

## مدل سازی آزمایشگاهی و عددی الگوی جریان در سرریزهای استوانه‌ای

کاظم اسماعیلی<sup>۱\*</sup> - بنیامین نقوی<sup>۲</sup> - فاطمه کورش وحید<sup>۳</sup> - جعفر یزدی<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۸۸/۵/۳۱

تاریخ پذیرش: ۸۸/۱۰/۲۶

### چکیده

سرریزها از رایج ترین وسایل اندازه‌گیری شدت جریان در مجاری روباز بوده که هنوز در بسیاری از تحقیقات مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرند. دلایل زیادی از جمله انحنای خطوط جریان روی سرریز، عدم توزیع هیدرواستاتیک فشار، تماس آب با جداره سرریز و موجب تفاوت شدت جریان محاسبه شده و اندازه‌گیری شده از روی سرریز می‌گردد. لذا ضریب تخلیه سرریز که نسبت دبی واقعی به دبی تئوری (محاسباتی) را نشان می‌دهد بطور معمول کمتر از واحد است. در مورد سرریزهای استوانه‌ای تغییرات فشار و سرعت در محدوده سرریز به گونه‌ای است که بر میزان جریان عبوری از روی آن اثر متفاوت دارد و این موضوع افزایش بیش از واحد ضریب سرریز را در پی دارد. در این تحقیق مدل‌هایی از سرریز استوانه‌ای مورد آزمایش قرار گرفت و تغییرات فشار و سرعت در آزمایشگاه اندازه‌گیری و سپس شرایط هیدرولیکی روی سرریز از طریق نرم افزار فلورنت مدل‌سازی شد. نتایج بدست آمده حاکی از تطابق خوب الگوی جریان روی سرریز اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه و مدل‌سازی شده با فلورنت دارد. همچنین مشاهده می‌شود که محل تشکیل عمق بحرانی قبل از تاج سرریز و جدایش جریان از روی سرریز در ناحیه انتهای آن صورت می‌گیرد. محل جدایش بستگی به شدت جریان عبوری از روی سرریز داشته و با افزایش آن به سمت پایین دست متنقل می‌شود. برای تعیین محل تشکیل عمق بحرانی و نیز محل جدایش لایه جریان از سرریز روابط تحلیلی بدست آمد که با نتایج آزمایشگاهی هماهنگی مناسبی را نشان داد.

**واژه‌های کلیدی:** سرریز استوانه‌ای، توزیع سرعت و فشار، جدایش تیغه‌ای، عمق بحرانی، فلورنت

### مقدمه

می‌دهد که کاهش جدایش لایه از سطح سرریز، ضریب دبی جریان را به میزان ۱۵ تا ۲۰٪ افزایش می‌دهد (۱۰، ۹ و ۱۱). چانسون و مونتر مطالعات مبسوطی بر روی انواع مختلف سرریز استوانه‌ای و شرایط مختلف انجام دادند که نتایج بررسی آنها نشان داد اندازه، قطر و ارتفاع پایه سرریز و ایجاد شیب در بالادست سرریز هیچگونه تاثیری بر ضریب دبی، ارتفاع جریان در تاج و استهلاک انرژی ندارند و تنها شرایط جریان ورودی نقش بسزایی بر خصوصیات دبی و جریان در تاج دارد. مطالعات این دو نشان می‌دهد که اثر کوanدا که در نتیجه تحدب دیواره سرریز و تغییر در میدان فشار باعث کاهش فشار در سطح سرریز شده، موجب چسبندگی تیغه ریزشی جریان روی سرریز می‌شود. این شرایط باعث می‌شود تا خطوط جریان با انحنای بیشتر و جریان با سرعت بالاتری شکل گرفته و در نتیجه ضریب دبی نسبت به سرریزهای لبه تیز و لبه پهن افزایش یابد. چانسون (۸) برای پیش‌بینی تغییرات خلاء بوجود آمده در دیواره روشی تحلیلی پیشنهاد داد که در آن با اعمال ضریب تصحیح فشار می‌توان گرادیان فشار را در تاج سرریز بدست آورد. مطالعات باس (۷) و رامامورتی و فو (۱۶) نیز نشان می‌دهند که توزیع فشار روی سرریز استوانه‌ای غیر

سرریزهای استوانه‌ای و تاج دایره‌ای از جمله سرریزهای معمولی هستند که به منظور اندازه‌گیری دبی مورد استفاده قرار می‌گیرند. سادگی و صرف اقتصادی ساخت این نوع سرریز باعث شده امروزه در سیستم توزیع و انتقال آب کاربرد فراوانی داشته و برای کنترل سطح آب در کanal ها و مخازن مورد استفاده قرار گیرند (۱). سابقه کاربرد سرریزهای استوانه‌ای به اوخر قرن ۱۹ و اوایل قرن ۲۰ پیش از ابداع سرریزهای اوجی باز می‌گردد. مطالعات اولیه بر روی این نوع سرریز نشان داد که ضریب تخلیه این سرریزها بیشتر از ۱ بوده و تابع نسبت بار روی تاج به شعاع انحنای تاج سرریز است (۱۱). مطالعات صورت گرفته بر روی لایه آب عبوری و اثر مکش در سطح سرریز نیز نشان

۱- استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد  
(\*- نویسنده مسئول: Email: esmaili@ferdowsi.um.ac.ir)

۲- دانشجویان سابق کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب،  
دانشکده کشاورزی دانشگاه فردوسی مشهد  
۳- کارشناس ارشد مؤسسه تحقیقات آب

سرریز مانومترهایی به آن از بالادست، زاویه صفر درجه تا پایین دست، زاویه  $20^\circ$  و در فواصل  $30^\circ$  درجه متصل گردید (شکل ۱).

به منظور بررسی توزیع سرعت افقی ( $V_x$ ) در سطح سرریز و در راستای قائم از لوله پیتو استفاده شد. فواصل مقاطع اندازه گیری روی سرریز  $3$  میلیمتر و در هر مقطع سرعت در  $0/2$ ,  $0/4$ ,  $0/6$  و  $0/8$  عمق جریان اندازه گیری شد (شکل ۲).

برای هر نوع سرریز و شرایط موجود چندین دبی قرائت شد و در هر آزمایش علاوه بر قرائت مقادیر فشار (بار فشار) و سرعت، پروفیل سطح آب نیز با عمق سنج برداشت گردید. دقت اندازه گیری لوله پیتو و عمق سنج مورد استفاده  $0/1 \pm 0/005$  میلیمتر بودست آمد. در کلیه آزمایشات شبیه طولی کانال ثابت و برابر  $0/005$  در نظر گرفته شد. سیستم تأمین جریان آب به کانال بصورت مدار بسته و اندازه گیری دبی از طریق سرریز مستطیلی که قبلاً کالیبره شده بود صورت گرفت (۲). در مجموع با در نظر گرفتن آزمایشات مقدماتی حدود  $300$  داده آزمایشگاهی برداشت گردید که بخشی از آنها در ساخت مدل ضریب جریان استفاده شد.

## نتایج آزمایشگاهی

### بررسی تغییرات فشار و سرعت

در شکل‌های ۳ و ۴ نتایج حاصل از قرائت بار فشار در دو سرریز با قطرهای  $36$  و  $160$  میلیمتر و ارتفاع پایه  $25$  و  $100$  میلیمتر نشان داده شده است. شکل ۳ نتایج حاصل از قرائت دبی‌های  $1$  تا  $3/1/s$  را تا زاویه  $120^\circ$  نشان می‌دهد و در شکل ۴ مقادیر دبی از  $3$  تا  $18/1/s$  و تا زاویه  $20^\circ$  مشاهده می‌شود. در هر دو سرریز و در تمامی دبی‌ها بار فشار به سمت پایین دست کاهش می‌یابد. روند کاهش تا موقعیت  $60^\circ$  که در آن بار فشار برای تمامی دبی‌ها یکسان می‌شود تداوم می‌یابد و بعد از آن مرتبه قرارگیری خطوط معکوس شده چنانکه در زاویه  $90^\circ$  کمترین دبی بالاترین بار فشاری را نشان می‌دهد.

انحنای سطح سرریز موجب کاهش بار فشار در طول سرریز و افزایش بار سرعت می‌شود. برای بررسی تغییرات سرعت روی سرریز مقادیر اندازه گیری شده سرعت افقی جریان در دبی‌های مختلف رسم شد که نمونه ای از آن در شکل ۲ آورده شده است. با توجه به شکل ۲ مشاهده می‌شود که توزیع سرعت  $0/2$  نزدیک به سطح سرریز به تدریج تا زاویه  $90^\circ$  به بیشترین مقدار رسیده و سپس کاهش می‌یابد. به علت دو بعدی بودن سرعت در محدوده سرریز، بردار سرعت در بالادست و پایین دست سرریز (زاویه صفر تا  $180^\circ$ ) دارای دو مؤلفه عمودی و افقی بوده و به نظر می‌رسد که نقش مؤلفه افقی سرعت در بالادست نسبت به مؤلفه عمودی آن بیشتر است و این شرایط در پایین دست بر عکس می‌گردد. افزایش شدید فشار در زوایای بالادست سرریز و نیز کاهش نسبی آن در پایین دست مؤید این مطلب است.

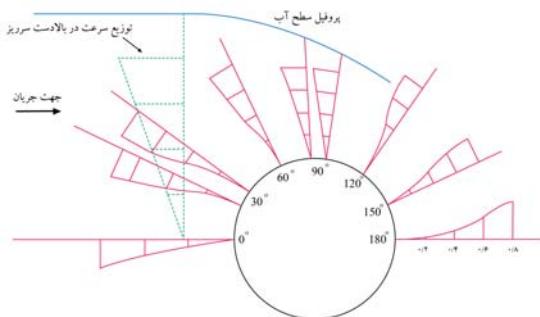
هیدرواستاتیک است. مطالعات حیدرپور و همکاران (۳ و ۱۳) نیز نشان می‌دهد که برای مقادیر ثابت ارتفاع سرریز با افزایش بار، توزیع فشار از حالت هیدرواستاتیک خارج شده و ارتفاع سرریز تاثیر زیادی بر توزیع فشار روی آن ندارد، بنا بر نظر آنها این شرایط در مقادیر بیشتر از  $8/0$  نسبت عمق آب بالادست تاج به قطر سرریز ملاحظه می‌گردد (۳ و ۱۳). نتایج توزیع سرعت نیز حاکی از آن است که با فرض جریان غیر لزج، سرعت روی تاج در نزدیکی کف ماکریم مقدار را داشته و با فاصله گرفتن از تاج مقدار آن کاهش می‌یابد (۴). فرسادی زاده و همکاران (۵) نیز به منظور بررسی ضریب دبی جریان و با کمک  $k-e$  مدل عددی فلوئنت جریان بر روی سرریز استوانه‌ای را با مدل استاندارد که برای شبیه سازی جریان آشفته استفاده می‌شود مدلسازی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرده و صحبت مدلسازی با فلوئنت را تایید کرده است.

هرچند غیر هیدرواستاتیک بودن فشار در سرریزهای استوانه‌ای توسط محققین بسیاری تایید شده اما نحوه تغییرات توزیع فشار در سطح سرریز تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. در این مطالعه به منظور بررسی توزیع فشار و سرعت در سرریزهای استوانه‌ای آزمایشاتی صورت گرفت که نتایج بدست آمده علاوه بر هماهنگی با مطالعات پیشین، تفسیر جدیدی از روند توزیع فشار در سرریزهای استوانه‌ای را نشان می‌دهد. در خصوص محل تشکیل عمق بحرانی و نقطه جداش در سرریزهای استوانه‌ای نیز روش‌هایی تحلیلی ارائه شده است.

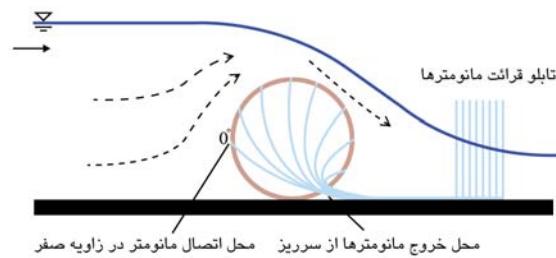
همچنین با توجه به اینکه برای جریانهای انحنیدار نظریه سرریز استوانه‌ای استفاده از مدل  $k-e$  استاندارد توصیه نمی‌شود، لذا در این مقاله از مدل‌های توسعه یافته آشفتگی  $k-e-RNG$  یا  $k-w$  برای مدلسازی با فلوئنت جهت شبیه سازی جریان توربولنس استفاده شده است (۱۲ و ۱۸). مقایسه نتایج با مدل فیزیکی قابلیت مدل عددی و تکنیک  $VOF$  را در پیش بینی شرایط و الگوی جریان بر روی سرریزهای استوانه‌ای نشان می‌دهد.

## مواد و روش‌ها

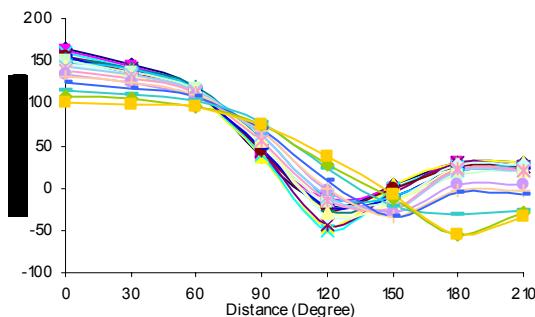
آزمایشات در کانالی به طول  $10$  متر، ارتفاع  $50$  و عرض  $30$  سانتیمتر در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد انجام شد. سرریزهای مورد استفاده دارای قطرهای  $57$ ,  $57$ ,  $63$ ,  $75$ ,  $45$  و  $25$  میلیمتر و در حالت بدون پایه و با پایه (ارتفاع پایه ها  $75$ ,  $45$ ,  $25$ ,  $15$  و  $10$  میلیمتر و عرض ثابت  $30$  سانتیمتر، معادل عرض کانال بودند) انجام شد. جنس سرریزها PVC بوده و تمہیداتی برای نصب آنها در کانال اتخاذ شد. برای بررسی تغییرات فشار روی



(شکل ۲)- توزیع پروفیل سرعت در اعمق  $2/0$  تا  $0/8$  در زوایای مختلف



(شکل ۱)- استقرار مانومترها بر روی سرریز در زوایای  $0$  تا  $210$  درجه



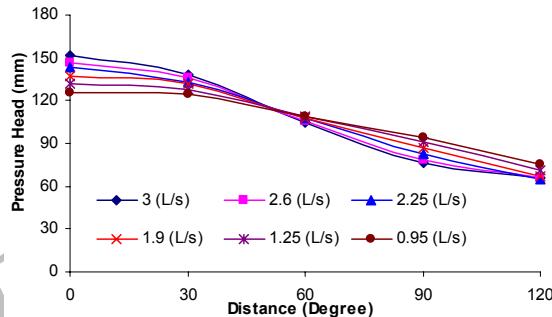
(شکل ۴)- توزیع پروفیل فشار در سرریز با قطر ۱۶۰ میلیمتر

حالت فوق بحرانی تبدیل می‌شود. به عبارت دیگر در سرریز استوانه‌ای محل وقوع جریان بحرانی در بالادست راس تاج است. با افزایش دبی جریان، بر فشار ناشی از مؤلفه افقی سرعت در بالادست روند افزایشی داشته است اما با گذار جریان از نقطه بحرانی روند افزایشی سرعت با افزایش دبی قابل ملاحظه می‌شود. چنانکه در شکلهای ۳ و ۴ روند افزایشی فشار نسبت به تغییرات دبی برعکس شرایط بالادست نقطه بحرانی است.

برای تشخیص شرایط جریان در هر عمق از جریان، عدد فرود (Fr) مربوط به هر مقطع از جریان را می‌توان از رابطه (۱) بدست آورده:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{q}{y\sqrt{gy}} \quad (1)$$

در معادله فوق  $V$  سرعت متوسط جریان ( $L T^{-1}$ )،  $y$  ارتفاع آب در هر مقطع از سرریز ( $L$ )،  $g$  شتاب ثقل ( $L T^{-2}$ ) و  $q$  دبی در واحد عرض کانال ( $L^2 T^{-1}$ ) است.



(شکل ۳)- توزیع پروفیل فشار در سرریز با قطر ۶۳ میلیمتر

مشاهده توزیع سرعت در نقاط مختلف حاکی از آن است که به علت افزایش ضخامت لایه جریان از پایین دست به سمت بالادست، مقادیر  $0/2$  عمق نیز به سمت بالادست فاصله بیشتری نسبت به سطح سرریز می‌یابند. لذا می‌توان چنین استنباط کرد که سرعت افقی در بالادست از اهمیت بیشتری برخوردار است.

#### عدد فرود

مطالعات باجانتری و همکاران در خصوص توزیع فشار در سرریزهای اوجی نشان می‌دهد که جریان تا قبل از تاج سرریز زیربحاری و پس از آن به خاطر وجود شب تند در امتداد سرریز فوق بحرانی می‌شود (۱۶). طبق گزارش چانسون (۱۱) در سرریزهای استوانه‌ای نیز عمق بحرانی در تاج آن تشکیل می‌شود اما توزیع فشار هیدرواستاتیک نبوده و منحنی خطوط جریان نیز نشان می‌دهد که گرادیان فشار کمتر از هیدرواستاتیک و تغییرات توزیع سرعت شدید است. نتایج آزمایشات صورت گرفته در این تحقیق نشان می‌دهد جریان زیر بحرانی تا محدوده زاویه  $60^\circ$  ادامه می‌یابد و پس از آن به

$$d_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (2)$$

در سرریزهای استوانه‌ای که توزیع فشار غیر هیدرواستاتیک است، عمق جریان روی تاج سرریز با مقدار معروف شده در معادله (۲) متفاوت بوده و معمولاً کمتر از عمق بحرانی است. برای محاسبه محل تشکیل عمق بحرانی می‌توان از شکل ۶ کمک گرفت که در آن فواصل CE و HI به ترتیب معرف ارتفاع آب در تاج ( $d_{crest}$ ) و محل تشکیل عمق بحرانی ( $d_o$ ) هستند. ارتفاع آب در بالادست سرریز نیز  $H_w$  است که در فاصله بیشتر از  $2D_i$  تشکیل می‌شود.

منحنی سطح آب در فاصله AC را می‌توان با خطی راست تقریب زد و لذا داریم:

$$\tan \alpha = \frac{AB}{R} = \frac{\delta}{R \cos \theta} \Rightarrow \delta = AB \times \cos \theta \quad (3)$$

فاصله AB نیز برابر است با:  $AB = H_w - d_{crest}$  و لذا فاصله کوچک  $\delta$  برابر خواهد بود با:

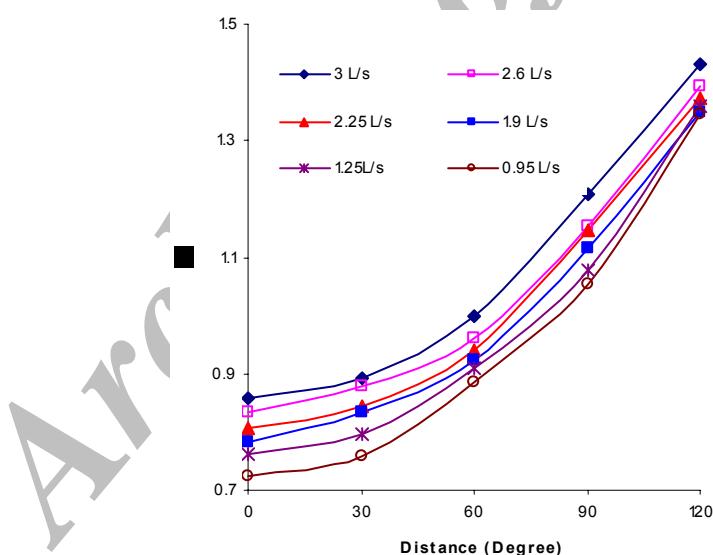
$$\delta = (d_c - d_{crest}) - R(1 - \sin \theta) \quad (4)$$

تغییرات عدد فرود در زوایای مختلف برای سرریز ۶۳ میلیمتری در شکل ۵ ترسیم شده است. همانطور که دیده می‌شود در کلیه دبی‌ها وقوع جریان بحرانی و تشکیل عمق بحرانی بین زوایای ۶۰ تا ۹۰ درجه است. پیش از زاویه  $60^\circ$  جریان زیربحرانی و پس از آن فوق بحرانی می‌باشد. علاوه بر این دبی‌های کمتر در فواصل نزدیک به زاویه  $90^\circ$  به عمق بحرانی رسیده اند. به عبارت دیگر در دبی‌های پایین عمق بحرانی در تاج سرریز تشکیل می‌شود که پیشتر چانسون نیز به این موضوع اشاره کرده بود (۸). به نظر می‌رسد که این امر ناشی از کمتر بودن عمق بحرانی برای دبی‌های کمتر است زیرا در تاج سرریز  $dz/dx = 0$  (تراز پتانسیل و x امتداد جریان) که قبل از آن  $dz/dx > 0$  و بعد از آن  $dz/dx < 0$ .

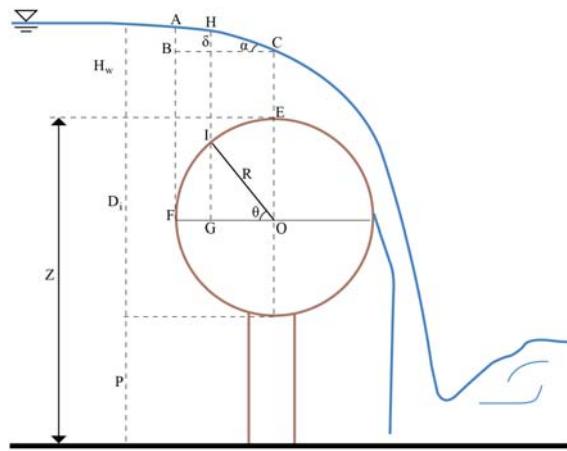
برای تعیین محل دقیق تشکیل عمق بحرانی روشی تحلیلی ارائه شده که در ادامه تشریح شده است.

### محاسبه محل تشکیل عمق بحرانی در سرریزهای استوانه‌ای

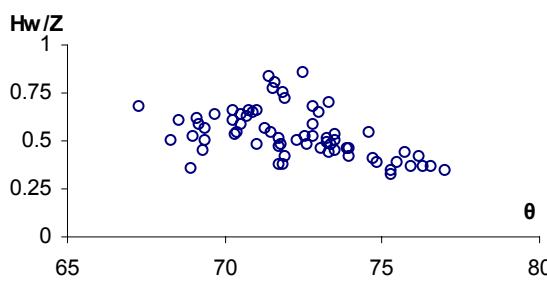
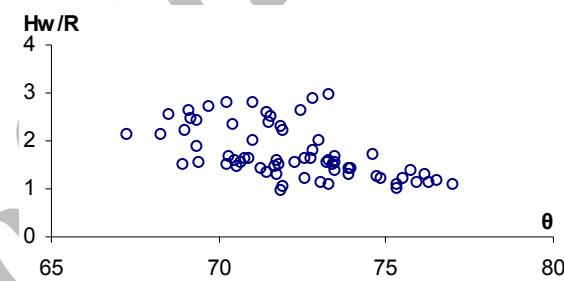
در کانالهای مستطیلی که توزیع فشار در جریان هیدرواستاتیک است، از رابطه (۱) برای برآورد عدد فرود و از رابطه (۲) برای تعیین عمق بحرانی می‌توان کمک گرفت:



(شکل ۵)- تغییرات عدد فرود در زوایای مختلف در سرریز با قطر ۶۳ میلیمتر



(شکل ۶)- پارامترهای هندسی سرریز برای تعیین محل تشکیل عمق بحرانی

(شکل ۷)- تاثیر  $H_w/Z$  بر محل تشکیل عمق بحرانی در سرریز با قطرهای مختلف(شکل ۸)- تاثیر  $H_w/R$  بر محل تشکیل عمق بحرانی در سرریز با قطرهای مختلف

زاویه  $67^\circ$  تا  $77^\circ$  متغیر است ( $72^\circ \pm 5^\circ$ ). همچنین هرچه نسبت  $H_w/Z$  کوچکتر باشد، عمق بحرانی به تاج نزدیکتر می‌شود و با افزایش این نسبت عمق بحرانی در فاصله ای دورتر تشکیل می‌شود. لذا با افزایش دبی عمق بحرانی از تاج فاصله می‌گیرد. چنانکه در شکل ۵ نیز مشاهده شد در دبی‌های بیشتر عمق بحرانی زودتر تشکیل شده است.

با توجه به شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شود که صرف نظر از دبی جریان و شرایط جریان بالا دست محدوده تشکیل عمق بحرانی تقریباً ثابت است.

چنان‌سون (۸) با اندازه‌گیری عمق جریان در تاج سرریز نشان داد که اولاً با کاهش ( $d_{crest}/d_c$ ) نسبت بی بعد ارتفاع بالا دست روی تاج (۸) افزایش می‌یابد و ثانیاً با افزایش اندازه سرریز در یک رودخانه نیز ( $d_{crest}/d_c$ ) کاهش نسبی خواهد داشت. شرایط جریان هیدرولیکی تاثیر کمی بر این نسبت دارد.

با مساوی قرار دادن روابط (۳) و (۴) و انتخاب  $U = (d_c - d_{crest})$  داریم:

$$U - R = AB \times \cos \theta - R \times \sin \theta \quad (5)$$

با استفاده از روابط مثلثاتی و انتخاب  $x = \tan(\theta/2)$  داریم:

$$\sin \theta = \frac{2x}{1+x^2}, \quad \cos \theta = \frac{1-x^2}{1+x^2} \quad (6)$$

حال معادله (۵) یک معادله درجه ۲ بوده که به کمک آن می‌توان محل تشکیل عمق بحرانی را بدست آورد. رابطه نهایی به شکل زیر است:

$$\theta = 2 \times \tan^{-1} \left( \frac{-R + \sqrt{(AB)^2 - U^2 + 2UR}}{AB + U - R} \right) \quad (7)$$

به کمک معادله فوق می‌توان محل تشکیل عمق بحرانی را برای نسبتهای بی بعد مورد بررسی قرار داد. در شکل‌های ۷ و ۸ تأثیر عمق جریان بالا دست و شعاع استوانه و پایه بر محل تشکیل عمق بحرانی نشان داده شده است. مشاهده می‌شود بازه تشکیل عمق بحرانی از

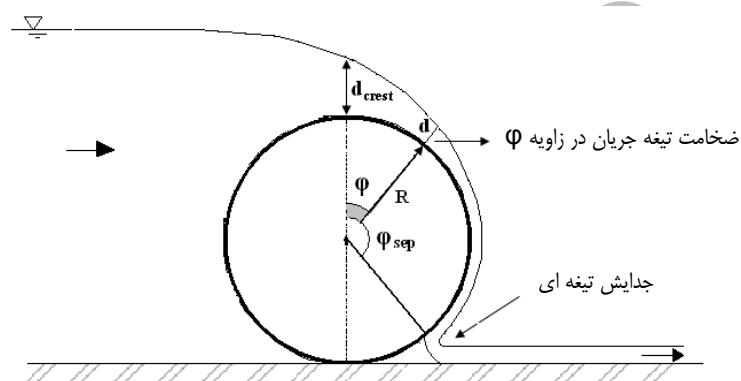
مشاهده می شود که پس از عبور جریان از روی تاج سرریز در دبی های بیشتر حداقل فشار در زاویه  $120^\circ$ ، و در دبی های کمتر حداقل فشار در زوایای  $150^\circ$  و  $180^\circ$  رخ می دهد.

سایر مطالعات نشان می دهد که وجود فشار منفی باعث چسبندگی تیغه ای شده و لذا فشار روی سرریز به سمت پایین دست کاهش می یابد (۸). اما پس از جدایش تیغه ای مجدداً فشار افزایش یافته و مشاهده می شود که با کاهش دبی، جدایش تیغه ای به پایین دست و دورتر از تاج سرریز منتقل می شود در حالیکه در دبی های بالا جدایش تیغه ای در نزدیکی تاج صورت می گیرد.

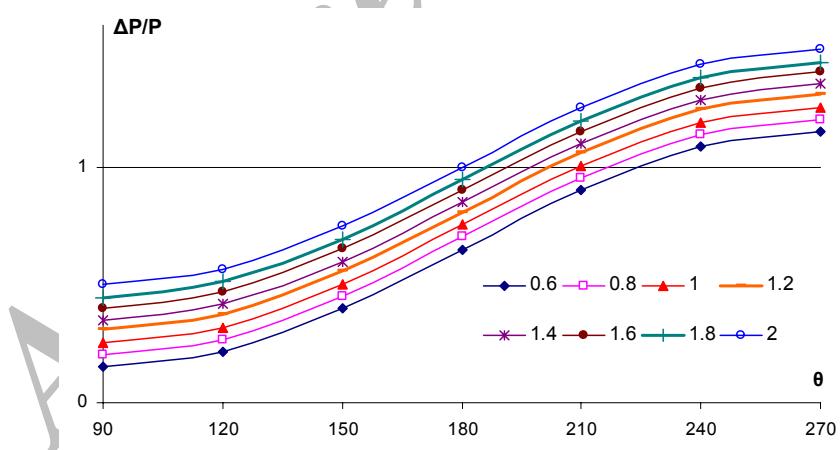
به کمک نرم افزار SPSS و با استفاده از داده های موجود رابطه ای برای عمق جریان در تاج سرریز بدست آمد که دارای ضریب تبیین  $\% ۹۷$  است:

$$d_{crest} = 0.67 \times (d_C)^{1.046} \times \left( \frac{H_w}{R} \right)^{0.043}, \quad 8) \\ 0.7 \leq H_w/R \leq 3, \quad 0.031m \leq R \leq 0.08m$$

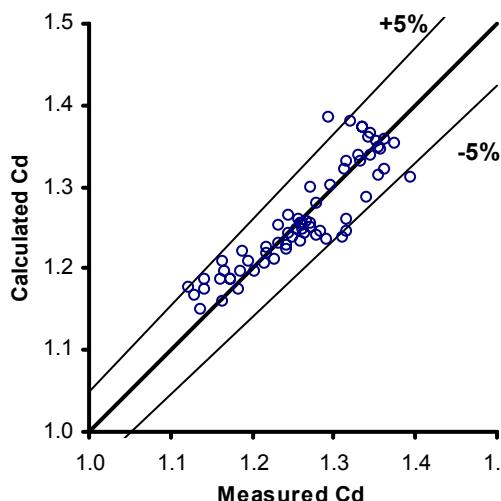
همانطور که قبلاً اشاره شد با عبور جریان به پایین دست بار فشار کاهش می یابد. تحلیل بالا نشان داد که تا قبل از محدوده  $80^\circ$  تا  $80^\circ$  جریان زیربحاری و پس از آن فوق بحرانی خواهد بود. در شکل ۴



(شکل ۹)- پارامترهای هندسی مربوط به جدایش تیغه ای



(شکل ۱۰)- محل تشکیل نقطه جدایش برای نسبت های مختلف  $d_{crest}/R$



(شکل ۱۱)- مقایسه ضریب Cd محاسباتی و ضریب Cd اندازه‌گیری شده با دامنه خطای ±٪۵

افزایش استنفراط شده و نقطه جدایش به تاج نزدیکتر خواهد شد. در شکل ۱۰ و در دبی‌های کم تا محدوده زاویه  $210^\circ$  همچنان خلاء وجود دارد و پس از آن فشار در سطح سرریز با فشار اتمسفر برابر شده و جدایش رخ می‌دهد.

در شکل ۴ نیز دیده می‌شود که در دبی‌های بالاتر در محدوده زاویه  $120^\circ$  فشار حداقل شده و سپس افزایش می‌یابد. اما در دبی‌های پایین‌تر این حالت در محدوده زاویه  $180^\circ$  رخ می‌دهد.

### ضریب دبی سرریز

همانطور که پیشتر اشاره شد، در سرریزهای استوانه‌ای وجود خلاء در دیواره و چسبندگی تیغه‌ای باعث می‌شود تا خطوط جریان با انحنای بیشتر و جریان با سرعت بالاتری شکل گرفته و لذا ضریب تخلیه به مقداری بیشتر از ۱ افزایش یابد. طبق نظر چانسون (۸) و دیگر محققین، شعاع استوانه و ارتفاع پایه هیچ تأثیری بر ضریب دبی ندارند و تنها شرایط جریان بالادست سبب تغییر Cd می‌شود. نتایج آزمایشات این تحقیق نشان می‌دهد که با افزایش نسبت  $H_w/R$  ضریب Cd افزایش می‌یابد که با نتایج سایر محققین هماهنگی دارد. علت افزایش ضریب تخلیه با افزایش دبی نیز به این خاطر است که در دبی‌های بالا منطقه جدایش تیغه‌ای به تاج نزدیکتر است و لذا خلاء سبب می‌شود تا ارتفاع آب روی تاج نسبت به دبی‌های کمتر کاهش بیشتری داشته باشد. از شکلهای ۳ و ۴ نیز پیداست که دبی‌های بیشتر فشار کمتری را نشان می‌دهند. علاوه بر این مشاهدات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با افزایش  $H_w/R$  نسبت  $H_w/d_{crest}$  کاهش یافته و لذا با افزایش دبی، ارتفاع آب روی تاج سرریز کاهش می‌یابد. بنابراین ضریب دبی که حاصل تقسیم دبی

چانسون (۱۰) با استفاده از محاسبات پایه در جریان سیال ایده آل در رویه پایین دست سدهای لاستیکی با غشاء منعطف (IFMD)، محل جدایش تیغه‌ای ناشی از کاویتاسیون را از رابطه ذیل بدست آورده:

$$\cos \varphi_{sep} = 1 - \left( \frac{1}{\sigma_C} \times \frac{\Delta P}{P} - \frac{2 \times d_{crest}}{R} \right) \quad (9)$$

در معادله فوق  $P = P_{atm} - \Delta P$  و  $\Delta P = P_{atm} - P_v$  بوده و فشار اتمسفر،  $P_v = P_{atm}$  فشار مطلق در سطح استوانه،  $\rho_w$  عدد کاویتاسیون بحرانی است گرانش، R شعاع انحنای استوانه و  $\sigma_C$  عدد کاویتاسیون شروع می‌شود و معمولاً بین  $0.5$  تا  $1$  است که در آن کاویتاسیون شروع می‌شود و معمولاً بین  $0.5$  تا  $1$  است (۱۵). زاویه  $\varphi$  مربوط به محل تشکیل تیغه جریان در تاج سرریز معادل صفر بوده و بقیه فواصل نسبت به آن سنجیده می‌شوند (شکل ۹).

در محدوده آزمایشات انجام شده با رسم نمودار  $\Delta P/P$  برای نسبت  $R/d_{crest}$  م مختلف در سطح سرریز برای  $\sigma_C = 0.5$  نمودار شکل ۱۰ بدست آمد.

با توجه به رابطه (۹) نقطه  $\Delta P/P = 1$  نکته ای است که فشار در آنجا معادل فشار اتمسفر شده و جدایش رخ می‌دهد. در شکل ۱۰ زاویه  $90^\circ$  به عنوان تاج سرریز در نظر گرفته شده و بقیه نقاط نسبت به آن ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود برای نسبت‌های مختلف  $d_{crest}/R$  شکل نمودارها مشابه بوده و با افزایش نسبت  $d_{crest}/R$  محل نقطه جدایش به تاج سرریز نزدیکتر می‌شود. به عبارت دیگر برای یک قطر مشخص، هرچه دبی جریان افزایش یابد موجب

می باشد. نیازی به حل این معادله برای فاز هوا نمی باشد؛ با حل معادله فوق و مشخص شدن جزء حجمی آب در هر سلول شبکه می توان حجم اشغال شده توسط هوا را در هر سلول از رابطه زیر بدست آورد:

$$\alpha_a = 1 - \alpha_w \quad (12)$$

اگر  $\alpha_w$  برابر ۱ باشد نشان دهنده پر بودن سلول از آب می باشد و اگر  $\alpha_w$  صفر باشد یعنی سلول پر از هواست. برای  $<1 < \alpha_w < 0$  درصدی از سلول آب و درصدی از آن هواست. بنابراین با در نظر گرفتن سطح آزاد در یک جزء حجمی معین می توان سطح آزاد جریان را مشخص کرد. بدین ترتیب با در نظر گرفتن سطح آزاد جریان در جزء حجمی آب برابر  $5\%$  می توان سطح جدایی دو فاز را تعریف نمود. روش های متعددی برای حل معادله (11) وجود دارد که در تحقیق حاضر روش بازسازی هندسی (الگوی یانگ) استفاده شده است. این روش بصورت غیرماندگار بوده و شبیه سطح بین آب و هوا در هر سلول جریان بصورت خطی فرض می شود (۱۹). خواص سیال در هر یک از سلول های شبکه با توجه به جزء حجمی هر یک از فازها تعیین می شود؛ برای مثال چگالی در هر سلول شبکه را با رابطه زیر می توان بیان کرد:

$$\rho = \alpha_w \rho_w + (1 - \alpha_w) \rho_a \quad (13)$$

در تحقیق حاضر از هر دو نوع شبکه با ساختار و بدون ساختار استفاده گردیده است. همانطور که از شکل ۱۲ پیداست ناجیه اطراف سرریز استوانه ای بدلیل هندسه پیچیده تر بصورت بدون ساختار و دیگر نواحی بشکل منظم یا اصطلاحاً باساختار مش بندی شده است. شکل ۱۲-الف شبکه محاسباتی اولیه را نشان می دهد که بعد از حل و همگرایی مساله، در محل بین دو فاز شبکه اصلاح گردید (شکل ۱۲-ب) تا سطح آزاد با دقت بیشتری ردیابی گردد.

واقعی بر دبی تئوری است، با افزایش دبی و در نتیجه افزایش ارتفاع آب بالادست افزایش می یابد. رابطه (۱۰) حاصل تحلیل رگرسیونی از طریق نرم افزار SPSS می باشد که ضریب تبیین آن برای داده های مورد استفاده در حدود  $80\%$  است.

$$Cd = 1.16 \times \left( \frac{H_w}{R} \right)^{0.164} \quad (10)$$

در شکل ۱۱ نتایج حاصل از محاسبه ضریب Cd با استفاده از معادله (۱۰) و نتایج حاصل از اندازه گیری های آزمایشگاهی که در ساخت مدل شرکت نداشته اند (۶۷ داده) با یکدیگر مقایسه شده و ضریب خطای کل  $6.7\%$  بدست آمد. مشاهده می شود همواره ضریب دبی بزرگتر از ۱ می باشد.

با توجه به معادله به دست آمده (۱۰)، مقایسه ای بین مهادلات حاصل از نتایج سایر محققین با این تحقیق در جدول ۱ اورده شده است.

### مدلسازی عددی

جهت شبیه سازی جریان بر روی سرریز استوانه ای از نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی فلوئنت که قادر است معادلات ناویر استوکس را بصورت سه بعدی برای هر سیال در حال حرکت حل نماید، استفاده شد.

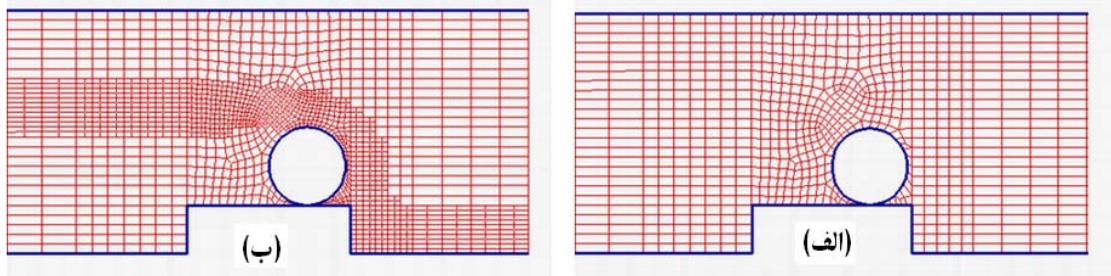
جهت تعیین سطح آزاد جریان از مدل VOF استفاده شده است (۱۴). در مدلسازی سطح آزاد جریان به این روش، یک معادله انتقال برای فاز آب می تواند حل گردد:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_w) + \nabla \cdot (\alpha_w \vec{v}) = 0 \quad (11)$$

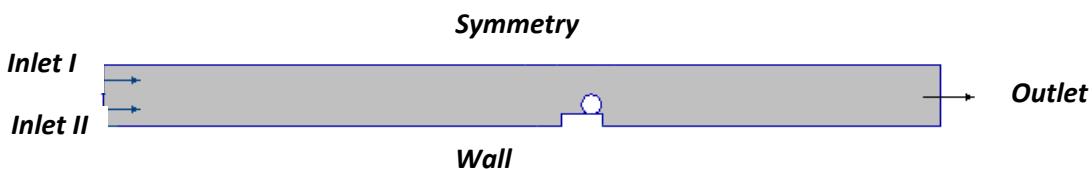
در رابطه فوق  $\alpha_w$  جزء حجمی آب و  $\vec{v}$  سرعت جریان

(جدول ۱)- مقایسه روابط ضریب دبی

محدوده آزمایشی	مرجع	رابطه
$0.45 < H_w/R < 1/9$	چانسون و مونتز (۸)	$Cd = 1.185 \times \left( \frac{H_w}{R} \right)^{0.136}$
$0.35 < H_w/R < 3/5$	چانسون و مونتز (۸)	$Cd = 1.267 \times \left( \frac{H_w}{R} \right)^{0.181}$
رهبوب	رهبوب	$Cd = 0.552 + 0.177 \times \sqrt{30 - \left( 5 - \frac{H_w}{R} \right)^2}$
$1 < H_w/R < 4$	مطالعه حاضر	$Cd = 1.16 \times \left( \frac{H_w}{R} \right)^{0.164}$



(شکل ۱۲)- (الف) شبکه محاسباتی اولیه، ب) شبکه اصلاح شده



(شکل ۱۳)- میدان حل و مرزهای مساله

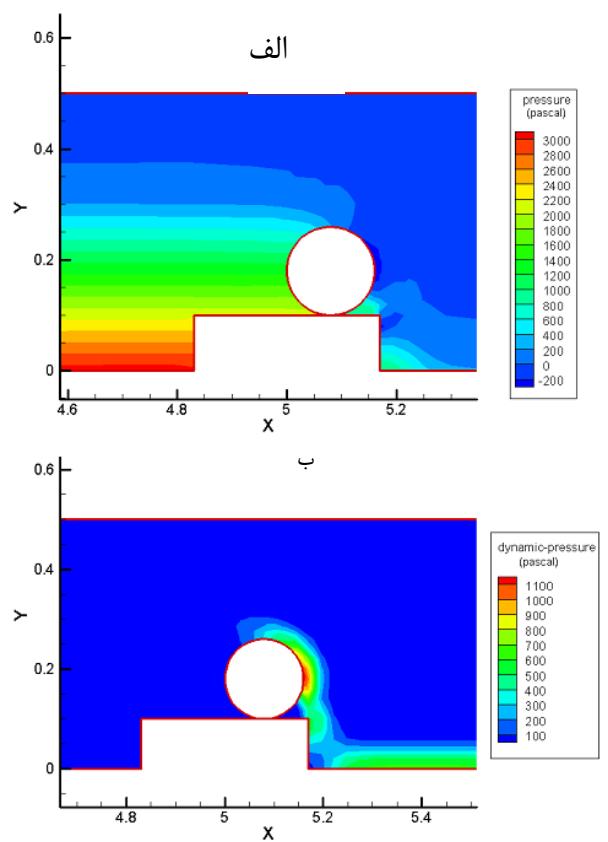
VOF=0.5 تعريف گردیده است که یک مقدار مرسوم برای این منظور می‌باشد (۱۲). محاسبات توسط یک ریزپردازنده AMD 3800+ ۴۳۰۰ انجام گردید و بر اساس تعداد مش‌ها، خصوصیات جریان و ابعاد مدل، زمان لازم برای هر نوبت اجرای برنامه ۱ تا ۲ ساعت بوده است.

### نتایج مدل عددی

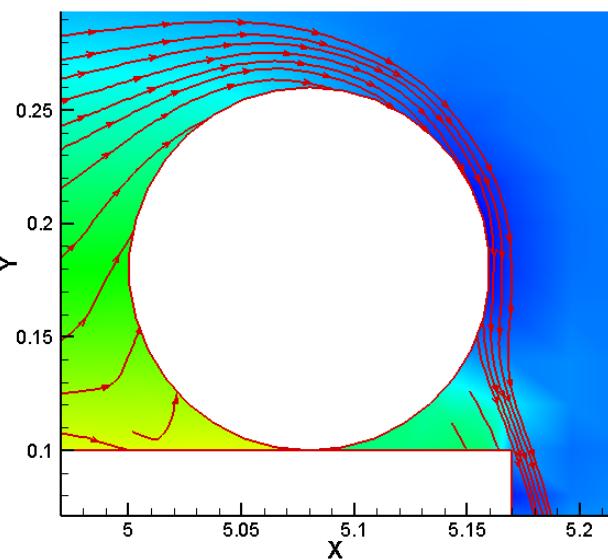
با حل معادلات حاکم توسط مدل عددی، میدان‌های فشار و سرعت در دبی‌های مختلف جریان بدست آمد. شکل ۱۴ نمونه‌ای از توزیع فشار را بر روی سرریز استوانه‌ای نشان می‌دهد. بدلیل انحنا و تحبد شدید سطح سرریز استوانه‌ای ای توزیع فشار بر روی آن هیدراستاتیک نمی‌باشد. با توجه به شکل ۱۴-الف ملاحظه می‌گردد که کمترین مقدار فشار بعد از تاج و بر روی سطح سرریز و نه سطح آب مشاهده می‌شود. این مقادیر منفی فشار منجر به افزایش سرعت (شکل ۱۴-ب) در این منطقه و ایجاد مکش گردیده و به تبع باعث چسبیدن جریان به سطح منحنی سرریز شده و به همین دلیل ضریب تخلیه Cd در این سرریزها از یک تجاوز می‌کند. شکل ۱۵ نیز خطوط جریان بر روی سرریز و چسبیدگی جریان به سطح را نشان می‌دهد. مقایسه نتایج این تحقیق با مطالعه فرسادی زاده و همکاران (۵) نشان می‌دهد که با کاهش دبی، ناحیه مکش و فشار منفی از تاج سرریز فاصله می‌گیرد. علیرغم به کارگیری مدل k-e استاندارد در تحقیق فرسادی زاده، این مدل در جریانهای انحنایدار مانند سرریز استوانه‌ای توصیه نمی‌شود (۱۸).

شکل ۱۳ دامنه حل و مرزهای مدل را نشان می‌دهد. در بالا دست شرط مرزی سرعت به همراه پارامترهای آشفتگی برای فازهای آب و هو تعریف گردیده است. جهت اعمال اثرات جدار بر جریان از توابع استاندارد دیواره استفاده شده است. با توجه به وجود جریان‌های انحنایدار بر روی سرریز برای مدلسازی آشفتگی، مدل  $k - \epsilon$  (RNG) که توسط یاختو و ارساگ (۱۸) ارائه شده به همراه توابع استاندارد دیواره انتخاب گردید. مدل RNG برای جریان‌های چرخشی و انحنایدار مناسب می‌باشد (۱۲). در مرز فوقانی (قسمت فوقانی فاز هوایا) شرط مرزی تقارن مورد استفاده قرار گرفته است که به معنای تنش برشی و سرعت نرمال صفر بر روی این مرز می‌باشد و در محل خروجی فلوم، گرادیان تمام متغیرها صفر در نظر گرفته شده و با فرض اینکه جریان بصورت جت از فلوم خارج می‌گردد فشار صفر (فشار اتمسفر) در این مرز اعمال گردیده است. برای تکمیل فرایند آماده سازی مدل عددی از طرح گسسته سازی معادله فشار به روش PRESTO استفاده گردید که در این مساله بهترین همگرایی را نشان داد.

با توجه به اینکه جریان بصورت غیر ماندگار مدلسازی می‌گردد از الگوریتم کوپل کننده فشار-سرعت به روش PISO که برای جریان‌های گذرا (غیر ماندگار) توصیه شده، استفاده گردید. در این تحقیق گام‌های زمانی برای حل مساله  $0/0/1$  تا  $0/0/1$  در نظر گرفته شد. ملاک همگرایی برای هر متغیر بر اساس مقدار باقیمانده خطأ (ای بی بعد شده) برابر  $10^{-3}$  در نظر گرفته شد. در طی محاسبات همگرایی حل مشاهده و سطح آزاد جریان در طول کanal شبیه سازی گردید. در مطالعه حاضر سطح آزاد جریان در مقدار



(شکل ۱۴)-توزيع انواع فشار بر روی سطح سرریز استوانه ای، (الف) فشار استاتیک (ب) فشار دینامیکی (بار سرعت)



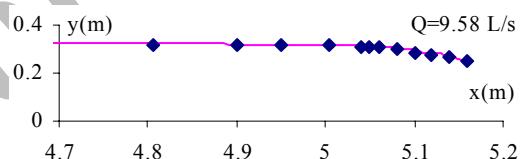
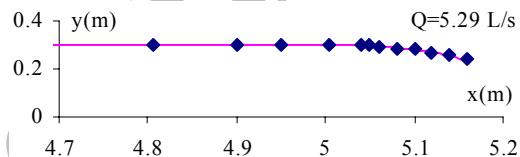
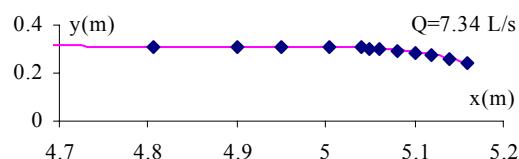
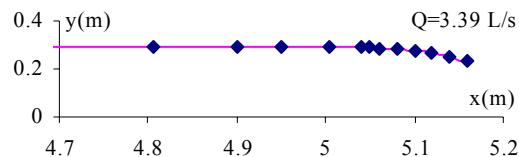
(شکل ۱۵)-خطوط جریان بر روی سرریز استوانه ای و چسبیدگی جریان به سطح سرریز

خطای حدود ۱۰٪ بین نتایج عددی با داده های آزمایشگاهی حاصل گردید؛ اما بطور کلی عملکرد مدل عددی رضایت بخش می باشد. در شکل ۱۸ روند تغییرات فشار بر روی سطح سرریز در دبی های مختلف برای یک حالت نمونه نشان داده شده است. در این حالت نیز همانند شکل ۴ و مطابق با آنچه در مدل فیزیکی مشاهده شد ملاحظه می گردد که در دبی های بالا کمترین فشار در ناحیه زاویه ۱۲۰° تشکیل می شود و با کاهش دبی، فشار حداقل به زوایای بالاتر منتقل می شود.

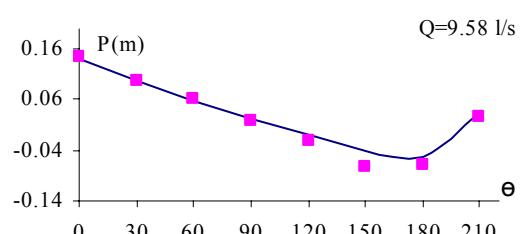
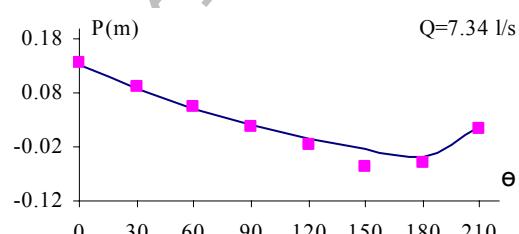
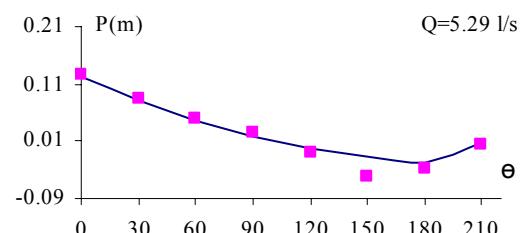
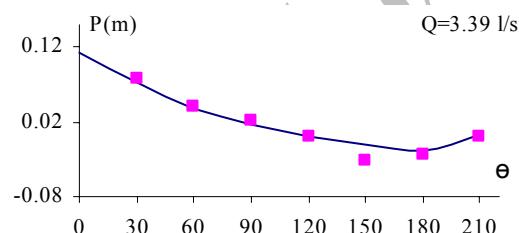
نتایج ارائه شده قابلیت مدل عددی و تکنیک VOF را در پیش بینی شرایط و الگوی جريان بر روی سرریزهای استوانه ای نشان می دهد.

جهت ارزیابی قابلیت مدل، از داده های اندازه گیری آزمایشگاهی برای مقایسه نتایج محاسباتی استفاده شده است. شکل ۱۶ مقایسه نتایج مدلهای عددی و فیزیکی را برای سطح آزاد جریان نشان می دهد. چنانکه ملاحظه می شود نتایج مدل تطبیق مناسبی با اطلاعات آزمایشگاهی نشان می دهد. بیشترین اختلاف حدود ۲/۵٪ می باشد. اختلاف موجود عمدها مریبوط به خطاهای اندازه گیری در آزمایشات و نوسانات سطح آب محاسباتی در مدل عددی می باشد.

همچنین در شکل ۱۷ مقایسه ای بین مقادیر فشار اندازه گیری شده و محاسبه شده در این نقاط انجام شده که نشان می دهد روند تغییرات در هر دو مدل یکسان است. به دلیل گرادیان شدید فشار بر سطح سرریز، توابع استاندارد دیواره (در مدل آشفتگی  $U - k$ ) قادر به پیش بینی دقیق این اثرات نمی باشند (۱۲) و لذا بطور متوسط

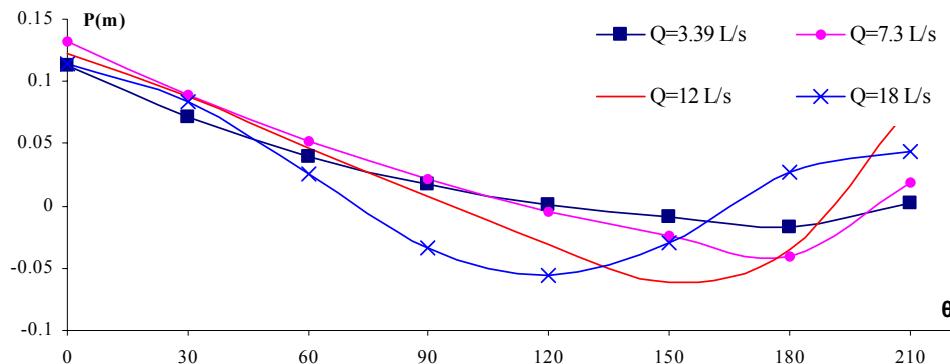


(شکل ۱۶)- مقایسه نتایج سطح آزاد در دبی های مختلف اندازه گیری شده ♦، محاسباتی —



(شکل ۱۷)- مقایسه نتایج فشار بر روی سطح سرریز استوانه ای در دبی های مختلف

اندازه گیری شده ■، محاسباتی —



(شکل ۱۸)- توزیع فشار در نقاط مختلف سطح سرریز به ازای دبی های مختلف

جدایش نیز روند فوق را تایید می کند.

بررسی همزمان محل تشکیل عمق بحرانی و نقطه جدایش نشان می دهد که در دبی های بالا نقطه جدایش به تاج نزدیک و نقطه عمق بحرانی از آن فاصله می گیرد. بر عکس در دبی های کم عمق بحرانی به تاج نزدیک شده و نقطه جدایش از آن فاصله می گیرد.

نتایج نشان می دهد با افزایش دبی، ضریب تخلیه افزایش می یابد و در دبی های بالا منطقه جدایش تیغه ای به تاج نزدیکتر است و لذا خلاء سبب می شود تا ارتفاع آب روی تاج در دبی های کمتر کاهش بیشتری داشته و در نتیجه با توجه به رابطه ضریب تخلیه که حاصل تقسیم دبی واقعی بر دبی تئوری است، با افزایش دبی و در نتیجه افزایش ارتفاع آب بالادست ضریب تخلیه افزایش یابد. هرچند در مطالعات پیشین برای ضریب تخلیه معادلاتی پیشنهاد شده، معادله اخیر شکل ساده تری داشته و با داده های مطالعات پیشین نیز هماهنگی مناسبی نشان می دهد.

نتایج مدل عددی نیز با نتایج آزمایشگاهی هماهنگی مناسبی دارد که این مطلب قابلیت مدلسازی عددی را در پیش بینی الگوی جریان و شرایط هیدرولیکی حاکم در این سازه ها نشان می دهد و می تواند بعنوان ابزاری سودمند در طراحی سدهای لاستیکی و یا ساخت مدل های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار گیرد.

## نتیجه گیری

بررسی نتایج حاصل از آزمایشات بر روی سرریز استوانه ای نشان می دهد که در این نوع از سرریزهای لبه پهن عمق بحرانی قبل از تاج سرریز و در فاصله ای بین  $15^\circ$  تا  $25^\circ$  قبل از تاج تشکیل می شود. برای محاسبه محل تشکیل عمق بحرانی روی سرریز استوانه ای معادله ای پیشنهاد شده که تابعی از شعاع سرریز، عمق جریان در تاج، عمق بحرانی و عمق جریان در بالادست سرریز است. نتایج نشان می دهد که هرچه نسبت  $H_w/Z$  کوچکتر باشد، عمق بحرانی به تاج نزدیک می شود و با افزایش این نسبت عمق بحرانی در فاصله ای دورتر از تاج تشکیل می شود. لذا با افزایش دبی عمق بحرانی از تاج فاصله می گیرد. همچنین مقایسه نتایج بدست آمده در شرایط مختلف نشان می دهد که با تغییر شعاع استوانه و ارتفاع پایه محدوده تشکیل عمق بحرانی تغییر چندانی نمی کند و تنها عامل موثر بر محل تشکیل عمق بحرانی، دبی جریان بالادست است. نتایج این بررسی با مطالعات چانسون (۰۰) مطابقت دارد.

با عبور جریان بر روی سرریز توزیع فشار همواره کاهش می یابد اما بر حسب میزان دبی و پس از تشکیل نقطه جدایش فشار افزایش می یابد. محدوده نقطه جدایش که معمولاً پس از تاج سرریز تشکیل می شود با افزایش دبی به تاج سرریز نزدیکتر شده و در دبی های کم از تاج فاصله می گیرد. نتایج حاصل از حل تحلیلی محل تشکیل نقطه

## منابع

- ۱- بیگی پور غ. و بینا م. ۱۳۸۴. هیدرولیک جریان در سرریزهای تاج دایره ای و استوانه ای، پنجمین کنفرانس هیدرولیک ایران، کرمان.
- ۲- حسینی م. ۱۳۸۲. بررسی عملکرد و تعیین ضریب تخلیه زیر گذرها (کالورتها)، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد.
- ۳- حیدر پور م، ایزدی نیا ا، و سعادت پور ع. ۱۳۸۵. بررسی توزیع فشار روی تاج سرریزهای استوانه ای و تاج دایره ای با ارتفاعات مختلف،

همایش ملی مدیریت شبکه‌های آبیاری و زهکشی، اهواز.

۴- خرمی ا.، و حیدر پور م. ۱۳۸۰. بررسی توزیع سرعت روی تاج سرریزهای تاج دایره‌ای و تاثیر پارامترهای مختلف بر آن، سومین کنفرانس هیدرولیک ایران، تهران.

۵- فرسادی زاده د.، خسروی نیا پ. و ورجاوند پ. ۱۳۸۷. بررسی ضریب جریان در سرریزهای استوانه‌ای با استفاده از مدل عددی "FLUENT" چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران، تهران.

- 6- Bhajantri M.R., Eldho T.I., and Deolalikar P.B. 2006. Hydrodynamic modelling of flow over a spillway using a two-dimensional finite volume-based numerical model., Sadhana Journal., Indian Academy of sciences, vol.31.No, 6,743:754.
- 7- Bos M.G. 1978. Discharge Measurement Structures. Publ. 20, Int. Inst. for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, The Netherlands.
- 8- Chanson H. 1996. Some hydraulic aspects during overflow above inflatable flexible membrane dam." Rep. CH47/96, Dept. of Civ. Engrg., University of Queensland, Australia, May.
- 9- Chanson H. 1997. A review of the overflow of inflatable flexible membrane dams. J. Structural Engineering Trnsaction,Australian Civil, CE39, No. 2 and 3.
- 10- Chanson H., and Montes J.S. 1997. Overflow Characteristics of Circular Weirs. Res. Rep. No. CE154, dept. of Civ. Engrg., University of Queensland, Australia, April.
- 11- Chanson H. and Montes J.S. 1998. Overflow Characteristics of Circular Weir. ASCE, J.Irrig. & Drain. Eng. 124(3): 152-162.
- 12- Fluent Manual .2005. Manual and user guide of Fluent Software, Fluent Inc.
- 13- Heidarpour M., Mohamadzadeh J., and Haghabi A. 2008. Application of potential flow to circular-crested weir J. Hydraulic Research, 46 (5): 699-702.
- 14- Hirt C.W. and Nichols B.D. 1981. Volume of fluid methods for the dynamics of free boundaries, J. Comp. Phys. 39.
- 15- Knapp R.T., Daily J.W., and Hammit F.G. 1970. Cavitation. New York,USA: McGraw-Hill Book Company.
- 16- Ramamurthy, A.S., and Vo, N.D. 1993. Characteristic of Circular Crested Weir., J. Hydra. Eng.,ASCE, Vol. 119 No. 9.1055:1062
- 17- Sarginson E.J. 1972. The Influence of Surface Tension on Weir Flow. J. Hydr. Res.,Delft, The Netherlands, 10(4), 431-446.
- 18- Yakhut V. and Orsag S. 1986. Renormalization group analysis of turbulence, Journal of science and Computing 1:3-51.
- 19- Youngs D.L. 1982. Time-Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid Distortion", In K. W. Morton and M. J. Baines, editors, Numerical Methods for Fluid Dynamics. Academic Press, 1982.



## Experimental and Numerical Modelling of Flow Pattern on Circular Weir

K. Esmaili<sup>\*1</sup> - B. Naghavi<sup>2</sup> - F. K. Vahid<sup>3</sup> - J. Yazdi<sup>4</sup>

### Abstract

Weirs are the most common structures for discharge measurement in engineering research. Streamline curvature, non hydrostatic pressure distribution on weir and nappe adherence to the weir lead to differences between calculated and measured discharges. Thus discharge coefficient, which is the ratio of real and theoretic discharges, is usually less than unity. In circular weirs the pressure distribution and velocity differs from sharp crested weirs which affect on flow discharge and extend the discharge coefficient more than unity. In this study, pressure distribution and velocity of different circular weir measured in laboratory models and compared with Fluent simulation as a numerical code. The results showed significant relation between measured and simulated data. Also it is found that the critical flow depth and separated flow are located respectively before and after the crest of weir. Nappe separation depends on overflow discharge and will shift to the downstream face of the cylinder in high discharges. To recognize the location of critical flow conditions and nappe separations, theoretical formulations has is proposed. The equations are found to be dependent on weir size and inflow conditions. The theoretical predictions showed good agreement in comparison with experimental results.

**Keywords:** Circular weir, Velocity and pressure distribution, Nappe separation, Critical depth, Fluent

1- Assistant Professor, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad  
(\* - Corresponding author Email: Esmaili@Ferdowsi.um.ac.ir)  
2,3 -Graduated Student of Hydraulic Structure, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad  
4- MSc of Water Research Institute