

## شبیه سازی تحلیلی پدیده مسلح شدن بستر رودخانه

مرضیه خضریان<sup>۱\*</sup> - محمد رضا مجذ زاده طباطبایی<sup>۲</sup> - سید سعید موسوی ندوشنی<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۸۸/۱/۵

تاریخ پذیرش: ۸۸/۱۰/۲۶

### چکیده

فرسایش گرینشی ذرات در بستر رودخانه‌های آبرفتی، اغلب منجر به پیدایش لایه‌ای زبر بر روی بستر رودخانه‌های شنی می‌شود. این پدیده اغلب در بازه هایی که ورودی رسوبات در بالادست کاهش می‌یابد اتفاق می‌افتد. لایه‌ی زبر سطحی بوجود آمده، لایه مسلح نامیده می‌شود. تشکیل لایه مسلح بر روی بستر رودخانه فرسایش ذرات از بستر را متوقف می‌سازد. در اغلب موارد برای شبیه سازی این پدیده از مدل‌های عددی استفاده می‌شود. کاربرد این مدل‌ها در برخی موارد پیچیده است. در این مقاله مدلی با پایه‌ی تحلیلی گسترش داده شده است. این مدل یک بعدی و یک لایه است و پارامترهای مختلف موثر در پدیده مسلح شدن را مورد بررسی قرار می‌دهد. در نهایت این مدل قابلیت پیش‌بینی عمق فرسایش تا رسیدن به لایه مسلح و توزیع دانه بندی لایه مسلح را دارد. معادلات دیفرانسیل حاکم بر پدیده مسلح شدن به صورت تحلیلی در هر گام زمانی حل شده‌اند. گام‌های زمانی به قدر کافی کوچک انتخاب شده اند که بتوان معادلات را به صورت تحلیلی برای جریان یکنواخت حل کرد. نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل با نتایج آزمایشگاهی و مدل‌های عددی مقایسه شد. نتایج نشان داد مدل از قابلیت خوبی در شبیه سازی پدیده مسلح شدن برخوردار است.

**واژه‌های کلیدی:** مدل تحلیلی، انتقال رسوب، مسلح شدن، عمق فرسایش، دانه بندی

### مقدمه

نهایت فرآیند ترازکاهی با شستن مواد ریز از سطح بستر منجر به تجمع مواد زبر روی بستر می‌شود. به تدریج این ذرات لایه‌ای محافظه روی بستر ایجاد می‌کنند که از ادامه روند فرسایش جلوگیری می‌کند. لایه زبر بوجود آمده بر روی بستر لایه مسلح نامیده می‌شود. شرح چگونگی این پدیده، موضوع پسیاری از تحقیق‌های صورت گرفته در مهندسی رودخانه بوده است. لیتل و مایر<sup>(۶)</sup> سعی کردند شرایط هیدرولیکی و رسوبی را که منجر به گسترش لایه‌های زبر بر روی بستر رودخانه می‌شود مورد بررسی قرار دهند. در مرحله دوم از این تحقیقات دانشمندانی چون اگزاروف<sup>(۴)</sup> اثر آستانه حرکت در انتقال رسوبات غیریکنواخت را مورد بررسی قرار دادند. در گام سوم محققینی چون آشیدا و میچیو<sup>(۱)</sup> و پروفیت<sup>(۷)</sup>، ارتباط بین توزیع نهایی اندازه ذرات بستر و دانه بندی اولیه آن را مورد بررسی قرار دادند. در نهایت شبیه سازی فرآیند مسلح سازی به صورت ریاضی توسط محققینی نظری شن و لو<sup>(۸)</sup> و بتس فری پان<sup>(۲)</sup> انجام شد. در شبیه سازی فرآیند مسلح سازی به صورت ریاضی همواره اندرکنش بین تنش‌های برشی اعمالی از سوی جریان، آستانه حرکت رسوبات در مخلوط رسوبی و چگونگی جایه جایی رسوبات در لایه‌های مختلف بستر مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این ترتیب با استفاده از معادله

انتقال رسوبات در رودخانه‌های آبرفتی حاصل اندرکنش شرایط هیدرولیکی و خصوصیات بستر می‌باشد. فرسایش گرینشی ذرات در بازه‌ای از رودخانه آبرفتی که ورودی رسوب از بالادست ندارد منجر به کاهش تراز سطح بستر می‌شود. در شرایطی که اندازه ذرات تشکیل دهنده بستر بگونه‌ای باشد که جریان قابلیت حمل اکثربت دانه‌های آن را داشته باشد و این دانه بندی تا عمقی بیشتر از عمق مورد انتظار فرسایش وجود داشته باشد، شسته شدن ذرات منجر به کاهش شبیه جریان می‌گردد. این حالت را می‌توان ترازکاهی چرخشی نامید. درصورتی که مواد بستر اولیه حاوی ذرات درشتی باشد که در شروع روند فرسایش جریان توانایی حمل آنها را نداشته باشد، این ذرات بر روی بستر باقی می‌مانند و ذرات ریزتر به تدریج شسته می‌شوند. در این حالت فرسایش ذرات در لایه‌های موازی اتفاق می‌افتد و شبیه جریان تغییر نمی‌کند. این حالت را می‌توان ترازکاهی موازی نامید. در

۱، ۲ و ۳ - به ترتیب دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، استادیار و استادیار دانشگاه صنعت آب و برق، تهران  
\* - نویسنده مسئول: (Email: marziyeh.khezriyan@gmail.com)



که در آن :  
 $\lambda$  : تخلخل لایه فعال بستر  
 سایر پارامترها قبلاً "تعریف شده‌اند.

در رابطه فوق پارامتر  $\frac{\partial m_i}{\partial t}$  بیان‌گر تغییرات درصد حجمی کلاس  $i$  ام از رسوبات است. با توجه به اصل بقای جرم، حجم رسوبات شسته شده از لایه فعال توسط رسوباتی از لایه غیر فعال جایگزین می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\varphi_{pi} = -\lambda p_i \frac{\partial Z_b}{\partial t} \quad (9)$$

کنترل نشان داده شده در شکل (۱) و برای سیستم لایه بندی نشان داده شده در شکل (۲)، به صورت جداگانه برای کلاس‌های مختلف رسوبات نوشته می‌شود.

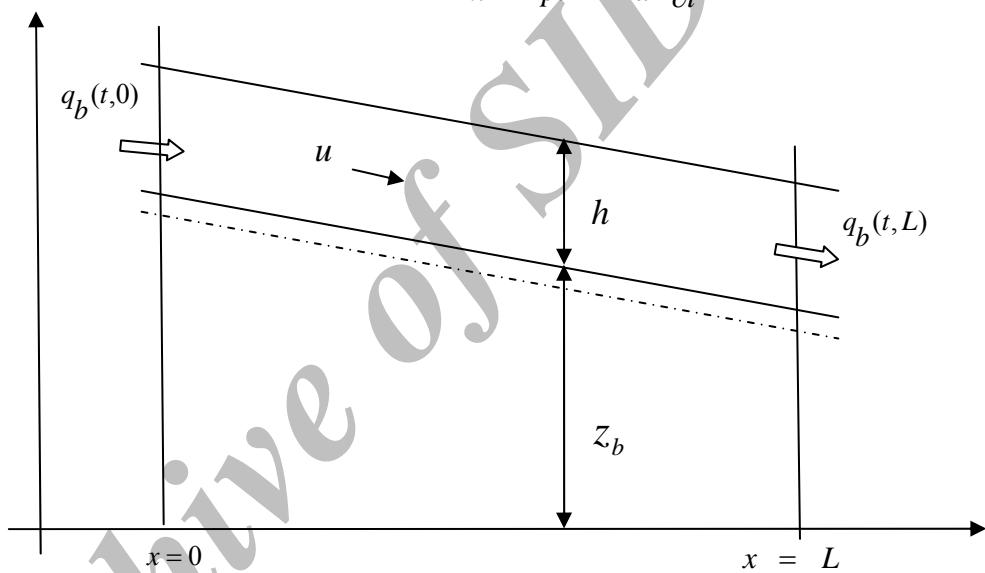
$$\frac{\partial q_{bi}}{\partial x} - \varphi_{mi} = 0 \quad (6)$$

در صورتی که معادله فوق برای  $N$  کلاس مختلف جمع بسته شود داریم:

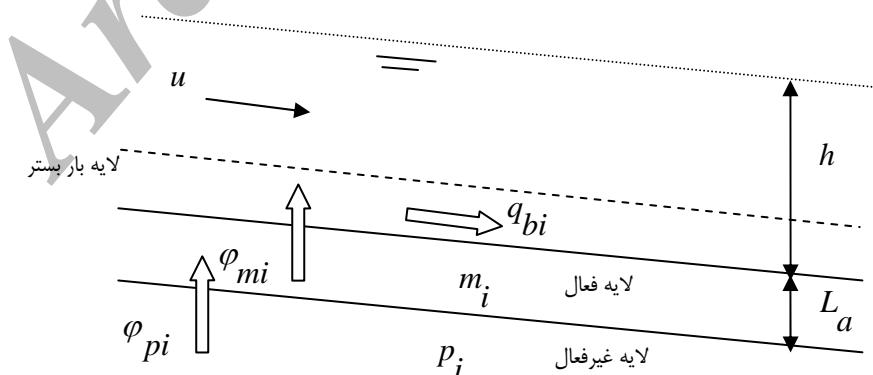
$$\sum_{i=1}^N \frac{\partial q_{bi}}{\partial x} - \sum_{i=1}^N \varphi_{bi} = 0 \quad (7)$$

اگر معادله پیوستگی را برای لایه فعال بستر بنویسیم داریم :

$$\varphi_{mi} - \varphi_{pi} + \lambda L_a \frac{\partial m_i}{\partial t} = 0 \quad (8)$$



(شکل ۱)- بازه در نظر گرفته شده برای ارائه مدل



(شکل ۲)- چگونگی تعریف لایه‌های مختلف بستر در مدل

### معادله انتقال رسوب

اگر فرض کنیم مقدار بار بستر انتقالی توسط جریان تابع پارامترهای سرعت جریان، و دانه‌بندی بستر است می‌توان با تعریف  $D_{mp}$  به عنوان نماینده ذرات لایه فعال و به صورت

$$D_{mp} = \sum_{i=1}^N D_i \times m_i \quad \text{نوشت:}$$

$$q_{bi} = f(u, m_i, D_i, D_{mp}) \quad (17)$$

به این ترتیب تغییرات مقدار بار بستر را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\frac{\partial q_{bi}(t, L)}{\partial t} = \frac{\partial q_{bi}}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q_{bi}}{\partial m_i} \frac{\partial m_i}{\partial t} + \frac{\partial q_{bi}}{\partial D_{mp}} \sum_{j=1}^N D_j \frac{\partial m_j}{\partial t} \quad (18)$$

با جمع بستن معادله فوق برای  $N$  کلاس ذرات داریم:

$$\frac{\partial q_b(t, L)}{\partial t} = u \psi \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \xi_i \frac{\partial m_i}{\partial t} \quad (19)$$

$$\xi_i = \frac{\partial q_{bi}}{\partial m_i} - \frac{\partial q_{bN}}{\partial m_N} + (D_i - D_N) \sum_{j=1}^N \frac{\partial q_{bj}}{\partial D_{mp}}$$

$$\psi = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^N \frac{\partial q_{bi}}{\partial u}$$

### حل دستگاه معادلات

معادلات (۱۵)، (۱۶) و (۱۹) تشکیل سیستمی از  $N+2$  معادله و  $N+2$  مجهول را می‌دهند. مجهولات شامل درصدهای حجمی رسوبات موجود در بستر ( $m_i$ ) ها برای  $N$  کلاس مختلف، تراز سطح بستر ( $Z_b$ ) و مقدار بار بستر خروجی از بازه ( $q_b$ ) هستند.

$$\frac{\partial^2 z_b}{\partial t^2} + \left[ \frac{u \psi L_a + \sum_{i=1}^N m_i (P_{Ti} - P_{oi})}{p_{pi} L L_a} \right] \frac{\partial z_b}{\partial t} = 0 \quad (20)$$

با حل معادله دیفرانسیل فوق تراز بستر در هر لحظه بدست خواهد آمد.

برای حل معادله فوق دو شرط اولیه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$t=0 \quad \frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{q_b(0, L)}{p_o L} \quad t=0 \quad z_b(0) = 0 \quad (21)$$

به این ترتیب معادله (۲۰) به صورت زیر حل خواهد شد:

$$z_b(t) = \frac{q_b(0, L)}{u L} \left( \exp \left[ -\frac{u \lambda t}{p_o L} \right] - 1 \right) \quad (22)$$

با توجه به اینکه  $\sum_{i=1}^N m_i = 1$  و  $\sum_{i=1}^N p_i = 1$  است، با جمع بستن معادلات (۹) و (۸) و برای  $N$  کلاس مختلف ذرات خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^N \varphi_{mi} + \lambda \frac{\partial Z_b}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

برای لایه‌ای که بار بستر در آن جریان دارد داریم:

$$t_i = \frac{q_{bi}(t, L)}{\sum_{i=1}^N q_{bi}(t, L)} \quad (11)$$

که در آن :

$t_i$  : درصد حجمی مربوط به کلاس  $i$  ام در بار بستر

$$\bar{\varphi}_{mi} = \frac{q_{bi}(t, L)}{L} \quad \text{اگر فرض شود: } \bar{\varphi}_{mi} \quad \text{که در آن ،}$$

میانگین درصد حجمی رسوبات مبادله شده بین لایه فعال و جریان در کلاس  $i$  ام است، معادله (۶) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$q_{bi}(t, L) = t_i \sum_{i=1}^N q_{bi}(t, L) \quad (12)$$

به این ترتیب می‌توان نوشت:

$$\bar{\varphi}_{mi} = \frac{t_i \sum_{i=1}^N q_{bi}(t, L)}{L} = t_i \sum_{i=1}^N \varphi_{mi} \quad (13)$$

با توجه به معادله (۱۰) و (۱۱) معادله (۱۳) بدست می‌آید:

$$\bar{\varphi}_{mi} = -t_i \lambda \frac{\partial Z_b}{\partial t} \quad (14)$$

با جمع بستن معادله (۱۴) برای  $N$  کلاس مختلف و با استفاده از معادله (۷) و با تعریف  $q_b(t, L)$  می‌توان

معادله زیر را بدست آورد:

$$\frac{q_b(t, L)}{L} = \lambda \frac{\partial Z_b}{\partial t} \quad (15)$$

در نهایت با ترکیب معادلات (۹) و (۱۵) معادله (۱۶) بدست می‌آید:

$$(p_i - t_i) \frac{\partial Z_b}{\partial t} + L_a \frac{\partial m_i}{\partial t} = 0 \quad (16)$$

به این ترتیب، حاصل نوشن معادله پیوستگی رسوب برای حجم کنترل شکل (۲) معادلات (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) هستند.

مقادیر  $k = 13.3$ ,  $\tau_{cr} = 0.03$  و  $r = -0.7$  بهترین مقادیر برای استفاده در فرمول (۱۶) هستند. معادله (۱۳) نشان می دهد مقدار  $L_a$  پارامتری تعیین کننده در نرخ تراز کاهی بستر و شرایط تعادل نهایی بسته دارد. ضخامت بیشتر این لایه سبب افزایش نرخ زبرشگی و افزایش عمق فرسایش می شود. کالیبراسیون نتایج با آزمایشات چین و همکاران (۳) نشان می دهد ضخامت لایه فعال از مرتبه  $D_{mp}$  است. برای مخلوط شماره ۱ از این آزمایشات مقادیر عمق فرسایش در طول فرآیند مسلح شدن برداشت شده است. این مقادیر با مقادیر پیش بینی شده توسط مدل در شکل (۵) مقایسه شده است.

نتایج بدست آمده توسط مدل برای عمق نهایی فرسایش در شکل زیر با جواب های بدست آمده از مدل GSTAR نیز مقایسه شده است.

## مراجع

مقایسه دو نمودار فوق نیز بیان گر نزدیکی جواب های مدل و آزمایشگاه و اختلاف اندک آنها با جواب های GSTAR است. به منظور بررسی توانایی مدل در پیش بینی دانه بندی لایه مسلح، نمودارهای دانه بندی بدست آمده توسط مدل برای مخلوط های مختلف با نمودارهای دانه بندی بدست آمده از نرم افزار مرجع GSTAR و مقادیر مشاهده شده در آزمایشگاه مقایسه شده است.

مقایسه مقادیر  $D_{mp}$  لایه مسلح محاسبه شده توسط مدل و GSTAR در شکل (۸) قابل مشاهده است.

در منحنی فوق مشاهده می شود به ازای مقادیر کوچک تر  $D_{mp}$  اختلاف نتایج مدل با GSTAR کمتر است. علت اختلاف نتایج مدل و GSTAR، بکار بردنتابع پناه گیری در معادله بار بستر بکار رفته در مدل است. در مقادیر بزرگتر  $D_{mp}$  تابع پناه گیری تأثیر بیشتری روی نتایج می گذارد. تغییرات  $D_{mp}$  را در مقابل تنش برشی وارد بر بستر در شکل (۹) رسم شده است. در این شکل نیز تفاوت نتایج مدل و GSTAR برای  $D_{mp}$  های بزرگتر بیشتر است.

$$\lambda = \psi + \frac{y}{L_a} \sum_{i=1}^N \frac{m_i(p_{Ti} - p_{oi})}{uy}$$

با قرار دادن حل تحلیلی معادله (۲۲) در معادله (۱۶) تغییرات در دانه بندی ذرات به صورت زیر بدست می آید :

$$p_{pi}(t) = p_{pi}(0) + (p_{Ti} - p_{oi}) \frac{z_b(t)}{L_a} \quad (۲۳)$$

به این ترتیب می توان درصد حجمی ذرات با اندازه  $i$  در لایه فعال بستر در هر زمان بدست آورد.

## الگوریتم محاسباتی مدل

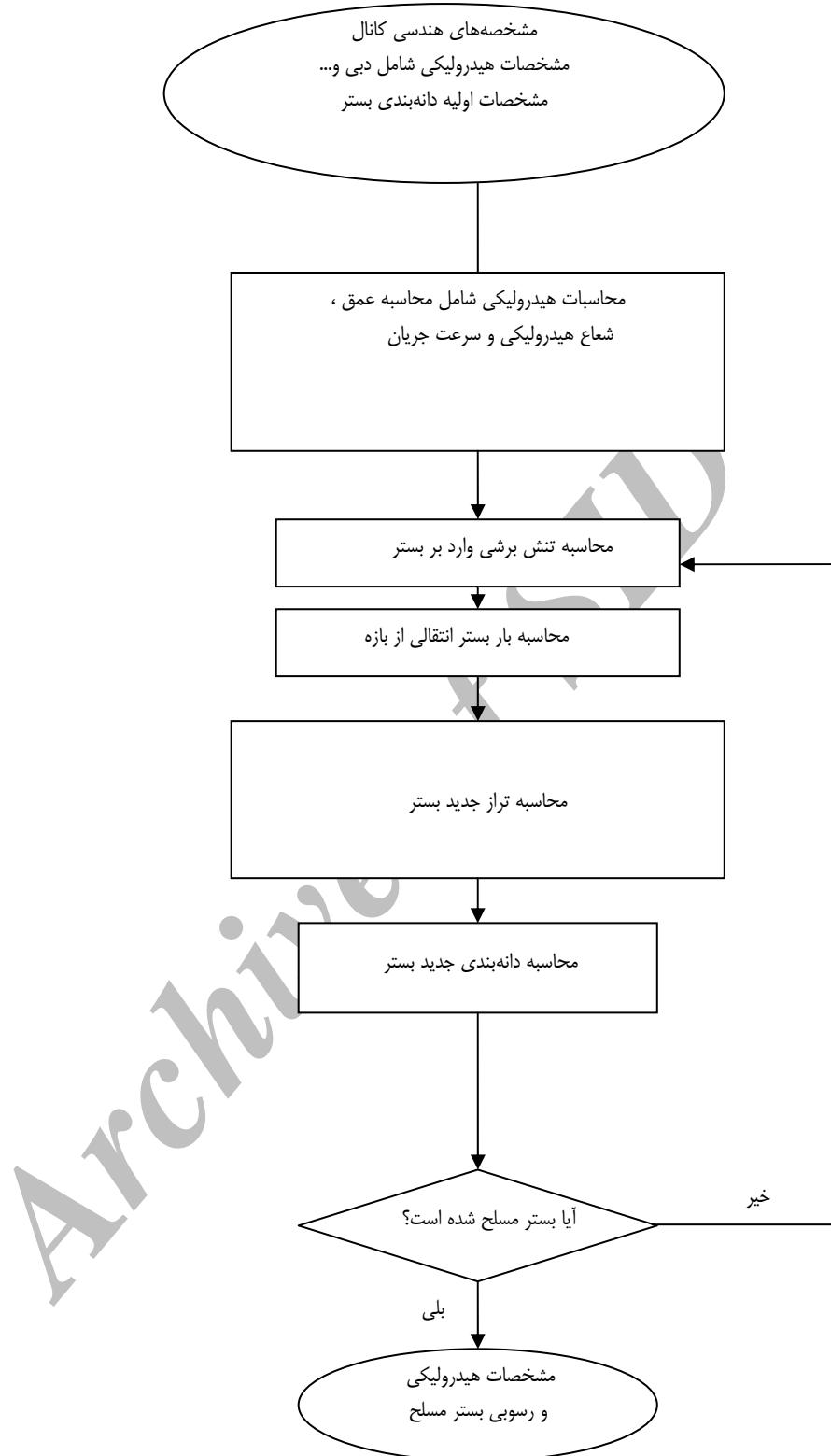
برای مدل فوق الگوریتمی نوشته شده است. این الگوریتم در شکل ۳ نمایش داده شده است.

## واسنجی مدل و بررسی نتایج حاصله

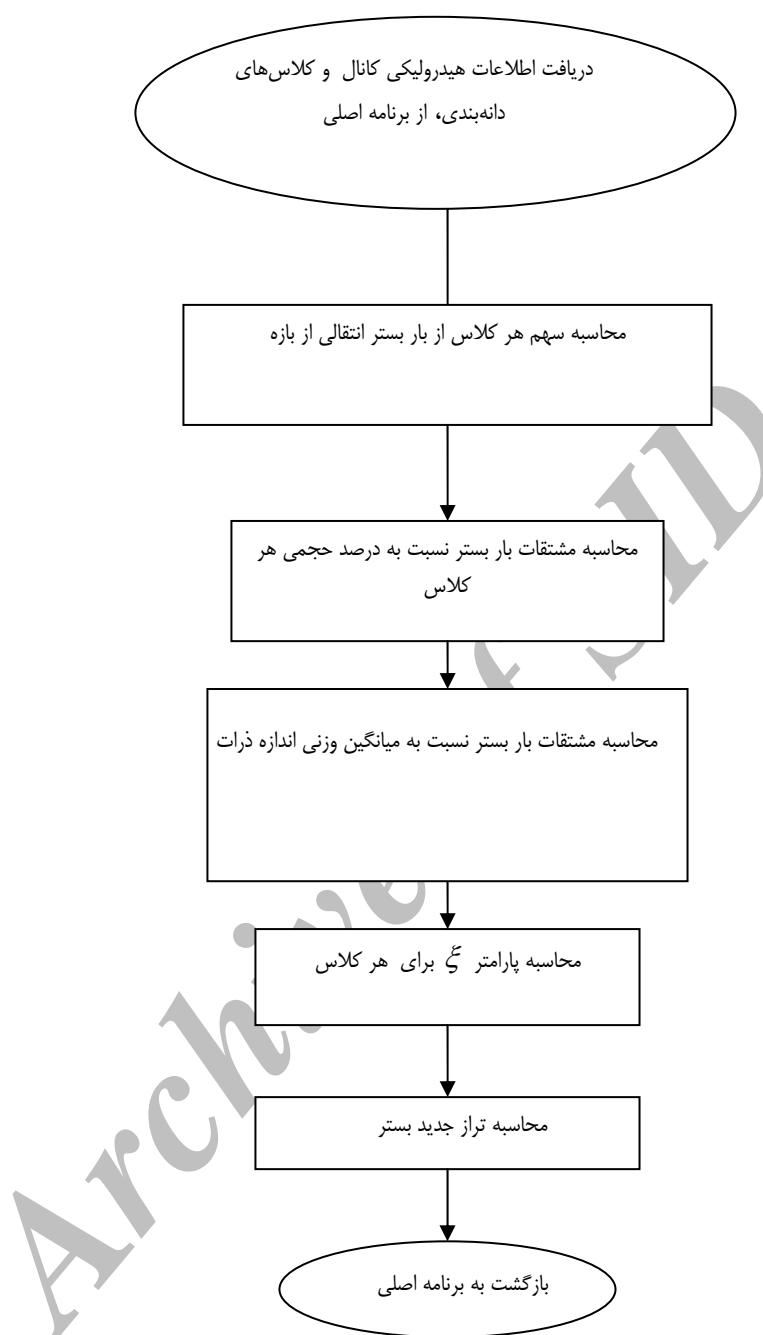
چین و همکاران (۳) آزمایش هایی را بر روی پدیده مسلح سازی انجام داد که تا حدود زیادی گستره اطلاعات آزمایشگاهی موجود در این باره را گسترش داد. در این مقاله برای واسنجی مدل و بررسی نتایج از داده های آزمایشگاهی چین و همکاران (۳) استفاده شده است. این آزمایشات را چین و همکاران (۳) در فلومی به طول ۱۹ متر و عرض ۰/۴۵ متر بر روی ۱۱ مخلوط رسوبی با دانه بندی های مختلف انجام داد. برای هر کدام از مخلوط ها بین ۳ تا ۶ آزمایش با تنش های برشی مختلف انجام شده است. قطر ذرات موجود در مخلوط های رسوبی بین ۰/۱۵ تا ۳/۷۵ میلی متر تغییر می کند. لازم به ذکر است نمونه برداری چین و همکاران (۳) از بستر مسلح به صورت سطحی انجام شده است در حالی که مدل ارائه شده درصد های حجمی ذرات را بدست می دهد. با بررسی لایه های مسلح رابطه زیر برای تبدیل نمونه های سطحی به حجمی بدست آمده است.

$$p_{(v-v)i} = cp_{(a-v)i} D_i^x \quad (۱۶)$$

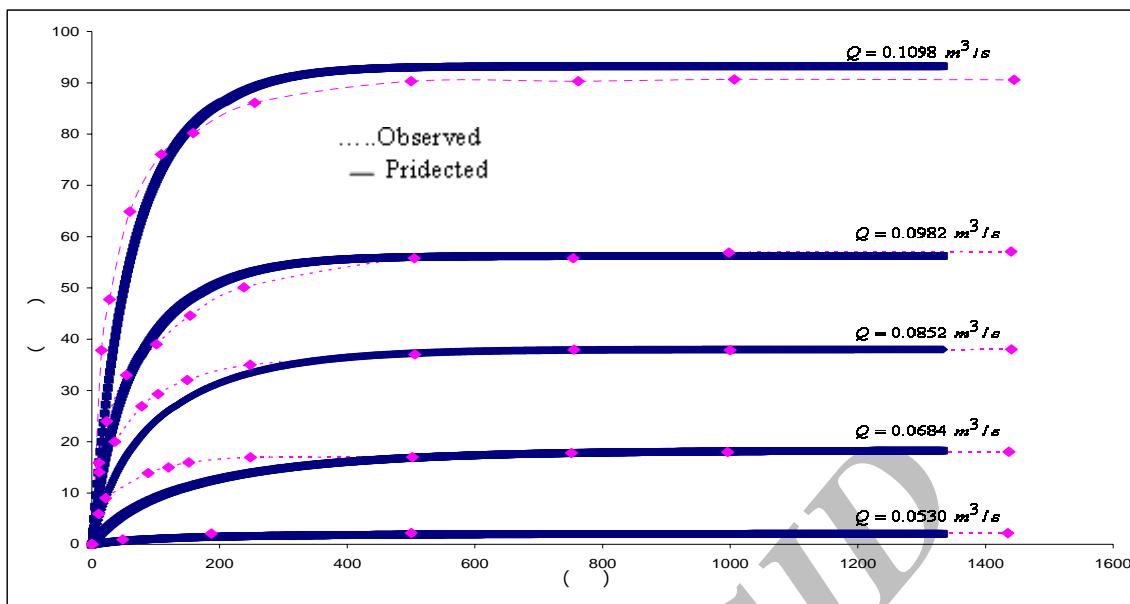
در این رابطه  $p_{(v-v)i}$  درصد ذرات با اندازه  $i$  و  $p_{(a-v)i}$  قطر  $i$  به ترتیب در نمونه های حجمی و سطحی هستند.  $c$  مقداری است ثابت و توان  $x$  همواره به  $0/5$ - نزدیک است ( با تغییر  $\pm 0/05$ ). واسنجی مدل نشان داد که



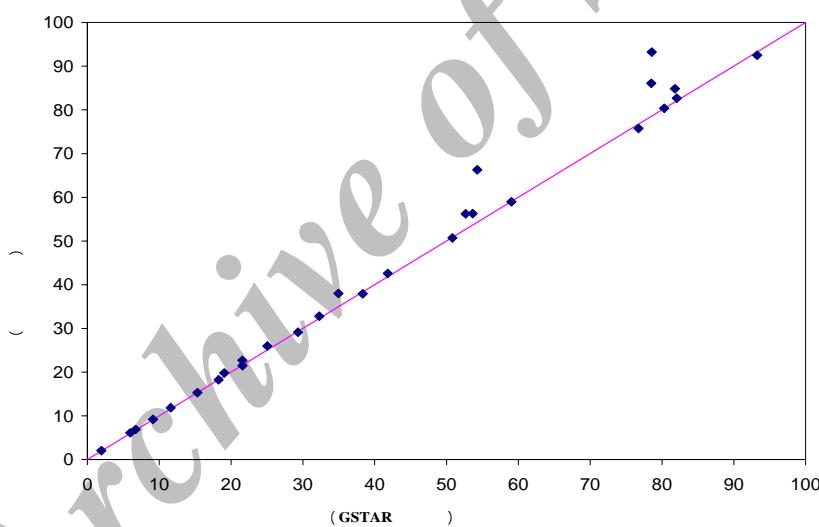
(شکل ۳)- روند نمای برنامه اصلی



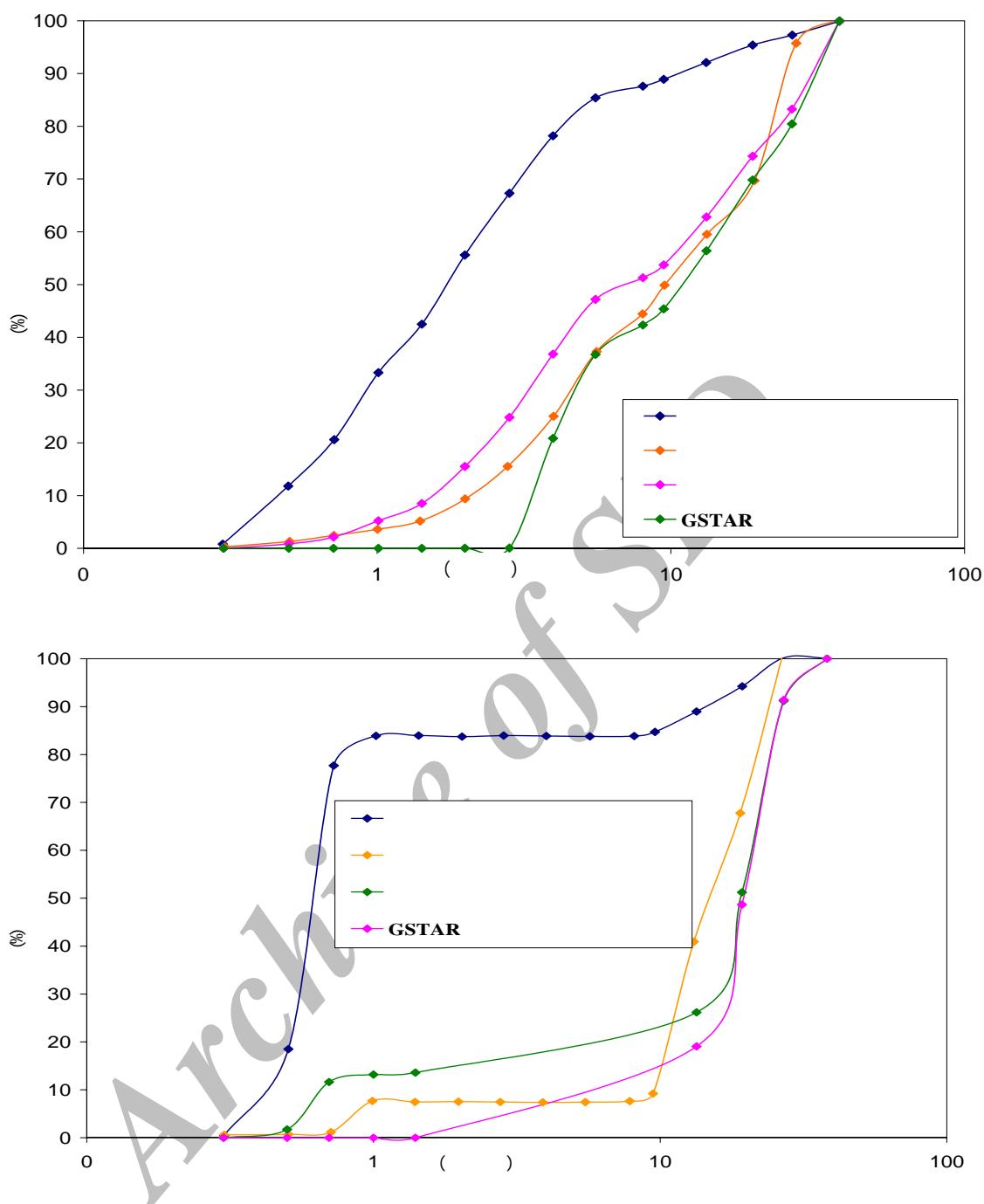
(شکل ۴) - روندمای زیر برنامه محاسبه تراز بستر



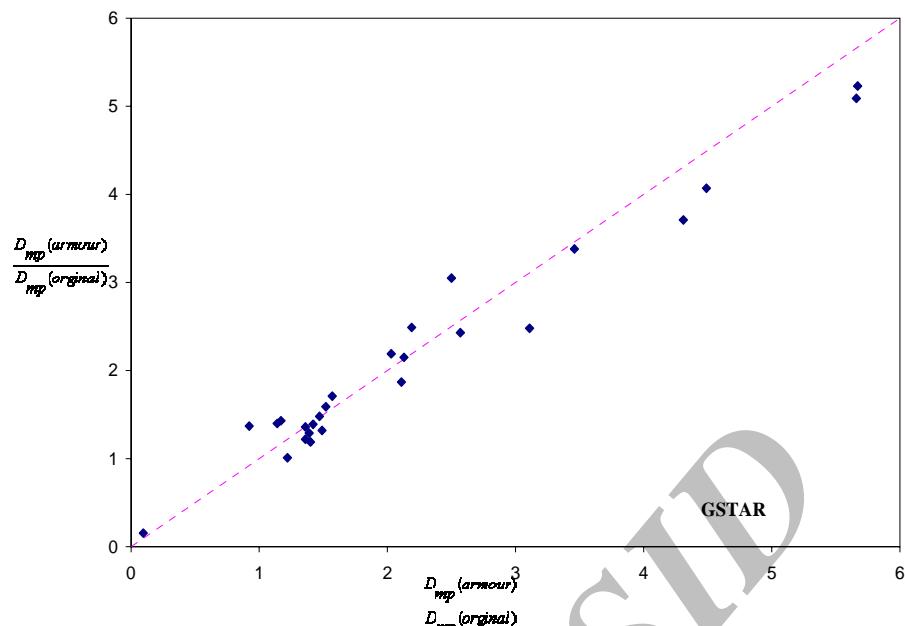
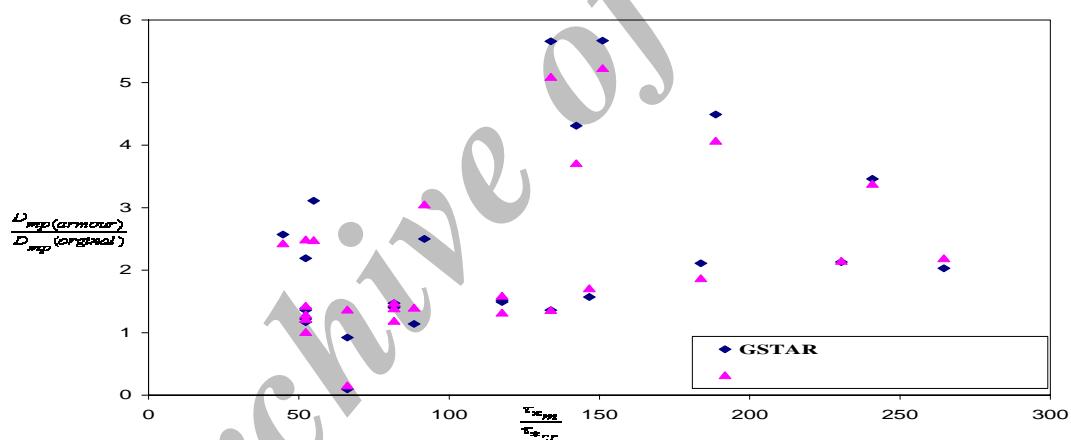
(شکل ۵)- مقایسه مقادیر تغییرات تراز بستر بدست آمده از مدل و مقادیر مشاهداتی



(شکل ۶)- مقایسه عمق‌های نهایی فرسایش محاسبه شده توسط مدل و مقادیر محاسبه شده توسط GSTAR



(شکل ۷) - بررسی چگونگی انطباق لایه مسلح محاسبه شده توسط مدل و GSTAR

(شکل ۸)- مقایسه مقادیر  $D_{mp}$  محاسبه شده توسط مدل و  $D_{mp}$ (شکل ۹)- بررسی تغییرات  $D_{mp}$  (میانگین وزنی قطر دانه‌ها) در لایه مسلح با تنفس برشی وارد بر بستر

تغییرات تراز بستر، دانه‌بندی، شبیه‌سازی و شعاع هیدرولیکی را در حین گسترش لایه مسلح دارا است.  
۳- با وجود ساده سازی‌های انجام شده در روند حل معادلات جواب‌های قبل قبولی از مدل مذبور بدست آمده است. بدین ترتیب می‌توان به قابلیت مدل در شبیه‌سازی فرآیند مسلح شدن بستر رودخانه و پیش‌بینی عمق فرسایش و تغییرات دانه‌بندی بستر در طول این فرآیند، اعتماد نمود.  
۴- بررسی جواب‌های محاسبه شده توسط مدل نشان داد، این جواب‌ها به مقادیر مشاهده شده در آزمایشگاه بسیار نزدیک

## نتیجه‌گیری

- در نهایت می‌توان حاصل کار را به صورت زیر خلاصه کرد:
- مدل توسعه داده شده، حاصل حل تحلیلی معادلات جریان و رسوب به طور همزمان است. در این مدل حل تحلیلی معادلات در گام‌های زمانی کوتاه، جایگزین گسسته سازی معادلات دیفرانسیل شده است. برای استفاده از مدل، الگوریتمی ارائه شده و در نهایت برنامه کامپیوتری به زبان Fortran برای این الگوریتم نوشته شده است. مدل توسعه داده شده قابلیت محاسبه

مقدار  $D_{mp}$  و افزایش مقدار تابع پناهگیری اختلاف نتایج حاصل از مدل و GSTAR بیشتر می‌شود. از دیگر دلایل اختلاف نتایج مدل و نرمافزار GSTAR می‌توان به این نکته اشاره نمود که در نرمافزار GSTAR ضخامت لایه فعال بستر، ضریبی از میانگین هندسی اندازه ذرات درشت‌ترین کلاس دانه‌بندی است. در مدل ارائه شده ضخامت این لایه ضریبی از اندازه  $D_{mp}$  یا میانگین وزنی اندازه ذرات بستر، در نظر گرفته شده است. نزدیکی جواب‌های مدل به مقادیر آزمایشگاهی و اختلاف جواب‌های GSTAR با این مقادیر بیان‌گر این نکته است که در نظر گرفتن ضخامت لایه فعال به عنوان ضریبی از  $D_{mp}$  به واقعیت نزدیک‌تر است.

هستند. با این وجود تفاوت‌های اندکی با مقادیر محاسبه شده توسط نرمافزار مرجع GSTAR دارند. علت این اختلاف بکار بردن تابع پناهگیری در معادله بار بستر بکار رفته در مدل است، استفاده از تابع پناهگیری در مدل باعث شده است جواب‌های مدل تا حد زیادی با نتایج آزمایشگاهی همخوانی داشته باشند. جواب‌های محاسبه شده توسط GSTAR به دلیل عدم اصلاح رابطه بار بستر با تابع پناهگیری تا حدی از جواب‌های آزمایشگاهی فاصله گرفته‌اند. بدین ترتیب می‌توان عدم کاربرد تابع پناهگیری را علت اختلاف نتایج محاسبه شده توسط GSTAR و نتایج آزمایشگاهی دانست. اختلاف نتایج محاسبه شده توسط مدل و GSTAR نیز به همین دلیل است.  
۵- در مقادیر بیشتر تنش‌های برشی با توجه به افزایش

## منابع

- 1- Ashida K., and Michie M. 1971. An investigation of river bed degradation downstream of a dam. Proc.14<sup>th</sup> IAHR Congress, 3, 247-256.
- 2- Bettes R., and Frangipane A. 2003. A one-layer model to predict the time development of static armour. J. Hydr. Research. Vol.41, No.2, pp.179-194
- 3- Chin C.O., Melville B.W. and Raudkivi A.J. 1994. Stream bed armouring, J. of Hydr. Eng., ASCE, Vol. 120, No .8, pp. 899-918.
- 4- Egiazaroff P.I. 1965. Calculation of non-uniform sediment concentrations. Proc. Am. Soc. Civ. Engrs, J. Hydraulics Div., 91(HY4).225-247.
- 5- Hirano M. 1971. River bed degradation with armouring, Trans. of JSCE, Vol.3 Part 2, pp194-195Div., ASCE, vol. 102, pp. 164-1660.
- 6- Little W.C. and Mayer P.G. 1976. Stability of channel beds by armouring. J. of the Hydr.
- 7- Proffit G.T. 1980. Selective transport and armouring of non-uniform alluvial sediments, Res. Rept. 80-22, Dept. Civil Eng., University of Canterbury, NZ, 203pp.
- 8- Shen H.W., and Lu J.Y. 1983. Development and prediction of bed Armouring. J. Hydr. Engrg., ASCE, 109(4), 611-629.



## Simulation of armouring process in river bed

M. Khezriyan<sup>1\*</sup> - M.R. Majdzadeh Tabatabai<sup>2</sup> - S.S. Mosavi Nadushani<sup>3</sup>

### Abstract

The concept of armouring is used to discuss the coarse surface layer in rivers. Selective erosion in an alluvial channel reach for which there is no upstream sediment supply can lead to formation of a layer coarser than the under laying material. This phenomenon inhibits sediment transport from the reach. Numerical modeling of armouring river bed, provides an approach to simulation of this phenomenon, however, these models are complicated in application. In addition, discretisation errors, affect the solution. Herein this paper, an analytical-based model has been developed; it is a simple one layer, 1-D, model to analysis different parameters in development of an armour layer, to predict depth of erosion and bed gradation curve of an armour bed. Differential equations describing armouring process, have been solved analytically, for each time step. The time steps are selected small enough to solve the equations analytically, for uniform flow, by avoiding discretisation errors. Predicted results are then compared by experimental data and numerical model results. This has shown reasonable validation of the model.

**Keywords:** Analytical model, Sediment transport, Armouring, Depth of erosion, Grain sizes

1,2,3- A Contribution from University of Water and Electronic Industries  
(\* - Corresponding author Email: marziyeh.khezriyan@gmail.com)