

مدل سازی عددی سه بعدی انتقال حرارت در پنیرسفید تهیه شده به روش اولترافیلتراسیون

محسن دلوی^{۱*} و ناصر همدی^۲^۱ دانش آموخته کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی اصفهان و مدرس دانشگاه آزاد اسلامی واحد اردستان^۲ استادیار، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۱۲/۱۵ - تاریخ تصویب: ۱۳۸۹/۸/۲۵)

چکیده

پروفیل دما طی مرحله نمک پاشی، به دلیل اثر آن بر فعالیت میکروبی و آنزیمی نقش مهمی را در کیفیت پنیر بازی می‌کنند. در این تحقیق یک مدل سه بعدی برای توصیف انتقال حرارت در پنیر فرآپالایش شده با استفاده از حل عددی قانون دوم فوریه با روش تفاضل محدود (مبنا شمای صریح) به عنوان تابعی از عوامل درونی (دما و ترکیب شیمیایی پنیر در هر نقطه در داخل پنیر) و عوامل بیرونی (دما، رطوبت نسبی و سرعت حرکت هوای محیط نگهداری) توسعه داده شد. نتایج مقایسه پروفیل‌های دمای پیش بینی شده با نرم افزار MATLAB با داده‌های اندازه‌گیری شده، نشان داد که همبستگی بالایی بین مقادیر پیش بینی شده توسط مدل و مقادیر آزمایشی وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: پنیر UF، تفاضل محدود، مدل سازی

مقدمه

مدل های به کار رفته در مواد غذایی، به دو گروه عمده تقسیم می‌شوند: ۱- مدل‌های بنیادی^۱: مدل‌های تئوریک یا مدل‌های عمومی نام دیگر این گونه مدل‌هاست. این نوع مدل‌ها از نظریه‌ها و تئوری‌های موجود استنباط و استنتاج می‌شوند. در این نوع مدل‌ها از کل به جزء پی برده می‌شود^۲ و ماهیت آن تبدیل تئوری‌ها و مفاهیم به فرمول‌ها و روابط ریاضی و محاسباتی، بدون به کار بردن اطلاعات داده‌های اندازه‌گیری شده است. داده‌ها تنها برای کالیبره کردن و معتبر سازی مدل استفاده می‌شوند. ۲- مدل‌های تجربی^۳: در فرآیند های غذایی همیشه پیش زمینه‌ی مناسب علمی در خصوص فرآیندی که باید مدل سازی شود، وجود ندارد. در این صورت، استفاده از داده‌ها برای شرح فرآیند و ارائه مدلی مناسب امکان پذیر است و حتی ما را به سمت ارائه فرمول و پیشنهاداتی درباره مکانیسم دخیل در فرآیند هدایت می‌کند. با استفاده از این نوع مدل، بدون این که به مکانیسم واقعی اشاره‌ای شود می‌توان ورودی‌ها را به خروجی تبدیل کرد. به عبارت دیگر در این نوع مدل از جزء به کل پی برده می‌شود (Nicolai et al, 2001).

بررسی منابع نشان می‌دهد که مدل‌های ریاضی گوناگونی بر روی انتقال جرم و حرارت و عملیات آب نمک گذاری در انواع پنیر انجام شده است که از آن جمله می‌توان به: تحقیق Luna & Bressan (1987) که به بررسی انتقال حرارت در پنیر

شناخت جامع از پروفیل‌های دما و رطوبت طی نگهداری در داخل پنیر دارای اهمیت فراوانی است، زیرا دما و غلظت رطوبت در داخل پنیر بر بسیاری از خصوصیات و ویژگی‌های کیفی آن از جمله بار میکروبی، ارزش غذایی، بافت، a_w ، فعالیت آنزیم‌ها و شدت گلیکولیز، لیپولیز و پروتئولیز و نهایتاً خواص ارگانولپتیکی محصول نهایی موثر می‌باشند (Nicolai et al., 2001; Pajonk et al., 2003). تعیین دما - زمان در پنیر در مرحله سرد کردن برای اطمینان از سلامت محصول نیز لازم می‌باشد سرمایه‌ی ناکافی در این مرحله خطرات میکروبی و سرمایه‌ی بیش از حد منجر به کاهش کیفیت محصول می‌شود (Caro-Corrales et al., 2010; Cronin et al., 2010). در پنیرهای فراوری شده، ریز ساختارهای پنیر در همین مرحله تشکیل می‌شوند که بر روی کیفیت نهایی فرآورده موثرند (Zhong et al, 2004). یکی از تکنولوژی‌ها و علوم توسعه یافته در دنیای امروز، مدل سازی است. مدل سازی ابزاری پیشرفته برای تجزیه و تحلیل، تفسیر و درک دنیای پیرامون ما و یکی از مفیدترین ابزارها برای مشخص کردن سریع و کم خرج اثر سیستم‌های مختلف و پارامترهای فرآیند بر روی خروجی‌های هر فرآیندی است (Irudayaraj, 2002; Nicolai et al., 2001).

* نویسنده مسئول: mohsen.dalvi@gmail.com

1. Fundamental
2. Deduction
3. Empirical

انتقال حرارت عبارتند از: گرمای ویژه، هدایت حرارتی، دانسیته و ضریب انتقال حرارت سطحی.

گرمای ویژه

گرمای ویژه نمونه‌های پنیر در محدوده دمایی ۵۰ - تا ۴۰ درجه سلسیوس با سرعت گرمایش ۲ درجه سلسیوس در دقیقه، در ۳ تکرار با استفاده از کالریمتر اسکنی تفرقی^۱ مدل Mettler TA 4000 ساخت سوییس اندازه‌گیری گردید (Rahman, 1995).

هدایت حرارتی

هدایت حرارتی پنیر با استفاده از پروب حرارتی اندازه‌گیری شد. پروب مورد استفاده عبارت از یک سوزن تزریق^۲ با قطر ۱ میلی‌متر و طول ۴۶ میلی‌متر بود که یک سیم کنستانتان (برای تولید حرارت) و یک ترموکوپل نوع K (برای تعیین دما) در داخل آن تعبیه شده است. برای جلوگیری از تبادل رطوبت پنیر با محیط اطراف در حین آزمایش در داخل انکوباتور، پوشش پلی اتیلنی در اطراف نمونه پنیر قرار گرفت. پس از رسیدن دمای نمونه به دمای مورد نظر در داخل انکوباتور، جریان برق با شدت جریان مشخصی که توسط مولتی متر با دقت ± 0.1 تعیین می‌گردید، از داخل ماده غذایی عبور داده شده و افزایش دما توسط ترموکوپل تعبیه شده در داخل پروب اندازه‌گیری و در فواصل زمانی یک ثانیه توسط دیتا لاگر ثبت شد. میزان شدت جریان مورد استفاده به نحوی انتخاب گردید که بتواند یک افزایش دمای ۱۰ درجه سلسیوسی در مدت ۱۰ ثانیه ایجاد نماید. هدایت حرارتی ماده، از شیب بخش خطی نمودار دما - لگاریتم زمان برآورد گردید. آزمایش در دمای ۱ و ۲۳ درجه سلسیوس و در هفت تکرار صورت گرفت و نتایج به صورت میانگین هفت تکرار برای نمونه گزارش گردید. از گلیسیرین و آب (ژل آگار نیم درصد) که در دماهای متفاوت دارای هدایت حرارتی مشخصی هستند برای کالیبره نمودن پروب استفاده شد (Hamdami et al, 2003).

دانسیته

اندازه‌گیری حجم پنیر با استفاده از سنجش میزان مایع (آب) جابه‌جا شده در اثر غوطه‌وری نمونه در داخل حجم مشخصی از مایع انجام شد. برای تعیین حجم پنیر با استفاده از پیکنومتر از رابطه زیر استفاده گردید:

$$V = \frac{(W_{pf} - W_p) - (W_{pfs} - W_{ps})}{\rho_f} \quad (1)$$

Cuartiolo در زمان آب نمک گذاری پرداختند اشاره کرد نتایج این تحقیق نشان داد که توسعه درجه حرارت به ضریب نفوذ محصول بستگی دارد. Zhong et al. (2004) یک مدل انتقال حرارت برای پنیر مکعبی شکل با استفاده از حل تحلیلی قانون فوریه را توسعه دادند. Baudrit et al. (2009) یک روش برای شبیه سازی انتقال حرارت و انتقال جرم همزمان در حین رسیدگی پنیر تعیین کردند. Pajonk et al. (2003) خصوصیات ترموفیزیکی پنیر Emmental را تعیین کردند و در مرحله بعد با استفاده از روش تفاضل محدود انتقال حرارت در این پنیر را مدل سازی کردند تحقیقات دیگری بر روی پنیرهای دیگر از جمله پنیر Rubialo, 1994 a,b) Fynbo & Zorrilla (1983) Romano (Guinee & Fox, 1983) و پنیر (Turhan, Feta (1987) نیز انجام گرفته است. با وجود اینکه پنیر سفید UF به عنوان عمده‌ترین پنیر صنعتی تولیدی در داخل کشور می‌باشد، اما مطالعه جامع منتشر شده‌ای بر روی تغییرات ایجاد شده طی مراحل پس از نمک پاشی (رسیدگی) پنیر سفید تولید شده به روش اولترافیلتراسیون و پدیده‌های درگیر در آن (انتقال حرارت و جرم) وجود ندارد. لذا، با توجه به درک ناقص از نحوه تغییرات رخ داده پس از نمک پاشی پنیر UF، کنترل مناسب بر تولید و تضمین کیفیت این نوع پنیر نمی‌توان اعمال نمود. در پاسخ به بخشی از مشکل مذکور، هدف این تحقیق مطالعه انتقال حرارت سه بعدی پس از مرحله نمک پاشی پنیر UF با استفاده از مدل سازی عددی انتقال حرارت در حالت ناپایا می‌باشد.

مواد و روش‌ها

تهیه نمونه‌های پنیر و تجزیه تقریبی آنها

قالب‌های پنیر UF به کار رفته در این پژوهش از خط تولید کارخانه پگاه اصفهان بعد از فرایند نمک پاشی خشک تهیه گردید. قالب پنیر پیش از انجام آزمایش ابتدا به صورت همگن و یکنواخت در آمد تا نمونه مورد آزمایش نماینده کل قالب پنیر باشد. برای تعیین میزان چربی، رطوبت، پروتئین و خاکستر نمونه‌های پنیر به ترتیب از روش ژربر، خشک کردن با آون، کلدال و کوره الکتریکی استفاده شد نتایج تجزیه شیمیایی نمونه‌ها در جدول (۱) آورده شده است (Hosseini, 1999). هر یک از آزمایش‌های فوق حداقل در ۳ تکرار انجام شد که نتایج به صورت میانگین گزارش شده است.

تعیین خصوصیات ترموفیزیکی پنیر

دقت پیش بینی مدل، رابطه مستقیمی با دقت پارامترهای مورد استفاده در مدل دارد که مهم‌ترین پارامترها در مدل‌های

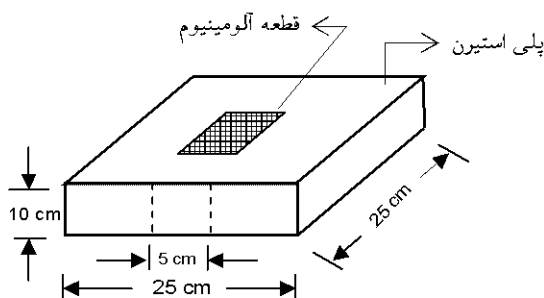
1. Differential scanning calorimetry
2. Hypodermic needle

$$P = \frac{\rho RT}{M_{air}} \quad (5)$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_m} = \frac{\mu}{M_{air} D_{wm}} \quad (6)$$

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} \quad (7)$$

در رابطه بالا R ثابت گازها، T درجه حرارت، μ ویسکوزیته، ρ دانسیته و D_m ضریب دیفوزیون می باشد (Carson, 2006).



شکل ۱ - نمای سه بعدی چارچوب پلی استیرینی برای اندازه گیری ضریب انتقال حرارت در سطح

مدل سازی

توسعه مدل

توسعه مدل ریاضی برای توصیف انتقال حرارت در یک ماده جامد می تواند با استفاده از حل عددی قانون دوم فوریه صورت پذیرد. در بین روش های عددی، روش تفاضل محدود^۱ به دلیل سادگی و قابلیت توسعه آن به مدل های دو بعدی و سه بعدی کاربرد گسترده تری دارد. مراحل اصلی مدل سازی با این روش عبارتند از:

مش بندی^۲، سیستم مورد مطالعه (جسم مورد نظر) را به گره ها و المان هایی تقسیم می نماییم. این کار با تقسیم کردن جسم مورد نظر به چند ناحیه کوچکتر و مشخص کردن یک نقطه به عنوان مرکز هر ناحیه صورت می گیرد. نقطه مرجع را معمولاً گره^۳ و مجموعه نقاط را شبکه گره می نامند. این مرحله حساسترین مرحله در مدل سازی با روش تفاضل محدود می باشد.

قدم بعدی جایگزینی معادلات حاکم بر گره های داخلی و خارجی با معادلات تقریبی تفاضل محدود می باشد دو روش کلی که برای ایجاد معادلات تفاضل محدود در این حالت به کار

که در آن V ، W_p ، W_{pf} ، W_{ps} ، W_{pfs} و $f\rho$ به ترتیب حجم پنیر (سانتیمتر مکعب)، جرم پیکنومتر خالی (گرم)، جرم پیکنومتر پر شده با سیال (گرم)، جرم پیکنومتر و پنیر (گرم)، جرم پیکنومتر حاوی پنیر و سیال (گرم) و دانسیته سیال (گرم بر سانتیمتر مکعب) می باشند (Mohsenin, 1980).

ضریب انتقال حرارت در سطح

برای تعیین ضریب انتقال حرارت در سطح، از روش اندازه گیری دما در حالت گذرا و روش اعداد بدون بعد استفاده گردید و نتایج با هم مقایسه گردید. در روش اول، یک قطعه آلومینیوم به وزن ۴۶/۴۰ گرم و ابعاد ۵ × ۵ × ۰/۸ سانتی متر که در فاصله ۰/۴ میلی متری از سطح آن یک سوراخ به عمق ۵ میلی متر ایجاد شده بود، مورد استفاده قرار گرفت. پس از قرار گرفتن قطعه مذکور در یک چارچوب از جنس پلی استیرین به ابعاد ۲۵ × ۲۵ × ۱۰ سانتی متر، دو عدد ترموکوپل از نوع K در سطح و مرکز قطعه کار گذاشته شده و سپس تغییرات دما در نقاط مذکور در طی گرم کردن با استفاده از هوای گرم در دمای ۵۰°C و سرعت ۱ m/s در داخل خشک کن به وسیله دیتا لاگر ثبت گردید شکل (۱). ضریب انتقال حرارت در سطح با استفاده از شیب بخش خطی نمودار زمان نسبت به $\ln(T_{\infty} - T_{al})$ به وسیله معادله زیر برآورد گردید:

$$h = \frac{M_{al} C_{p_{al}}}{S m} \quad (2)$$

که در رابطه بالا M_{al} ، جرم قطعه آلومینیومی، $C_{p_{al}}$ ، گرمای ویژه آلومینیوم و S و m به ترتیب سطح و شیب بخش خطی نمودار $\ln(T_{\infty} - T_{al})$ نسبت به زمان می باشند (Hamdami et al., 2004).

برای تعیین ضریب انتقال حرارت در سطح با استفاده از اعداد بدون بعد، از رابطه تجربی زیر که در مورد تبادل حرارت مابین یک سیال طی جریان خطی آن از روی یک صفحه مربع شکل صادق است، استفاده گردید:

$$Nu = 0.665 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad (3)$$

و برای به دست آوردن ضریب انتقال حرارت از رابطه شیلتون - کولبورن (Chilton-Colburn) استفاده گشت:

$$\frac{h}{k_m} = C_p \frac{M_{air} P}{M_{water}} \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{2/3} \quad (4)$$

در رابطه بالا C_p گرمای ویژه هوا در دمای اندازه گیری، M_{air} و M_{water} به ترتیب جرم ملکولی هوا و آب، k_m ضریب انتقال حرارت، P فشار هوا، Sc و Pr به ترتیب اعداد بدون بعد اشمیت و پرانتل می باشد که به صورت زیر تعریف می شوند:

1. Finite Difference
2. Meshing
3. Nodal point

می روند عبارتند از: (۱) روش کنترل حجمی^۱ و (۲) روش بسط سری تیلور^۲.

توسعه یک سیستم معادلات جبری برای گره های داخلی و خارجی

حل معادلات جبری گره ها با شمای عددی

روش تفاضل محدود به سه دسته عمده صریح^۳، ضمنی^۴ و کرانک نیکلسون^۵ تقسیم می شود. روش کرانک نیکلسون از دقت بیشتری برخوردار است (Incropera & De Witt, 1996; Özisik, 1985; Özisik, 1994)

برای مدل سازی سه بعدی پنیر در بسته فرض شد که شکل هندسی نمونه بصورت یک مکعب می باشد که دمای اولیه پنیر در سرتاسر نمونه قبل از گرم کردن یکنواخت و برابر با مقدار ثابتی است (شرط اولیه). در داخل انبار انتقال حرارت بین بسته های پنیر و هوای اطراف به شکل همرفت می باشد و سپس از طریق هدایت از مواد تشکیل دهنده بسته عبور کرده و در داخل بسته انتقال می یابد. مدل سازی عددی انتقال حرارت برای پنیر در حالت سه بعدی، به دلیل تقارن حرارتی و شرایط مرزی یکسان تنها برای ۱/۴ از کل پنیر انجام گردید البته با توجه به شکل (۲) برای ارتفاع بسته نمی توان تقارن حرارتی را در نظر گرفت زیرا در این بخش شرایط مرزی متفاوتی وجود دارد (در بخش فوقانی هوای اشباع و در بخش تحتانی بسته های پنیر، لایه پلی پروپیلن به ضخامت ۰/۴ میلی متر). به محض قرار گرفتن بسته پنیر در معرض هوا، انتقال حرارت در همه ابعاد پنیر رخ می دهد، حرارت در سطح از لایه آلومینومی عبور کرده و سپس از دیگر مقاومت های حرارتی از جمله هوای اشباع از رطوبت و کاغذ روی سطح پنیر عبور نموده تا به سطح پنیر برسد و به شکل هدایتی در پنیر انتقال یابد در حالی که در اطراف و بخش تحتانی از لایه پلی پروپیلن عبور می کند.

فرضیات مدل

تغییر حجم پنیر طی انتقال حرارت قابل صرف نظر کردن است.

شکل هندسی پنیر، به صورت مکعب مستطیل می باشد. لایه آلومینومی به عنوان عایق انتقال جرم در نظر گرفته شده، ولی اثر آن در انتقال حرارت به دلیل هدایت حرارتی بالا،

صرف نظر شده است.

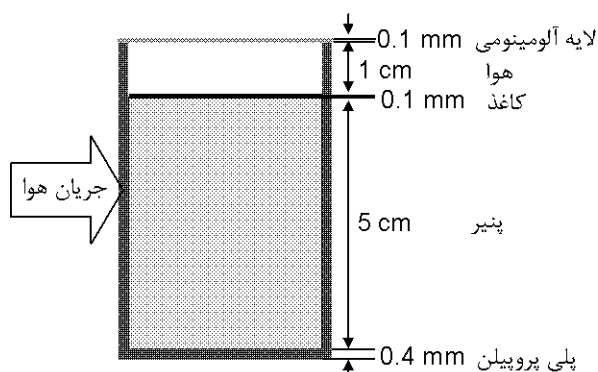
از مقاومت حرارتی مربوط به لایه نمک طی انتقال حرارت به دلیل ضخامت کم صرف نظر شده است.

از مقاومت تماسی بین سطح پنیر و بسته صرف نظر شده است.

ضریب انتقال حرارت در سطح (مابین بسته و هوا) ثابت و یکنواخت در نظر گرفته شده است.

در حین گرم کردن خصوصیات ترموفیزیکی پنیر به جز هدایت حرارتی، ثابت فرض شده است.

از حرارت تولیدی پنیر که مربوط به میکروارگانیسم ها و فرایندهای تخمیر می باشد صرف نظر می شود زیرا بر اساس تحقیقات (Bennachio (1994 مقدار این حرارت ناچیز و بین ۰/۱ - ۰/۰۲۵ وات بر کیلوگرم می باشد.



شکل ۲ - برش عرضی از بسته بندی صنعتی پنیر UF

سیستم معادلات

سیستم معادلات مورد استفاده برای توصیف انتقال حرارت طی گرم یا سرد کردن بسته پنیر (۳ بعدی) عبارتست از: معادله اصلی

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (8)$$

که در رابطه بالا α ضریب نفوذ حرارتی^۶ نام دارد و به صورت زیر تعریف می شود

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (9)$$

شرایط مرزی

$$\begin{aligned} \text{At } x = 0, \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ \text{At } x = L, \end{aligned} \quad (10)$$

6. Eigenvalue

1. Control volume approach
2. Taylor series expansion
3. Explicit
4. Implicit
5. Crank Nicholson

۳) برنامه نویسی بر روی نرم افزار ۶.۵.۱ MATLAB انجام شد پارامترها و خصوصیات ترموفیزیکی به کار گرفته شده در مدل در جداول (۲ و ۳) آورده شده است.

تایید مدل

تایید مدل توسعه داده شده در دو مرحله صورت گرفت: الف) تایید ریاضی (تایید اولیه): تایید اولیه معادلات به وسیله مقایسه نتایج حاصله از روش تفاضل محدود با نتایج حاصله از حل تحلیلی گرمایش تک بعدی قالب پنیری با خصوصیات ترموفیزیکی ثابت با استفاده از جریان همرفت اجباری هوای گرم انجام شد.

حل تحلیلی توزیع دما برای دیوار تختی به ضخامت L طول مشخصه دیوار می‌باشد و از رابطه $L = V/A$ به دست می‌آید که V حجم و A سطح دیوار تخت می‌باشد که به صورت ناگهانی در سیالی فرو برده شود و عرض و طول دیوار در مقایسه با ضخامت کوچک می‌باشد از رابطه ذیل به دست می‌آید (Nicolai, 2001):

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \sin(\zeta_n)}{2\zeta_n + \sin(2\zeta_n)} \exp(\zeta_n^2 F_0) \cos(\zeta_n \frac{x}{L}) \quad (19)$$

توزیع دما برای یک دیوار تخت در حالت گذرا تابع عمومی از L ، F_0 و Bi می‌باشد که F_0 و Bi به صورت زیر تعریف میشوند:

$$Bi = \frac{hL}{k} \quad (20)$$

$$F_0 = \frac{kt}{\rho C_p L^2} \quad (21)$$

که در رابطه بالا F_0 و θ اعداد بدون بعد زمان و دما می‌باشند و مقادیر گسسته یا مقادیر ویژه ζ_n^1 ریشه های مثبت معادله اند.

$$\zeta_n \tan(\zeta_n) = Bi \quad (22)$$

ب) تایید نهایی مدل: تایید فرضیات مدل به وسیله مقایسه پروفیل‌های دمای پیش بینی شده توسط مدل با مقادیر اندازه‌گیری شده توسط ترموکوپل در گرمایش تک بعدی و سه بعدی پنیر با جابه‌جائی اجباری هوای گرم انجام شد. برای اندازه‌گیری دما در حالت گرمایش ۳ بعدی بسته پنیر، تعداد ۶ عدد ترموکوپل از نوع K در نقاط متفاوت بسته پنیر (۲)

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T - T_{\infty}}{\frac{S}{k'} + \frac{1}{h} + \frac{\Delta x}{2k}} \quad (11)$$

At $z = -H$,

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T - T_{\infty}}{\frac{S}{k'} + \frac{1}{h} + \frac{\Delta y}{2k}} \quad (12)$$

At $z = H$,

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T - T_{\infty}}{\frac{S'}{k''} + \frac{1}{h} + \frac{\Delta y}{2k}} \quad (13)$$

At $y = 0$,

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

At $y = W$,

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T - T_{\infty}}{\frac{S}{k'} + \frac{1}{h} + \frac{\Delta z}{2k}} \quad (15)$$

به منظور آنکه مدل تفاضل عددی از دقت بالاتری برخوردار باشد، وابستگی دمائی هدایت حرارتی در معادلات در نظر گرفته شد. وابستگی هدایت حرارتی به دما را می‌توان به شکل میانگین حسابی و یا میانگین توافقی تعیین نمود، که دقت برآورد روش میانگین توافقی بالاتر می‌باشد. در مدل توسعه داده شده از میانگین توافقی استفاده گردید.

$$k = \left[\frac{2 \times k_{(T(i+1,j,k,n+1))} \times k_{(T(i,j,k,n+1))}}{k_{(T(i+1,j,k,n+1))} + k_{(T(i,j,k,n+1))}} \right] \quad (16)$$

$$k = \left[\frac{2 \times k_{(T(i,j+1,k,n+1))} \times k_{(T(i,j,k,n+1))}}{k_{(T(i,j+1,k,n+1))} + k_{(T(i,j,k,n+1))}} \right] \quad (17)$$

$$k = \left[\frac{2 \times k_{(T(i,j,k+1,n+1))} \times k_{(T(i,j,k,n+1))}}{k_{(T(i,j,k+1,n+1))} + k_{(T(i,j,k,n+1))}} \right] \quad (18)$$

در این روابط T_{∞} درجه حرارت هوای اطراف بسته، h ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در سطح، S ضخامت پلی پروپیلن، S' ضخامت لایه اشباع هوا، k هدایت حرارتی پنیر، k' هدایت حرارتی پلی پروپیلن و k'' هدایت حرارتی لایه اشباع هوا می‌باشد.

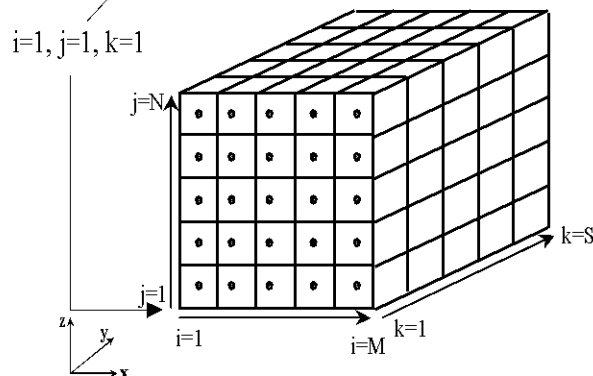
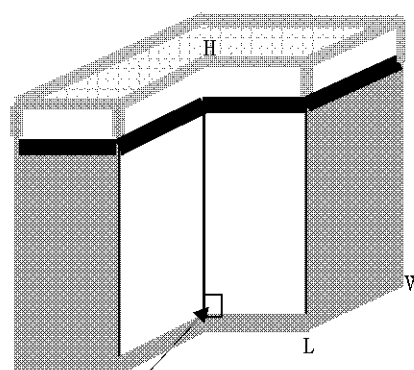
معادلات اصلی انتقال حرارت با اعمال شرایط اولیه و مرزی به طور عددی و با استفاده از روش تفاضل محدود بر مبنای شمای صریح حل گردیدند. در این مطالعه، بسته پنیر (به ابعاد $5 \times 7 \times 11$ سانتی‌متر) به 20 ، 8 و 12 گره که به ترتیب مربوط به طول، عرض و ارتفاع پنیر می‌باشند تقسیم شد (شکل

گرفته و تغییرات دمای نمونه توسط دیتا لاگر در فواصل زمانی ده ثانیه برای مدت ۳ ساعت ثبت گردید.

نتایج و بحث

نتایج مربوط به تجزیه ی تقریبی و خواص ترموفیزیکی (هدایت حرارتی، گرمای ویژه و دانسیته) نمونه های پنیر مورد استفاده در جداول (۱ و ۲) نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می شود مقادیر هدایت حرارتی، گرمای ویژه و دانسیته نمونه ی پنیر در محدوده دمایی ۰-۵۰ درجه سلسیوس به ترتیب برابر با ۰/۴۴ وات بر متر سلسیوس، ۳۴۵۰ ژول بر کیلوگرم درجه کلون، و ۱۰۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب می باشند. نکته قابل توجه، بالا بودن هدایت حرارتی پنیر UF در مقایسه با دیگر پنیر ها می باشد، که به میزان بالای رطوبت این نوع پنیر مربوط می شود. یکی از عوامل موثر در بالا بودن میزان رطوبت در این پنیر حفظ و باقی ماندن پروتئین های آب پنیر و ظرفیت نگهداری آب^۱ بالای این پروتئین ها می باشد (Abd El-Salam et al., 1999; El Soda & Abd El-Salam, 2002).

شکل (۴) تغییرات گرمای ویژه ظاهری اندازه گیری شده به وسیله دستگاه DSC به عنوان تابعی از دما را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، روند تغییرات مقادیر گرمای ویژه اندازه گیری شده، با دما در دماهای بالای صفر درجه سلسیوس، افزایشی و نوسانی می باشد. که این موضوع می تواند مربوط به تغییر حالت فازی چربی موجود در پنیر در این محدوده دمایی باشد نتایج مشابهی توسط Pajonk et al. (2003) در مورد پنیر Emmental حاصل شده است.



شکل ۳ - مش بندی و شبکه گره ها برای پنیر در حالت سه بعدی

عدد در سطح تحتانی پنیر، یک ترموکوپل در مرکز هندسی پنیر، دو عدد در سطح فوقانی، و در نهایت یک ترموکوپل بر روی بسته بندی آلومینومی پنیر) نصب شد. پس از رسیدن دمای نقاط متفاوت بسته به دمای اولیه یکنواخت در داخل سردخانه (به مدت ۲ ساعت در دمای ۴ درجه سلسیوس)، بسته حاوی نمونه پنیر در معرض جریان هوای گرم با دمای ثابت قرار

1. Water Holding Capacity

جدول ۱ - درصد ترکیبات نمونه های پنیر UF^۱ مورد استفاده

رطوبت (/)	چربی (/)	پروتئین (/)	خاکستر (/)	لاکتوز (/)
۶۳/۴۱ ± ۰/۳۱	۱۷/۰۷ ± ۰/۱۷	۱۱/۱۲ ± ۰/۰۴	۳/۸۹ ± ۰/۱۱	۴/۵۱
* اعداد، میانگین ± SD می باشند ** ۶/۳۸ × (درصد نیتروژن) *** لاکتوز (۱۰۰ - رطوبت - پروتئین - چربی - خاکستر)				

جدول ۲ - تغییرات خصوصیات ترموفیزیکی پنیر UF در محدوده دمایی ۰-۵۰ درجه سانتیگراد و اجزای بسته پنیر

اجزاء	پنیر	پلی پروپیلن ^{**}	کاغذ [*]	هوای اشباع [*]
دانسیته (kg/m ³)	۱۰۵۰ ± ۰/۲۵	۹۰۵	۹۳۰	۱/۱۶۱
هدایت حرارتی (W/mK)	۰/۴۴ ± ۰/۱۹	۰/۲۲	۰/۱۸۰	۰/۰۲۶۳
گرمای ویژه (J/kgK)	۳۴۵۰ ± ۰/۲۷	-	۱۳۴۰	۱/۰۰۷

Ismat (2000) * (Incropera & De Witt (1996) **

جدول ۳ - پارامترها و شرایط بکار رفته به عنوان ورودی مدل برای پیش بینی دمای حرارت دهی

گام زمانی (s)	دمای اولیه (°C)	درجه حرارت محیط (°C)	مدت زمان حرارت دهی (s)	ضریب انتقال حرارت در سطح (W/m ² K)
۱۰	۱۵	۵۰	۱۰۰۰۰	۲۳

جدول ۴- ضرایب انتقال حرارت و جرم در سطح در دمای هوای ۵۰°C و سرعت ۱/۴ متر بر ثانیه با استفاده از دوروش متفاوت

h_m (W/m ² °C)	k_m (m/s)	k_g (s/m)	ضریب انتقال حرارت در سطح
۲۵/۷۴	۰/۰۲۳۷	۰/۰۰۰۰۰۰۱۵۹	روش دمای گذرا
۲۰/۶۴	۰/۰۱۹۰	۰/۰۰۰۰۰۰۱۲۸	روش اعداد بدون بعد

دمایی اندازه‌گیری شده در دمای ۵۰ درجه سلسیوس و داده‌های پیش بینی شده توسط مدل توسعه داده شده بر مبنای ورودی‌های مندرج در جدول (۳) ارائه شده است.

شکل (۶) مقایسه نتایج تغییرات دمای پیش بینی شده توسط مدل توسعه داده شده و مقادیر دمای اندازه‌گیری شده در سطح، مرکز و بخش تحتانی بسته پنیر طی حرارت دهی سه بعدی در C50° را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد انطباق خوبی مابین دماهای پیش بینی شده و اندازه‌گیری شده وجود دارد. جدول (۵) مقایسه ضریب همبستگی و ریشه میانگین مربعات خطا بین داده‌های تجربی و آزمایشی توسط مدل عددی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، همبستگی بسیار خوبی مابین داده‌های آزمایشی و پیش بینی شده وجود دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود دمای نقطه‌ای از پنیر که در نزدیکی گوشه کف بسته پنیر واقع شده است (M/2,8,1) به دلیل اثر جریان همرفتی سریع‌تر گرم شده و زودتر از دیگر نقاط به دمای محیط رسیده است. در حالی که، دمای نقطه‌ای که در نزدیکی سطح قرار دارد (N,1,1) به دلیل وجود هوا (عایق حرارتی)، دیرتر گرم می‌شود. به عبارت دیگر، نقاطی که در سطح فوقانی بسته پنیر قرار گرفته‌اند دیرتر گرم می‌شوند.

شاخص حساسیت مدل^۲

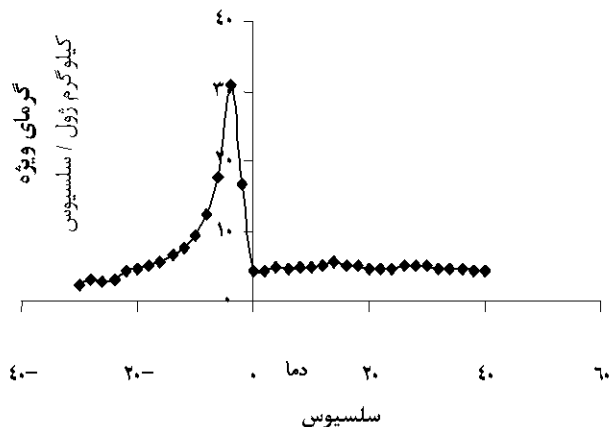
برای تعیین موثرترین متغیر روی مدل از شاخص حساسیت استفاده شد که با تغییر ۱۰٪ در هر یک از متغیرها، (دانسیته، گرمای ویژه، هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارت در سطح) و بررسی اثر آنها با استفاده از رابطه (۲۳) به دست می‌آید.

$$Sensitivity-Index = \frac{|T_{10\%} - T_{0\%}|}{T_{0\%}} \times 100 \quad (23)$$

بر اساس رابطه بالا متغیرهای دانسیته و گرمای ویژه به ترتیب بیشترین و هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارت در سطح کمترین اثر را بر روی مدل دارند.

نتیجه‌گیری

یک مدل ریاضی برای توصیف انتقال حرارت سه بعدی، طی گرمخانه‌گذاری و سردخانه‌گذاری بسته‌های مکعبی شکل



شکل ۴ - نمودار گرمای ویژه ظاهری اندازه‌گیری شده به روش DSC

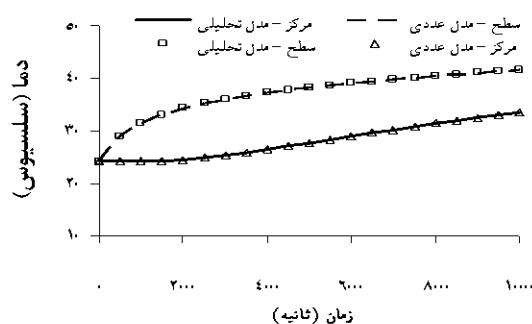
جدول (۴)، مقادیر ضرایب انتقال حرارت و جرم در سطح در دمای ۵۰ °C و سرعت ۱/۴ متر بر ثانیه با استفاده از دوروش متفاوت (اندازه‌گیری دما در حالت ناپایا و روش اعداد بدون بعد) را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار ضریب انتقال حرارت در سطح اندازه‌گیری شده نسبت به مقدار برآورد شده با استفاده از روش اعداد بدون بعد، بزرگتر می‌باشد. تفاوت مذکور می‌تواند به شدت اغتشاش^۱ جریان هوا در اثر نوسان سرعت در داخل محفظه‌ی حرارت دهی مرتبط باشد. مشاهدات مشابهی توسط Carson (2006) و Kondjoyan (1996) گزارش شده است. شکل (۵) مقایسه بین دماهای پیش بینی شده توسط حل تحلیلی با نتایج حاصل از مدل عددی توسعه داده شده در مرکز و سطح یک قالب پنیر مکعب شکل با خصوصیات ترموفیزیکی ثابت طی حرارت دهی سه بعدی با جریان اجباری هوای گرم به مدت سه ساعت در دمای ۵۰ درجه سلسیوس را نشان می‌دهد. انطباق کامل موجود مابین نتایج حاصل از حل عددی و تحلیلی، بیانگر صحیح بودن حل سیستم معادلات و تایید اولیه مدل توسعه داده شده می‌باشد.

همانگونه که در بخش مواد و روش‌ها توضیح داده شد، تایید نهایی مدل با مقایسه پروفیل‌های دمایی اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده توسط مدل توسعه داده شده طی گرمایش سه بعدی پنیر در دماهای متفاوت انجام گردید. با توجه به تشابه نتایج مربوط به دماهای متفاوت، نتایج مقایسه پروفیل‌های

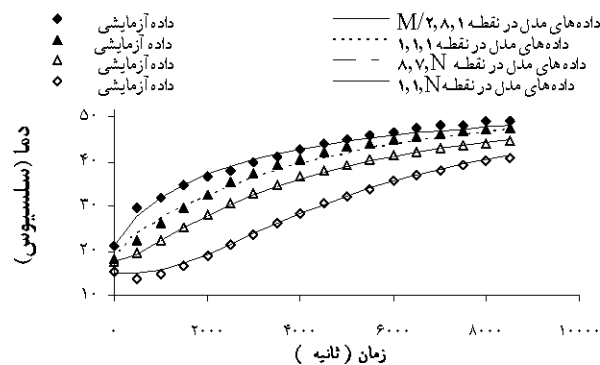
نماد ها

- A : سطح (متر مربع)
- Cp : گرمای ویژه (ژول بر کیلوگرم درجه کلونین)
- D_m : ضریب دیفوزیون
- h : میانگین ضریب انتقال حرارت در سطح (وات بر متر مربع درجه کلونین)
- H : ارتفاع بسته
- i : شماره گره در جهت X
- j : شماره گره در جهت Z
- k : شماره گره در جهت Y
- k : ضریب هدایت حرارتی موثر (وات بر متر درجه کلونین)
- k : ضریب هدایت حرارتی پلی پروپیلن (وات بر متر درجه کلونین)
- k'' : ضریب هدایت حرارتی هوا (وات بر متر درجه کلونین)
- k_g : میانگین ضریب انتقال جرم در سطح (ثانیه بر متر)
- k_m : میانگین ضریب انتقال جرم در سطح (متر بر ثانیه)
- L : مشخصه طول و طول بسته (متر)
- m : شیب خط رگرسیون برای اندازه گیری ضریب انتقال حرارت در سطح
- M : جرم ملکولی و گره انتهایی در جهت محور X
- n : گام زمانی (ثانیه)
- N : گره انتهایی در جهت محور Y
- P : فشار (پاسکال)
- R : ثابت گازها $8/31450$ (ژول بر گرم مول درجه کلونین)
- S : ضخامت بسته ماده غذایی (پلی پروپیلن) (متر) و گره انتهایی در جهت محور Z
- S : ضخامت لایه هوا (متر)
- t : زمان (ثانیه)
- T : دما در هر لحظه (سلسیوس)
- V : حجم (سانتیمتر مکعب)
- W : عرض بسته و جرم (گرم)
- x : مختصات کارترین (متر)
- y : مختصات کارترین (متر)
- z : مختصات کارترین (متر)
- Z : ارتفاع بسته
- α : نفوذ حرارتی (متر مربع بر ثانیه)
- ρ : دانسیته (کیلوگرم بر متر مکعب)
- θ : دمای بدون بعد
- μ : ویسکوزیته (پاسکال ثانیه)
- η : مقادیر ویژه معادله برای دیوار تخت
- Bi : عدد بیوت

حاوی پنیر بعد از نمک پاشی خشک، با استفاده از حل عددی قانون دوم فوریه (روش تفاضل محدود) بر روی نرم افزار MATLAB توسعه داده شد. برای تایید مدل توسعه داده شده، نتایج پیش بینی شده توسط مدل با داده های تجربی (پروفیل های دما در حین انبار گذاری) مورد مقایسه قرار گرفت. همبستگی خوب مابین پروفیل های دمای پیش بینی شده و اندازه گیری شده، نشان داد که مدل توسعه داده شده می تواند به خوبی تغییرات دما در هر نقطه در داخل بسته پنیر را پیش بینی نماید. با کار برد مدل مذکور می توان تغییرات دما را در نقاط متفاوت پنیر UF طی مراحل پس از نمک پاشی خشک، برای تولید پنیری با کیفیت بالا و یکنواخت، کنترل نمود



شکل ۵ - مقایسه بین داده های پیش بینی شده توسط حل تحلیلی با نتایج حاصل از مدل عددی توسعه داده شده



شکل ۶ - مقایسه پروفیل دماهای آزمایشی و داده های پیش بینی شده توسط مدل در نقاط مختلف قوطی در دمای ۵۰ درجه سلسیوس

جدول ۵ - مقایسه ضریب همبستگی و ریشه میانگین مربعات خطا بین داده های تجربی و پیش بینی شده توسط مدل عددی در حالت سه بعدی در دمای ۵۰ درجه سلسیوس

محل قرار گیری ترموکوپل	ضریب همبستگی	ریشه میانگین مربعات خطا
سطح	۰/۹۹۹۵۶	۰/۱۰۱
سطح	۰/۹۹۹۳۰	۰/۳۷۰
مرکز	۰/۹۹۶۳	۱/۸۴۵
کف	۰/۹۹۷۵	۱/۵۰۶
کف	۰/۹۹۳۱	۰/۷۷۱

p : پیکنومتر
 s : پنیر
 S : سطح
 air : هوا
 al : آلومینیوم
 atm : اتمسفر
 $water$: آب
 ∞ : محیط

Fo : عدد فوریه
 Nu : عدد ناسلت
 Pr : عدد پرائتل
 Re : عدد رینولدز
 Sc : عدد اشمیت
 زیرنویس ها
 i : اولیه
 f : سیال

REFERENCES

- Abd El-Salam, M. H., Alichanidis, E., & Zerfiridis, G. K. (1999). Domiati and Feta type cheeses. In P. F. Fox (Ed.). *Cheese: chemistry, physics and microbiology* (Vol. 2, pp. 301–335). Aspen Publ.
- Bennachio, D. (1994). D'etermination de la chaleur de fermentation del Emmental au cours de l'affinage. RALIMENT, France, private communication.
- Baudrit, C., Hélias, A., Perrot, N. (2009). Joint treatment of imprecision and variability in food engineering: application to cheese mass loss during ripening. *Journal of Food Engineering*, 93, 284–292.
- Caro-Corrales, J., Cronin, K., Gao, X., Cregan, V. (2010). Heat transfer analysis of cheese cooling incorporating uncertainty in temperature measurement locations: Application to the industrial process, *Journal of Food Engineering*, 99 (2), 159-165
- Carson, J. K., Willix, J., & North, M. F. (2006). Measurements of heat transfer coefficients within convection ovens. *Journal of Food Engineering*, 72, 293-301.
- Cronin, K., Caro-Corrales, J., Gao, X. (2010). Heat transfer analysis of cheese cooling incorporating uncertainty in temperature measurement locations: Model development and validation, *Journal of Food Engineering*, 99 (2), 175-183
- El Soda, M., & Abd El-Salam, M. H. (2002). Cheese matured in brine. In H. Roginski, et al. (Eds.). *Encyclopedia of dairy science* (Vol. 1, pp. 406–410). Academic.
- Guinee, T. P., & Fox, P. F. (1983). Sodium chloride and moisture changes in Ramano-type cheese during salting. *Journal of Dairy Research*, 50, 511-518.
- Hamdami, N., J. Monteau., & Bail, A. (2003). Effective thermal conductivity of a high porosity model food at above and sub-freezing temperatures. *Int. J. Refrigeration*. 26, 809-816.
- Hamdami, N., Monteau, J.Y. & Le Bail, A. (2004). Transport properties of a high porosity model food at above and sub-freezing temperatures. part 1: thermophysical properties and water activity. *J Food Eng*, 62, 373-383.
- Hosseini, Z., Usual Methods of Food Analysis.(1999). Shiraz University Press. (pp 159-193).(In Farsi)
- Incropera, F. P., & De Witt, D. P. (1996). *Introduction to Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Irudayaraj, J., 2002, Food Processing Operation Modeling. New York: Marcel Dekker, Inc.
- Ismat, A. A. 2000. Thermal Properties of Automotive Polymers II Thermal Conductivity Measurements, SAE (2000) World Congress, Detroit, Michigan. p:11.
- Kondjoyan, A., Daudin, J. D., & Bimbenet, J. J. (1993). Heat and mass transfer coefficients at the surface of elliptical cylinders placed in a turbulent air flow. *Journal of Food Engineering*, 20, 339-367.
- Luna, J. A., & Bressan, J. A. (1987). Mass transfer during ripening of Cuartitolo Argentino cheese. *Journal of Food Science*, 52(2), 308-311.
- Mohsenin, N. N. 1980. *Thermal properties of foods and agricultural materials*, CRC Press, New York.
- Nicolaï, B. M., Verboven, P., & Scheerlinck, N. (2001). The modelling of heat and mass transfer. *Food process modelling*, L. M. M. Tijskens, Hertog, M. L. A. T. M., Nicoli, B. M., (Eds.), CRC Press, Boca Rayton.
- Özisik, M. N. (1985). *Heat transfer - A basic approach*, McGraw-Hill., Singapore.
- Özisik, M. N. (1994). *Finite difference methods in heat transfer*, CRC Press, London.
- Pajonk, A. S., Saurel, R., Andrieu, J., Laurent, P., & Blanc, D. (2003). Heat transfer study and modeling during Emmental ripening. *Journal of Food Engineering*, 57, 249-255.
- Rahman, M. S.(1995). Food properties handbook, CRC Press, Boca Raton
- Turhan, M. (1996). Modelling of salt transfer in white cheese during short initial brining. *Netherlands Milk and Dairy Journal*, 50, 541-550.
- Zhong, Q., Daubert, C.R., Farkas, B.E. (2004). Cooling effects on processed cheese functionality. *Journal of Food Process Engineering*, 27, 392–412.
- Zorrilla, S. E., & Rubialo, A. C. (1994). Fynbo cheese NaCl and KCl changes during ripening. *Journal of Food Science*, 59(5), 972-975.
- Zorrilla, S. E., & Rubiolo, A. C. (1994). Modeling Nacl and Kcl Movement in Fynbo Cheese During Salting. *Journal of Food Science*, 59(5), 976-980.

