

## استخراج منحنی‌های شدت - مدت - فراوانی از داده‌های روزانه بارش با استفاده از تئوری فرکتال

محمد حسین نوری قیداری<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت: ۹۰/۳/۷

تاریخ پذیرش: ۹۰/۱۱/۱۰

### چکیده

یکی از ابزارهای مهم طراحی سازه‌های هیدرولیکی، رگبار طرح می‌باشد که از روی منحنی‌های شدت-مدت - فراوانی (IDF) برای تدوam و دوره بازگشت معین استخراج می‌شود. روش متداول محاسبه منحنی‌های IDF علاوه بر طولانی‌تر بودن، دارای تعداد پارامترهای زیادی می‌باشند که این خود باعث کاهش اعتمادپذیری این منحنی‌ها می‌شود. در روش متداول محاسبه منحنی‌های IDF، باید بارش به ازای دوام‌های مختلف ثبت شده باشد تا استخراج این منحنی‌ها میسر گردد. در بعضی مناطق تنها آمار بارش‌های ۲۴ ساعته موجود است که از روی این آمارها استخراج منحنی‌های IDF به روش‌های متداول ممکن نمی‌باشد. در این مقاله برای رفع این مشکلات از تئوری فرکتال استفاده شده و از روی داده‌های حدکثر بارش سالانه در تدوام روزانه (۲۴ ساعته)، منحنی‌های IDF ساخته می‌شود. روش بکار برده شده نسبت به روش‌های متداول دارای مراحل محاسباتی کمتری بوده و تعداد پارامترهای آن بمراتب کمتر می‌باشد که این باعث بالا رفتن اعتمادپذیری می‌گردد. روش‌های متداول و فرکتال بطور موردی برای استخراج منحنی‌های IDF در ایستگاه باران سنجی تنگه پنج بکار گرفته شده که نتایج نشان می‌دهد، حدکثر اختلاف منحنی‌های IDF بدست آمده از تئوری فرکتال و روش متداول کمتر از ۹/۸ درصد می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: رگبار طرح، عدم تغییرپذیری مقیاس، فرکتال، منحنی IDF

می‌شود.

### مقدمه

واژه فرکتال مشتق از واژه لاتینی فراکتوس به معنی سنگی که به شکل نامنظم شکسته خرد شده است تا بر ماهیت قطعه قطعه شونده که یکی از مشخصه‌های اصلی این فرم است، تاکید داشته باشد. تعریف دیگر فرکتال عبارتند از شیئی یا شکلی که دارای سه ویژگی باشد: (۱) در مقیاس میکروسکوپی بسیار پیچیده باشد؛ (۲) دارای خاصیت خود متشابهی باشد یعنی از فرایند تکرار بوجود آید و (۳) بعد آن صحیح نباشد. در علم هیدرولوژی هیتوگراف بارش و تغییرات زمانی و مکانی بارش و رواناب از جمله نمونه‌های بارز فرکتال هستند (۷). برای بیان چنین اشکالی به هندسه‌ای جدا از هندسه اقلیدوسی به نام هندسه فرکتال نیاز می‌باشد. اگر بعضی از خصوصیات آماری پدیده‌ای مثل بارش، سیلاب و ... با تغییر مقیاس تغییر نکند گفته می‌شود پدیده مورد نظر از نظر مقیاسی تغییر ناپذیر بوده و یا از نظر مقیاسی ساده<sup>۲</sup> است که به این حالت مونوفرکتال<sup>۳</sup> گفته می‌شود. اگر

منحنی‌های شدت-مدت - فراوانی (IDF) بارش یکی از ابزارهای هیدرولوژیکی جهت محاسبه سیلاب طرح و طراحی سازه‌های هیدرولیکی می‌باشد. این منحنی‌ها برای یک منطقه از روی داده‌های بارش، که در تدوام مختلف ثبت شده است، ساخته می‌شود. معمولاً در کشورهای در حال پیشرفت مثل کشور ما که از وسعت زیادی برخوردار است، در منطقه مورد مطالعه ایستگاه باران سنج وجود ندارد و یا طول آماری آن کم می‌باشد که امکان محاسبه منحنی‌های IDF را غیرممکن می‌سازد. واسکوا (۱۸) بیان کرد روش‌های متداول استخراج منحنی‌های IDF دارای تعداد پارامترهای زیادی می‌باشد که این باعث افزایش عدم اعتمادپذیری می‌شود. برای حل این مشکلات در این مقاله از روش نوین تئوری فرکتال که از پشتوانه فیزیکی قوی برخوردار است، جهت ساخت منحنی‌های IDF استفاده

2- Simple scaling  
3- mono-fractal

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد زنجان، زنجان، ایران  
Email: noori\_mohammad2002@yahoo.com

$$I = \frac{a(T)}{b(d)} \quad (2)$$

در رابطه ۲،  $a(T)$  و  $b(d)$  به ترتیب توابعی از دوره‌ی بازگشت ( $T$ ) و دوام بارش می‌باشند.

علاوه بر طولانی بودن روند استخراج منحنی‌های IDF به روش متداول و بالا بودن عدم قطعیت آنها به جهت زیاد بودن پارامترهای آن، یکی دیگر از موانع استخراج منحنی‌ها عدم وجود داده‌های بارش در تداوم‌های مختلف می‌باشد. در کشور پهناور ما در بسیاری از مواقع در منطقه مورد نیاز یا ایستگاه باران‌سنجی وجود ندارد و یا طول دوره آماری آن بسیار کوتاه است که استخراج منحنی‌های IDF را با مشکل مواجه می‌کند. اما از آنجا که معمولاً امکان دسترسی به داده‌های روزانه بارش وجود دارد می‌توان با استفاده از تئوری فرکتال داده‌های بارش در تداوم‌های مختلف را با دقت بسیار خوبی برآورد و منحنی IDF را ساخت. بنابراین هدف از مقاله استخراج منحنی‌های IDF به روش فرکتال و مقایسه نتایج آن با روش متداول می‌باشد. این تحقیق بطور موردی برای ایستگاه باران‌سنجی تنگه پنج در بالا دست سد دز بکار گرفته شده است.

## مواد و روش‌ها

### مراحل ساخت منحنی IDF به روش متداول

برای ساخت منحنی‌های IDF به روش متداول ابتدا داده‌های حداکثر سالانه بارش برای تداوم‌های مختلف از روی آمار ثبت شده استخراج می‌گردد. در مرحله بعد برای داده‌های بارش حداکثر سالانه در تداوم معین مثلاً ۲۴ ساعته، یک توزیع احتمالاتی مثل توزیع گامبل، لگ نرمال، ... برآزش داده می‌شود که برای نکویی برآزش نیز از آزمون‌های آماری مثل آزمون کای‌اسکور و آزمون گشتاورهای خطی استفاده می‌شود. سپس از روی توزیع احتمالاتی برآزش داده شده به داده‌های حداکثر سالانه در تداوم مورد نظر، مقدار بارش در همان تداوم به ازای دوره بازگشت مورد نظر برآورد می‌گردد. این روند برای تمامی تداوم‌ها انجام شده و در نهایت به داده‌های بارش در تداوم‌های مختلف که دوره بازگشت یکسانی ( $T$ ) دارند یک منحنی که معمولاً توانی می‌باشد برآزش داده می‌شود که این منحنی IDF در همان دوره بازگشت ( $T$ ) خواهد بود. این مرحله برای دوره بازگشت‌های مختلف تکرار می‌گردد. در این تحقیق منحنی برآزش داده شده از نوع توانی می‌باشد چون رابطه توانی خاصیت فرکتالی داده‌ها را حفظ می‌کند (۹).

### استخراج منحنی‌های IDF به روش فرکتال

متغیر تصادفی  $I_d$  که نشان دهنده ماکزیمم شدت سالانه بارش با دوام  $d$  است، بصورت زیر تعریف می‌شود (۷):

شکل یا شیء مورد نظر دارای خصوصیت عدم تغییرپذیری باشد تنها با یک بعد قابل توصیف است. ولی اگر پیچیدگی با یک بعد قابل توصیف نباشد باید از چند بعد استفاده کرد که به این حالت چند مقیاسی<sup>۱</sup> یا مالتی فرکتال<sup>۲</sup> گفته می‌شود. در هیدرولوژی از خصوصیت عدم تغییرپذیری مقیاسی و یا چند مقیاسی برای انتقال داده‌ها از یک مقیاس به مقیاس دیگر و یا از یک حوضه به حوضه دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرد. بطور مثال می‌توان از داده‌های بارش روزانه اطلاعاتی از داده‌های ساعتی بدست آورد (۱۳).

دیدا و همکاران (۸)، با مقایسه سری زمانی مشاهداتی بارش و سری زمانی شبیه‌سازی شده با فرکتال دریافت که مدل فرکتال توانسته بخوبی خصوصیات آماری داده‌های مشاهداتی را حفظ کند. چنگ و همکاران (۱۰)، از تئوری عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش جهت استخراج هیتوگراف بی‌بعد و تبدیل آن به تداوم دلخواه استفاده کردند. مولنار و برنالگو (۱۶) قابلیت بکارگیری مدل فرکتال جهت ساخت منحنی‌های IDF در مناطق کوهستانی را تایید کردند. ناهات و همکاران (۱۷)، با استفاده از مدل فرکتال، روابطی جهت استخراج منحنی‌های IDF در ایستگاه‌های فاقد آمار برای کشور ژاپن ارائه کرد. بارو و همکاران (۲ و ۳)، خصوصیات فرکتالی مقادیر حدی بارش را بررسی و وجود خاصیت عدم تغییرپذیری در داده‌های حدی را تایید کردند.

معرفی منحنی‌های IDF به سال‌های ۱۹۳۰ بر می‌گردد که از آن زمان روابط متفاوتی برای مناطق مختلف جهان ارائه شده است (۶). بل (۵) و چن (۹)، روابطی برای منحنی‌های IDF در آمریکا ارائه نمودند که باقی‌رأین و چاو (۱) و گرت و همکاران (۱۲)، این روابط را برای ایستگاه‌های فاقد آمار تعمیم دادند. بل (۵) طی تحقیقاتی که انجام داد روابطی برای منحنی‌های IDF ارائه کرد که تابعی از بارش یک ساعته با دوره بازگشت ۱۰ ساله ( $P_1^{10}$ ) بود. که این روابط برای شرایط هیدرومتئورولوژی خاصی صادق بوده و برای حوضه‌های دیگر نیاز به واسنجی دارند. کوستویانیس و مانتاس (۱۴)، یک رابطه جامع برای منحنی‌های IDF ارائه کردند که بصورت زیر می‌باشد.

$$I = \frac{w}{(d + \theta)^\eta} \quad (1)$$

در رابطه فوق،  $I$ : شدت بارش،  $d$ : دوام بارش،  $w$ ،  $\theta$  و  $\eta$ : ضرایب ثابت غیر منفی می‌باشند. طبق مطالعات صورت گرفته توسط کوستویانیس و مانتاس (۱۴)، در رابطه‌ی فوق  $\theta$  و  $\eta$  تقریباً مستقل از دوره بازگشت بوده ولی ضریب  $w$  تابعی از دوره بازگشت می‌باشد. بطور کلی بر اساس روابط ارائه شده برای منحنی‌های IDF، می‌توان رابطه کلی را زیر تعریف کرد:

- 1- multiscaling
- 2- multifractal

$$\text{Var}(I_d) = E(I_d^2) - E^2(I_d) \Rightarrow \text{Var}(I_d) = \frac{\text{Var}(I_D)}{D^{2n}} d^{2n} \quad (۸)$$

در روابط فوق،  $E(I_d)$  و  $\text{Var}(I_d)$ : به ترتیب مقدار میانگین و واریانس شدت بارش با دوام  $d$  می باشد.

اگر داده های شدت بارش دارای توزیع فراوانی تجمعی  $F$  باشد، آنگاه شدت بارش با دوام  $d$  و دوره بازگشت  $T$ ،  $I_{d,T}$ ، بر اساس رابطه چو (۱۱)، به صورت زیر قابل تعریف است.

$$I_{d,T} = E(I_d) + K_T \sqrt{\text{Var}(I_d)} \quad (۹)$$

در رابطه فوق  $K_T$ : عامل فراوانی می باشد که تابع دوره بازگشت ( $T$ ) و نوع توزیع احتمالاتی می باشد. با جایگزینی روابط ۶ و ۸ در رابطه ۹ خواهیم داشت:

$$I_{d,T} = \frac{E(I_D)}{D^n} d^n + K_T \sqrt{\frac{\text{Var}(I_D)}{D^{2n}} d^{2n}} \Rightarrow I_{d,T} = \frac{E(I_D)}{D^n} (1 + C_v K_T) d^n \quad (۱۰)$$

در رابطه فوق  $C_v$  ضریب تغییرات بارش حداکثر سالانه در تداوم  $D$  است. از آنجا که معمولاً داده های بارش روزانه با دقت خوبی ثبت می گردد و به راحتی قابل دسترسی می باشند بهتر است  $D$  برابر ۲۴ فرض شود آنگاه رابطه ۱۰ بصورت زیر ساده می شود.

$$I_{d,T} = \frac{E(I_{24})}{24^n} (1 + C_v K_T) d^n \quad (۱۱)$$

در رابطه فوق،  $C_v$ : ضریب تغییرات بارش حداکثر سالانه با تداوم ۲۴ ساعته،  $d$ : تداوم بارش بر حسب ساعت (hr)،  $I_{d,T}$ : شدت بارش در تداوم  $d$  و دوره بازگشت  $T$  (بر حسب mm/hr)،  $E(I_{24})$ : میانگین شدت حداکثر بارش روزانه (بر حسب mm/hr) می باشد. بنابراین می توان با استفاده از رابطه فوق، که نتیجه تئوری عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی بارش است، از روی داده های روزانه بارش، منحنی های IDF را ساخت.

اگر داده ها از توزیع گامبل تبعیت کنند در این صورت با جایگزینی  $K_T$  مربوط به توزیع گامبل (EVI) در رابطه ۱۱، رابطه زیر بدست می آید.

$$I_{d,T} = \frac{E(I_{24})}{24^n} \left[ 1 - C_v(I_D) \frac{\sqrt{6}}{\pi} (0.5772 + \text{Ln}(\text{Ln} \frac{T}{T-1})) \right] d^n \quad (۱۲)$$

مشابه رابطه فوق را می توان برای دیگر توزیع های احتمالاتی نیز استخراج کرد.

### منطقه مورد مطالعه

در این تحقیق بطور موردی از داده های ایستگاه باران سنجی تنگه پنج که در شمال استان خوزستان با طول جغرافیایی ۴۸ درجه و ۴۶ دقیقه و عرض جغرافیایی ۳۲ درجه و ۵۶ دقیقه قرار دارد استفاده شده است. ایستگاه باران سنجی با ارتفاع ۶۰۰ متر از سطح دریا در بالا دست سد دز قرار دارد. میانگین و انحراف معیار بارش سالانه این ایستگاه به ترتیب ۶۶۷/۱ و ۱۷۰/۵ میلی متر می باشد.

$$I_d = \max_{\text{over one year}} \left[ \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{1+d/2} x(\xi) d\xi \right] \quad (۳)$$

در رابطه فوق  $x(\xi)$ : تابع پیوسته شدت بارش و  $d$ : دوام بارش می باشد. متغیر تصادفی  $I_d$  به عنوان ماکزیمم مقدار متوسط  $x(\xi)$  در عرض  $d$  تعریف می شود که همان حداکثر شدت سالانه بارش در تداوم  $d$  می باشد.

برنالدو و روسو (۷)، منابل و همکاران (۱۵) و یو و همکاران (۱۹)، بر اساس آنالیز اشکال خود متشابه (فرکتال ها) دریافتند، متغیرهای تصادفی  $I_d$  و  $I_D$  که به ترتیب حداکثر شدت بارش سالانه در تداوم های  $d$  و  $D$  می باشد، دارای خصوصیات مقیاسی زیر می باشند:

$$I_d = \left(\frac{d}{D}\right)^n I_D \quad (۴)$$

در رابطه فوق،  $n$ : توان مقیاس<sup>۱</sup> می باشد. رابطه فوق نشان می دهد که توزیع فراوانی بارش در تداوم های مختلف دارای توزیع فراوانی یکسانی می باشند. بر اساس خصوصیات مونو فرکتالی یا عدم تغییرپذیری مقیاس داده ها اگر از طرفین رابطه فوق گشتاور مرتبه  $q$  گرفته شود، خواهیم داشت (۱۹).

$$E(I_d^q) = \left(\frac{d}{D}\right)^{K(q)} E(I_D^q) = \frac{E(I_D^q)}{D^{K(q)}} d^{K(q)} \quad (۵)$$

در حالت عدم تغییر پذیری مقیاس یا مونوفرکتالی می توان مقیاس  $(K(q))$  برای گشتاور مرتبه  $q$  برابر  $q \times n$  می باشد یعنی  $K(q)$  تابعی خطی از  $q$  می باشد (شکل ۱) (۱۳). اگر از رابطه فوق لگاریتم گرفته شود، مشخص می گردد که  $K(q)$ ، شیب خط رگرسیونی  $\log E(I_d^q)$  در برابر لگاریتم دوام بارش،  $\log^d$  است.

یو و همکاران (۱۸)، نشان دادند که خصوصیات مقیاسی برای چندک های مختلف بارش هم صدق می کند، یعنی اگر چندک بارش در یک تداوم و دوره بازگشت معین وجود داشته باشد می توان با استفاده از رابطه مقیاسی چندک های بارش در تداوم های مختلف با همان دوره بازگشت را برآورد کرد. در حالت کلی می توان از رابطه مقیاسی برای تجزیه<sup>۲</sup> و یا تجمیع<sup>۳</sup> بارش استفاده کرد.

منابل و همکاران (۱۵)، با بررسی تئوری اشکال خود متشابه (یا خود تکرار) در حالت عدم تغییرپذیری مقیاس از روابط فوق، رابطه میانگین و واریانس بارش را در دو تداوم مختلف به صورت زیر ارائه کردند:

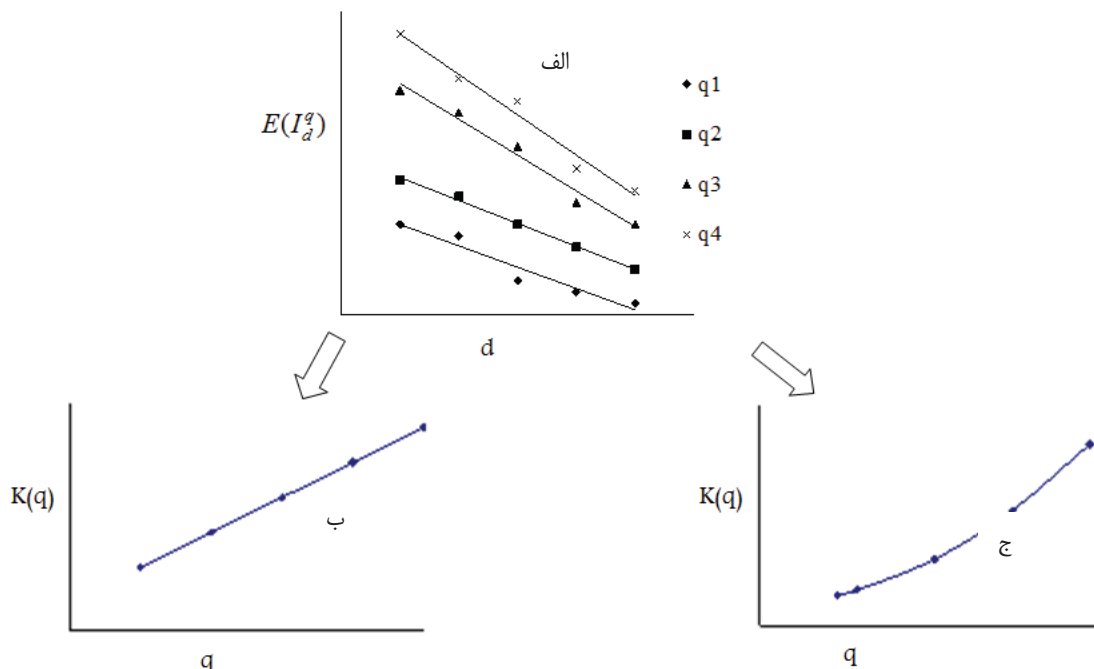
$$E(I_d) = \frac{E(I_D)}{D^n} d^n \quad (۶)$$

$$E(I_d^2) = \frac{E(I_D^2)}{D^{2n}} d^{2n} \quad (۷)$$

1- Scaling exponent

2- Disaggregation

3- Aggregation



شکل ۱- الف: لگاریتم گشتاورهای مرتبه  $q$  داده‌ها در برابر لگاریتم مقیاس (تداوم  $d$ )؛  
 ب: رابطه خطی  $K(q)$  و  $q$  نشان دهنده عدم تغییرپذیری مقیاس زمانی (یا مونوفرکتال) داده‌ها است؛  
 ج: رابطه غیر خطی  $K(q)$  و  $q$  نشان دهنده چند مقیاسی (یا مالتی فرکتال) بودن داده‌ها است.

که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد، گشتاورهای آماری در همه مرتبه‌ها در تداوم ۱ تا تداوم ۸ روزه از رابطه توانی تبعیت می‌کنند یعنی در مختصات لگاریتمی روی یک خط قرار دارند. این نشان می‌دهد که داده‌های بارش روزانه در بازه ۱ تا ۸ روز از خصوصیات فرکتالی برخوردار هستند و می‌توان در این بازه زمانی داده‌های بارش را از یک تداوم به تداوم دیگر تبدیل کرد که این ویژگی در مدل سازی بارش-رواناب از اهمیت بالایی برخوردار است (۱۴). شیب خطی که مربوط به گشتاور مرتبه  $q$  می‌باشد بعنوان مقدار تابع مقیاس  $K(q)$  (در رابطه

$$E(I_d^q) = \left(\frac{d}{D}\right)^{K(q)} E(I_D^q)$$

در مرتبه  $q$  تلقی می‌گردد.

همانطور که در شکل ۲ مشخص می‌باشد این شیب با افزایش مرتبه گشتاور ( $q$ ) افزایش می‌یابد. در شکل ۳ تابع مقیاس  $K(q)$  (یا شیب خط) در مقابل مرتبه گشتاور ( $q$ ) ترسیم شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد تغییرات تابع مقیاس  $K(q)$  نسبت به مرتبه گشتاور ( $q$ ) خیلی نزدیکتر به یک خط است تا یک منحنی. بنابراین می‌توان گفت که نوع فرکتال حاکم بر داده‌های بارش در ایستگاه باران سنجی تنگه‌پنج مونوفرکتال بوده و از خاصیت عدم تغییرپذیری مقیاس برخوردار است. در رابطه رگرسیونی بین  $K(q)$  و  $q$  که دارای ضریب همبستگی رگرسیون نزدیک به یک می‌باشد، شیب خط به عنوان توان مقیاس (که همان پارامتر  $n$  در

این ایستگاه باران سنجی دارای قدمت زیادی بوده و از آن جهت انتخاب گردیده که از کیفیت آماری مناسبی برخوردار است. در این تحقیق داده‌های حداکثر بارش ۱، ۲، ۶، ۱۲ و ۲۴ ساعته از شرکت توسعه منابع آب و نیروی ایران با طول آماری ۳۳ سال (از سال ۱۳۵۴ تا ۱۳۸۷) تهیه گردید. در این تحقیق برای ساخت بارش در تداوم‌های مختلف از داده‌های بارش روزانه استفاده شد.

## نتایج

### بررسی رفتار فرکتالی داده‌ها: قبل از بکارگیری روش

فرکتال برای استخراج منحنی‌های IDF باید از وجود رفتار فرکتالی در داده‌های بارش اطمینان حاصل کرد. برای این منظور از روش گشتاور مقیاسی (۷) استفاده می‌شود که در این روش گشتاور آماری  $(E(I_d^q))$  مرتبه  $q$  برای تداوم مختلف محاسبه می‌گردد. سپس مطابق شکل ۲ گشتاورهای آماری  $(E(I_d^q))$  در مقابل مرتبه گشتاور  $q$  ترسیم می‌شود. از آنجا که در مطالعه رفتار فرکتالی داده‌ها هدف بررسی وجود رابطه توانی می‌باشد، در این تحقیق تداوم‌های مورد بررسی نیز یک سری توانی یعنی ... و ۸، ۴، ۲، ۱ می‌باشد. مرتبه گشتاورهای آماری ( $q$ ) نیز بین ۰/۲ تا ۴ انتخاب گردید، چون در این بازه بخوبی رفتار فرکتالی داده‌ها قابل تشخیص است. همانطور

$$RD = \left| \frac{X - Y}{Y} \right| \times 100 \quad (۱۳)$$

که در آن  $X$ : مقدار شدت بارش بدست آمده از تئوری فرکتال؛  $Y$ : مقدار شدت بارش بدست آمده از روش متداول می‌باشد. این آماره برای تداوم‌های ۱، ۲، ۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ۳۶، ۴۸ و ۷۲ ساعت در دوره بازگشت‌های ۵، ۱۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ سال محاسبه شد و نتایج نشان داد بیشترین تفاوت نسبی منحنی‌های IDF استخراج شده با دو روش فرکتال و متداول کمتر از ۹/۸ درصد می‌باشد. متوسط تفاوت نسبی در دوره بازگشت‌های ۵، ۱۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ سال به ترتیب ۶/۸، ۷/۴ و ۷/۷ درصد می‌باشد. با توجه این نتایج می‌توان دریافت که منحنی‌های IDF استخراج شده با تئوری فرکتال که تنها از داده‌های حداکثر روزانه بارش ساخته شده است، انطباق خوبی با نتایج بدست آمده از روش متداول که در آن از داده‌های حداکثر بارش در تداوم‌های مختلف استفاده شده است، دارد.

با توجه به روابط ارائه شده، برای استخراج منحنی‌های IDF به روش فرکتال تنها از یک رابطه که دارای سه پارامتر بود استخراج شده است. در حالی که در روش متداول تنها برای هر تداوم بارش یک توزیع احتمالاتی برازش داده می‌شود که این نشان از زیاد شدن پارامترهای لازم برای استخراج منحنی‌های IDF به روش متداول می‌باشد. بطور مثال اگر از توزیع گامبل برای ۵ تداوم بارش استفاده شود به ۱۰ پارامتر نیاز است. بالا بودن تعداد پارامترها هم باعث کاهش عدم قطعیت می‌شود.

### نتیجه گیری

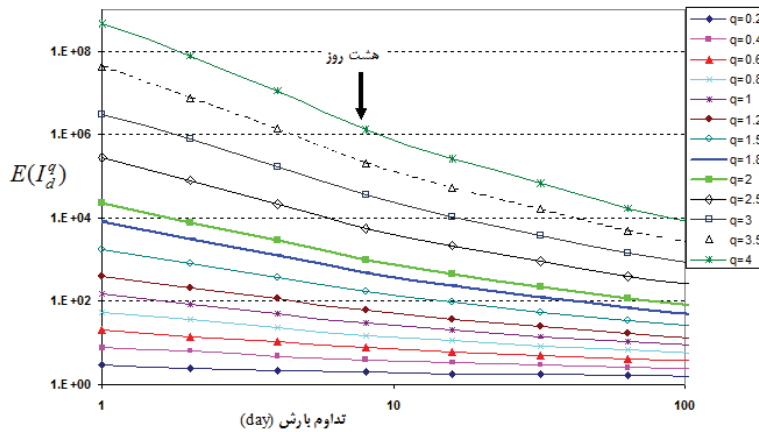
با استفاده از روش گشتاورهای مقیاسی مشخص گردید که داده‌های بارش در بازه ۱ تا ۸ روز از رفتار فرکتالی برخوردار است. یعنی می‌توان داده‌های بارش را در این بازه زمانی از یک مقیاس زمانی به مقیاس زمانی دیگر انتقال داد. بطور مثال می‌توان از داده‌های ثبت شده، داده‌هایی با تداوم کوچک و یا بزرگ بدست آورد. تغییرات تابع مقیاس ( $K(q)$ ) نسبت به مرتبه گشتاور  $q$  برای ایستگاه مورد بررسی خطی بوده که این به همان مونوفرکتال بودن داده‌ها مربوط می‌گردد. در این مقاله از تئوری فرکتال (و یا تئوری اشکال خود متشابه) جهت استخراج رابطه منحنی‌های IDF استفاده شده است. رابطه ارائه شده دارای سه پارامتر توان مقیاس ( $n$ )، میانگین و ضریب تغییرات حداکثر بارش سالانه در تداوم ۲۴ ساعته می‌باشد که این پارامترها مستقل از دوره بازگشت می‌باشد.

رابطه  $E(I_d) = \frac{E(I_D)}{D^n} d^n$  (است) برابر  $0/6746 -$  می‌باشد. در حالت مونوفرکتال تبدیل تداوم بارش‌ها تنها با یک پارامتر که همان  $n$  می‌باشد صورت می‌گیرد که به همین علت داده‌ها از خاصیت عدم تغییرپذیری مقیاس برخوردار هستند.

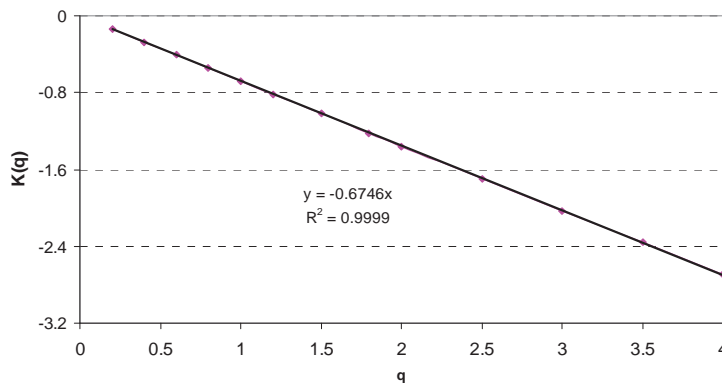
**منحنی‌های IDF استخراج شده با تئوری فرکتال:** برای استخراج منحنی‌های IDF باید نوع توزیع احتمالاتی مناسب برای داده‌های حداکثر بارش سالانه روزانه تعیین گردد. با آزمون کای اسکور در سطح معنی‌داری ۵ درصد معلوم شد بهترین توزیع احتمالاتی برای داده‌های حداکثر بارش سالانه توزیع احتمالاتی گامبل می‌باشد (شکل ۴). با استفاده از رابطه ۱۲ که برای داده‌های مونوفرکتال با توزیع احتمالاتی گامبل می‌باشد، می‌توان منحنی‌های IDF را استخراج کرد. در این رابطه میانگین و ضریب تغییرات حداکثر شدت بارش سالانه با تداوم روزانه به ترتیب  $5/21$  و  $0/3$   $mm/hr$  می‌باشد. با استفاده از رابطه ۱۲ منحنی‌های IDF به روش فرکتال ایجاد گردید که در شکل ۵ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد این منحنی‌های IDF در مقیاس لگاریتمی کاملاً خطی می‌باشند چون ماهیت پدیده فرکتال مثل رابطه ۱۲ توانی است. شیب این خطوط همان توان مقیاس می‌باشد که برابر  $n = -0/6746$  می‌باشد که در شکل ۵ بطور نمونه رابطه توانی برای دوره بازگشت ۲ و ۱۰۰۰ سال نمایش داده شده است. در این شکل ضریب همبستگی رگرسیونی ( $R$ ) برابر ۱ می‌باشد چون همانطور که گفته شد داده‌ها از یک رابطه توانی استخراج شده‌اند.

**منحنی‌های IDF استخراج شده با روش متداول و مقایسه نتایج آن با نتایج تئوری فرکتال:** برای استخراج منحنی‌های IDF به روش متداول، بعد از برآزش توزیع گامبل به داده‌های حداکثر سالانه در تداوم  $d$ ، به ازای دوره بازگشت‌های مختلف چندک‌های شدت بارش در همان تداوم  $d$  با توزیع احتمالاتی برآزش داده شده بدست آمد. این روند برای تمامی تداوم‌های بارش تکرار گردید. در شکل ۶ چندک‌های بارش در تداوم‌های مختلف برای دوره بازگشت‌های ۵، ۱۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ سال نشان داده شده‌اند. برای مقایسه نتایج روش‌های فرکتال و متداول در استخراج منحنی‌های IDF، در شکل ۶ همچنین منحنی‌های IDF استخراج شده به روش فرکتال برای این دوره بازگشت‌ها ترسیم شده است. با توجه به این شکل می‌توان قبول کرد که منحنی‌های IDF به روش فرکتال که از رابطه توانی برخوردار هستند برآزشی از چندک‌های شدت بارش استخراج شده به روش متداول می‌باشد.

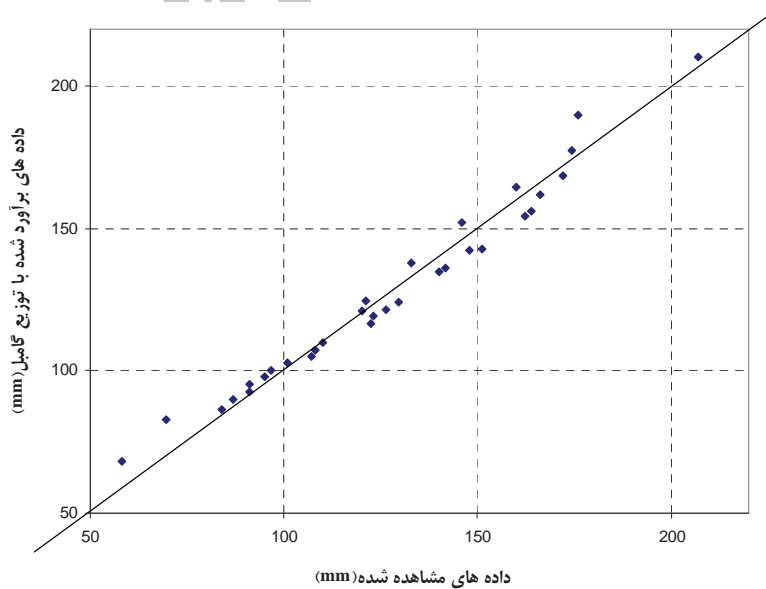
برای مقایسه کمی نتایج بدست آمده از دو روش، از آماره تفاوت نسبی (RD) که از رابطه زیر قابل محاسبه است، استفاده شده است (۴):



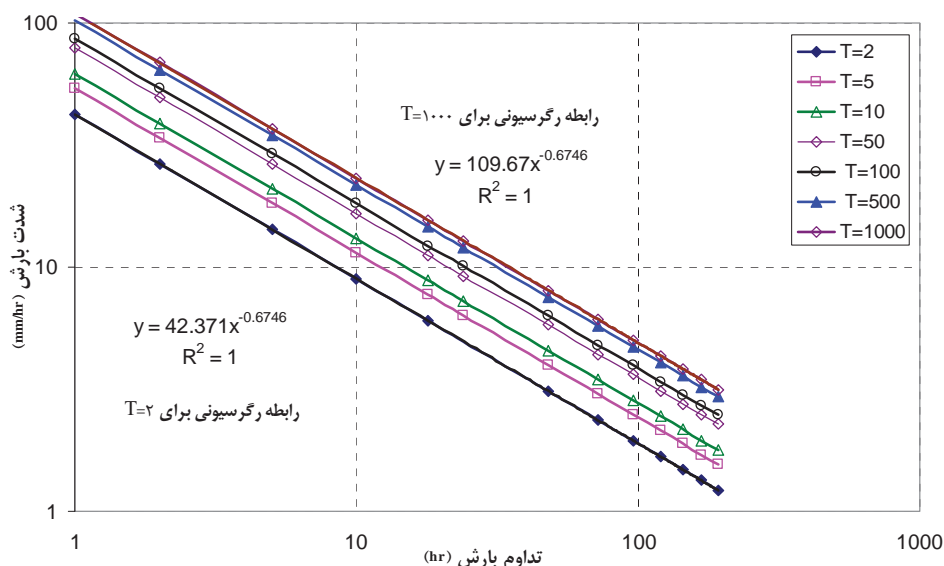
شکل ۲- گشتاور آماری  $(E(I_d^q))$  مرتبه  $q$  داده‌های بارش در تداوم‌های مختلف برای ایستگاه باران‌سنجی تنگه‌پنج



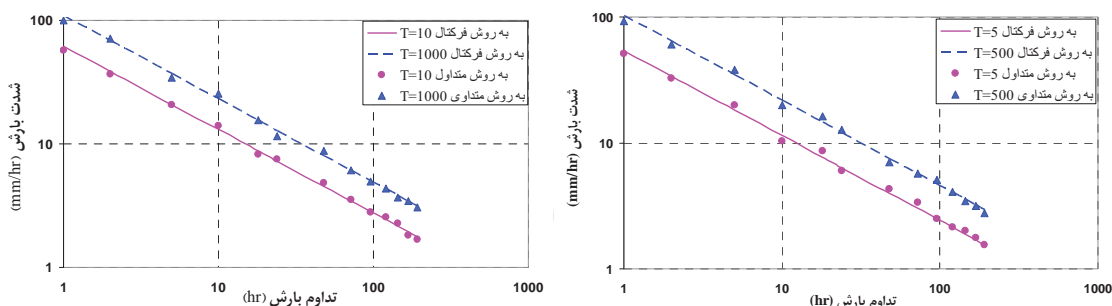
شکل ۳- منحنی تغییرات تابع مقیاس  $k(q)$  در برابر  $q$  برای داده‌های بارش در ایستگاه باران‌سنجی تنگه‌پنج



شکل ۴- مقایسه داده‌های حداکثر سالانه بارش روزانه مشاهداتی و برآورد شده با توزیع گامبل برای ایستگاه باران‌سنجی تنگه‌پنج



شکل ۵- منحنی‌های IDF استخراج شده به روش فرکتال برای ایستگاه باران‌سنجی تنگه‌پنج



شکل ۶- منحنی‌های IDF برای دوره بازگشت ۵، ۱۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ ساله به روش فرکتال و روش متداول برای ایستگاه باران‌سنجی تنگه‌پنج

میسر نمی‌باشد. ولی در چنین مناطقی می‌توان از داده‌های روزانه بارش، که به راحتی قابل دسترسی است، استفاده کرد و به کمک تئوری فرکتال، منحنی‌های IDF را ساخت. دقت این روش بطور موردی برای ایستگاه باران‌سنجی تنگه‌پنج بکار گرفته شد که نتایج نشان داد که هر چند در روش فرکتال تنها از داده‌های بارش روزانه استفاده شده اما نتایج آن بسیار نزدیک به روش متداولی می‌باشد که از داده‌های بارش در تداوم‌های مختلف استفاده کرده است.

در روش بکار گرفته شده تنها به کمک این سه پارامتر تمامی منحنی‌های IDF ساخته می‌شود. در حالی که در روش‌های متداول محاسبه منحنی‌های IDF، تعداد پارامترهای مورد نیاز به مراتب زیاد است. از آنجا که کاهش تعداد پارامترها باعث افزایش اعتمادپذیری می‌شود، روش بکار گرفته شده یعنی روش فرکتال دارای اعتمادپذیری زیادتری می‌باشد. در مناطقی که داده‌های بارندگی برای دوام‌های مختلف ثبت نشده است، امکان محاسبه منحنی‌های IDF با روش‌های متداول

## منابع

- 1- Baghirathan V.R., and Shaw E.M. 1978. Rainfall depth- duration-frequency studies for Sri Lanka. Journal of Hydrology, 37: 223-239.
- 2- Bara M. 2008. Analysis of short-term rainfall intensities the simple scaling approaches. Proceedings of the 20<sup>th</sup> Conference of young hydrologists, SHML, Bratislava, CD, 10 p.
- 3- Bara M. 2009. Scaling properties of extreme rainfall in Slovakia. Proceedings of the 11<sup>th</sup> international science conference of PhD Students, Juniorstav 2009, VUT Brno, CD, 6 p.

- 4- Bara M., Gall L., Kohnova S., Szolgay J., and Hlavcova K. 2010. On the use of the simple scaling of heavy rainfall in a regional estimation of IDF curves in Slovakia. *J. Hydrol. Hydromech.*, 58(1):49-63.
- 5- Bell F.C. 1969. Generalized rainfall duration frequency relationships. *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 95(1): 311-327.
- 6- Bernard M.M. 1932. Formulas for rainfall intensities of long durations. *Transactions, ASCE*, 96: 592-624.
- 7- Burlando P., and Rosso R. 1996. Scaling and multiscaling models of depth - duration - frequency curves for storm precipitation. *Journal of Hydrology*, 187: 45-65.
- 8- Deidda R. 2000. Rainfall downscaling in Space - time multifractal framework. *Water Resource Research*, 36: 1779-1794.
- 9- Chen C.L. 1983. Rainfall intensity - duration - frequency formulas. *ASCE Journal of Hydraulic Engineering*, 109: 1603-1621.
- 10- Cheng K.S., Hueter I., Hsu E.C., and Yeh H.C. 2001. A Scaling Gauss-Markov for Design Storm Hyetographs. *Journal of the American Water Resources Association*, 37(3): 723-736.
- 11- Chow V.T. 1964. *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York.
- 12- Gert A., Wall D.J., White E.L., and Dunn C.N. 1987. Regional rainfall intensity - duration - frequency curves for Pennsylvania. *Water Resources Bulletin*, 23:479-486.
- 13- Gupta V.K., and Waymire E. 1990. Multifractal properties of spatial rainfall and river flow distributions. *Journal of Geophysical Research*, 95 (D3): 1999-2009.
- 14- Koutsoyiannis D., and Manetas A. 1998. A mathematical framework for studying rainfall intensity - duration - frequency relationships. *Journal of Hydrology*, 206: 118-135.
- 15- Menable M., Seed A., and Pegram G. 1999. A simple scaling model for extreme rainfall. *Water Resources Research*, 35: 335-339.
- 16- Molnar P., and Burlando P. 2005. Preservation of rainfall properties in stochastic disaggregation by a simple random cascade model. *Atmospheric Research*, 77:137-151.
- 17- Nhat L.M., Tachikawa Y., Sayama T., and Takara K. 2007. Regional rainfall intensity - duration - frequency relationships for ungauged catchments based on scaling properties. *Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University*, 50, B: 33-43.
- 18- Vaskova I. 2001. A scale invariance Gauss-Markov for design storm hyetographs. *Journal of the American Water Resources Association*, 37(3): 742-757.
- 19- Yu P.S., Yang T.C., and Lin C.S. 2004. Regional rainfall intensity formulas based on scaling property of rainfall. *Journal of Hydrology*, 295, 1-4: 108-123.

Archive of SID



## Extracting the Intensity - Duration – Frequency Curves with Daily Precipitation Data Using Fractal Theory

M.H. Noori Gheidari<sup>1</sup>

Received: 28-5-2011

Accepted: 30-1-2012

### Abstract

The intensity – duration – frequency (IDF) curves play most important role in the hydraulic design of structures. The traditional method to construct IDF curves has a long estimation process and also has high number of parameters which this property reduces the reliability of IDF curves. In the traditional method, rainfall in different durations should be available until the extraction of IDF curves are possible. Whereas in many regions only 24-hour precipitation statistics are available which with this data the extraction of IDF curves using common methods are not possible. In this paper, fractal theory has been used to remove these problems and IDF curves are made with maximum annual daily rainfall data. The applied method in comparison with conventional method is less computational steps and its number of parameters is much lower that this property increases the reliability of IDF curves. Fractal and traditional methods were used to extract the IDF curves at Tangheie Panj rainfall station and the results shown that a fractal method with daily precipitation data clearly able to extract the IDF curves.

**Keywords:** IDF Curves, Storm Design, Fractal, Scale Invariance

---

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Zanjan Branch, Islamic Azad University, Zanjan, Iran  
Email: noori\_mohammad2002@yahoo.com