



افزایش کارایی فرایند خوشبندی K- میانگین توسط روش‌های سلسله مراتبی

بیژن قهرمان^{1*} - کامران داوری²

تاریخ دریافت: 1392/1/20

تاریخ پذیرش: 1392/11/28

چکیده

به علت کمبود آمار و اطلاعات همیشه امکان استفاده از تحلیل فراوانی مکانی جهت تخمین چندک‌های سیالاب وجود ندارد. از آن‌جاکه استفاده از یک روش واحد برای ناحیه‌ای کردن معمولاً نتایج قابل قبولی را به دست نمی‌دهد، لذا معمولاً چندین روش منطقه‌ای به طور توازن مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه سه الگوریتم خوشبندی هیبرید که هر یک به طور جداگانه فرایند خوشبندی کردن را برای تعیین نواحی مشابه به کار می‌برند، مورد بررسی قرار گرفت. از الگوریتم‌های خوشبندی سلسله مراتبی متراکمی از روش‌های پیوند کامل و وارد، و از الگوریتم خوشبندی تفکیکی، از الگوریتم K- میانگین استفاده شد. تأثیر تحلیل خوشبندی هیبرید در ناحیه‌ای کردن با استفاده از آمار روزآمد شده 68 حوضه‌ی آبریز استان‌های خراسان مورد بررسی قرار گرفت. از چهار شاخص آزمون خوشبندی شامل ضریب کوفتیک، متوسط عرض سیلهوت، نمایه‌های دان و دیویس-بولدن جهت تعیین تعداد بهینه‌ی خوشبندی کوپوند تکی و کامل برپایه‌ی نمایه‌های اعتبارسنجی ضریب کوفتیک و متوسط عرض سیلهوت بهتر بودند ولی منجر به تشکیل خوشبندی نامتجانس (یک خوشبندی بزرگ و تعدادی خوشبندی بسیار کوچک) گردید که در تحلیل فراوانی سیالاب مناسب نمی‌باشد. گرچه تحلیل خوشبندی منجر به نواحی همگن مؤثر بود ولی درجه‌ی موثر بودن به تعداد خوشبندی‌ها بستگی داشت. میارهای ناهمگنی هاسکینگ منفی بود که بیانگر همبستگی سیالاب در ایستگاه‌ها بود. نهایتاً هیبرید الگوریتم وارد و K- میانگین برای استفاده در ناحیه‌ای کردن پیشنهاد گردید. چهار ناحیه همگن تشخیص داده شد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل فراوانی منطقه‌ای سیالاب، خراسان، خوشبندی، گشتاورهای خطی، ناحیه‌بندی، هیبرید

سیالاب و خفاضت از نواحی مسکونی و سایر موارد مشابه دارد. از دیرباز پژوهشگران در صدد یافتن متغیرهایی بوده‌اند که بر روی سیالاب تاثیر دارند. نگرش‌هایی در راستای تشخیص و تفسیر الگوهای نهفته در داده‌ها منطقاً منجر به خوشبندی می‌شود. خوشبندی مقوله‌ای از علم آمار کاربردی چند متغیره به شمار می‌آید (4).

تا به امروز یک روش واحد برای خوشبندی حوضه‌های آبریز بین هیدرولوژیست‌ها وجود ندارد. چنین چارچوبی برای طبقه‌بندی باید ویژگی‌های عمومی حوضه را همراه با شرایط هیدرولوژی مورث در پاسخ حوضه و با نگاهی به عدم قطعیت‌های زمانی و مکانی در برداشتند. و اگر و همکاران (29) نگرش‌های موجود برای تعریف شباهت هیدرولوژیکی و طبقه‌بندی حوضه‌های آبریز را مرور کردن؛ مولفه‌ها یا ویژگی‌های بارزی که باید در الگوی طبقه‌بندی در نظر گرفته شود را بحث کرده‌اند؛ و چارچوبی پایه‌ای را برای طبقه‌بندی حوضه‌ها به عنوان نقطه‌ی آغازین برای تحلیل‌های بعدی تهیه کرده‌اند. نامبرده‌گان پرسش‌هایی همچون (الف) چگونه می‌توان به بهترین گونه ویژگی‌های فیزیکی حوضه و شرایط هیدرولوژی را ارایه نمود؟

مقدمه

مشکلات فراوانی در اندازه‌گیری سیالاب وجود دارد. در نتیجه، طول دوره‌ی آماری مقادیر سیالاب حداقل لحظه‌ای در بسیاری از ایستگاه‌های آب‌سنجدی کوتاه است. پذیرفته شده است که برآش تابع احتمال توزیع مناسب بر داده‌ای با طول دوره‌ی آماری کوتاه رضایت‌بخش نیست، نتایج اریب بوده و مقادیر سیالاب تخمین زده شده از خطای استاندارد بالایی بخودار خواهد بود. یکی از راههای برون‌رفت از این دشواری، استفاده از مفهوم سیالاب منطقه‌ای است که در آن ایستگاه‌هایی که رفتاری یکسان دارند در ناحیه‌ای همگن، به نام خوش، قرار می‌گیرند. تحلیل سیالاب منطقه‌ای کاربردی گسترده در تخمین مقادیر سیالاب در طراحی و عملکرد سامانه‌های منابع آب، طراحی و مدیریت کاربری اراضی، مسایل مربوط به بیمه‌ی

1 و 2- استاد و دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد
(Email: bijangh@um.ac.ir)
* - نویسنده مسئول:

برای این کار نگرش قضاوت شخصی هنوز هم در هیدرولوژی متداول است (مثالاً 24)، نگرش‌های ساختارمندی نیز وجود دارد (مثالاً دین- پژوه و همکاران 17) با استفاده از تحلیل عاملی و لین و همکاران 22) با استفاده از تحلیل مولفه‌های اصلی).

تشکیل خوش‌های فرآیندی است که با کمک آن مجموعه‌ای از ایستگاه‌ها به خوش‌های یا گروه‌هایی تقسیم می‌شوند به گونه‌ای که ایستگاه‌های درون هر خوش‌های تا حد ممکن مشابه بوده درحالی که ایستگاه‌ها در خوش‌های متفاوت تا حد ممکن متمایز باشند. الگوریتم‌های خوش‌سازی در حالت کلی به دو دسته‌ی خوش‌سازی سلسه‌مراتبی و خوش‌سازی تفکیکی تقسیم می‌شوند. در خوش‌سازی سلسه‌مراتبی برای تشکیل خوش‌های بزرگ‌تر، خوش‌های کوچک‌تر به طور پیوسته با هم ترکیب می‌شوند (تجمعی) یا این که خوش‌های بزرگ‌تر به خوش‌های کوچک‌تر شکسته می‌شوند (نقسیمی). در نقطه‌ی مقابل، در خوش‌سازی تفکیکی گروه‌بندی طبیعی موجود در داده‌ها به طور پیوسته بهبود بخشیده می‌شود. مثال‌هایی از این دسته از الگوریتم‌ها شامل فرایند K-میانگین (ف-کم) 23)، الگوریتم‌های K-میانه و K-نمای است. مثالی از کاربرد الگوریتم خوش‌سازی سلسه‌مراتبی تجمعی برای ناحیه‌بندی خوش‌های آبریز در کانادا توسط برن و همکاران 13) و فکم و شکل‌های دیگر آن برای تفم‌س در هیدرولوژی توسط ویلشابر 31)، برن 9)، بہاسکار و ا-کانل 8) و برن و گوئل 12) ارایه شده است.

در حالی که روش‌های خوش‌سازی سلسه‌مراتبی تحت تاثیر شرایط اولیه و کمینه‌های محلی قرار نمی‌گیرند، روش‌های خوش‌سازی تفکیکی تحت تاثیر حدس‌های اولیه (تعداد خوش‌های، مراکز خوش‌ها) قرار می‌گیرد. روش‌های خوش‌سازی تفکیکی با این مفهوم پویا هستند که ایستگاه‌ها می‌توانند از خوش‌های به خوش‌های دیگر منتقل شوند تا تابع هدف را کمینه کنند. در مقابل، ایستگاه‌های منسوب شده به یک خوش‌های در مراحل اولیه در روش‌های خوش‌سازی سلسه‌مراتبی نمی‌توانند تغییر مکان دهند. بنابراین هر دو روش خوش‌سازی با کمودهایی مواجه هستند.

هدف این مقاله، تلفیق دو روش خوش‌سازی است. به این صورت که خوش‌سازی تفکیکی به دلیل ویژگی پویایی به عنوان هسته‌ی اصلی در نظر گرفته می‌شود. سپس از روش‌های مختلف سلسه‌مراتبی به عنوان تشکیل خوش‌های اولیه استفاده و از آن‌ها برای خوش‌سازی تفکیکی استفاده خواهد شد. با این شیوه انتظار می‌رود که همگرا شدن خوش‌سازی نهایی، به حالت مقاوم میل کند.

مواد و روش‌ها

الگوریتم هیبرید: هر یک از N ایستگاه آب‌سنگی در منطقه

(ب) این ارایه چگونه در مقیاس‌های مکانی و زمانی تغییر می‌کند؟ (پ) چه ویژگی‌هایی از پاسخ حوضه در چه مقیاس مکانی و زمانی مناسب‌تر است؟ (ت) ساختار درونی و غیرهمگنی در چه مقیاسی مهم است و باید در نظر گرفته شود؟ را مطرح ساختند.

در منابع روش‌های متعددی برای تشخیص نواحی همگن وجود دارد. استفاده از سامانه‌ی خبرهی فازی با کمک الگوریتم ژنتیک برای تهیه‌ی معیاری از شیاهت بین حوضه‌ها 27)، تشخیص هیدرولوژیکی نواحی همگن براساس شکل تابع توزیع تجمعی تجربی و شیاهت‌های ویژگی‌های فیزیوگرافیک و اقلیمی 6)، استفاده از مفهوم ناحیه‌ی تاثیر که در برگیرنده‌ی ایستگاه‌های دارای آمار هیدرولوژیکی بوده و با ناحیه‌ی مدنظر تشابه معقولی دارد 10) از آن جمله است. این ناحیه عموماً یا در فضای جغرافیایی یا این که در فضای متغیرهایی که برای تحقیق جریان رودخانه‌ای استفاده می‌شود (متغیرهای پیشگو) قابل تعریف است. این نگرش‌ها مکمل هم بوده و ترکیبی از این دو بر هر کدام از آن‌ها به تهایی برتری دارد. بنابراین انگ و همکاران 19) روش رگرسیون ناحیه‌ی تاثیر هیبرید را معرفی کرده که دو نگرش را با هم ترکیب می‌کند. برای مشخص کردن نواحی همگن، اتیم و هارمانکلوگلو 7) ناحیه را به زیرناحیه‌هایی تقسیم و ساختار آن را مجدداً تعریف کردند. این کار در دو مرحله انجام می‌شود: (الف) حذف برخی ایستگاه‌ها از ناحیه و استفاده از تخصیصی کاملاً متفاوت از ایستگاه‌ها به زیرناحیه‌های همگن مشخص شده که اضافه شده‌اند، و (ب) اضافه کردن یک ویژگی از خوش‌به نواحی منطقه‌ای. روش‌های بیان شده یا بسیار به قضاوت شخصی متنکی است (روش آخر) یا این که بسیار پیچیده‌اند. نگرش سنتی به مسئله به طور متداول هنوز هم با تحلیل خوش‌های انجام می‌شود.

هر خوش‌هایی که از یک یا چند ایستگاه تشکیل شده و هر ایستگاه در برگیرنده‌ی چندین «منتیر» است. در هیدرولوژی، متنیرها که از آن‌ها برای تحلیل فراوانی منطقه‌ای سیلاب (تفم‌س) استفاده می‌شود شامل: (الف) ویژگی‌های فیزیوگرافیکی حوضه‌های آبریز از قبیل مساحت، شب متوسط حوضه، شب متوسط آبراهه‌ی اصلی، طول آبراهه‌ی اصلی، تراکم آبراهه‌ای، نمایه‌ی ذخیره در حوضه، نمایه‌ی گونه‌ی خاک از قبیل پتانسیل نفوذپذیری، ویژگی‌های روان-آب یا متوسط کمبود موثر رطوبت خاک، جزئی از حوضه که توسط دریاچه، مخزن آب یا باتلاق پوشیده شده است؛ (ب) متنیرهای موقعیت جغرافیایی از قبیل طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع مرکز نقل حوضه؛ (پ) معیاری از زمان پاسخ حوضه از قبیل زمان تاخیر یا زمان تا اوج؛ (ت) عوامل هواشناسی از قبیل جهت رگبار، میانگین باران سالانه، شدت بارندگی؛ و (ث) آمارهای سیلاب در محل ایستگاه می‌باشد. انتخاب مجموعه‌ای مناسب برای تفم‌س، کلید اصلی به- شمار می‌آید زیرا امکان دارد نواحی همگن را کاملاً تغییر دهد. گرچه

ترکیبات بین هر دو خوش، دو خوشای که فاصله‌ی آن‌ها کمتر از سایر فاصله‌ها باشد در هم ادغام می‌شوند. در الگوریتم پیوند تکی، فاصله‌ی بین خوشی ترکیب شده و یکی از خوشه‌های منفرد دیگر به صورت کوچک‌ترین فاصله بین هر کدام از اعضای خوشی ترکیب شده و آن خوشی منفرد در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر در الگوریتم پیوند کامل، فاصله‌ی بین خوشی ترکیب شده و هر خوشه‌های منفرد دیگر به صورت بیشترین فاصله بین هر کدام از اعضای خوشی ترکیب شده و خوشی منفرد در نظر گرفته می‌شود. در هر گام هر دو خوشه‌ای که حداقل فاصله را با هم داشته باشند در هم ادغام می‌شوند. در نتیجه، در هر گام زمانی از تعداد خوشه‌ها یکی کم می‌شود. پایان الگوریتم زمانی است که تعداد خوشه‌ها برابر با تعداد خوشه‌های از پیش فرض شده برسد.

الگوریتم وارد (W): فرایند وارد (30) نیز با خوشه‌های تک عضوی آغاز می‌کند. برای شروع، هر مرکز خوشی منطبق بر یک ایستگاه است. بنابراین مقدار تابع هدف (رابطه‌ی 2) نیز صفر خواهد بود. در هر گام، تمامی ترکیب‌های دوتایی در نظر گرفته شده و آن ترکیبی انتخاب می‌شود که منجر به کمترین افزایش در تابع هدف (مجموع مربعات انحراف ایستگاه‌ها از مراکز خوشه‌های مربوطه‌شان) شود. این دو خوش در هم ادغام می‌شوند. الگوریتم وارد منجر به خوشه‌هایی تقریباً کروی و با تعداد اعضای تقریباً برابر می‌شود. هاسکینگ و والیس (3) این ویژگی را برای تشکیل نواحی همگن در فرایند تحلیل ناحیه‌ای مناسب می‌داند.

$$OF_W = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{N_k} (y_{ij}^k - y_{\cdot j}^k)^2 \quad (2)$$

اعتبارسنجی خوشه‌ها: از نمایه‌های اعتبارسنجی به طور گسترده به منظور تشخیص تعداد بهینه‌ی خوشه‌ها (K) در مجموعه‌ای از داده‌ها استفاده می‌شود (20). در این پژوهش کارابی روش هیرید برای الگوریتم‌های خوشسازی برای تفمس، از چهار نمایه‌ی ارزیابی خوشه‌ها یعنی ضریب همبستگی کوئنتیک (28)، متعدد عرض سیلهوت (25)، نمایه‌ی دان (18) و نمایه‌ی دیویس - بولدین (16) استفاده گردید.

ضریب همبستگی کوئنتیک (ض_هک) معیار اعتبارسنجی برای الگوریتم‌های خوشسازی سلسله مراتبی است. مراحل انجام این الگوریتم در ساختار درخت - مانندی به نام دندوگرام نمایان می‌شود. ض_هک برای کمی کردن نمایش دندوگرام در فضای دو بعدی به کار رفته و مقدار آن بین صفر و یک تغییر می‌کند. هرچه مقدار آن به یک نزدیک‌تر باشد، بیانگر این است که خوشسازی موفقیت‌آمیزتر است. برای محاسبه‌ی ض_هک از نرم‌افزار MATLAB استفاده شد. عرض سیلهوت (25) برای هر ایستگاه معیاری مقایسه‌ای است و نشان می‌دهد که آیا بهتر است که این ایستگاه در خوشه‌ای که در آن قرار

دارای m متغیر مشخصه است، به طوری که $\frac{z_j}{x_j}$ مقدار متغیر ز - ام از ایستگاه - ام می‌باشد. از آن جا که محدوده‌ی تغییرات این متغیرها عموماً با هم بسیار متفاوت است، غالباً آن‌ها را مقیاس (مثلاً نرمال یا استاندارد بین صفر و 1 یا $-1 \leq z_j \leq +1$) می‌کنند. متغیر مقیاس شده‌ی متناظر با متغیر اصلی x_j ، z_j نامیده می‌شود. فرض می‌کنیم که در مرحله‌ی مشخصی از فرایند خوشسازی سلسله مراتبی تجمعی، K خوشش تشكیل شده باشد. این K خوش برای مرحله‌ی آغازین خوشسازی در فکم استفاده می‌شود. فکم روش تکراری است به طوری که ایستگاه‌ها از خوشه‌ای به خوشه‌ی دیگر منتقل می‌شوند تا تابع هدف (رابطه‌ی 1) را کمینه کند:

$$OF = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{N_k} d^2(y_{ij}^{(k)} - y_{\cdot j}^{(k)}) \quad (1)$$

که در آن K تعداد خوشه‌ها، N_k تعداد ایستگاه‌ها در خوشه‌ی k، $y_{ij}^{(k)}$ مقدار استاندارد شده‌ی متغیر ز در ایستگاه i مربوط به خوشه‌ی k، $d(x)$ معياری مناسب از فاصله در فضای m - بعدی (مثلاً فاصله‌ی اقلیدوسی) و $y_{\cdot j}^{(k)}$ مقدار میانگین متغیر ز برای خوشه‌ی k می‌باشد. با کمینه کردن OF در رابطه‌ی 1، فاصله‌ی هر ایستگاه تا مرکز خوشه‌ای که به آن تعلق دارد کمینه می‌شود.

مقادیر بهینه‌ای که توسط تابع هدف OF به دست می‌آید به موقعیت مراکز اولیه‌ی خوشه‌ها در فکم بستگی دارد. هیچ روش یکتایی برای تعریف شرایط اولیه‌ی مراکز خوشه‌ها که منجر به کمینه‌ی سراسری شود وجود ندارد. بنابراین چندین روش برای ایجاد شرایط اولیه استفاده می‌شود. ویلشاير (31) شرایط اولیه برای خوشه‌سازی را با تقسیم داده‌ها به طور تصادفی در نظر گرفت. بهاسکار و اـ کانر (8) ایستگاه‌ای را برای شرایط اولیه‌ی خوشسازی در نظر گرفتند که فاصله‌ی آن‌ها با هم از یک حداقل بیشتر باشند. بن (9) ایستگاه از N ایستگاه را به عنوان مراکز خوشه‌ها به گونه‌ای در نظر گرفت که هر خوشه دست کم یک عضو داشته باشد. در پژوهش حاضر نتایج به دست آمده از سه الگوریتم پیوند تکی، پیوند کامل و وارد (از الگوریتم‌های خوشسازی سلسله مراتبی) برای شرایط اولیه‌ی خوشه‌سازی در فکم در نظر گرفته شد.

هر ایستگاه در بین K خوش به خوشه‌ای مناسب می‌شود که فاصله‌ی آن تا مرکز آن خوشه از فاصله‌اش تا سایر مراکز خوشه‌ها کمتر باشد. پس از به پایان رسیدن فرایند انتساب تمامی ایستگاه‌ها، مراکز تمامی خوشه‌ها روزآمد شده و مقدار تابع هدف OF مجدداً محاسبه می‌شود. در گام بعد مجدداً انتساب تمامی ایستگاه‌ها روزآمد شود. این فرایند تا جایی شود که مقدار تابع هدف در دو گام متوالی تغییر نکند.

الگوریتم‌های پیوند تکی و پیوند کامل: این الگوریتم‌ها با N خوشه که هر کدام یک عضو دارند آغاز می‌شود. پس از بین تمامی

که در آن V انحراف استاندارد وزن دار شده‌ی L-CV‌ها بر مبنای داده‌های مقیاس شده، μ_m میانگین داده‌های شبیه‌سازی شده به حجم N_{sim} (غالباً 500) و σ_v انحراف استاندارد مقادیر شبیه‌سازی شده‌ی آن‌ها می‌باشد. جزئیات کار به‌خوبی در صفحات 76-80 از هاسکینگ و والیس (3) توضیح داده شده است. نواحی «کاملاً همگن»، «نسبتاً همگن» و «کاملاً غیرهمگن» به ترتیب با $H < 1$ و $H > 2$ مشخص می‌شود.

ایستگاه‌ها و بیزگی‌های آن‌ها: از 68 ایستگاه آب‌سنجدی متناظر با 68 حوضه‌ی آبریز استان‌های خراسان شمالی، رضوی و جنوبي در شرق و شمال شرق ایران (شکل 1) استفاده شد. این سه استان مساحتی در حدود 313000 km^2 را دربر داشته و اقلیم آن خشک و نیمه خشک است. بیشترین ارتفاع برابر با 3300 m در قله‌ی بینالود و کمترین ارتفاع آن 250 m در دشت سرخس واقع شده است. تنوع اقلیمی و تعییرپذیری مکانی و زمانی بارندگی در منطقه ناشی از وجود بیابان‌ها و قلل مرتفع بوده و بارندگی به طور کلی از شمال-غرب به جنوب-شرق کاهش می‌یابد. داده‌ها از شرکت‌های سهامی آب منطقه‌ای سه استان خراسان تهیه شدند. برای خوشبندی برای هر حوضه‌ی آبریز متغیرهایی همچون ارتفاع و طول و عرض جغرافیایی مرکز شغل، مساحت، ضریب شکل، شیب و طول آبراهه‌ی اصلی تهیه شد. شامکوئیان و همکاران (1) تفمسم را برای سه استان خراسان شمالی، رضوی و جنوبي انجام دادند. پس از آن قهرمان و داوری (2) تفمسم را با روزآمد کردن آمار سیلاب خراسان رضوی تکرار کردند. در اینجا آمار سیلاب دو استان خراسان شمالی و جنوبي نیز روزآمد گردید.

نتایج و بحث

تحلیل خوشه‌ای: به ازاء هر تعدادی از خوشه‌ها (2 تا 10)، شرایط اولیه برای فکم به کمک روش تحلیل خوشه‌ای تجمعی سلسله مراتبی به دست آمد. به طور کلی با افزایش تعداد خوشه‌ها مقدار تابع هدف (رابطه‌ی 1) کاهش یافت. بیشینه‌ی مقدار زمانی است که تمامی ایستگاه‌ها در خوشه‌ای واحد قرار گرفته و کمینه‌ی آن (صفرا) زمانی است که K برابر با تعداد ایستگاه‌ها باشد. شکل 2 مقدار تابع هدف (رابطه‌ی 1) را برای ترکیب‌های مختلفی از هیبرید کردن فکم با روش‌های سلسله مراتبی پیوند تکی (SL)، پیوند کامل (CL) و وارد (W) نشان می‌دهد. هیچ‌کدام از روش‌های سلسله مراتبی به تنهایی به کمینه‌ی تابع هدف منجر نشدند. با این حال روش W نسبت به دو روش دیگر نفاوتی محسوس داشت (3/1). درصد کمتر از پیوند تکی و $4/8$ درصد کمتر از پیوند کامل-دریگیرنده‌ی K بین 3 تا 10). برتری روش وارد (W) در توزیع ایستگاه‌ها در خوشه‌ها نیز به چشم می‌خورد.

دارد باقی بماند یا این که به خوشی دیگری منتقل شود. عرض سیلهوت برای ایستگاه i -ام در خوشه‌ی k -ام برابر است با:

$$SW_i = \frac{O_i - I_i}{\max\{I_i, O_i\}} \quad (3)$$

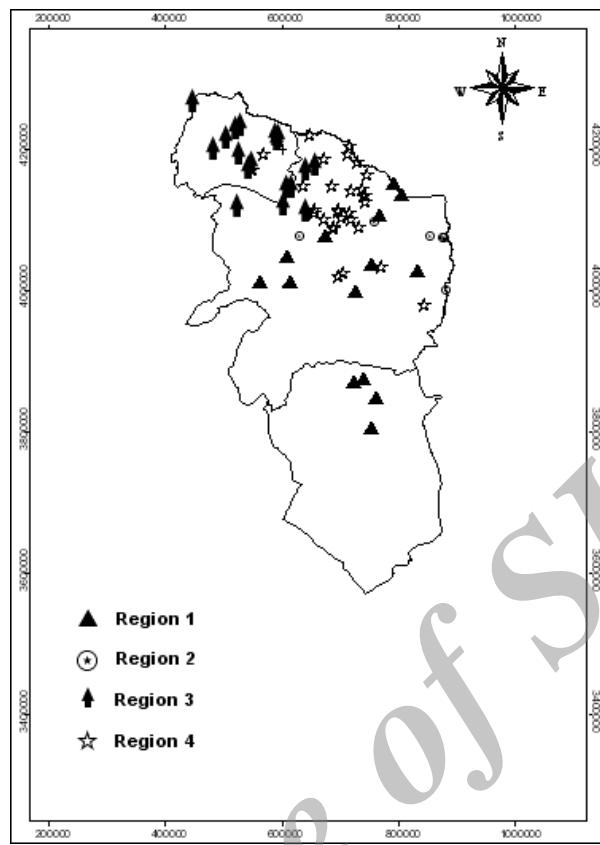
که در آن I_i متوسط فاصله‌ی ایستگاه i -ام تا تمامی ایستگاه‌های خوشی k -ام و O_i حداقل فاصله بین ایستگاه i -ام تا سایر خوشه‌ها (فاصله‌ی یک ایستگاه تا خوشه‌ای که به آن تعلق ندارد متوسط فاصله‌ی آن ایستگاه تا تمامی ایستگاه‌های آن خوش است) می‌باشد. از این رو مقدار (i) بین $+1$ و -1 خواهد بود. هرچه مقدار i به $+1$ نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده‌ی درستی تعلق ایستگاه i -ام به خوشه‌ای که در آن قرار دارد است. در مقابل، نزدیک‌تر بودن به -1 نشان از انتساب نادرست این ایستگاه به خوش است. بر این اساس، متوسط عرض سیلهوت (معس) میانگین تمامی عرض‌های سیلهوت خواهد بود. بنابراین خوشه‌سازی بهینه است که از بیشینه‌ی متوسط عرض سیلهوت برخوردار باشد. نمایه‌ی دیویس - بولدین (16) با رابطه‌ی 4 داده شده (K تعداد خوشه‌ها، S میانگین فاصله‌ی اقلیدویسی بین مرکز نقل خوشه‌ی مدنظر تا تمامی ایستگاه‌های آن و $I_{j,i}$ فاصله‌ی اقلیدویسی بین مرکز خوشه‌های j و k) و در حقیقت پراکنش درون-خوشه‌ای را با پراکنش بین-خوشه‌ای مقایسه می‌کند. هرچه مقدار این نمایه کوچک‌تر باشد (صورت کسر کوچک و مخرج آن بزرگ) بیانگر مجموعه خوشه‌های مترافقی است که به خوبی از هم مجزا شده باشد. نمایه‌ی دان (18) با رابطه‌ی 5 داده می‌شود $[D(C_i, C_j)]_k$ فاصله‌ی بین دو خوشه‌ی C_i و C_j (حداکثر فاصله بین ایستگاهی در خوشه‌ی C_i تا ایستگاهی در خوشه‌ی C_j) و $D(C_k)$ فاصله‌ی درون-خوشه‌ای برای خوشه‌ی C_k (حداکثر فاصله بین دو ایستگاه در خوشه‌ی C_k). تعداد بهینه‌ی خوشه‌ها متناظر با بیشینه‌ی نمایه‌ی دان می‌باشد.

$$DB = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \max_{j,j \neq k} \left\{ \frac{S_k + S_j}{d_{jk}} \right\} \quad (4)$$

$$D_n = \min_{i=1, \dots, K} \left\{ \min_{j=1, \dots, K, j \neq i} \left\{ \frac{D(C_i, C_j)}{\max_{k=1, \dots, K} D(C_k)} \right\} \right\} \quad (5)$$

آزمون همگنی ناحیه‌ای: هاسکینگ و والیس (3) و روش‌هایی را بر پایه‌ی ویزگی‌های گشتاورهای خطی برای آزمون‌های همگنی و ناهمگنی مجموعه‌ای از نواحی محتمل که از تحلیل خوشه‌ای منتج شده است ارایه داده‌اند. در این پژوهش از این روش‌ها استفاده شد. عمده‌ترین معیار ناهمگنی بر پایه‌ی گشتاورهای خطی، ضریب تغییرات (L-CV) بنانهاده شده است:

$$H = \frac{(V - \mu_v)}{\sigma_v} \quad (6)$$



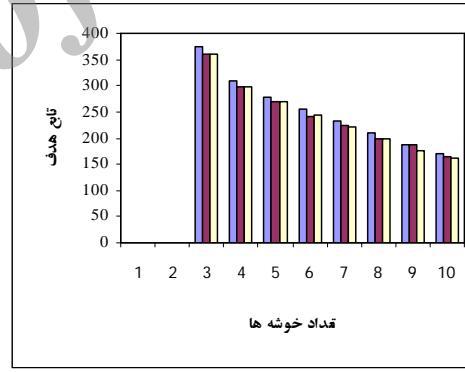
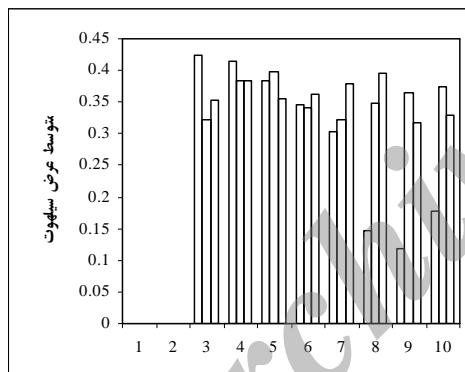
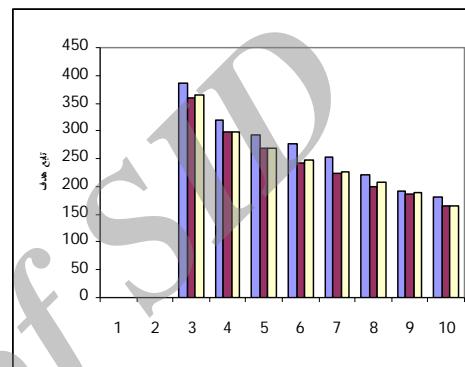
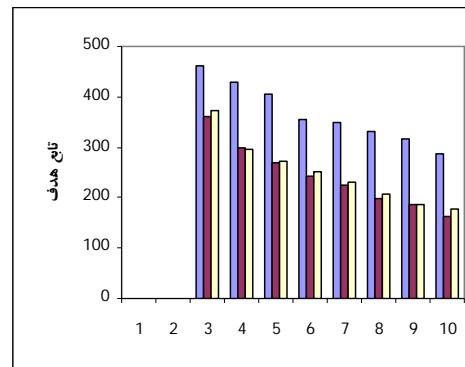
شکل ۱- ایستگاه‌های آب‌سنجدی در سه استان خراسان شمالی (در بالا)، خراسان رضوی (در وسط) و خراسان جنوبی (در پایین) و ناحیه‌بندی آن‌ها به ۴ ناحیه

گرچه هیبرید کردن با روش W کارایی فکم را بهبود بخشید ولی این بهبود به تعداد خوشبدها بستگی دارد: هیبرید کردن برای خوشبدهای ۵ و ۶ منجر به افزایش تابع هدف شد گرچه افزایش چشم‌گیر نبود (درصد برای $K=3$ و $K=6$ برای $1/2$). بنابراین به نظر می‌رسد که هیبرید کردن همواره منجر به کاهش تابع هدف نشود و احتمالاً باید آن را تنها پتانسیلی برای بهبود کارایی دانست. اعتبارسنجی خوشبدها. برای تعیین تعداد بهینه‌ی خوشبدها از نمایه‌های اعتبارسنجی استفاده شد. ضریب همیستگی کوفتتیک (ضه ک) برای روش پیوند تکی (0/803) (به طور مشخص بیشتر از دو روش پیوند کامل (0/655) و وارد (0/674) بود. با توجه به تعریف ضه ک، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که در مقایسه با روش‌های پیوند کامل و وارد، روابط چند بُعدی موجود در داده‌ها به‌گونه‌ای بهتر در ساختار درختی (دندوگرام) که روش پیوند تکی ارایه می‌دهد نمایان شده است. این نتیجه در راستای نتیجه‌ی پیش مبنی بر عملکرد ضعیف روش پیوند تکی در مقدار تابع هدف نمی‌باشد.

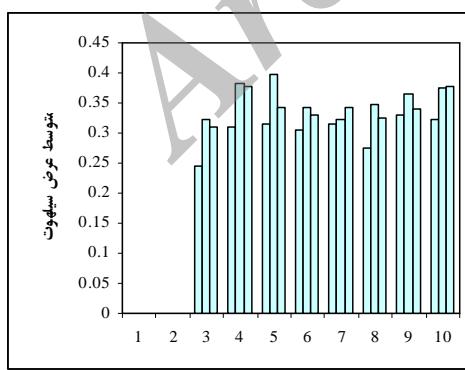
به طور کلی خوشبدهای که با پیوند تکی (و تا حدی پیوند کامل) به دست آمدند نامتجانس بود. یک خوشبدهی بزرگ و تعدادی خوشبدهی کوچک که نشان می‌دهد برای ناحیه‌بندی تناسب ندارد. در حالی که ایستگاه‌ها در روش W به خوبی توزیع شده بودند.

بتر بودن روش وارد از دیگر روش‌های سلسله مراتبی در هیبرید کردن با فکم نیز به چشم می‌خورد؛ گرچه تفاوت چشم‌گیر نبود (3/2 درصد کمتر از پیوند تکی و $1/8$ درصد کمتر از پیوند کامل). کارایی هر کدام از سه روش هیبریدی در کمینه کردن تابع هدف (رابطه‌ی 1) بهتر از عملکرد آن‌ها به تنها ی است (32 درصد بهبود برای پیوند تکی، 7/2 درصد بهبود برای پیوند کامل و 4/3 درصد برای وارد). هیبرید کردن نه تنها منجر به افزایش کارایی روش‌های سلسله مراتبی شد بلکه کارایی فکم را نیز بهبود بخشید. با این حال تنها هیبرید کردن با روش W کارایی فکم را بهبود بخشید (6/0 درصد) در حالی که انتخاب تصادفی برای مراکز خوشبدها در فکم از هیبرید کردن آن با دو روش دیگر سلسله مراتبی (پیوند تکی و کامل) بهتر بود (2/6 درصد برای پیوند تکی و $1/2$ درصد برای پیوند کامل).

تمامی ایستگاهها به خوشه‌های مناسب منتسب شده‌اند. معس برای روش خوشه‌بندی پیوند تکی برای تعداد خوشه‌های 2 تا 6، برای پیوند کامل برای تعداد خوشه‌های بین 9 تا 10 و برای روش وارد برای تعداد خوشه‌های بین 7 تا 8 بیشینه بود. ولی همان‌طور که پیش از این نیز بیان شد دو روش پیوند تکی و پیوند کامل به دلیل ایجاد خوشه‌های نامتجانس مناسب نیستند. تقریباً برای کلیهی حالات (بجز $K=2$) روش‌های هیبریدی افزایش معس نسبت به روش سلسه مراتبی وجود داشت که نشان‌دهندهی بهبود در کارایی به دلیل هیبرید است. در بین روش‌های هیبریدی، ترکیب $SL+KM$ پیش‌ترین معس را داشت (برای $K \leq 8$) که به دلیل ایجاد خوشه‌های نامتجانس برای $W+KM$ تحلیل تفمس مناسب نمی‌باشد. مابین نتایج، هیبرید برای $K=4$ $K=4$ بالاترین معس را دارا بود. بر اساس جدول 1 با افزایش K کارایی هر دو نمایهی D و DB افزایش می‌یابد. این امر به ویژه تا $K=6$ نمایان‌تر است. با افزایش K به بیش‌تر از 6، هر دو نمایه نوسان می‌کنند. بنابراین در محدودی $K \leq 6$ به نظر می‌رسد که $K=4$ برای هیبرید $W+KM$ بهتر باشد: D بیشینه و DB کمینه می‌شود. نمایه دان و نمایه دیوید-بولدین نیز نشان می‌دهند که هیبرید وارد و روش K-میانگین بهتراند (جدول 1).



شکل 2- مقدار تابع هدف به عنوان تابعی از تعداد خوشه‌ها برای روش‌های خوشه‌بندی پیوند تکی (بالا)، پیوند کامل (وسط) و وارد (پایین). ستون‌ها در هر مقدار از تعداد خوشه به ترتیب از چپ به راست مرتب شده‌اند. این دو روش مشخص شده‌ای از سلسه مراتبی، K-میانگین و هیبرید دو روش.

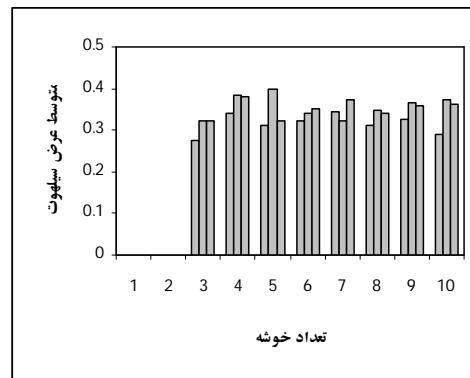


گرچه شاخصی برای مقایسه‌ی این دو نتیجه‌ی متفاوت وجود ندارد، ولی ما به این نکته اشاره می‌کنیم که روش پیوند تکی منجر به توزیع نامناسب (چوله) ایستگاهها شده و بنابراین منطقاً برای تفمس فاقد شایستگی به شمار می‌آید. تعییرات متوسط عرض سیلهوت (معس) که دامنه‌ی مجاز آن بین -1 و $+1$ است برای ترکیب‌های متفاوتی از روش‌های خوشه‌بندی محاسبه گردید (شکل 3). تمامی متوسط عرض‌های سیلهوت مثبت هستند که بدان مفهوم است که

دال بر این باشد که آمار سیلاپ ایستگاهها با هم همبسته باشند (3). کاسترلارین و همکاران (14) به چندین آزمون همگنی اشاره کردند که در آن‌ها همبستگی سیلاپ در ایستگاه‌های ناحیه تاچیز نمی‌باشد ولی به طور مشخص راه‌کاری برای درنظر گرفتن این همبستگی را ارایه نکرده‌اند. نامبردگان موثر بودن روش شناخته شده‌ی آزمون همگنی را در شرایطی که ایستگاه‌ها با هم همبستگی داخلی داشته باشند را در یکسری آزمایشات مونت کارلو تحلیل کرده‌اند. آن‌ها فرمول تصحیحی زیر را برای آزمون همگنی بپایه‌ی H_1 به منظور لحاظ کردن تقریبی همبستگی داخلی ارایه دادند:

$$H_{1,\text{adj}} = H_1 + C \times p^2(R - 1) \quad (7)$$

که در آن $H_{1,\text{adj}}$ مقدار تصحیح شده‌ی معیار ناهمگنی، H_1 مقدار به‌دست آمده از آزمون همگنی، C ضریب تصحیح تجربی که ثابت فرض می‌شود، p^2 میانگین ضرایب تعیین سیلاپ در ناحیه و R تعداد ایستگاه‌های ناحیه است. مقادیر p^2 برای 4 ناحیه به ترتیب $0/11$ ، $0/122$ ، $0/08$ و $0/14$ مقدار $C=0.122$ است. با اتخاذ $H_{1,\text{adj}}$ می‌توان محاسبه و در جدول 2 آورده شد. مقادیر تصحیح شده بیانگر این است که تمامی خوش‌های (نواحی) تقریباً همگن هستند.



شکل 3- اعتبارسنجی خوشبندی با استفاده از متوسط عرض سیلهوت برای روش‌های خوشبندی پیوند تکی (بالا)، پیوند کامل (وسط) و وارد (پایین). ستون‌ها در هر مقدار از تعداد خوش به ترتیب از چپ به راست مربوط است به روش مشخص شده‌ای از سلسله مراتبی، K- میانگین و هیبرید این دو روش.

معیارهای ناهمگنی هاسکینگ و والیس (21) (رابطه‌ی 6) برای آزمون این که خوش‌های منتج از هیبرید وارد و ف کم برای $K=4$ از نظر آماری همگن هستند به کار برد شد. نتایج آزمون همگنی در جدول 2 ارایه شده است. تمامی مقادیر منفی هستند که ممکن است

جدول 1- نمایه‌ی دان و نمایه‌ی دیویس- بولدین (اعداد در پرانتز) برای اعتبارسنجی خوشبندی در سه روش متفاوت هیبرید

هیبرید K- میانگین				
وارد	پیوند کامل	پیوند تکی	تعداد خوش	
(1/6000) 0/6000	(1/6420) 0/5000	(1/6700) 0/4000	2	
(1/5000) 0/7498	(1/5392) 0/5564	(1/5348) 0/4817	3	
(1/1140) 1/4000	(1/3830) 0/8800	(1/3380) 0/6667	4	
(1/3568) 0/8591	(1/3165) 0/8502	(1/3732) 0/5872	5	
(1/3530) 0/9083	(1/3370) 0/6319	(1/3223) 0/5872	6	
(1/2096) 1/0900	(1/6054) 0/6319	(1/2292) 1/1591	7	
(1/1868) 0/7799	(3/1018) 1/0534	(1/1556) 2/0228	8	
(1/1751) 0/9021	(3/1092) 0/9362	(2/2051) 0/3619	9	
(1/1156) 1/0800	(2/9741) 0/5206	(1/2681) 0/5603	10	

جدول 2- معیار ناهمگنی برای خوشبندی توکی هیبرید وارد و K- میانگین برای $K=4$

آماره‌ی H1	شماره‌ی ایستگاه-سال	تعداد ایستگاه‌ها		شماره‌ی ناحیه
		ایستگاهها	ناحیه	
(-0/78) -0/96	293	14	1	
(-0/96) -0/09	142	5	2	
(-0/61) -0/89	381	19	3	
(-0/80) -0/98	725	30	4	

اعداد داخل پرانتز مربوط به تصحیح ناشی از همبسته بودن آمار سیلاپ است

به خوشبندی هیبرید به عنوان گزینه‌ای «پتانسیل» برای شرایط اولیه در ف کم نگریست و همواره منجر به بهترین نتیجه در بین تمامی گزینه‌ها برای شرایط اولیه در آن نمی‌شود. چهار معیار اعتبارسنجی خوشبندی یعنی ضریب همستانگی کوفتیک، متوسط عرض سیلهوت، نمایه‌ی دان و نمایه‌ی دیویس - بولدین برای تعیین موثر بودنشان در تشخیص تفکیک بهینه ناشی از استفاده از الگوریتم‌های خوشبندی آزمون شد. ضریب ک ناکارامد بود در حالی که کارایی معس تقریباً خوب بود. نشان داده شد که نمایه‌ی دان و نمایه‌ی دیویس - بولدین را تشخیص تفکیک بهینه کارا بوده و خوشبندی تقریباً همگنی را تشکیل دادند. با استفاده از این نمایه‌های اعتبارسنجی، 4 خوشبندی هیبرید وارد و خوشبندی ف کم به عنوان خوشبندی بهینه در نظر گرفته شد. از معیارهای ناهمگنی هاسکینگ و والیس (21) برای آزمون این که آیا این خوشبندی از نظر آماری همگن هستند استفاده شد. نتایج نشان داد که تمامی نواحی تقریباً همگن هستند. در نهایت این خوشبندی را می‌توان برای تفمیس به کار برد.

وقتی بخواهیم مقادیر سیلاپ طراحی را برای افق‌های زمانی آینده محاسبه کنیم وجود نایستایی معنی دار در سری زمانی هیدرولوژیکی، و البته تغییر اقلیم، را نمی‌توان نادیده گرفت. پژوهش‌های متعددی در منابع به چنین مفاهیمی در هیدرولوژی پرداخته‌اند (5، 11، 14 و 26). با این حال هیچ‌کدام از پژوهش‌های منتشر شده به مقوله‌ی ناحیه‌بندی نپرداخته‌اند. بنابراین یک خلاصه در منابع علمی وجود دارد که نیاز به بررسی دقیق دارد.

موقعیت ایستگاه‌های قابل قبول و نواحی چهارگانه در شکل 1 ارایه شده است. این شکل نشان می‌دهد که امکان تداخل جغرافیایی بین ایستگاه‌های نواحی مختلف وجود دارد. با این حال این رفتار در هیدرولوژی متدال است. رائو و سری نیواس (24) چنین گسترشی را برای تفمیس در ایندیانا واقع در آمریکا نشان دادند. نتیجه‌ی مشابهی توسط لین و همکاران (22) برای ناحیه‌بندی ایستگاه‌های باران سنج ثبات در بررسی الگوی توزیع زمانی باران در قسمت میانی تایلند گزارش شده است.

نتیجه‌گیری

الگوریتم‌های خوشبندی هیبریدی که ترکیبی از روش‌های خوشبندی سلسه مراتبی تجمعی و نیز تفکیکی هستند، مورد استفاده قرار گرفت و برای ناحیه‌بندی حوضه‌های آبریز به منظور تحلیل فراوانی سیلاپ به کار رفت. الگوریتم‌های خوشبندی سلسه مراتبی به کار رفته برای هیبرید کردن، الگوریتم‌های پیوند تکی، پیوند کامل و وارد بوده در حالی که الگوریتم خوشبندی تفکیکی، K- میانگین در نظر گرفته شد. از سه مدل هیبرید ارایه شده، ترکیب روش وارد و ف کم به طور منطقی تخمین‌های اولیه خوبی را برای گروه‌بندی حوضه‌های آبریز ارایه داد. در فرایند خوشبندی هیبرید این توقع وجود دارد که مدل خوشبندی سلسه مراتبی مقادیر اولیه‌ی معنی دارتری برای ف کم بدهد به طوری که نتیجه‌ی آن معنی دارتر و بهتر باشد. با این حال نمی‌توان تضمین کرد که خوشبندی هیبرید منجر به نتیجه‌ی بهتری از ف کم شود. به بیان دیگر به نظر می‌رسد که باید

منابع

- 1- شامکوئیان ح، قهرمان ب، داوری ک. و سردم م. 1388. تحلیل فراوانی سیلاپ منطقه‌ای با استفاده از تئوری گشتاورهای خطی و سیلاپ نمایه در حوضه‌های آبریز استان‌های خراسان. مجله آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، 1(1)، 43-31.
 - 2- قهرمان ب. و داوری ک. 1388. استفاده از گشتاورهای خطی در تحلیل منطقه‌ای سیلاپ در خراسان رضوی. شرکت سهامی آب منطقه‌ای خراسان رضوی. 88 صفحه.
 - 3- هاسکینگ جی.آرام. و والیس جی.آر. 1392. تحلیل فراوانی ناحیه‌ای (نگرشی بر پایه گشتاورهای خطی). (متجم: بیژن قهرمان) انتشارات طبیعت، مشهد. 276 صفحه.
 - 4- نیرومند ح.ع. 1378. تحلیل آماری چندمتغیره کاربردی. دانشگاه فردوسی مشهد.
- 5- Abdul Aziz O.I. and Burn D.H. 2006. Trends and variability in the hydrological regime of the Mackenzie River Basin, Journal of Hydrology, 319: 282-294.
 - 6- Abida H. and Ellouze M. 2006. Hydrological delineation of homogeneous regions in Tunisia, Water Resources Management, 20: 961-977.
 - 7- Atiem I. and Harmancoglu N.B. 2006. Assessment of regional floods using L-moments approach: the case of the River Nile, Water Resources Management, 20: 723-747.
 - 8- Bhaskar N.R. and O'Connor C.A. 1989. Comparison of method of residuals and cluster analysis for flood regionalization, Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 115(6): 793-808.
 - 9- Burn D.H. 1989. Cluster analysis as applied to regional flood frequency, Journal of Water Resources Planning and Management, 115(5): 567-582.
 - 10- Burn D.H. 1990. Evaluation of regional flood frequency analysis with a region of influence approach, Warer

- Resources Research, 26(10): 2257-2265.
- 11- Burn D.H. and Elnur A.H. 2002. Detection of hydrologic trends and variability, *Journal of Hydrology*, 255: 107-122.
 - 12- Burn D.H. and Goel N.K. 2000. The formation of groups for regional flood frequency analysis, *Hydrological Sciences Journal*, 45(1): 97-112.
 - 13- Burn D.H., Zinji Z. and Kowalchuk M. 1997. Regionalization of catchments for regional flood frequency analysis, *Journal of Hydrologic Engineering, ASCE*, 2(2): 76-82.
 - 14- Casterlarin A., Burn D.H., and Brath A. 2008. Homogeniety testing: how homogeneous do heterogeneous cross-correlated regions seem?, *Journal of Hydrology*, 360: 67-76.
 - 15- Cunderlik J.M. and Burn D.H. 2003. Non-stationary pooled flood frequency analysis, *Journal of Hydrology*, 276: 210-223.
 - 16- Davies, D.L. and D.W. Bouldin. 1979. A cluster separation measure. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1: 224-227.
 - 17- Dinpashoh, Y., A., Fakheri-Fard, M., Moghaddam, S.Jahanbakhsh and M. Mirnia. 2004. Selection of variables for the purpose of regionalization of Iran's precipitation climate using multivariate methods, *Journal of Hydrology*, 297: 109-123.
 - 18- Dunn J.C. 1973. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters, *Journal of Cybernetics*, 3: 32-57.
 - 19- Eng K., Milly P.C.D. and Tasker G.D. 2007. Flood regionalization: a hybrid geographic and predictor-variable region-of-influence regression method, *Journal of Hydrologic Engineering, ASCE*, 12(6): 585-591.
 - 20- Halkidi M., Batistakis Y. and Vazirgiannis M. 2001. On clustering validation techniques, *Journal of Intelligent Information systems*, 17 (2/3): 107-145.
 - 21- Hosking J.R.M. and Wallis J.R. 1993. Some statistics useful in regional frequency analysis, *Water Resources Research*, 29 (2): 271-281 (Correction: Water Resources Research 31(1): 251, 1995).
 - 22- Lin G.F., Chen L.H., and Kao S.C. 2005. Development of regional design hyetographs, *Hydrological Processes*, 19: 937-946.
 - 23- MacQueen J. 1967. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In: Le Cam, L.M., Neyman, J. (Eds.), *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Vol. 1. University of California Press, Berkeley, CA, pp. 281-297.
 - 24- Rao A.R. and Srinivas V.V. 2006. Regionalization of watersheds by hybrid-cluster analysis, *Journal of Hydrology*, 318: 37-56.
 - 25- Rousseeuw P.J. 1987. Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 20: 53-65.
 - 26- Sharif M. and Burn D.H. 2006. Simulating climate change scenarios using an improved K-nearest neighbor model, *Journal of Hydrology*, 325: 179-196.
 - 27- Shu C. and Burn D.H. 2004. Homogenous pooling delineation for flood frequency analysis using a fuzzy expert system with genetic enhancement, *Journal of Hydrology*, 291: 132.-149.
 - 28- Sokal R.R. and Rohlf F.J. 1962. The comparison of dendograms by objective methods, *Taxonomy*, 11: 33-40.
 - 29- Wagner T., Sivapalan M., Troch P., and Woods R. 2007. Catchment classification and hydrologic similarity, *Geography Compass*, 1(4): 901-931, doi: 10.1111/j.1749-8198.2007.00039.x.
 - 30- Ward Jr., J.H. 1963. Hierarchical grouping to optimize an objective function, *Journal of American Statistical Association*, 58: 236-244.
 - 31- Wilshire S.E. 1986. Regional flood frequency analysis. II. Multivariate classification of drainage basins in Britain, *Hydrological Sciences Journal*, 31(3): 335-346.



Adopting Hierarchical Cluster Analysis to Improve The Performance of K-mean Algorithm

B. Ghahraman^{1*} - K. Davary²

Received:09-04-2013

Accepted:17-02-2014

Abstract

Due to inadequate flood data it is not always possible to fit a frequency analysis to at-site stations. Reliable results are not always guaranteed by a single clustering algorithm, so a combination of methods may be used. In this research, we considered three clustering algorithms: single linkage, complete linkage and Ward (as hierarchical clustering methods), and K-mean (as partitional clustering analysis). Hybrid cluster analysis was tested for up-to-dated of floods data in 68 hydrometric stations in East and NE of Iran. Four cluster validity indices were used to find the optimum number of clusters. Based on the Cophenetic coefficient and average Silhouette width, single linkage, and complete linkage methods were performed well, yet they produced non-consistent clusters (one large and numerous small clusters) which are not amenable for flood frequency analysis. It was shown that hybridization was efficient to form homogeneous regions, however, the usefulness was dependent to the number of classes. Heterogeneity measure of Hosking was negative, due to inter-correlation of floods in the clusters. The hybrid of Ward and K-mean was shown to be the best combination for the region under study. Four homogeneous regions were delineated.

Keywords: Cluster analysis, Hyrid, Khorasan, Linear moments, Regional flood frequency analysis, Regionalyzation

1, 2- Professor and Associate Professor of Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad
(*- Corresponding Author Email: bijangh@um.ac.ir)