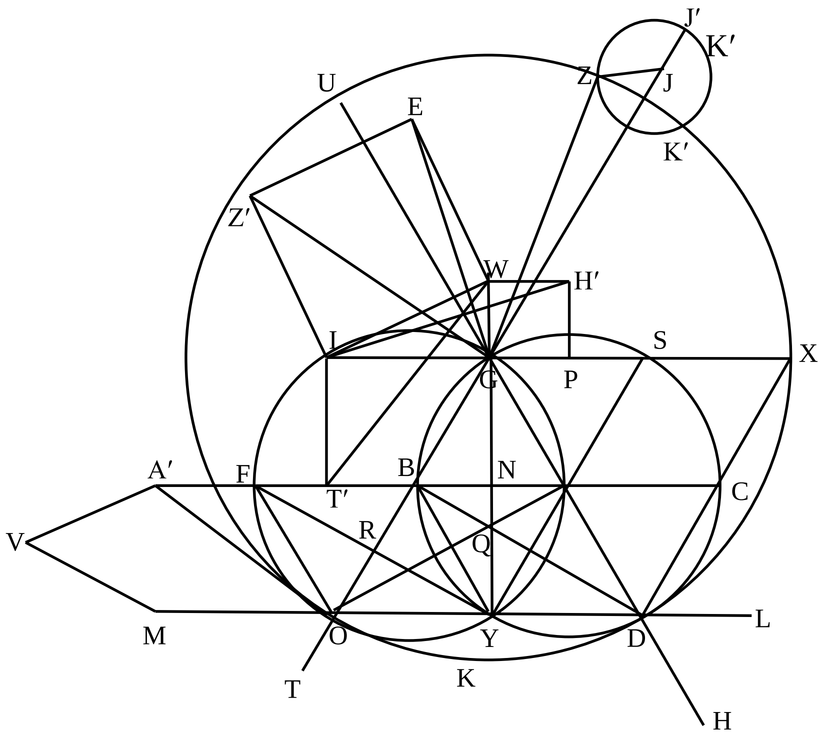
قضیهٔ سی و دوم: در هر مثلث، زاویهٔ خارجی مساوی مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور است و مجموع زوایای داخلی مثلث دوقائمه است.

قضیهٔ سی و سوم: دو پاره‌خطی که سرهای دو پاره‌خط موازی و مساوی را به هم وصل می‌کنند، خود با هم موازی و مساویند.

قضیهٔ سی و چهارم: در یک متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم و زوایای مقابل نیز با هم مساویند و قطر، متوازی‌الاضلاع را نصف می‌کند.

قضیهٔ سی و پنجم: متوازی‌الاضلاع‌هایی که یک قاعدهٔ مشترک داشته باشند و ضلع‌های موازی با قاعده در آنها بر یک خط واقع باشند، با هم مساویند.

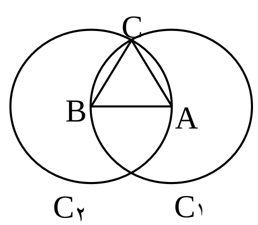
قضیهٔ سی و ششم: متوازی‌الاضلاع‌هایی که قاعده‌های آنها متساوی و بر یک خط واقع باشند و ضلع‌های موازی با قاعده در آنها نیز بر یک خط واقع باشند با هم مساویند.
قضیهٔ سی و هفتم: مثلث‌هایی که یک قاعده داشته باشند و رأس‌های مقابل به قاعده در آنها بر خط راستی موازی با قاعده واقع باشند با هم هم‌مساحتند.
قضیهٔ سی و هشتم: مثلث‌هایی که قاعده‌های آنها متساوی و بر یک خط قرار دارند و رأس‌های مقابل به قاعده‌ها در آنها بر خطی موازی قاعده‌ها قرار دارند، هم‌مساحتند.
قضیهٔ سی و نهم: مثلث‌های هم‌مساحت که یک قاعده داشته باشند و در یک طرف قاعده‌ها واقع باشند، رأس‌هایشان بر خطی موازی قاعده قرار دارند.
قضیهٔ چهلم: مثلث‌های هم‌مساحت که قاعده‌های آنها متساوی و بر یک خط و در یک طرف آن خط واقع‌اند، رأس‌های آنها نیز بر خطی موازی همان خط قرار دارند.
قضیهٔ چهل و یکم: اگر متوازی‌الاضلاع و مثلثی یک قاعده داشته باشند و رأس مثلث بر امتداد ضلع موازی با قاعده، از متوازی‌الاضلاع قرار داشته باشد، متوازی‌الاضلاع مساحتی دو برابر مساحت مثلث دارد.
قضیهٔ چهل و دوم: می‌خواهیم متوازی‌الاضلاعی رسم کنیم که هم‌مساحت با مثلثی مفروض باشد و یکی از زوایایش مساوی زاویهٔ مفروض باشد.
قضیهٔ چهل و سوم: در هر متوازی‌الاضلاع متمم‌های متوازی‌الاضلاع‌های حول یک قطر هم‌مساحتند.
قضیهٔ چهل و چهارم: می‌خواهیم بر خطی مفروض متوازی‌الاضلاعی هم‌مساحت با یک مثلث مفروض رسم کنیم به طوری که یکی از زوایایش با یک زاویهٔ مفروض برابر باشد.
قضیهٔ چهل و پنجم: می‌خواهیم متوازی‌الاضلاعی هم‌مساحت با یک چندضلعی مفروض رسم کنیم با زاویه‌ای مساوی یک زاویهٔ مفروض.
قضیهٔ چهل و ششم: می‌خواهیم بر یک پاره‌خط مفروض مربعی رسم کنیم.
قضیهٔ چهل و هفتم: در هر مثلث قائم‌الزاویه مربع ضلع مقابل به زاویهٔ قائمه (وتر) با مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر برابر است.
قضیهٔ چهل و هشتم: اگر در مثلثی مربع یک ضلع برابر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر باشد آن مثلث قائم‌الزاویه است.
اثبات این ۴۸ قضیه نیازمند ترسیم شکل‌های متناسب با هر قضیه است که قطب‌الدین شیرازی همهٔ شکل‌های ضروری آنها را با هم تلفیق کرده و در شکل زیر آورده است.



در اینجا برای مثال و روشن شدن ارتباط میان این شکل و قضایای مقالهٔ اول اثبات ۱۰ قضیه خواهد آمد.

قضیهٔ یک: می‌خواهیم بر پاره‌خط AB مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را بسازیم.

دو دایرهٔ C_1 و $C_۲$ را به مرکزهای A و B و شعاع AB رسم می‌کنیم.



C محل تلاقی دو دایره را به A و B وصل می‌کنیم؛ ABC مثلث مطلوب است زیرا

$$\left.\begin{array}{l} AB=AC=R \\ AB=BC=R \end{array}\right\} \Rightarrow AB=AC=BC$$

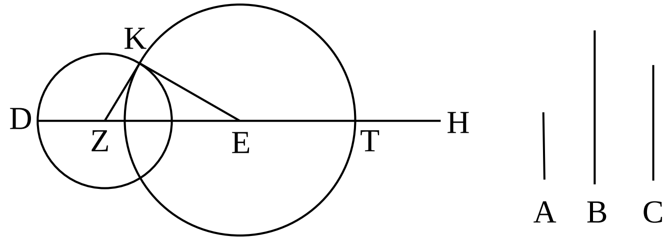
قضیهٔ بیست و دوم: می‌خواهیم مثلثی رسم کنیم که اضلاع آن مساوی سه پاره‌خط مفروض A، B و C باشد که مجموع هر دو پاره‌خط از پاره‌خط سوم بزرگ‌تر است.

نیم خط DH را در نظر گرفته و روی آن به ترتیب پاره‌خط‌های DZ، ZE و ET را مساوی پاره‌خط‌های A، B و C رسم می‌کنیم. به مرکز Z و شعاع ZD یک دایره و به مرکز E و شعاع ET دایره‌ای دیگر رسم می‌کنیم؛ محل تقاطع دو دایره را، K، به Z و E وصل می‌کنیم. ZKE مثلث مطلوب است؛ زیرا

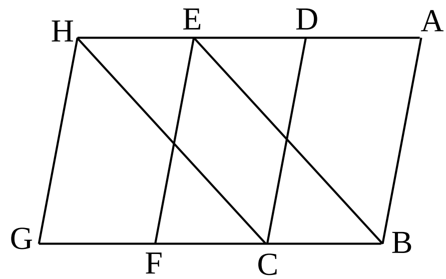
DZ=ZK=A

ZE=B

KE=ET=C



قضیهٔ سی و ششم: متوازی‌الاضلاع‌هایی که قاعده‌های آنها متساوی و بر یک خط واقع باشند و ضلع‌های موازی با قاعده در آنها نیز بر یک خط واقع باشند با هم مساویند.



فرض:
- ABCD متوازی‌الاضلاع
- EFGH متوازی‌الاضلاع
- CB=FG
- AD و EH بر یک خط واقعند

حکم: ABCD=EFGH

ABCD متوازی‌الاضلاع $\Rightarrow$ HE∥=GF، GF=CB $\Rightarrow$ HE∥=BC $\Rightarrow$ EB∥=HC

و به همین ترتیب EH∥=BC

$$\left.\begin{array}{c}\left.\begin{array}{l}EB\parallel=HC\\ EH\parallel=BC\end{array}\right\}\Rightarrow EBCH\ \text{متوازی‌الاضلاع}\\ ADBC\ \text{متوازی‌الاضلاع}\\ BC\ \text{قاعدهٔ مشترک}\\ AD\ \text{و}\ EH\ \text{بر یک خط}\end{array}\right\}\Rightarrow EBCH=ADBC \quad (۱)$$

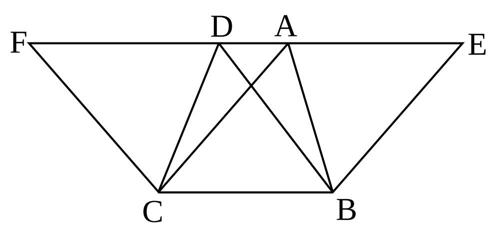
و به همین ترتیب

$$EBCH=EFGH \quad (۲)$$

$$(۱)\ \text{و}\ (۲)\Rightarrow ABCD=EFGH$$

قضیهٔ سی و هفتم: مثلث‌هایی که یک قاعده داشته باشند و رأس‌های مقابل به قاعده در آنها بر خط راستی موازی با قاعده واقع باشند با هم هم‌مساحتند.

$$\text{فرض}:\begin{cases}ABC\ \text{و}\ DBC\\ AD\parallel BC\end{cases}\qquad \text{حکم}: S_{ABC}=S_{DBC}$$



از B خطی موازی AC و از C خطی موازی BD رسم می‌کنیم تا امتداد AD آن دو را به ترتیب در E و F قطع کند. داریم

$$\left.\begin{array}{c}\left.\begin{array}{l}BE\parallel AC\\ AE\parallel BC\end{array}\right\}\Rightarrow AEBC\ \ \text{متوازی‌الاضلاع}\\ \left.\begin{array}{l}FC\parallel DB\\ DF\parallel BC\end{array}\right\}\Rightarrow DBCF\ \ \text{متوازی‌الاضلاع}\\ BC\ \ \text{قاعدهٔ مشترک دو متوازی‌الاضلاع}\\ AE\ \text{و}\ DF\ \text{بر یک خط}\end{array}\right\}\Rightarrow AEBC=DBCF$$

$$\left.\begin{array}{l}AEBC\ \ \text{متوازی‌الاضلاع}\\ AB\ \ \text{قطر}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{AEBC}{۲}=ABC$$

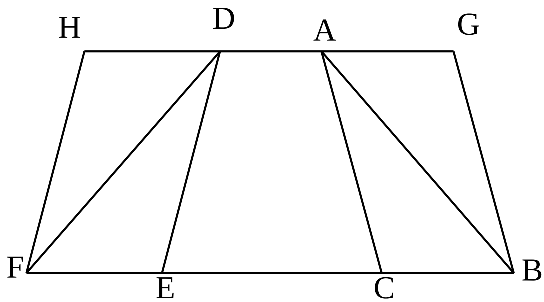
به همین ترتیب

$$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta DBC}\Rightarrow \frac{DBCF}{۲}=DBC$$

قضیهٔ سی و هشتم: مثلث‌هایی که قاعده‌های آنها متساوی و بر یک خط قرار دارند و رأس‌های مقابل به قاعده‌ها در آنها بر خطی موازی قاعده‌ها قرار دارند، هم‌مساحتند.

فرض: دو مثلث مفروض ΔDEF و ΔABC
و بر یک خط $EF=BC$
$AD \parallel BF$

حکم: $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta DEF}$



از B خطی موازی AC و از F خطی موازی DE رسم می‌کنیم تا امتداد AD را به ترتیب در G و H قطع کند، پس داریم

$AG \parallel BC$، $BG \parallel AC$ $\Rightarrow AGBC$ متوازی‌الاضلاع
قطر AB $\Rightarrow \Delta ABC=\frac{AGBC}{۲}$

$EF \parallel DH$، $FH \parallel ED$ $\Rightarrow DEFH$ متوازی‌الاضلاع
قطر DF $\Rightarrow \Delta DEF=\frac{DEFH}{۲}$

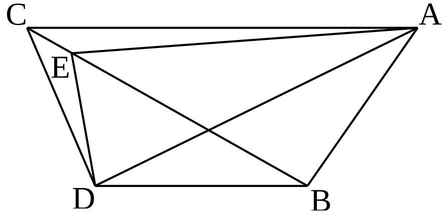
متوازی‌الاضلاع $AGBC$
متوازی‌الاضلاع $DEFH$
قاعده‌های برابر $EF=BC$
قاعده‌های دیگر بر خط راست موازی FB
$\Rightarrow \Delta AGBC=DEFH$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=S_{\Delta DEF}$

قضیهٔ سی و نهم: مثلث‌های هم‌مساحت که یک قاعده داشته باشند و در یک طرف قاعده‌ها واقع باشند، رأس‌هایشان بر خطی موازی قاعده قرار دارند.

فرض: $S_{ABD}=S_{DBC}$
قاعدهٔ مشترک BD

حکم: $AC \parallel BD$



برهان خلف

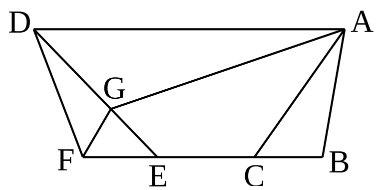
اگر $AC \nparallel BC \Rightarrow AE \parallel BC$ رسم می‌کنیم $\Rightarrow S_{\Delta ABD}=S_{\Delta EBD}$

$S_{\Delta ABD}=S_{\Delta DBC}$ بنا بر فرض

$\Rightarrow S_{\Delta EBD}=S_{\Delta DBC}$ خلف $\Rightarrow AC \parallel BC$

قضیهٔ چهلم: مثلث‌های هم‌مساحت که قاعده‌های آنها متساوی و بر یک خط و در یک طرف آن خط واقع‌اند، رأس‌های آنها نیز بر خطی موازی همان خط قرار دارند.

فرض: $S_{ABC}=S_{DEF}$ ، $BC=EF$ واقع بر یک خط   حکم: $AD \parallel FB$



برهان خلف

اگر $AD \nparallel FB \Rightarrow AG \parallel BF$ رسم می‌کنیم $\Rightarrow S_{\Delta ABC}=S_{\Delta FEG}$

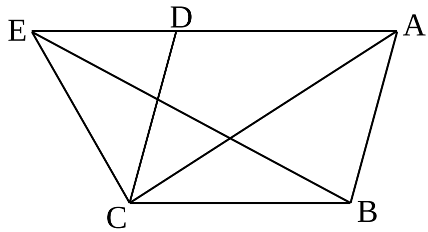
$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta DEF}$ بنا بر فرض

$\Rightarrow S_{\Delta EFG}=S_{\Delta DEF}$ خلف $\Rightarrow AD \parallel FB$

قضیهٔ چهل و یکم: اگر متوازی‌الاضلاع و مثلثی یک قاعده داشته باشند و رأس مثلث بر امتداد ضلع موازی با قاعده، از متوازی‌الاضلاع قرار داشته باشد، متوازی‌الاضلاع مساحتی دو برابر مساحت مثلث دارد.

فرض:
- $ABCD$ متوازی‌الاضلاع
- ΔEBC مثلث
- BC قاعدهٔ مشترک

حکم: $S_{ABCD}=۲S_{\Delta EBC}$



قطر AC را رسم می‌کنیم، داریم

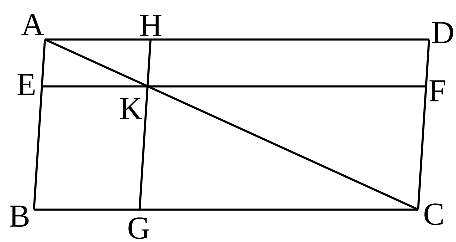
$$\left.\begin{array}{l} S_{ABCD}=۲S_{\Delta ABC} \\ S_{\Delta ABC}=S_{\Delta EBC} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{ABCD}=۲S_{\Delta EBC}$$

اگر متوازی‌الاضلاع و مثلث بر دو قاعدهٔ مساوی هم باشند، این حکم برقرار است.

قضیهٔ چهل و سوم: در هر متوازی‌الاضلاع متمم‌های متوازی‌الاضلاع‌های حول یک قطر هم‌مساحتند.

فرض:
- متوازی‌الاضلاع ABCD
- متوازی‌الاضلاع‌های حول قطر AC ‏KFCG و AHKE
- متمم‌های متوازی‌الاضلاع EKGB و HDFK

حکم: $S_{HDFK}=S_{EKGB}$



$$\left.\begin{array}{l} ABCD \Rightarrow \text{متوازی‌الاضلاع} \; S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ACD} \\ AHKE \Rightarrow \text{متوازی‌الاضلاع} \; S_{\Delta SKE}=S_{\Delta AHK} \\ KFCG \Rightarrow \text{متوازی‌الاضلاع} \; S_{\Delta KCG}=S_{\Delta KCF} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$S_{\Delta ABC}-S_{\Delta AKE}-S_{\Delta KCG}=S_{\Delta ACD}-S_{\Delta AHK}-S_{\Delta KCF} \Longrightarrow S_{EKGB}=S_{HDFK}$$

قضیهٔ چهل و هفتم: در هر مثلث قائم‌الزاویه مربع ضلع مقابل به زاویهٔ قائمه (وتر) با مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر برابر است.

فرض:
- قائم‌الزاویه ABC
- زاویهٔ قائمه A

حکم: $BC^۲=AB^۲+AC^۲$

سه مربع ABFG، ACKH وBCED را به ترتیب بر AB، AC و BC می‌سازیم.

$AL \parallel BD \Rightarrow AL \cap CB = M \Rightarrow LMBD$ متوازی‌الاضلاع

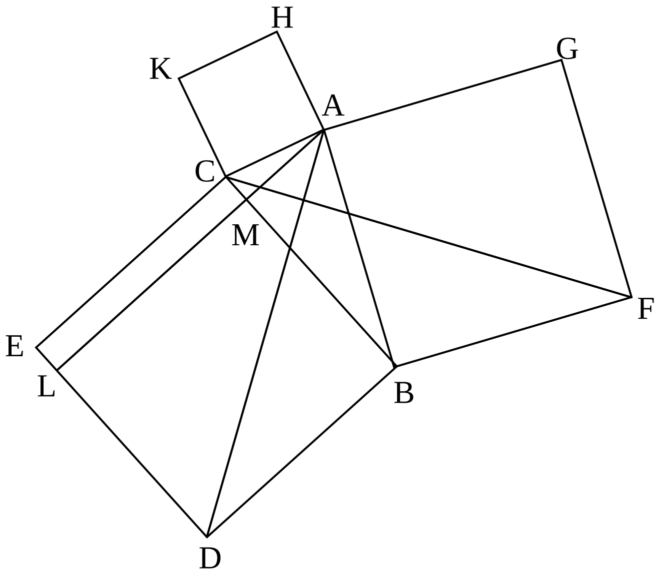
$\angle BAG = \angle BAC =$ قائمه

$\Rightarrow \angle BAG + \angle BAC =$ دو قائمه

$\Rightarrow CAG$ خط راست

به همین دلیل BAH نیز یک خط راست است.

$$\angle DBC=\angle FBA \Rightarrow \angle DBC+\angle ABC=\angle FBA+\angle ABC \Rightarrow \angle DBA=\angle FBC$$



$DB=BC$
$FB=BA$
$\angle DBA=\angle FBC$
$\Rightarrow \Delta ABD=\Delta FBC$

LMBD متوازی‌الاضلاع
ΔABC مثلث
DB قاعدهٔ مشترک
$AML \parallel BD$
$\Rightarrow S_{LMBD}=2S_{\Delta ABC}$

ACFB مربع
ΔFBC مثلث
FB قاعدهٔ مشترک
$CAG \parallel BF$
$\Rightarrow S_{AGFB}=2S_{\Delta FBC}$

$S_{LMBD}=S_{AGFB}$ (۱)

به همین ترتیب ثابت می‌توان ثابت کرد

$S_{CMLE}=S_{ACKH}$ (۲)

$(۱)+(۲) \Rightarrow S_{CBDE}=S_{ACKH}+S_{AGFB} \Rightarrow BC^2=AB^2+AC^2$

ارتباط قضیه‌ها با شکل ترکیبی

همان طور که اشاره شد اثبات هر قضیه‌ای نیازمند ترسیم شکل‌هایی متناسب است، شکل‌های ۴۸ قضیهٔ مقالهٔ اول اصول اقلیدس که در این شکل واحد آمده‌اند به ترتیب زیر به قضایا مربوط می‌شوند:

قضیهٔ اول: از دو دایرهٔ GBY و GAY و مثلث AGB.

قضیهٔ دوم: از دایرهٔ DKO با یکی از دو دایرهٔ مذکور و مثلث AGB و پاره‌خط AD یا BO.

قضیهٔ سوم: از یکی از دو دایرهٔ GBY یا GAY و پاره‌خط AD که از پاره‌خط AH جدا شده است و یا پاره‌خط BO که از پاره‌خط BT جدا شده است.

قضیهٔ چهارم: از دو مثلث GDY و GOY.

قضیهٔ پنجم: از دو نیم خط GH و GT و پاره‌خط‌های AB و BD و AO.

قضیهٔ ششم: از مثلث DGO با یکی از دو پاره‌خط BD یا AO.

قضیهٔ هفتم: از چهارضلعی ABOD و دو قطرش یعنی BD و AO.

قضیهٔ هشتم: از مثلث GAB و دو مثلث ADO و BDO.

قضیهٔ نهم: از دو نیم خط GH و GT و مثلث ABY و پاره‌خط GY.

قضیهٔ دهم: از مثلث AGB و پاره‌خط GN.

قضیهٔ یازدهم: از پاره‌خط CA′ و مثلث AGB.

قضیهٔ دوازدهم: از دایرهٔ DKO و نیم خط ML و مثلث GDO و پاره‌خط GY.

قضیهٔ سیزدهم: از پاره‌خط‌های DO و AY و NY.

قضیهٔ چهاردهم: از AH و DY و DB.

قضیهٔ پانزدهم: از هر دو زاویهٔ متقابل به رأس در شکل اثبات می‌شود.

قضیهٔ شانزدهم: از دو مثلث BYO و FYO و نیم خط‌های OT و OM.

قضایای هفده، هجده، نوزده و بیستم: با توجه به چندین شکل قابل اثبات‌اند.

قضیهٔ بیست و یکم: از مثلث GDB و پاره‌خط‌های GN و BN و NA.

قضیهٔ بیست و دوم: از دو دایرهٔ DKO و ZK′J′ و نیم خط J′T و پاره‌خط ZG.

قضیهٔ بیست و سوم: از طریق چندین شکل قابل اثبات است.

قضیهٔ بیست و چهارم: از چهارضلعی ABOD و مثلث ABG.

قضیهٔ بیست و پنجم: با توجه به مثلث‌های مختلفی ثابت می‌شود.

قضیهٔ بیست و ششم: از دو مثلث BFO و GDO و دو پاره‌خط GY و DB.

قضایای بیست و هفت، بیست و هشت و بیست و نهم: از پاره‌خط‌های A′C، ML و GT.

قضیهٔ سی‌ام: از پاره‌خط‌های DX ، SY ، GO و CB.

قضایای سی و یک، سی و دو، سی و سه و سی و چهارم: با توجه به شکل‌های مختلفی قابل اثبات‌اند.

قضیهٔ سی و پنجم: از متوازی‌الاضلاع‌های ABDY وFBDY.

قضیهٔ سی و ششم: از متوازی‌الاضلاع‌های ACDY، FBYO و ABYD.

قضیهٔ سی و هفتم: از متوازی‌الاضلاع BFOY و دو مثلث ABY و A′FO.
قضیهٔ سی و هشتم: از متوازی‌الاضلاع ACDY و قطر AD و متوازی‌الاضلاع BFOY و قطر BO.
قضیهٔ سی و نهم: از چهارضلعی ABYD و قطرهای AY و BD و پاره‌خط‌های AQ و QY.
قضیهٔ چهلم: از مثلث‌های CDA و FBO و پاره‌خط‌های CF، DO، DR و FR.
قضیهٔ چهل و یکم: از متوازی‌الاضلاع ABOY و مثلث FYO و دو پاره‌خط AF و AO.
قضیهٔ چهل و دوم: از مثلث GDO و متوازی‌الاضلاع SXDY و پاره‌خط GY.
قضیهٔ چهل و سوم: از متوازی‌الاضلاع GXDO و قطر DG و پاره‌خط‌های CB و SY.
قضیهٔ چهل و چهارم: از متوازی‌الاضلاع GXDO و مثلث BOF و زاویهٔ FOA′.
قضایای چهل و پنج و چهل و ششم: با توجه به شکل‌های مختلفی اثبات می‌شوند.
قضیهٔ چهل و هفتم: از مثلث GIW و سه مربع GPH′W، GIT′N و EZ′IW و پاره‌خط‌های GU، GZ′، GE، T′W و IH′.
قضیهٔ چهل و هشتم: از مثلث AGB و عمود GN.

نتیجه

با مقایسهٔ تحریر اصول اقلیدس قطب‌الدین با ترجمهٔ اسحاق بن حنین و تحریر خواجه نصیرالدین طوسی، به نظر می‌رسد که تحریر قطب‌الدین در واقع ترجمهٔ تحریر خواجه نصیرالدین است که در بعضی قضایا، اضافات خواجه نصیر حذف شده و در بعضی دیگر از قضایا، چند حالت اضافه شده است که این حالات اضافه شده حاکی از اندیشهٔ علمی قطب‌الدین در بارهٔ اصول اقلیدس است. همچنین شکل تلفیقی رسم شده توسط قطب‌الدین به طور تقریبی، کلیات قضیه‌های مقالهٔ اول را به دست می‌دهد و شیوه‌ای کاربردی است که در آن با تجزیه و تحلیل یک شکل پیچیده می‌توان به مسائل سادهٔ نهفته در آن شکل پی برد.

منابع

اسحاق بن حنین، تحریر اصول اقلیدس، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۶۵۷۷ کتابخانهٔ مجلس.

دیونگ، گرگ، «تحریر اصول اقلیدس»، دانشنامهٔ جهان اسلام، ج۶، تهران، ۱۳۸۰ش.

طوسی، خواجه نصیرالدین، تحریر اصول اقلیدس، نسخه‌های خطی شماره‌های ۵۲۶۱، ۵۴۴۳، ۵۴۴۴، ۵۴۴۵، ۵۴۴۶ و ۷۴۸۳ کتابخانهٔ آستان قدس رضوی.

قربانی، ابولقاسم، زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۶۵ش.

ـــــــ، «قطب‌الدین شیرازی: ریاضی‌دان و منجم زیردست ایرانی»، راهنمای کتاب، ج۱۱، ش۷۴، تهران، آبان و آذر ۱۳۴۷ش.

قطب‌الدین شیرازی، تحریر اقلیدس، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۷۲۵۹، کتابخانه مجلس.

ـــــــ، درة التاج لغرة الدبّاج، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۱۲، کتابخانهٔ جامع گوهرشاد.

همان نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۲ ادبیات، کتابخانهٔ آستان قدس رضوی، مشهد.

همان، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۴۷۲۰، کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی، تهران.

همان، نسخه‌های خطی شماره‌های ۵۶۰ و ۵۶۲ کتابخانهٔ مدرسه عالی شهید مطهری، تهران.

ـــــــ، درة التاج لغرة الدباج، تصحیح سید محمد مشکوة، تهران، چاپخانهٔ مجلس، ۱۳۱۷-۱۳۲۰ش.

کرامتی، یونس، «اصول اقلیدس»، فرهنگ آثار ایرانی-اسلامی، ویراستهٔ احمد سمیعی، تهران، سروش، ۱۳۸۵ش، ج۱، صص۲۶۳-۲۶۵.

ـــــــ، «تحریر اقلیدس»، فرهنگ آثار ایرانی-اسلامی، ویراستهٔ احمد سمیعی، تهران، سروش، ۱۳۸۷ش، ج۲، صص۲۸۶-۲۸۸.

ـــــــ، «درّة التّاج لِغرّة الدّبّاج»، دانشنامهٔ زبان و ادب فارسی، ج۳، به سرپرستی اسماعیل سعادت، تهران، فرهنگستان زبان و ادب فارسی، ۱۳۸۴ش.

Acerbi, F., “Euclid’s Pseudaria”, *Archive* for *History of Exact Science*, vol. 62, no. 5, 2008.

Heath, T.L., *The thirteen books of* Euclid’s *Elements*, Dover Publications INC., New York, 1925.