

مقیاس‌سازی توامان توابع نگهداشت آب و هدایت هیدرولیکی خاک

مرتضی صادقی^{۱*} - بیژن قهرمان^۲

تاریخ دریافت: ۸۸/۹/۲۲

تاریخ پذیرش: ۸۸/۱۲/۲۳

چکیده

روش‌های مقیاس‌سازی که بر پایه نظریه محیط‌های متشابه می‌باشند، برای سهولت تشریح تغییرپذیری مکانی خاک‌ها به کار گرفته می‌شوند. برای شبیه‌سازی جریان در خاک‌های ناهمگن، مقیاس‌سازی توامان توابع هیدرولیکی خاک، شامل منحنی نگهداشت آب و تابع هدایت هیدرولیکی، با استفاده از یک سری فاکتور مقیاس بسیار مطلوب می‌باشد. در نظریه محیط‌های متشابه تصور می‌شود که مقیاس‌سازی توامان در دو محیط که در مقیاس میکروسکوپی دارای شباهت هندسی هستند، امکان‌پذیر است. در این مقاله ثابت می‌شود که اگرچه شباهت هندسی خاک‌ها شرط لازم برای برقراری نظریه محیط‌های متشابه می‌باشد، ولی در برخورد با واقعیت کافی نمی‌باشد. نشان داده می‌شود که به علاوه باید مقادیر $K_s h_m^2 (= \beta)$ در همه خاک‌های متشابه برابر باشند (که K_s هدایت هیدرولیکی اشباع و h_m مکش میانه منحنی نگهداشت می‌باشد). برای بررسی مبانی ارائه شده، روش تولی و همکاران (۱۳) که نظریه محیط‌های متشابه را برای خاک‌های متشابه کوزوگی و هاپمنس (۴) با مقادیر برابر از σ (انحراف معیار توزیع لوگ-نرمال مکش در منحنی نگهداشت) به کار می‌گیرد، اختیار شد. همچنین این روش تعمیم داده شد به گونه‌ای که بتواند برای شرایطی که مقادیر β برابر نیستند نیز توابع هیدرولیکی خاک‌های متشابه را به خوبی مقیاس کند. توصیفات نظری ارائه شده با ۲۶ خاک از پایگاه UNSODA آزمون شدند. این خاک‌ها بر اساس برابر بودن مقادیر σ شان در شش گروه خاک متشابه طبقه‌بندی شدند. همان‌طور که انتظار می‌رفت، با کاربرد روش تولی و همکاران، در هر گروه آن خاک‌هایی که مقدار β در آن‌ها با دیگر خاک‌های گروه اختلاف زیادی داشت، نتوانستند به خوبی مقیاس شوند. همچنین نتایج نشان داد که روش پیشنهادی می‌تواند عملکرد مقیاس‌سازی روش تولی و همکاران را بهبود زیادی بخشد. نشان داده شد که عملکرد روش پیشنهادی به مقادیر β وابستگی ندارد و وجود شباهت هندسی خاک‌ها تنها شرط برای آن می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: محیط‌های متشابه، مقیاس‌سازی توامان، منحنی نگهداشت، تابع هدایت هیدرولیکی

مقدمه

وجود داشته باشد که بتواند یک محیط را به محیط دیگر تبدیل کند. با این تعریف، دو محیط متشابه در مقیاس میکروسکوپی دارای منافذ و ذرات دو به دو متشابه خواهند بود. در این نظریه نسبتی از یک طول مشخصه فیزیکی می‌تواند به عنوان فاکتور مقیاس یک محیط را به محیط دیگر تبدیل نماید. در شکل (۱) دو محیط که طبق تعریف میلر و میلر متشابه می‌باشند، نشان داده شده است. در این شکل نسبت λ_2/λ_1 به عنوان فاکتور مقیاس می‌تواند محیط اول را به محیط دوم تبدیل نماید.

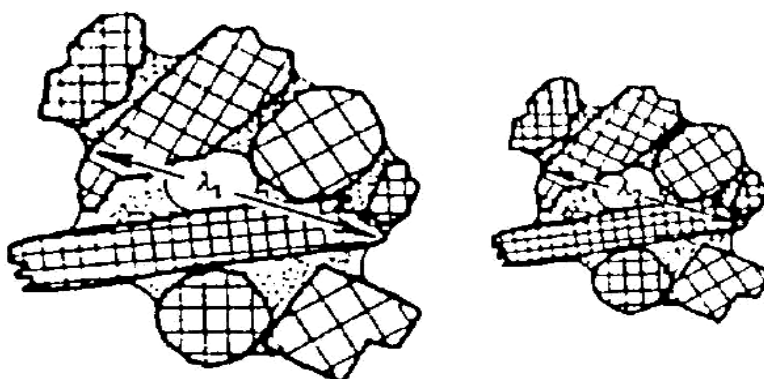
بر اساس نظریه محیط‌های متشابه و با تکیه بر روابط موینگی و پوزیه که در آن‌ها مکش (h) و هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک (K) به ترتیب با معکوس و مربع شعاع منافذ خاک متناسب می‌باشند، می‌توان انتظار داشت که h و K در خاک‌های مختلف با یک سری فاکتور مقیاس به هم تبدیل شوند. با به کارگیری درجه اشباع یا درجه اشباع موثر به جای درصد رطوبت دیگر نیازی به شرط تساوی درجه تخلخل‌ها برای شباهت نیست (۱۶) و h و K در خاک‌های مختلف می‌توانند به صورت زیر مقیاس شوند:

یک مشکل اساسی پیش روی دانشمندان علوم مرتبط با خاک نحوه برخورد با تغییرپذیری مکانی خاک‌هاست. این تغییرپذیری به‌ویژه در توابع هیدرولیکی خاک‌ها، به طور عمده شامل منحنی نگهداشت و تابع هدایت هیدرولیکی غیراشباع، تحلیل روابط جریان آب در خاک را در خاک‌های ناهمگن با مشکل مواجه می‌کند (۱۶). امروزه روش‌های مقیاس‌سازی به عنوان روش‌هایی استاندارد برای ارزیابی تغییرپذیری خاک‌ها، به گستردگی به کار گرفته می‌شوند. این روش‌ها بر پایه نظریه محیط‌های متشابه میلر و میلر (۷) توسعه یافته‌اند. طبق نظریه محیط‌های متشابه، دو محیط متخلخل با درجه تخلخل برابر وقتی با هم متشابه می‌باشند که یک فاکتور مقیاس (α)

۱ و ۲ - دانشجوی دکتری آبیاری و استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد

(Email: m.sadeghi.um@gmail.com)

* - نویسنده مسئول



شکل ۱- دو محیط متشابه در مقیاس میکروسکوپی طبق نظریه میلر و میلر (۷)

ریچارد و همکاران (۱۰)، واریک و آموزگارفرد (۱۷)، واریک و همکاران (۱۸)، کوتیلک و همکاران (۵) و واریک و حسین (۱۹) نمونه‌های برجسته‌ای از حل معادله ریچاردز در شکل مقیاس شده آن می‌باشند. اسپوزیتو و جوری (۱۱) روش حل عمومی معادله ریچاردز را در یک حالت کلی با روش‌های مقیاس‌سازی مختلف بررسی نمودند. یک نکته کلیدی در همه این روش‌ها این است که مقیاس‌سازی توامان توابع هیدرولیکی مورد استفاده در معادله ریچاردز برای خاک‌هایی که حل عمومی معادله ریچاردز در آن‌ها مدنظر است، مورد نیاز است. بدین معنی که هر دوی این توابع در شکل مقیاس شده باید برای سری خاک‌هایی که حل عمومی معادله ریچاردز مد نظر است، یکتا باشند. به عبارت دیگر تعمیم حل معادله مقیاس شده ریچاردز برای آن خاک‌هایی امکان‌پذیر است که توابع هیدرولیکی مقیاس شده استفاده شده در معادله مقیاس شده ریچاردز برای آن خاک‌ها یکتا باشد.

برای مقیاس‌سازی معادله ریچاردز، برابر بودن فاکتورهای مقیاس در توابع هیدرولیکی یک التزام نیست. ولی در نظر گرفتن فاکتورهای مقیاس جداگانه برای منحنی نگهداشت و تابع هدایت هیدرولیکی نیز خیلی مطلوب نیست. چراکه این‌ها باید از طریق توزیع اندازه ذرات خاک به هم مربوط باشند. ضمن اینکه تحلیل تغییرپذیری مکانی خاک‌ها که هدف عمده مقیاس‌سازی می‌باشد، با دو سری فاکتور مقیاس جداگانه زحمت بیشتری را می‌طلبد. بدین منظور، کلونیتزر و همکاران (۲) روشی برای مقیاس‌سازی توامان توابع هیدرولیکی با استفاده از یک سری فاکتور مقیاس مشترک ارائه نمودند. در روش آن‌ها فاکتورهای مقیاس با بهینه‌سازی توامان به نحوی به دست می‌آیند که با کاربرد آن‌ها توابع هیدرولیکی مقیاس شده با حداقل خطا بر روی منحنی‌های مرجع واقع شوند. در این روش نیز همانند عمده روش‌های ذکر شده در بالا که نظریه محیط‌های متشابه را برای کاربرد در واقعیت بسط دادند، فاکتورهای مقیاس دارای مفهوم فیزیکی نمی‌باشند.

$$\alpha_1 h_1(S_e) = \alpha_2 h_2(S_e) = \dots = \alpha_i h_i(S_e) = h^*(S_e) \quad (1)$$

$$\frac{K_1(S_e)}{\alpha_1^2} = \frac{K_2(S_e)}{\alpha_2^2} = \dots = \frac{K_i(S_e)}{\alpha_i^2} = K^*(S_e) \quad (2)$$

که اندیس i معرف خاک‌های مختلف و h^* و K^* به ترتیب مکش و هدایت هیدرولیکی مقیاس شده و S_e درجه اشباع موثر با تعریف زیر می‌باشد:

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (3)$$

که θ درصد رطوبت حجمی خاک و θ_r و θ_s به ترتیب درصد رطوبت حجمی باقی‌مانده و اشباع خاک می‌باشد.

به منظور کاربرد نظریه محیط‌های متشابه برای خاک‌های واقعی، واریک و همکاران (۱۶) اظهار داشتند که برای یافتن فاکتور مقیاس نیازی به جستجو برای شباهت میکروسکوپی خاک‌ها نیست. پیرو آن‌ها روش‌هایی موسوم به نرمال‌سازی تابعی بر پایه تحلیل‌های رگرسیونی گسترش یافتند (۲، ۹ و ۱۲). در مطالعاتی از این دست نشان داده شد که فاکتورهای مقیاس استفاده شده برای منحنی نگهداشت و تابع هدایت هیدرولیکی لزوماً برابر نیستند (۹، ۱۵ و ۱۶). اما این مساله تاکید شده است که قابلیت تشریح تغییرپذیری مکانی توابع هیدرولیکی خاک‌ها با یک سری فاکتور مقیاس به منظور مدل‌سازی جریان غیراشباع در خاک‌های ناهمگن بسیار مطلوب می‌باشد (۲ و ۱۳).

برای مدل‌سازی جریان غیراشباع در خاک‌های ناهمگن، حل معادله ریچاردز در شکل مقیاس شده آن می‌تواند یک روش کارآمد باشد، به‌طوری‌که با این روش می‌توان به یک حل عمومی قابل تعمیم برای خاک‌ها و شرایط مختلف رسید. روش‌های ارائه شده توسط

سری فاکتور مقیاس برای هر خاک به دست می‌آید و در معادلات (۱) و (۲) برای مقیاس‌سازی توامان منحنی نگهداشت و تابع هدایت هیدرولیکی به کار می‌رود.

صحت معادلات (۱) و (۲) در واقعیت به صحت روابط مویستگی و پوزیه بستگی دارد که منافذ خاک را لوله‌هایی با قطر یکنواخت فرض می‌کنند. بنابراین به نظر می‌رسد که تنها شرط شباهت میکروسکپی خاک‌ها برای برقراری نظریه محیط‌های متشابه مبنی بر مقیاس‌سازی توامان توابع هیدرولیکی با فاکتورهای مقیاس مشترک کافی نباشد. هدف عمده از این مقاله بررسی صحت نظریه محیط‌های متشابه در شرایط واقعی برای خاک‌های متشابه کوزوگی و هاپمنس می‌باشد. در این مقاله شرایطی که در آن مقیاس‌سازی توامان توابع هیدرولیکی با استفاده از یک سری فاکتور مقیاس ناموفق خواهد بود، به لحاظ کمی معلوم می‌گردد. همچنین مد نظر است که روش تولی و همکاران (۱۳) به نحوی بهبود یابد که بتواند در شرایط عدم برقراری نظریه محیط‌های متشابه نیز در مقیاس‌سازی توابع هیدرولیکی خاک موفق باشد و به تولید توابع هیدرولیکی مقیاس‌شده یکتا برای خاک‌های متشابه بیانجامد.

مواد و روش‌ها

بر اساس نظریه محیط‌های متشابه و از رابطه (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{K_{s_i}}{\alpha_i^2} = \hat{K}_s \quad (9)$$

که \hat{K}_s هدایت هیدرولیکی اشباع خاک مرجع و K_{s_i} هدایت هیدرولیکی اشباع نمونه خاک نام می‌باشد. از ترکیب معادلات (۹) و (۲) خواهیم داشت:

$$\alpha_i^2 = \frac{K_i}{K^*} = \frac{K_{s_i}}{\hat{K}_s} \quad (10)$$

از معادله (۵) نیز خواهیم داشت:

$$\alpha_i^2 = \left(\frac{\hat{h}_m}{h_{m_i}} \right)^2 \quad (11)$$

بنابراین از ترکیب معادلات (۱۰) و (۱۱) خواهیم داشت:

$$\left(\frac{\hat{h}_m}{h_{m_i}} \right)^2 = \frac{K_{s_i}}{\hat{K}_s} \quad (12)$$

که می‌دهد:

$$\beta_i = K_{s_i} h_{m_i}^2 = \hat{K}_s \hat{h}_m^2 = C \quad (13)$$

که C برای هر سری از خاک‌های متشابه یک مقدار ثابت می‌باشند. شرط حاضر در معادله (۱۳) نشان می‌دهد که اگرچه شباهت

به منظور توسعه روش‌های مقیاس‌سازی بر مبنای مفاهیم فیزیکی، کوزوگی و هاپمنس (۴) رجعتی دوباره به نظریه محیط‌های متشابه میلر و میلر کردند. اما این بار آن‌ها شباهت میکروسکپی خاک‌ها را به نحوی ملموس‌تر از میلر و میلر تعریف کردند. آن‌ها فرض کردند که اندازه منافذ خاک از یک توزیع لوگ-نرمال تبعیت می‌کند. با این فرض مدل لوگ-نرمال کوزوگی (۳) برای منحنی نگهداشت قابل کاربرد می‌باشد:

$$S_e = 0.5 \operatorname{erfc} \frac{\ln(h/h_m)}{\sigma\sqrt{2}} \quad (4)$$

که erfc تابع مکمل خطا، h_m مکش میانه (مکش در $S_e=0.5$) و σ انحراف معیار توزیع مکش می‌باشد.

با قبول فرض لوگ-نرمال بودن توزیع اندازه منافذ، دو خاکی که دارای σ برابر ولو h_m متفاوت هستند، دارای منافذ دو به دو متناسب خواهند بود. در نتیجه این دو خاک می‌توانند متشابه فرض شوند. کوزوگی و هاپمنس شعاع منافذ میانه خاک را به عنوان یک طول مشخصه فیزیکی به کار گرفتند که در نتیجه آن فاکتور مقیاس برای هر نمونه خاک می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$\alpha_i = \hat{h}_m / h_{m_i} \quad (5)$$

که در این رابطه h_{m_i} و \hat{h}_m مکش‌های میانه به ترتیب برای هر نمونه خاک و منحنی مرجع می‌باشند. کوزوگی و هاپمنس نشان دادند که پارامترهای منحنی مرجع به صورت زیر می‌توانند از میانگین حسابی پارامترهای هر خاک به دست آیند:

$$\hat{h}_m = \exp\left[\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln h_{m_i}\right] \quad (6)$$

$$\hat{\sigma} = \left[\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln \sigma_i^2\right]^{0.5} \quad (7)$$

که در این روابط σ_i و $\hat{\sigma}$ انحراف معیار توزیع لوگ-نرمال به ترتیب برای هر نمونه خاک و منحنی مرجع و I تعداد نمونه‌ها می‌باشد.

تولی و همکاران (۱۳) با کاربرد معادلات (۱) و (۲) برای محیط‌های متشابه کوزوگی و هاپمنس، روشی فیزیکی برای مقیاس‌سازی توامان توابع هیدرولیکی خاک با یک سری فاکتور مقیاس ارائه نمودند. در این روش مدل هدایت هیدرولیکی لوگ-نرمال کوزوگی (۳) که با کاربرد مدل منحنی نگهداشت لوگ-نرمال (معادله ۴) در مدل معلم (۸) حاصل می‌شود، به کار گرفته می‌شود (که K_r هدایت هیدرولیکی نسبی و K_s هدایت هیدرولیکی اشباع خاک می‌باشد):

$$K_r = \frac{K}{K_s} = \quad (8)$$

$$S_e^{0.5} \left\{ 0.5 \operatorname{erfc} \left[\operatorname{erfc}^{-1}(2S_e) + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right] \right\}^2$$

آن‌گاه از روی منحنی‌های رطوبتی و با استفاده از معادله (۵) یک

مقادیر تقریباً برابر از σ تعریف شد. بدین منظور مدل های لوگ-نرمال کوزوگی (۳) نشان داده شده در (۴) و (۸) به صورت همزمان به ترتیب بر روی منحنی نگهداشت و تابع هدایت هیدرولیکی برازش داده شدند که این برازش توسط مدل RETC (۱۴) صورت گرفت. منظور از برازش همزمان این است که یک سری پارامتر بهینه $(\sigma, h_m, K_s, \theta_s)$ و (θ_r) برای هر دو معادله به دست آمدند. در برازش ها مقادیر K_s در آن خاک هایی که مقدار اندازه گیری شده موجود بود برابر این مقدار قرار داده شد و در بقیه به عنوان یک پارامتر برازش در نظر گرفته شد. بقیه پارامترها نیز از برازش به دست آمدند. پارامترهای به دست آمده از برازش نشان داد که خاک های مورد مطالعه دارای گستره بافتی وسیعی بودند به نحویکه از گروه (۱) تا (۶) بافت خاک ها از خاک خیلی سبک تا خاک خیلی سنگین متغیر بود.

روش تولی و همکاران (۱۳) برای مقیاس سازی توامان با کاربرد یک سری فاکتور مقیاس به کار گرفته شد. بدین منظور برای هر گروه از خاک های متشابه مذکور، پارامترهای مربوط به منحنی های مرجع از معادلات (۶)، (۷) و (۱۵) محاسبه شدند. آنگاه α برای هر خاک از معادله (۵) به دست آمد و در معادلات (۱) و (۲) به منظور مقیاس سازی به کار رفت. در مقابل روش ارائه شده در این مقاله با کاربرد معادلات (۱) و (۱۴) به کار رفت و با روش تولی و همکاران مورد مقایسه قرار گرفت.

به منظور تحلیل کمی عملکرد مقیاس سازی، پارامتر ریشه میانگین مربعات خطا ($RMSE$) برای هر سری از داده ها (چه مقیاس شده و چه مقیاس نشده) به صورت زیر به کار گرفته شد:

$$RMSE = \left\{ (1/N) \sum_{i=1}^N [S_e(F_i) - \hat{S}_e(F_i)]^2 \right\}^{0.5} \quad (17)$$

که F نماینده h, K, h^* یا K^* ، $S_e(F_i)$ درجه اشباع موثر واقعی متناظر با F_i ، $\hat{S}_e(F_i)$ درجه اشباع موثر متناظر با F_i روی منحنی مرجع و N تعداد کل داده ها در سری می باشد.

برای استفاده از معادله (۱۷) لازم بود که برای هر منحنی مرجع در سری داده های هدایت هیدرولیکی، S_e بر اساس تابعی صریح از K وجود داشته باشد. از آنجایی که این امکان در مدل لوگ-نرمال کوزوگی (معادله ۸) وجود نداشت، منحنی مرجع در هر گروه با یک چندجمله ای تقریب زده شد. بدین منظور نقاط منحنی مرجع در هر گروه در بازه صفر تا یک از S_e در بیست نقطه به دست آمدند. مشخص گردید که یک چندجمله ای درجه سه می تواند با ضریب تعیین بالایی (در اکثر موارد بالاتر از ۰/۹۹۸) به جفت نقاط $S_e - \ln K$ منحنی مرجع برازش داده شود که از آن به منظور تقریب منحنی مرجع در هر گروه استفاده گردید.

همچنین برای مقایسه عملکرد روش های مقیاس سازی، یک

هندسی خاک ها (برابری σ ها) شرط لازم برای برقراری نظریه محیط های متشابه می باشد، ولی در برخورد با واقعیت کافی نمی باشد. چراکه این امکان وجود دارد که محیط ها متشابه باشند ولی شرط (۱۳) برقرار نباشد. چنین اتفاقی زمانی رخ می دهد که یکی از روابط مویبگی یا پوزیه که معادلات (۱) و (۲) بر اساس آن ها می باشند، در واقعیت برقرار نباشد. به بیان دیگر اگر مقدار β (یعنی $K_s h_m^2$) در همه خاک های متشابه برابر نباشد، مقیاس سازی توامان توابع هیدرولیکی با یک سری فاکتور مقیاس مشترک امکان پذیر نخواهد بود.

چنین شرایطی برای روش تولی و همکاران (۱۳) نیز که بر اساس نظریه محیط های متشابه می باشد، برقرار است. در اینجا برای رسیدن به شکل جامع تری از روش تولی و همکاران، پیشنهاد می شود که روش مقیاس سازی در طرف K بر اساس معادله (۱۰) تغییر کند. بدین منظور، برای نمونه خاک نام از تعداد I نمونه خاک متشابه، مقیاس سازی K به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$K^* = \frac{K_i}{\alpha_i'^2} \quad (14)$$

به نحویکه:

$$\alpha_i' = \sqrt{\frac{K_{s_i}}{\hat{K}_s}} \quad (15)$$

تولی و همکاران (۱۳) نشان دادند که \hat{K}_s از رابطه زیر قابل محاسبه می باشد:

$$\hat{K}_s = \exp\left[(1/I) \sum_{i=1}^I \ln K_{s_i}\right] \quad (16)$$

همان طور که نشان داده شد، در روش تولی و همکاران شرط لازم و کافی برای مقیاس سازی برابری σ ها و برابری β ها می باشد. اما در روش پیشنهادی شرط لازم و کافی برای مقیاس سازی تنها برابری σ ها می باشد. در این روش اگر شرط برابری β ها نیز برقرار باشد، α با α' برابر خواهد بود وگرنه اختلاف خواهد داشت. به بیان دیگر، روش تولی و همکاران حالت خاصی از روش پیشنهادی است. زمانی که مقادیر β در خاک های متشابه برابر باشند، روش پیشنهادی تفاوتی با روش تولی و همکاران نخواهد داشت. ولی زمانی که مقادیر β در خاک های متشابه برابر نباشند، روش ارائه شده از روش تولی و همکاران فاصله خواهد گرفت، به نحویکه بتواند با داده های واقعی همخوانی پیدا کند.

برای آزمون مبانی ارائه شده برای مقیاس سازی توامان توابع هیدرولیکی در خاک های متشابه، پس از بررسی تعدادی از خاک های پایگاه UNSODA (۶) ۲۶ خاک انتخاب شدند به نحوی که توانستند در شش سری متفاوت از خاک های متشابه طبقه بندی شوند. متشابه بودن این خاک ها بر اساس روش کوزوگی و هاپمنس (۴) و دارا بودن

پارامتر راندمان مقیاس سازی (SE) به شکل زیر تعریف گردید:

$$SE = (1 - \frac{RMSE_s}{RMSE_u}) \times 100 \quad (18)$$

که $RMSE_u$ و $RMSE_s$ بیانگر $RMSE$ داده‌ها به ترتیب قبل و بعد از مقیاس سازی می‌باشند.

نتایج و بحث

جدول (۱) میانگین و انحراف معیار پارامترهای به دست آمده از برازش همزمان مدل‌های (۴) و (۸) را که شامل σ ، h_m ، K_s ، θ_s و θ_r می‌باشند، در شش گروه از خاک‌های استفاده شده نشان می‌دهد. به علاوه مقادیر β برای خاک مرجع با انحراف آن‌ها در هر گروه در این جدول نشان داده شده است. لازم به ذکر است که میانگین پارامترهای θ_r و θ_s به طور حسابی به دست آمدند و میانگین پارامترهای h_m و K_s به ترتیب از معادلات (۶)، (۷) و (۱۶) محاسبه گردیدند که در واقع همان پارامترهای منحنی‌های مرجع در هر گروه می‌باشند.

نتایج روش تولی و همکاران برای مقیاس سازی توامان توابع هیدرولیکی در گروه‌های ۵ و ۳ به ترتیب در شکل‌های (۲) و (۳) نشان داده شده است. شکل (۲) شرایطی را نشان می‌دهد که مقیاس سازی در آن به نسبت خوب عمل کرده است و توانسته است هم برای منحنی نگهداشت و هم برای تابع هدایت هیدرولیکی داده‌های مقیاس شده را در اطراف منحنی‌های مرجع جمع کند. اما چنین شرایطی در شکل (۳) به چشم نمی‌خورد. در این شکل اگرچه مقیاس سازی منحنی نگهداشت عملکرد خوبی را نشان می‌دهد ولی داده‌های مقیاس شده هدایت هیدرولیکی اختلاف زیادی را از منحنی مرجع نشان می‌دهند. مقدار SE منفی در این شکل نشان‌دهنده این

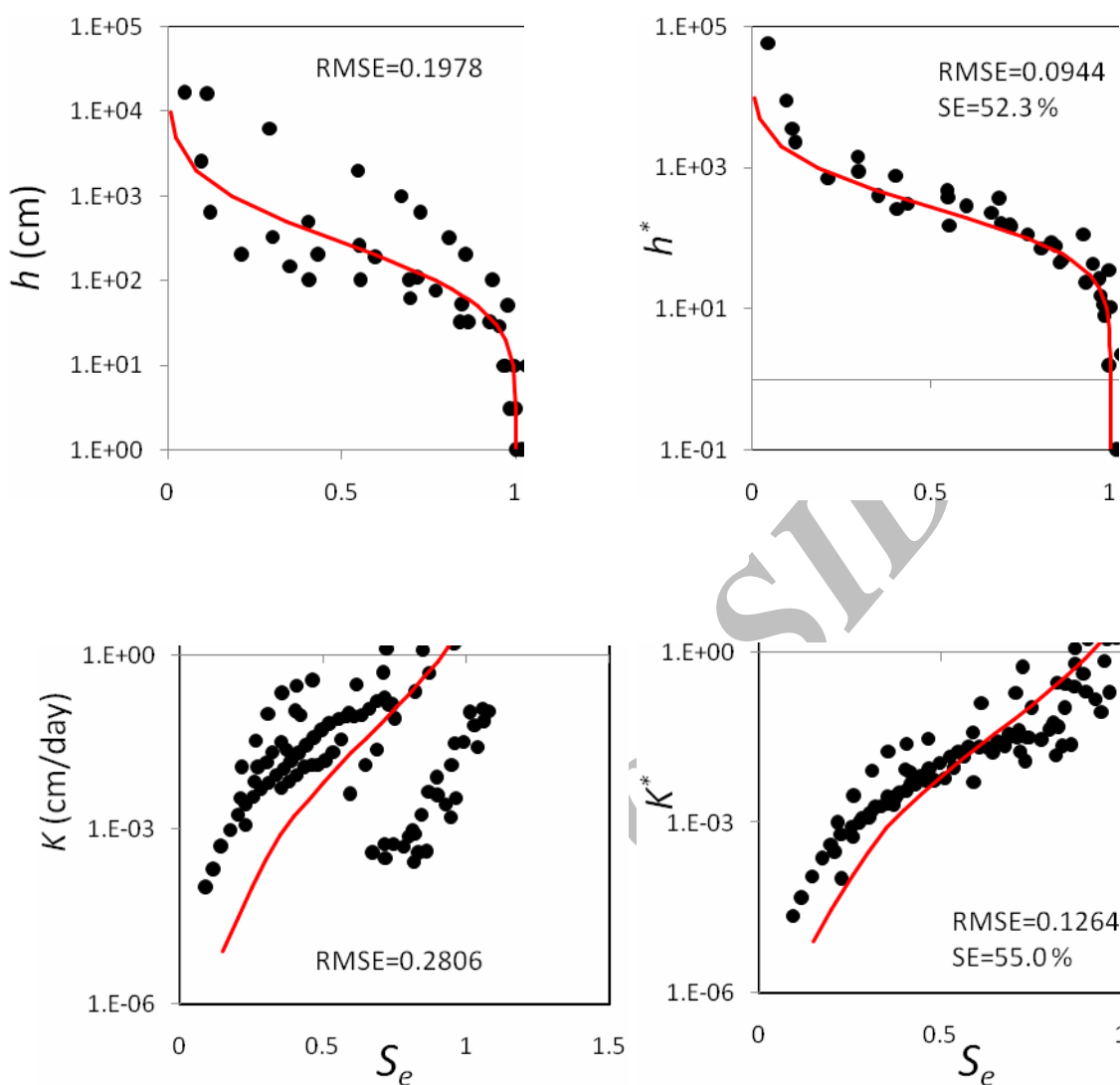
مسئله است که نه تنها مقیاس سازی $RMSE$ را کاهش نداده است، بلکه آن را افزایش نیز داده است و انحراف از منحنی مرجع پس از مقیاس سازی بیشتر شده است.

عملکرد خوب مقیاس سازی در منحنی نگهداشت نتیجه‌ای قابل پیش‌بینی بود. چراکه فاکتورهای مقیاس از پارامترهای منحنی‌های رطوبتی به دست می‌آیند و تنها شرط شباهت کافی است. تنها عامل محدود کننده در چنین شرایطی دقت برازش مدل رطوبتی لوگ-نرمال (معادله ۴) به داده‌ها می‌باشد. در واقع اگر یک سری خاک با σ برابر داشته باشیم و برای هر خاک $RMSE$ داده‌های مقیاس شده منحنی نگهداشت به طور جداگانه حساب شود، عدد حاصل خطای برازش معادله (۴) بر روی داده‌ها نیز می‌باشد. یعنی اگر در یک سری خاک متشابه، داده‌ها دقیقاً از مدل رطوبتی لوگ-نرمال تبعیت کنند، تمام داده‌ها پس از مقیاس سازی بر روی منحنی مرجع واقع خواهند شد.

اما بر اساس تحلیل‌های نظری ارائه شده در این مقاله و نتایج نشان داده شده در شکل‌های (۲) و (۳)، می‌توان انتظار داشت که شرط (۱۳) برای خاک‌های گروه ۵ تقریباً برقرار باشد و برای خاک‌های گروه ۳ این گونه نباشد. برای بررسی صحت شرط (۱۳) در این گروه یک خط با عرض از مبدا صفر بر روی مقادیر $1/h_m^2$ در برابر K_s برازش داده شد. شکل (۴) همبستگی بین مقادیر K_s و $1/h_m^2$ را برای این دو گروه نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که شرط (۱۳) با ضریب همبستگی بالایی ($R=0.959$) در گروه ۵ برقرار است، در حالیکه ضریب همبستگی منفی ($R=-0.669$) نشان دهنده عدم برقراری این شرط در گروه ۳ و مطابق انتظار عدم موفقیت مقیاس سازی توامان در این گروه است.

جدول (۱) - میانگین و انحراف معیار پارامترهای به دست آمده از برازش همزمان مدل‌های (۴) و (۸) بر داده‌های شش گروه خاک مورد مطالعه

گروه	کد خاک‌ها در UNSODA	σ	h_m (cm)	K_s (cm/day)	θ_s	θ_r	β (m ³ /day)
۱	۴۴۴۳، ۴۴۴۴ و ۴۴۴۵	۰/۳۴۵	۴۲/۳۵	۱۷۴/۴۳	۰/۳۳۸	۰/۰۸۵	۰/۳۱۲
۲	۲۲۱۰، ۳۱۳۰، ۴۴۴۱ و ۴۶۱۰	۰/۸۶۵	۱۹۸/۴۰	۹/۶۰	۰/۴۱۲	۰/۱۳۳	۰/۳۷۸
۳	۳۱۲۰، ۴۰۳۰، ۴۵۱۲ و ۴۸۷۰	۱/۴۰۱	۲۸۲/۴۸	۴/۴۴	۰/۴۶۸	۰/۱۵۴	۰/۳۵۴
۴	۱۴۹۰، ۳۲۰۴، ۴۴۱۱ و ۴۵۴۲	۱/۶۴۲	۱۸۱/۴۲	۶/۳۴	۰/۳۸۷	۰/۱۰۸	۰/۲۰۴
۵	۱۴۰۰، ۲۴۹۱، ۴۰۱۰ و ۴۳۴۰	۱/۹۲۶	۲۸۹/۵۵	۱۲/۲۵	۰/۴۲۱	۰/۱۰۸	۱/۰۲۳
۶	۳۳۶۰، ۳۳۸۰، ۳۳۹۵ و ۴۵۴۳	۰/۱۱۳	۱۳۸۳/۵۴	۱۱۶/۴۴	۰/۴۰۶	۰/۰۵۵	۲۲۱/۸۷۱
							±۹۳۶/۴۱۹

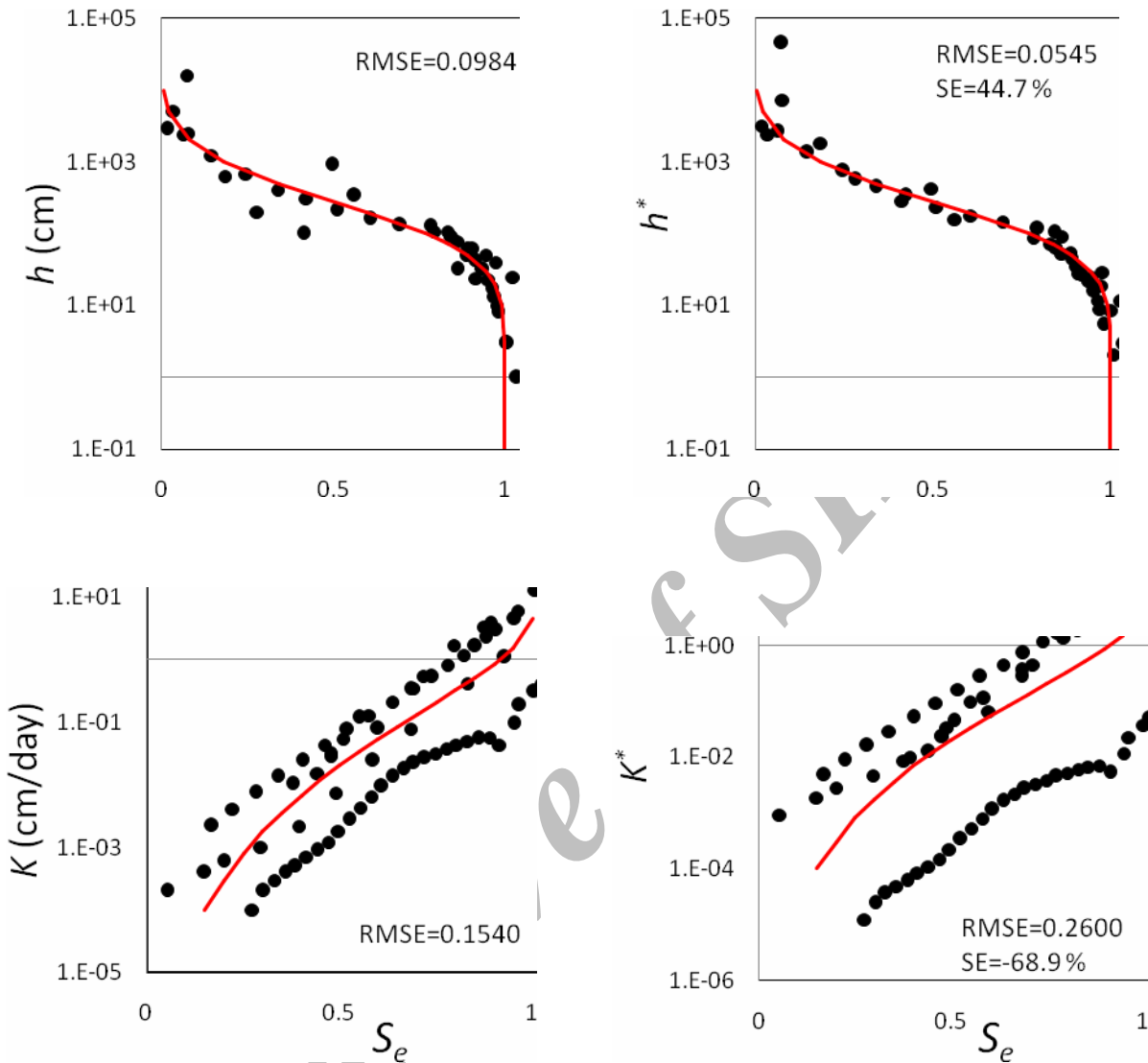


شکل ۲- توابع هیدرولیکی واقعی و مقیاس‌شده با روش تولی و همکاران (۲۰۰۱) در گروه ۵. خط ممتد منحنی مرجع می‌باشد

مقدار β در این خاک برمی‌گردد که چندین مرتبه کوچکتر از β در سه خاک دیگر می‌باشد. شکل (۷) همبستگی بین $RMSE$ و SE داده‌های مقیاس‌شده با روش تولی و همکاران (۲۰۰۱) و ضریب همبستگی بین مقادیر k_s, h_m^2 را در شش گروه نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که به طور کلی با افزایش R ، $RMSE$ کاهش و SE افزایش می‌یابد.

مطابق با مبانی نظری ارائه شده، به دلیل نابرابری مقادیر β انتظار می‌رود که فاکتور مقیاس h و K (به ترتیب از معادله ۵ و α' از معادله ۱۵) در بعضی خاک‌ها با هم اختلاف داشته باشند. همبستگی α با α' برای همه خاک‌های تحت مطالعه در شکل (۸) نشان داده شده است. این شکل با شکل (۱۰) از مقاله واریک و همکاران (۱۶) مطابقت زیادی دارد.

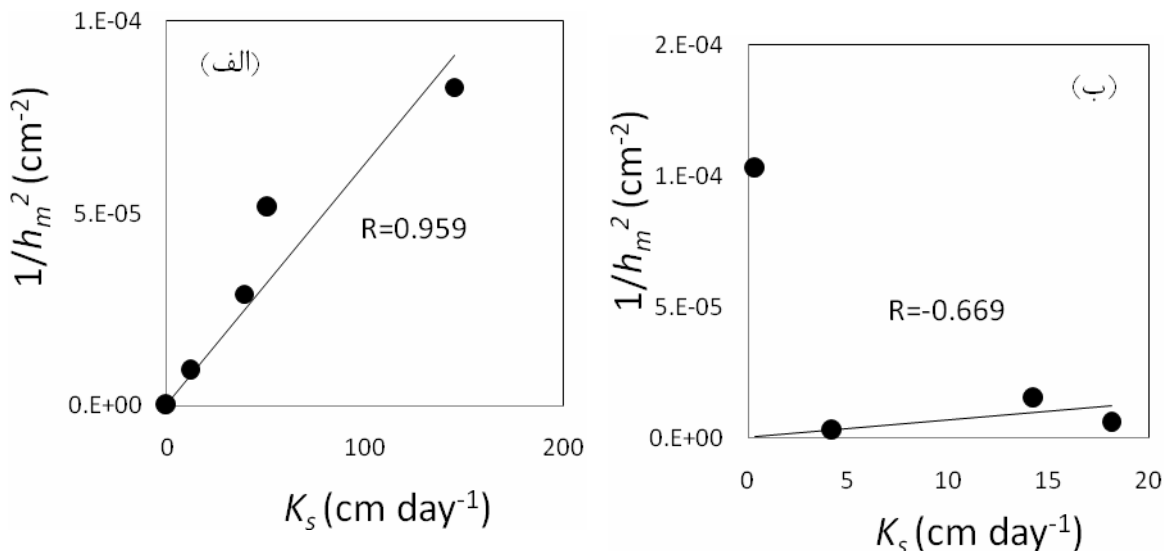
برای درک بهتر به شکل (۵) توجه کنید. در طرف چپ شکل مقادیر β در گروه ۳ و در طرف راست شکل منحنی‌های مقیاس‌شده هدایت هیدرولیکی برای خاک‌های این گروه نشان داده شده است. واضح است که مقدار β در کد خاک ۴۰۳۰ (برابر با ۰/۰۴۱ مترمکعب بر روز) در مقایسه با سایر خاک‌های این گروه بسیار ناچیز است. این نشان می‌دهد که کد خاک ۴۰۳۰ شرایط مقیاس‌سازی توامان را در این گروه ندارد و بر این اساس نتایج ضعیف مقیاس‌سازی در کد خاک ۴۰۳۰ توجیه می‌شود. تحلیل مشابهی در شکل (۶) برای گروه ۱ ارائه شده است. نتایج ضعیف مقیاس‌سازی در خاک‌های این گروه با عدم برابری مقادیر β توجیه می‌شود. اگرچه به طور کلی داده‌های مقیاس‌شده پراکنده هستند ولی کد خاک ۳۰۵۰ انحراف زیادتری را نسبت به توده داده‌ها در سه خاک دیگر نشان می‌دهد. این مساله به



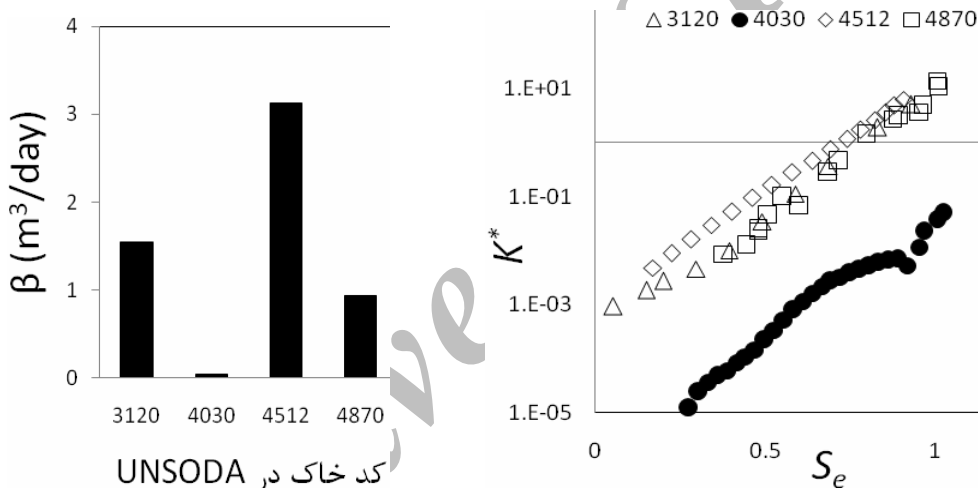
(شکل ۳) - توابع هیدرولیکی واقعی و مقیاس شده با روش تولی و همکاران (۲۰۰۱) در گروه ۳. خط ممتد منحنی مرجع می باشد

مقایسه است. نتیجه مشابه دیگر به دست آمده در اینجا مربوط به پراکندگی فاکتورهای مقیاس می باشد که برای α' بیش از α است. واریک و همکاران اظهار داشتند که این مساله را با دو دلیل می توان توجیه کرد که یکی حساسیت بیشتر داده های K به تغییرات درجه اشباع و دیگری دقت کمتر روش های اندازه گیری مقادیر K نسبت به h در منحنی نگهداشت می باشد.

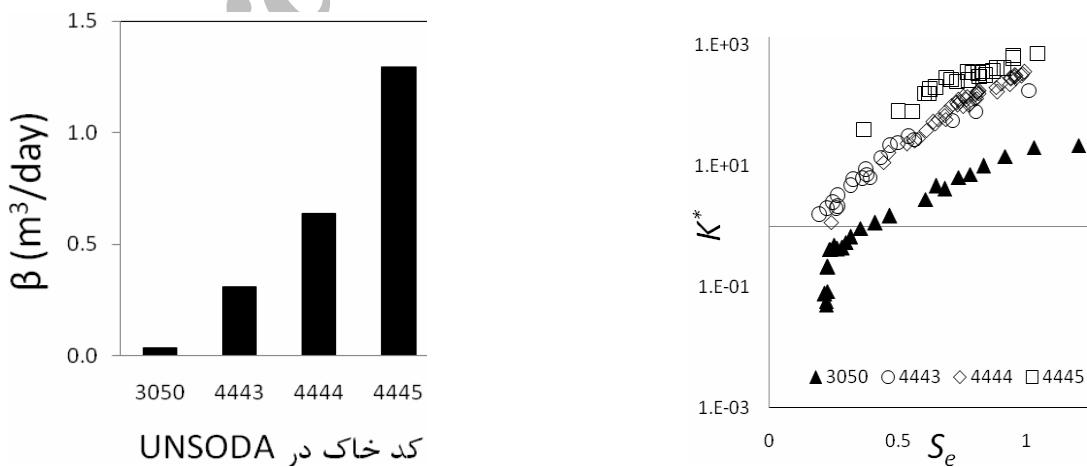
این در حالیست در مطالعه آن ها بر خلاف مطالعه حاضر، فاکتورهای مقیاس از بهینه سازی و به طور تجربی به دست آمده بودند. به طور مشابه نتایج این تحقیق نیز نشان می دهد که اگرچه مقادیر فاکتورهای مقیاس h و K کاملاً با هم برابر نیستند، ولی دارای ضریب همبستگی بالایی هستند. ضریب همبستگی این مقادیر در مطالعه حاضر ۰/۷۵۸ به دست آمد که با عدد ۰/۹۱ که توسط واریک و همکاران البته برای تعداد داده های بیشتری گزارش شد، قابل



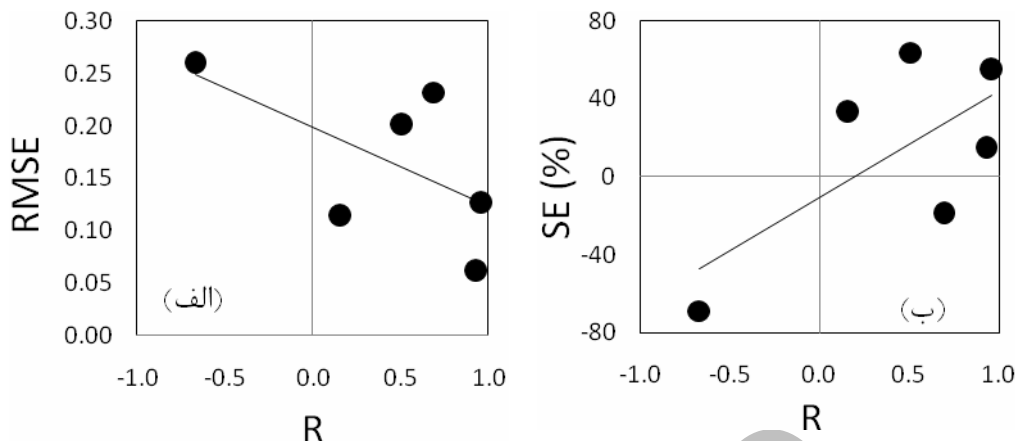
شکل (۴) - بررسی صحت معادله (۱۳) در گروه‌های (الف) و (ب) ۳



شکل (۵) - اثر عدم صحت معادله (۱۳) بر ناموفقیت مقیاس سازی توامان در گروه ۳



شکل (۶) - اثر عدم صحت معادله (۱۳) بر ناموفقیت مقیاس سازی توامان در گروه ۱



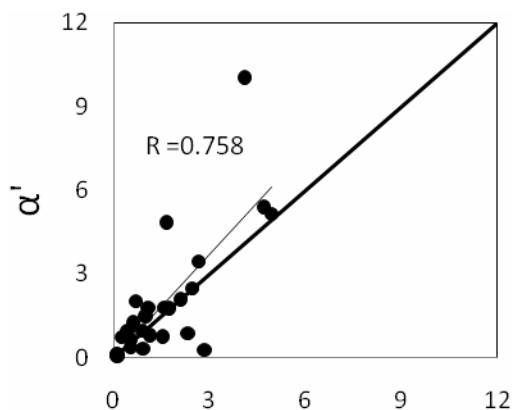
شکل ۷- وابستگی (الف) $RMSE$ و (ب) SE داده‌های مقیاس شده با روش تولی و همکاران (۲۰۰۱) به ضریب همبستگی بین مقادیر K_s و $1/h_m^2$ (شکل ۷) برای شش گروه (R)

همان‌طور که نشان داده شد، عملکرد روش پیشنهادی به مقادیر β بستگی ندارد و وجود شباهت هندسی خاک‌ها (برابری σ ها) شرط لازم و کافی برای موفقیت این روش در مقیاس‌سازی توابع هیدرولیکی می‌باشد. با این روش برای تابع هدایت هیدرولیکی نیز همچون منحنی نگهداشت تنها عاملی که می‌تواند باعث خطای مقیاس‌سازی در خاک‌های متشابه گردد، دقت برازش مدل لوگ-نرمال (معادله ۸) می‌باشد. اگر σ در همه خاک‌های مقیاس شده برابر باشد، $RMSE$ مقیاس‌سازی تابع هدایت هیدرولیکی با استفاده از روش پیشنهادی همان خطای برازش معادله (۸) بر روی داده‌ها خواهد بود. همان‌طور که ذکر شد چنین شرایطی برای منحنی نگهداشت نیز برقرار است. بنابراین با روش پیشنهاد شده در این مقاله، یکتا بودن توابع هیدرولیکی مقیاس شده در خاک‌هایی که σ برابر دارند، تنها به یک برازش همزمان خوب مدل‌های رطوبتی و هدایت هیدرولیکی لوگ-نرمال (معادلات ۴ و ۸) بر روی داده‌های واقعی بستگی دارد که خیلی دور از انتظار نیست.

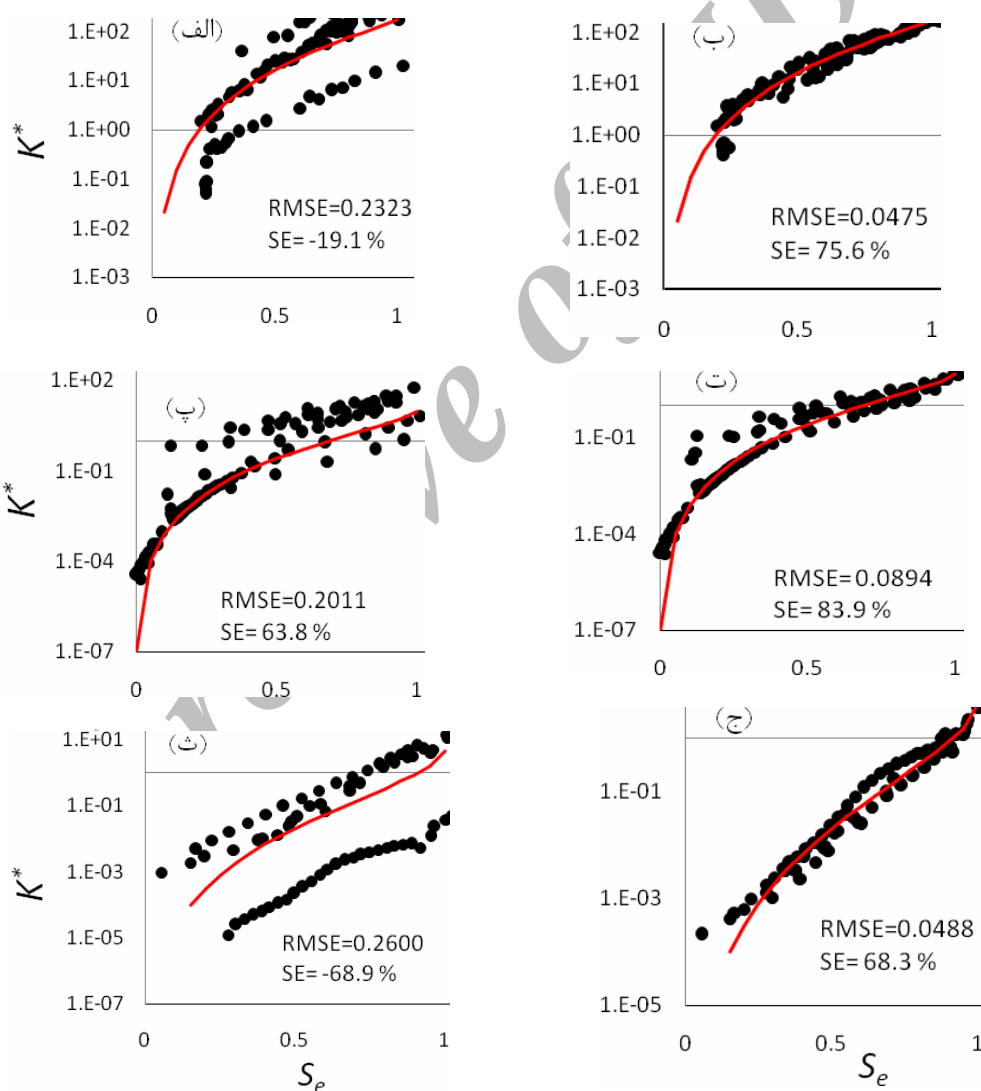
جدول (۲) همه نتایج به دست آمده برای عملکرد روش‌های ارائه شده در این مقاله و روش تولی و همکاران (۱۳) را ارائه می‌کند. این جدول شامل $RMSE$ داده‌ها قبل و بعد از مقیاس‌سازی و نیز راندمان مقیاس‌سازی (SE) می‌باشد. همان‌طور که پیشتر ذکر شد، روش مقیاس‌سازی در منحنی نگهداشت در دو روش مذکور یکی است ولی در K فرق دارد. پارامترهای استفاده شده برای ارزیابی مقیاس‌سازی تفاوت آشکاری را بین دو روش در مقیاس‌سازی K نشان می‌دهند. برای مقایسه بهتر، منحنی‌های مقیاس شده K به دست آمده از دو روش مذکور برای هر شش گروه در شکل (۹) نشان داده شده‌اند. در این شکل منحنی‌های سمت چپ مربوط به روش تولی و همکاران و منحنی‌های سمت راست مربوط به روش ارائه شده در این مقاله می‌باشند. مشاهده می‌شود که در همه گروه‌ها روش پیشنهادی منجر به عملکرد خوبی شده است و توانسته است داده‌های مقیاس شده را به خوبی در اطراف منحنی مرجع متمرکز کند. مقایسه نتایج به خصوص در گروه‌های ۱، ۲ و ۳ کارآمدی روش پیشنهادی را نسبت به روش تولی و همکاران در برخورد با داده‌های واقعی نشان می‌دهند.

جدول ۲- $RMSE$ و SE در روش تولی و همکاران (۱۳) و روش پیشنهادی. زیرنویس s و u به ترتیب به مقیاس شده و مقیاس نشده اشاره دارد

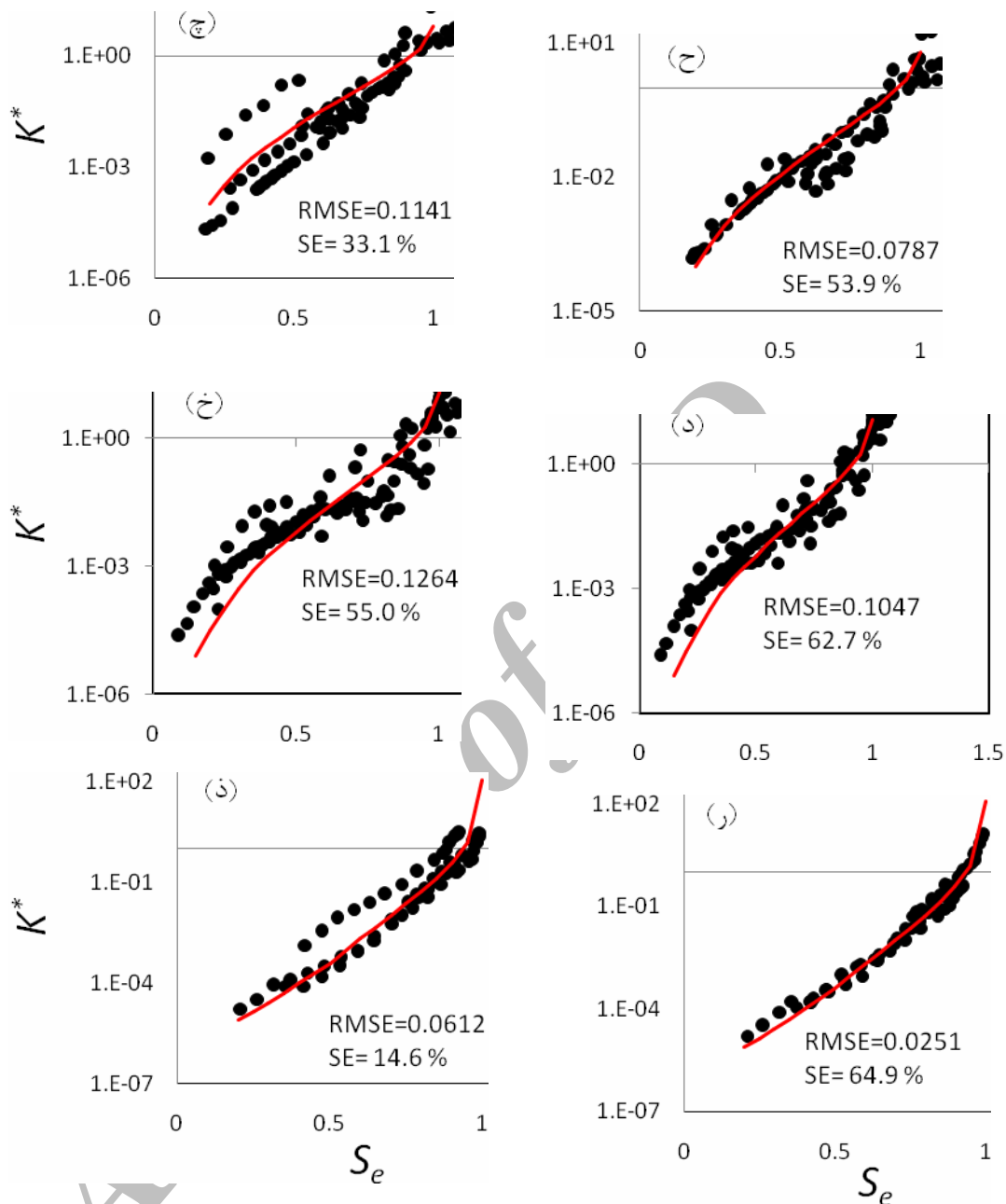
گروه	منحنی نگهداشت		تابع هدایت هیدرولیکی (روش تولی و همکاران)			تابع هدایت هیدرولیکی (روش پیشنهادی)	
	$RMSE_s$	SE (%)	$RMSE_u$	$RMSE_s$	SE (%)	$RMSE_s$	SE (%)
۱	۰/۲۴۳۱	۸۱/۴	۰/۱۹۵۰	۰/۲۳۳۳	-۱۹/۱	۰/۰۴۷۵	۷۵/۶
۲	۰/۴۶۶۹	۷۵/۲	۰/۵۵۵۴	۰/۲۰۱۱	۶۳/۸	۰/۰۸۹۴	۸۳/۹
۳	۰/۰۹۸۴	۴۴/۷	۰/۱۵۴۰	۰/۲۶۰۰	-۶۸/۹	۰/۰۴۸۸	۶۸/۳
۴	۰/۱۵۵۱	۳۶/۳	۰/۱۷۰۶	۰/۱۱۴۱	۳۳/۱	۰/۰۷۸۷	۵۳/۹
۵	۰/۱۹۷۸	۵۲/۳	۰/۲۸۰۶	۰/۱۲۶۴	۵۵/۰	۰/۱۰۴۷	۶۲/۷
۶	۰/۱۰۱۶	۶۹/۴	۰/۰۷۱۷	۰/۰۶۱۲	۱۴/۶	۰/۰۲۵۱	۶۴/۹



(شکل ۸) - همبستگی α با α' برای همه خاک‌های تحت مطالعه. خط پررنگ خط ۱:۱ و خط کمرنگ خط رگرسیون می‌باشد



(شکل ۹) - منحنی‌های مقیاس‌شده هدایت هیدرولیکی غیراشباع برای گروه‌های (الف) و (ب) ۱، (پ) و (ت) ۲ و (ث) و (ج) ۳ به دست آمده از دو روش تولی و همکاران (شکل‌های طرف چپ) و پیشنهادی (شکل‌های طرف راست). خط ممتد منحنی مرجع می‌باشد



(ادامه شکل ۹) - منحنی‌های مقیاس شده هدایت هیدرولیکی غیراشباع برای گروه‌های (چ) و (ح) ۴، (خ) و (د) ۵ و (ذ) و (ر) ۶ به دست آمده از دو روش تولی و همکاران (شکل‌های طرف چپ) و پیشنهادی (شکل‌های طرف راست). خط ممتد منحنی مرجع می‌باشد

نتیجه گیری

در این مقاله نشان داده شد که اگرچه شباهت هندسی خاک‌ها شرط لازم برای برقراری نظریه محیط‌های متشابه می‌باشد، ولی این شرط در برخورد با واقعیت کافی نمی‌باشد و به علاوه مقادیر β (یعنی $K_s h_m^2$) نیز باید در همه خاک‌های متشابه با هم برابر باشند، در

شرایطی که یکی از معادلات مویبگی یا پوزیه که برای لوله‌هایی با قطر یکنواخت صادق هستند، در واقعیت برقرار نباشد، شرط مذکور برقرار نخواهد بود. در این حالت استفاده از یک سری فاکتور مقیاس برای مقیاس‌سازی توامان منحنی نگهداشت و تابع هدایت هیدرولیکی امکان‌پذیر نخواهد بود.

روش تولی و همکاران (۱۳) به گونه ای تعمیم داده شد که بتواند

برابر نباشند، روش ارائه شده از روش تولی و همکاران فاصله خواهد گرفت، به نحویکه بتواند با داده‌های واقعی همخوانی پیدا کند. در حالت اخیر فاکتورهای مقیاس برای مقیاس‌سازی منحنی نگهداشت و تابع هدایت هیدرولیکی لزوماً متفاوت خواهند بود.

با انعطاف بیشتری با داده‌های واقعی برخورد کند. در واقع روش تولی و همکاران حالت خاصی از روش پیشنهادی است. زمانی که مقادیر β در خاک‌های متشابه برابر باشند، روش پیشنهادی تفاوتی با روش تولی و همکاران ندارد. ولی زمانی که مقادیر β در خاک‌های متشابه

منابع

- 1- Bhabani S.D., Nathan W., and P. Suresh C.R. 2005. Defining geometric similarity in soils. *Vadose Zone Journal*. 4:264-270.
- 2- Clausnitzer V., Hopmans J.W., and Nielsen D.R. 1992. Simultaneous scaling of soil water retention and hydraulic conductivity curves. *Water Resources Research* 28(1):19-31.
- 3- Kosugi K. 1996. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resources Research*. 32(121): 2697-2703.
- 4- Kosugi K., and Hopmans J.W. 1998. Scaling water retention curves for soils with lognormal pore-size distribution. *Soil Science Society of America Journal*. 62:1496-1504.
- 5- Kutilek M., Zayani K., Haverkamp R., Parlange J.Y., and Vachaud G. 1991. Scaling of Richards' equation under invariant flux boundary conditions. *Water Resources Research*, 27, 2181-2185.
- 6- Leij F.J., Alves W.J., Van Genuchten M.Th., and Williams J.R. 1999. The UNSODA unsaturated soil hydraulic database. p. 1269-1281. In M.Th. van Genuchten et al. (ed.) *Characterization and measurement of the hydraulic properties of unsaturated porous media*. University of California, Riverside, CA.
- 7- Miller E.E., and Miller R.D. 1956. Physical theory for capillary flow phenomena. *Journal of Applied Physics*. 27:324-332.
- 8- Mualem Y. 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*. 12:513-22.
- 9- Russo D., Bresler E. 1980. Scaling soil hydraulic properties of a heterogeneous field. *Soil Science Society of America Journal*. 44: 681-684.
- 10- Reichardt K., Nielsen D.R., and Biggar J.W. 1972. Scaling of horizontal infiltration into homogeneous soils. *Soil Science Society of America Proceedings* 36(2):241-245.
- 11- Sposito G., Jury W.A. 1985. Inspectional analysis in the theory of water flow through unsaturated soil. *Soil Science Society of America Journal*. 49:791-798.
- 12- Simmons C.S., Nielsen D.R., and Biggar J.W. 1979. Scaling of field-measured soil-water properties. *Hilgardia*. 47(4):77-174.
- 13- Tuli A., Kosugi K., and Hopmans J.W. 2001. Simultaneous scaling of soil water retention and unsaturated hydraulic conductivity functions assuming lognormal pore-size distribution. *Advances in Water Resources*. 24: 677-688.
- 14- van Genuchten, M.Th., Leij F.J., and Yates S.R. 1991. The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils. Version 1.0. EPA Report 600/2-91/065. U.S. Salinity Laboratory, USDA, ARS, Riverside, CA.
- 15- Vogel T., Cislserova M., and Hopmans J.W. 1991. Porous media with linearly hydraulic properties. *Water Resources Research* 27(10): 2735-2741.
- 16- Warrick A.W., Mullen G.J., and Nielsen D.R. 1977. Scaling of field measured hydraulic properties using a similar media concept. *Water Resources Research*. 13(2):355-362.
- 17- Warrick A.W., and Amoozegar-Fard A. 1979. Infiltration and drainage calculations using spatially scaled hydraulic properties. *Water Resources Research*. 15:1116-1120.
- 18- Warrick A.W., Lemon D.O., and Yates S.R. 1985. A generalized solution to infiltration. *Soil Science Society of America Journal*. 49: 34-38.
- 19- Warrick A.W., and Hussen A.A. 1993. Scaling of Richards' equation for infiltration and drainage. *Soil Science Society of America Journal*. 57: 15-18.



Simultaneous Scaling of Soil Water Retention and Hydraulic Conductivity Functions

M. Sadeghi^{1*} – B. Ghahraman²

Abstract

Scaling methods, which are based on similar media theory, are used to simplify the statistic description of soil spatial variations. To simulate the water flow in heterogeneous soils, simultaneous scaling of soil hydraulic functions, including soil water retention and unsaturated hydraulic conductivity functions, is highly desirable. In the similar media theory, the simultaneous scaling is expected for geometrically similar soils. In this paper, it is indicated that although the geometric similarity is a necessity, it is not sufficient for validation of the similar media theory in the reality. It is shown that, in addition, the values of $K_s h_m^{-2} (\beta)$ must be identical in all similar soils (where K_s is the saturated hydraulic conductivity and h_m is the median suction head in the water retention curve). To evaluate the theory, method of Tuli et al. (13) was used which applies the similar media theory to the similar soils of Kosugi and Hopmans (4) with identical σ (standard deviation in the log-normal hydraulic models). The method was also generalized such that it can well scale the soil hydraulic functions of the similar soils even where the β values are not identical. The theoretical descriptions were tested by data of 26 soils from UNSODA database. The soils were classified into six groups of similar soils based on the equality of their σ . As it was expected, the method of Tuli et al. did not perform well in the groups in which β values were significantly different. The results also showed that the proposed method can considerably improve the performance of the method of Tuli et al. It was indicated that the performance of the proposed method do not depend on β values and the geometric similarity is the only condition for that.

Keywords: Similar media, Simultaneous scaling, Retention curve, Hydraulic conductivity function

1 - PhD Student and Professor, Repectively, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad
(* - Corresponding author Email: m.sadeghi.um@gmail.com)