University of Tabriz-Iran
Quarterly Journal of
Philosophical Investigations
ISSN (print): 2251-7960 (online): 2423-4419
Vol. 12/ No. 23/ summer 2018

پژوهش‌های فلسفی
فصلنامه علمی-پژوهشی
سال ۱۲/ شماره ۲۳/ تابستان ۱۳۹۷

نقد و ارزیابی افلاطون‌گرایی جدید ریاضیاتی*

حسین بیات**
دانش‌آموختهٔ دکتری فلسفهٔ علم، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران

چکیده

طبق تلقی براون از افلاطون‌گرایی، که در اینجا به آن «افلاطون‌گرایی جدید» می‌گوییم، ماهیت ریاضیات در قالب هفت مدعا قابل صورت‌بندی است: واقع‌گرایی، تجرّد، جزئیت، شهودمندی، پیشینی‌بودن، خطاپذیری، و توسعه‌پذیری. در این مقاله تلاش شده است تا این دیدگاه، بر اساس دو معیاری که خود براون لحاظ کرده است، یعنی مقبولیت اجتماعی و مقبولیت روش‌شناختی، نقد و ارزیابی شود. میزان مقبولیت اجتماعی یک نظریه را می‌توان از روی فراوانی اشخاص موافق با آن سنجید. اما مقبولیت روش‌شناختی یک نظریه به توانایی آن در حل بهینهٔ مسائل مربوطه بستگی دارد. به‌زعم براون، افلاطون‌گرایی جدید از هر دو لحاظ بهترین نظریهٔ فلسفی دربارهٔ ماهیت ریاضیات است. در این مقاله ضمن تقریر دقیق‌تر این دیدگاه، آشکار می‌شود که به لحاظ مقبولیت نهادی می‌توان با براون هم‌رأی بود. اما مقبولیت روش‌شناختی آن همچنان مناقشه‌آمیز است، زیرا دست‌کم دو مسئلهٔ دسترسی و مسئلهٔ یقین که گریبانگیر افلاطون‌گرایی اولیه بود در افلاطون‌گرایی جدید نیز همچنان حل نشده باقی مانده‌اند. تأکید این مقاله بخصوص بر مشکلات دیدگاه براون در مواجهه با مسئلهٔ دوم است.

واژگان کلیدی: افلاطون‌گرایی جدید، مقبولیت اجتماعی، مقبولیت روش‌شناختی، دسترسی، یقین.

* تاریخ وصول: ۹۵/۱۲/۶ تأیید نهایی: ۹۶/۲/۲۶

** E-mail: hbayat53@gmail.com

اندیشیدن در و دربارۀ ریاضیات، افزون بر نتایج و پیامدهای ریاضیاتی و علمی و فناورانه، متضمن طرح پرسش‌ها و مسائل فلسفی فراوانی است. پاسخ به این پرسش‌ها و حل این مسائل نیز به نوبۀ خود مستلزم موضع‌گیری‌های معینی دربارۀ ماهیت ریاضیات است. هر کدام از این مواضع را می‌توان یک «نظریۀ فلسفی دربارۀ ریاضیات» نامید. معمولاً نظریه‌ای که نهادینه شده و یک سنت فکری معینی را به بار آورده باشد، اصطلاحاً یک «مکتب فلسفی» می‌نامند. افلاطون‌گرایی [1] به عنوان قدیمی‌ترین نظریه و مکتب فلسفی دربارۀ ریاضیات و نیز به عنوان طبیعی‌ترین گرایش فلسفی ریاضیدانان، در طول تاریخ فلسفه، طرفداران فراوانی داشته و دارد. افلاطون‌گرایان می‌کوشند از یک سو پرسش‌ها و مسائل فلسفی دربارۀ ریاضیات را در چارچوب افلاطون‌گرایی پاسخ دهند و از سوی دیگر به نقدهای ناظر به این چارچوب پاسخ دهند. این پاسخ‌ها گاهی متضمن جرح و تعدیل‌هایی در خود چارچوب افلاطون‌گرایی است. تاکنون جرح و تعدیل‌های فراوانی در افلاطون‌گرایی ریاضیاتی، به دست افراد مختلفی شکل گرفته است. گودل (۱۹۴۴)، مدی (Maddy) (۱۹۹۰)، لینسکی (Linsky) و زالتا (Zalta) (۱۹۹۵)، بالاگوئر (Balaguer) (۱۹۹۸)، و تایت (Tait) (۲۰۰۵) از جمله افرادی هستند که قرائتهای مختلفی از افلاطون‌گرایی را پیشنهاد کرده‌اند[1]. جیمز رابرت براون، فیلسوف آمریکایی معاصر، نیز یکی از همین افراد است. او تلقی خودش از ماهیت ریاضیات را «افلاطون‌گرایی جدید ریاضیاتی » (Brown, 2008:184) می‌نامد.

براون معتقد است که ریاضیدانان، چه در شاخه‌های محض و چه کاربردی، یک گرایش طبیعی به افلاطون‌گرایی دارند (Ibid,53). اما، در عین حال، اگر ناچار شوند تا جزئیات آن را توضیح دهند سردرگم می‌شوند؛ چرا که تبیین و توجیه افلاطون‌گرایی، برخلاف ظاهر ساده‌اش، کار آسانی نیست (Ibid,10). بخصوص، با توجه به استلزامات پیچیده‌ای که دارد منجر به مسائل دشواری، شده است. به باور براون مسئلۀ دسترسی و یقین از مهمترین مسائل پیش روی افلاطونگرایان است[2] (Ibid,15). او تلاش می‌کند، از یک سو، نسخه‌ای سازگار و جامع از افلاطون‌گرایی ارائه دهد و از سوی دیگر، با توسل به نسخۀ پیشنهادی خود، استدلال کند که مسائل فلسفی مربوط به ریاضیات، بخصوص دو مسئلۀ مذکور، در افلاطون‌گرایی جدید قابل‌حل است.

من در اینجا ابتدا تلقی براون از افلاطون‌گرایی جدید را به گونه‌ای تقریر خواهم کرد که مدعیات اصلی آن از صراحت، وضوح و تمایز کافی برخوردار باشند. تأکید من بر این سه ویژگی از آن جهت است که خود براون در صورت‌بندی دیدگاه خود، دقت کافی به خرج نداده است؛ به‌طوری که هنگام بررسی مؤلفه‌های اساسی افلاطون‌گرایی جدید، متوجه خواهیم شد که تقریر براون فاقد ویژگی‌های مذکور است. مثلاً او انواع واقع‌گرایی، و انواع خطا را از هم متمایز نکرده است، معنای جزئیت را به‌وضوح بیان نکرده است، و مدعای «توسعه‌پذیری» و «شهودمندی» را با عناوین معین صراحت نبخشیده است. پس از تقریر افلاطون‌گرایی جدید، در بخش دوم مقاله، به نقد و ارزیابی آن می‌پردازم و نشان می‌دهم که این نسخه از افلاطون‌گرایی، گرچه در جامعۀ ریاضیدانان محبوب است اما همچنان در حل مسائلی که به عقیده براون مهم هستند، با دشواری‌هایی روبرو است.

بخش اول) افلاطون‌گرایی جدید

به عقیده افلاطون می‌توان با فرض وجود هستومندهای انتزاعی، بسیاری از پدیده‌های زبانی و شناختی را تبیین کرد، از جمله سه دسته از پدیده‌های معناشناختی و معرفت‌شناختی، که عبارتند از: ۱- معناداری نامهای کلی و قضایای کلیّۀ ناظر به واقعیتِ فیزیکی و ریاضیاتی، ۲- معناداری نامهای کلی و قضایای کلّیۀ ناظر به ارزشِ اخلاقی و زیبایی‌شناختی، ۳- معرفت به حقایق کلیِ فیزیکی و ریاضیاتی و اخلاقی و زیبایی‌شناختی، و نیز

پدیده‌های مهم دیگری که مستلزم تبیین موارد سه‌گانۀ پیش‌گفته‌اند، از جمله: تشخیص شباهتها، و ماهیت یادگیری و یاددهی آموزه‌ها. او این هستومندهای انتزاعی را «ایده» یا «صورت» می‌نامد. به ازای هر نام کلی، یا هر وجه شباهتی، یک ایدۀ ازلی و ابدی و ثابت وجود دارد و هر مدعایی که در قالب جملات کلیه بیان شود اگر صادق باشد ناظر به یک واقعیتی است که در جهان ایده‌ها برقرار است. مثلاً نامهای «آهن»، «عدالت» و «پنج»، به ترتیب، به ایده‌های، آهن و عدالت و پنج، دلالت می‌کنند و قضیه‌های «آهن، هادی الکتریسیته است»، «عدالت، وضعیتی است که در آن اشخاص بر اساس حقوق و شایستگی از امکانات بهره‌مند هستند» و «پنج، عدد اول است»، بیانگر حقایقی کلی دربارۀ آهن و عدالت و پنج هستند و معرفت ما به این گزاره‌ها معرفت به این حقایق کلیِ موجود در جهان ایده‌ها است. معرفت راستین دربارۀ این امور تنها در سایۀ، و به موجبِ، معرفت به همین ایده‌ها امکان‌پذیر است. به باور افلاطون، ما انسانها ایده‌ها را در زندگی پیشین خود ملاقات کرده‌ایم اما به‌محض تولدمان آنها را از یاد برده‌ایم. یادگیری و معرفت ما درباره این حقایق کلی، به معنای یادآوری یک یا چند تا از این ایده‌ها و ویژگی‌ها یا روابطی است که در جهان ایده‌ها برقرار است.

افلاطون در تبیین دیدگاه خود درباره ماهیت ریاضیات، ایده‌های اعداد و اشکال هندسی را مثال می‌زند و حتی عملاً نشان می‌دهد که یک بردۀ جوان چگونه با پرسشهای هوشمندانۀ سقراط توانسته است یک مسئلۀ معروف، یعنی تضاعف مربع، را حل کند. بردۀ جوان، که قبلاً هیچ آموزشی ندیده بود، طبق تبیین سقراط و افلاطون، در واقع توانسته بود ایدۀ مربع را به‌خوبی به یاد آورد. ایده مربع همان واقعیت مجردی است که در همۀ مصادیق مربع سهیم است و ما اساساً شباهت مربعها را، با وجود تفاوتهایی که در کم و کیف مادی‌شان دارند، با توسل به همین حقیقت مجرد تشخیص می‌دهیم. بنابراین ما وقتی در ریاضیات از اعداد و اشکال سخن می‌گوییم و قضیه‌ای را اثبات می‌کنیم در واقع دربارۀ مدلول‌های واقعی و البته انتزاعی آنها سخن می‌گوییم و حکم می‌دهیم. این دیدگاه از نظر براون از بدو پیدایش ریاضیات همواره به عنوان یک گرایش طبیعی در ریاضیدانان مطرح بوده و همچنان نیز مطرح است.

براون این تلقی از ماهیت ریاضیات را «افلاطون‌گرایی اولیه» (Original Platonism) می‌نامد و مدعی می‌شود که آن از دو بخشِ معقول و نامعقول تشکیل شده است و افلاطون‌گرایی جدید حاصل کنار گذاشتن بخش نامعقول و افزودن چند مؤلفه مهم است (Brown,2008:184). بخش معقول این نظریه آن است که ما با پذیرش وجود برخی حقایق انتزاعی می‌توانیم پدیده‌های فراوانی را تبیین و قابل‌فهم کنیم. به‌عبارت‌دیگر، افلاطون‌گرایی اولیه از قدرت تبیینی بالایی برخوردار است. اما در عین حال، جنبۀ اسطوره‌ای آن، یعنی داستان ملاقات انسانها با ایده‌ها در زندگی پیشین و رابطه مرموز ایده‌ها با مصادیق، معقول به نظر نمی‌رسد. به‌عبارت‌دیگر، بسیاری از پیش‌فرض‌های هستی شناختی آن بسیار بزرگ و اجتناب‌پذیر هستند. دو پیش‌فرض مهم و در عین حال اجتناب‌ناپذیر این نظریه عبارتند از: وجود واقعیتهای انتزاعی، و وجود نوعی قوۀ شناخت که دسترسی مستقیم ما به این واقعیتها را میسّر می‌سازد. افزون بر این دو پیش‌فرض، افلاطون‌گرایی جدید استلزامات مهم دیگری نیز دارد که می‌توان مجموع آنها را در قالب هفت مدعای اساسی زیر تقریر کرد:

۱. *مدعای واقع‌گرایی*: اشیاء، خاصه‌ها و روابط ریاضیاتی کاملاً واقعی‌اند، یعنی اولاً موجودند و ثانیاً وجودشان مستقل از ذهن یا آگاهی ما است. بر این اساس، به لحاظ واقعی بودن، فرقی بین یک درخت و عدد ۷ نیست. به بیان دیگر، ما اعیان ریاضی، یعنی اشیاء ریاضی (از جمله اعداد، اشکال، مجموعه‌ها، و ساختارها) و خواص آنها و روابط بین آنها، را خلق نمی‌کنیم بلکه کشف می‌کنیم. براون گرچه از تعبیر واقع‌گرایی هستی

شناختی، معناشناختی و معرفت‌شناختی استفاده نمی‌کند اما در توضیح دیدگاهش تلویحاً افلاطون‌گرایی جدید را مستلزم واقع‌گرایی در هر سه ساحت می‌داند:

الف) واقع‌گرایی هستی‌شناختی: «اعیان ریاضی مستقل از ما موجودند» (Ibid,12). بر خلافِ صورتگرایان، که معتقدند ریاضیات چیزی جز علائم و رابطهٔ بین آنها نیست و بر خلاف شهودگرایان که معتقدند ساختمان‌های ریاضی موجودند اما مستقل از ذهن ما نیستند.

ب) واقع‌گرایی معناشناختی: معنا و صدق جمله‌ای مثل «۵<۷» را درست مثل معنا و صدق جملهٔ «ماری عاشق تام است» می‌توان و باید فهمید (Ibid,13). یعنی اولاً همچنان که برای معناداریِ «ماری» و «تام» و «عاشقی»، طبق نظریه ارجاعی معنا، باید ماری و تام و رابطهٔ عاشقی وجودی مستقل از ذهن و زبان داشته باشند و آن نام‌ها بر این هستومندها دلالت حقیقی (literal) و نه استعاری (metaphorical) داشته باشند، معناداریِ «۷» و «۵» و «<» نیز متضمن وجود مستقل از ذهن و زبان هستومندهای ۵ و ۷ و رابطهٔ بزرگتری است و آن نام‌ها بر این هستومندها دلالت حقیقی دارند. بر خلاف صورتگرایان که جز ویژگیها و روابط نحوشناختی، هیچ معنایی برای ترمهای ریاضی قائل نیستند، یا سایر ناواقع‌گرایان که با همه تفاوتهایشان در انکار دلالت حقیقی ترمهای ریاضی، مثل «۷» و «۵» و «<» هم‌رأی هستند. ثانیاً همچنان که ارزشِ صدقِ جملهٔ «ماری عاشق تام است» پیش از راستی آزمایی معین است و منتظر کشف است، ارزش صدق «۵<۷» نیز معین و منتظر کشف است. صدق جملهٔ «ماری عاشق تام است» مستلزم وجود رابطهٔ عاشقی بین ماری و تام است، یا به تعبیر دیگر، مستلزم مطابقت این جمله با واقعیت موجود بین ماری و تام است، صدق جملهٔ «۵<۷» نیز مستلزم وجود اجزاء آن و نیز مطابقت آن با واقعیت حاکم بین آن اجزاء است.

ج) واقع‌گرایی معرفت‌شناختی: به عقیده براون معرفت ریاضی ممکن است و مستقل از ساختار ذهن ما است. برخلافِ صورتگرایان که منکر معرفت گزاره‌ای در ریاضیات هستند یا شهودگرایان و پیروان کانت که معتقدند معرفت ریاضی بر ساختار ادراکی ما یا شهود محض ما از زمان استوار است. دربارهٔ امکان معرفت ریاضی، او تصریح می‌کند که «ما معرفت ریاضی داریم و لازم است که آن را تبیین کنیم. بهترین تبیین آن است که اعیان ریاضیاتی وجود دارد و ما می‌توانیم آنها را ببینیم.» (Ibid,16) استقلال معرفت ریاضی نیز به این معناست که صدق ریاضی مستقل از ذهن و زبان ما است و ما آن را کشف می‌کنیم. به عقیده براون «صدق گزاره‌های ریاضی نه بر ساختار ذهن ما استوار است و نه بر نحوه به‌کارگیری زبان». از دیگر سو، او معتقد است که «ما واقعیتهای ریاضی را کشف می‌کنیم، نه جعل» (Ibid,12).

۲. *مدعای انتزاع (یا تجرّد)*: اعیان ریاضی انتزاعی‌اند (Ibid,13)، یعنی اولاً زمانمند و مکانمند نیستند و ثانیاً فاقد قدرت علّی هستند. این تفاوت مهمی است که بین اعیان و حقایق ریاضیاتی و غیر ریاضیاتی برقرار است. ماری و تام، به هر حال، در یک زمان و مکان خاصی محقق شده‌اند بطوریکه می‌توان پرسید ماری و تام کی و کجا موجود بودند یا هستند؟ و ماری کی و کجا عاشق تام شد یا به تام عشق ورزید یا خواهد ورزید؟ اما درباره ۷ و ۵ نمی‌توان پرسید که ۵ و ۷ کی و کجا موجود بودند یا هستند یا خواهند بود؟ و رابطهٔ بزرگتری کی و کجا بینشان برقرار بود یا برقرار است یا برقرار خواهد بود؟

۳. *مدعای جزئیت انتزاعی*: اعیان ریاضی، در عین انتزاعی بودن، جزئی‌اند(Ibid,13). یعنی فردیت و تشخص دارند. جزئی به این معنای خاص، را نباید با جزئی به معنای عام خلط کرد. جزئی به معنای عام، عبارتست از یک فرد ملموس یا زمانمند و مکانمند. جزئی در هر دو معنا نقطه مقابل کلی است، تفاوت آنها در انتزاعی بودن یا انضمامی بودن است. جزئی به معنای عام، انضمامی است؛ اما جزئی به معنای خاص، انتزاعی است. مفاهیم ریاضی دو دسته‌اند: مفاهیم جزئی که ناظر به اعیان جزئی انتزاعی منحصر بفردند، و مفاهیم کلی که قابل صدق بر اعیان جزئی انتزاعی کثیرند. اولی مثل مفهوم ۲ و دومی مثل مفهوم عدد.

۴. *مدعای شهودمندی*: انسان یا به طور کلی فاعل شناسای حقایق ریاضی، واجد نوعی قوهٔ ادراکی یا منبع معرفتی به نام قوهٔ شهود است. قوهٔ شهود، که براون از آن تعبیر می‌کند به «چشم ذهن» (the mind's eye)، امکان معاینه و کشف خواص و روابط مربوط به اعیان ریاضیاتی را فراهم می‌سازد. اعیان ریاضی، از راه چشم ذهن قابل شهود هستند و از همین راه می‌توان حقایق ریاضی مبنایی را حدس زد یا حقایق ریاضی اثبات‌شده را به نوعی دید و شناخت. اثبات ریاضی در حکم ابزاری است که چشم ذهن ما با مسلّح شدن به آن می‌تواند حقایق دورتر یا ریزتری را ببیند (Brown,2008:14).

۵. *مدعای پیشینی بودن*: معرفت ریاضی پیشینی است، یعنی بر داده‌های حسی استوار نیست. براون بین دو نوع تجربه تمایز قائل می‌شود: تجربهٔ حسی و تجربهٔ غیرحسی. تجربهٔ حسی همان معنای مصطلح تجربه است، یعنی تجربه‌ای که بر درونداد‌های حواس پنجگانهٔ ناظر بر اعیان فیزیکی استوار است. اما تجربهٔ غیرحسی بر درونداد‌های چشم ذهن که ناظر بر اعیان انتزاعی هستند استوار است. تغییر ویژگیها و روابط اعیان فیزیکی یا تفاوت و خطای حواس پنجگانه نقشی در معرفت ریاضی ندارند و به این معنا معرفت ریاضی، متأثر از تجربه حسی نیست و بنابراین پیشینی است (Ibid,14).

۶. *مدعای خطاپذیری*: استدلالی که برای یک مدعای ریاضی ارائه می‌شود ممکن است خطا باشد، اما در عین حال این امکان خطا، خللی به نقش توجیهی آن وارد نمی‌کند. به دیگر سخن، معرفت ریاضی یقینی نیست. زیرا همچنان که قوای ادراک حسی در معرض توهمات و خطاها هستند چشم ذهن نیز ممکن‌الخطا است و بنابراین چه در حدس اصول موضوعه و مفاهیم، چه در به‌کارگیری آنها، و چه در دیدن مدعیات اثبات‌شده ممکن است چشم ذهن ما خطا کند و ما را به معرفتهای نادرست رهنمون سازد. این مدعا شاید مهمترین وجه تمایز افلاطون‌گرایی جدید از نسخهٔ اولیه آن است (Ibid,15)

براون سه نوع خطا، یا سه منبع خطا، را از هم متمایز می‌کند و معتقد است معرفت ریاضی به هر سه نوع خطا گرفتار است (Ibid,24):

الف) خطا در به‌کارگیری اصول و قواعد: یعنی خطاهای محاسباتی و منطقی ریاضیدانان در اثر غفلت یا کم‌دقتی. مثل اشتباهی که وایلز در اثبات آخرین قضیه فرما مرتکب شد و حدود یک سال کسی متوجه آن نشد. این نوع خطاها در اثباتهای مطول و رایانشی بیشتر به چشم می‌خورد.

ب) خطا در حدس اصول و مبانی: خطا در حدسهای مبنایی کاذبی که مدتها کسی متوجه کذب آنها نشده باشد. مثال بارز این نوع خطا، ایرادی است که در اصل تصریح نظریهٔ مجموعه‌ها وجود داشت و راسل آن را با پارادوکس مشهورش آشکار کرد. بر خلاف صورتگرایان و قراردادگرایان که معتقدند اصول موضوعه قراردادهای مستقل از هم و سازگار با هم و تمام هستند، و برخلاف منطق‌گرایان و افلاطون‌گرایان اولیه که معتقدند آنها صدقهای بدیهی و مبنایی‌اند، از نظر براون اصول موضوعه

حدسهای موفقی هستند که فعلاً ابطال نشده‌اند (Ibid,175). بنابراین قضایایی هم که بر اساس آنها اثبات شده‌اند، لزوماً یقینی نیستند.

ج) خطا در تعریف یا به‌کارگیری مفاهیم: خطای ناشی از تعریف و به‌کارگیری مفاهیمی که هنوز به اندازهٔ کافی منقّح و دقیق نشده‌اند و امکان بروز تناقض یا پارادوکس به موجب آنها منتفی نیست. یا به طور کلی خطایی که ریشه در تغییر مفهومی دارد (Ibid,24). مثل مفهوم *همگرایی* پیش از نیمهٔ قرن نوزدهم، یا مفهوم *مجموعه* پیش از پارادوکس راسل، یا مفهوم *چندوجهی* پیش از مداقه‌های لاکاتوش.

بنابراین با توجه به انواع خطاهایی که برشمردیم، توجیهی که برای یک گزارهٔ ریاضیاتی ارائه می‌شود ممکن است ابطال یا تصحیح شود. در حقیقت، همچنان که قوای ادراک حسی در معرض توهمات و خطاها هستند چشمِ ذهن نیز ممکن‌الخطا است؛ و بنابراین چه در حدس اصول موضوعه و مفاهیم، چه در به‌کارگیری آنها، و چه در دیدن مدعیات اثبات‌شده ممکن است چشمِ ذهن ما خطا کند و ما را به باورهای کاذب رهنمون سازد. این مدعا شاید مهمترین وجه تمایز افلاطون‌گرایی جدید از نسخهٔ اولیهٔ آن است.

۷. *مدعای توسعه‌پذیری*: مجموعهٔ الگوها و فنون پژوهش ریاضی باز است. یعنی، بر خلاف تصور کلاسیک، تنها الگوی تحقیق ریاضیاتی، اثبات صوری کلاسیک نیست، بلکه تعداد بیشتری از الگوها و فنون می‌تواند در خدمت تحقیق ریاضیاتی باشد. براون در توضیح این مدعا می‌گوید:

> در تلقی افلاطون‌گرایانه، هیچ ملاحظه‌ای وجود ندارد که بخواهد ما را در وجود و اثربخشی ابزارهای نامتعارفی که در خدمت یادگیری در قلمرو ریاضیات هستند دچار تردید کند. اما مگر چه ابزارهای دیگری ممکن است در کار باشند؟ مثلاً دربارهٔ حدس‌هایی که چندین قضیهٔ آشنا را تبیین می‌کنند، یا دربارهٔ تعمیم‌های مستنتج از نمونه‌های فراوان رایانه‌بنیاد چه می‌توان گفت؟ و به‌خصوص، دربارهٔ تصاویر و نمودارها چه می‌توان گفت؟ در کنار اثبات‌های سنتی، این شیوه‌های نامتعارف نیز ممکن است ثمربخش باشند (Brown, 2008: 15)

او هفت راه مختلف را برمی‌شمارد و تأکید می‌کند که این تعداد می‌تواند افزایش یابد. افزون بر اثبات‌های کلاسیک صوری، دانش ریاضی ممکن است از راه شهود، استقراء، استنتاج فرضیه‌ای – قیاسی، تصاویر، قطری‌سازی و آزمایشهای فکری نیز به دست آید. براون بخصوص بر پذیرش نقش توجیهی تصاویر و آزمایشهای فکری تأکید می‌کند (Ibid, 199). دربارهٔ آزمایشهای فکری، نیز با چنین موضع‌گیری اکیدی روبرو هستیم (Ibid, 183). دلایل براون در دفاع از نقش اساسی تصاویر و آزمایشهای فکری در ریاضیات، عمدتاً از نوع استنتاج بهترین تبیین (IBE) است. او با چند مورد پژوهی، مثل تحلیل اثبات بولتسانو برای قضیهٔ مقدار میانی، نشان می‌دهد که تصاویر و آزمایشهای فکری نقش تعیین‌کننده‌ای در تصمیم ریاضیدانان برای تأیید یک فرضیهٔ فراریاضیاتی مثل حسابانی کردن آنالیز (Ibid, 30) یا انتخاب یک اصل موضوعه (Ibid, 33) یا رد یک فرضیهٔ ریاضیاتی مثل فرضیهٔ پیوستار (Ibid, 192) دارد. گاهی نیز می‌کوشد مدعیاتش دربارهٔ تصاویر و آزمایشهای فکری را با برخی دلایل تمثیلی «مقبول‌تر و دلنشین‌تر» سازد. (Ibid, 44)

آنچه در قالب این هفت مدعا صورت‌بندی شد، همان افلاطون‌گرایی جدید براونی است، نظریه‌ای که به باور براون، بهترین تلقی را از ریاضیات در اختیار ما قرار می‌دهد، نظریه‌ای که گرچه هر کدام از مؤلفه‌های آن

پیشتر از سوی بسیاری از فیلسوفان، از جمله لاکاتوش، راسل، گودل و پوپر، تصریحاً یا تلویحاً اشاره شده اما طرح آن به این شکل و توانا ساختن آن برای تبیین برخی فعالیتهای متأخرتر ریاضیدانان، مثل اثباتهای تصویری و آزمایشهای فکری، از کارهای براون است. حال ببینیم این تلقی از ریاضیات تا چه اندازه قابل دفاع است؟

بخش دوم) ارزیابی افلاطون‌گرایی جدید

چگونگی ارزیابی نظریه‌های فلسفی: برای ارزیابی یک نظریه فلسفی، مثل افلاطون‌گرایی ریاضیاتی جدید، دقیقاً باید چه کاری را انجام دهیم؟ اجازه دهید این پرسش را ابتدا به شکلی کلی‌تر طرح کنیم: *چگونه یک نظریه را ارزیابی کنیم؟* به نظر می‌رسد که اگر نخواهیم گرفتار بی‌عملی یا ترجیح بلامرجح شویم، باید یک یا چند ویژگی را به عنوان معیار معرفی کنیم و هر نظریه‌ای را به هر میزان برخورداری از این ویژگی یا ویژگیها واجد مقبولیت یا مطلوبیت معرفی کنیم. اما این معیارها کدام اند؟ پاسخ‌های مختلفی به این پرسش می‌توان ارائه کرد. یعنی بر اساس رویکرد فرافلسفی فیلسوفان، معیارهای مختلفی قابل‌تصور است: از معیارهای روش‌شناختی (مثل سادگی، دقت، سازگاری درونی، کارایی در حل مسئله، قدرت تبیینی و گستردگی) گرفته تا معیارهای جامعه‌شناختی و روانشناختی (مثل قدرت اقناعی و پذیرش نهادی). باید یک یا چند ویژگی را به عنوان معیار معرفی کنیم و نظریه را بر اساس آنها بسنجیم. به این ویژگیها گاهی فضیلت نظری (Theoretical virtue) نیز می‌گویند (Lycan, 2000: 340). پوپر، کواین، سلارز، ون فراسن و کوهن در ارزیابی مطلوبیت یک نظریه علمی، چنین راهبردی را توصیف یا توصیه می‌کنند. البته با تفاوتهایی که هر کدام از این فیلسوفان در تفسیر و تعبیر «مطلوبیت»، «معیار»، «ارزیابی» و نظایر آن دارند. مثلاً مطلوبیت نظریه‌ها از نظر ون فراسن صرفاً به معنای کفایت تجربی آنها است، نه صدق و نه حتی تقرب آنها به حقیقت؛ یا مثلاً معیارهای نظریهٔ ارجح، از نظر کوهن چونان مجموعه‌ای باز و قابل تفسیر از ارزشها است، نه چونان مجموعه‌ای بسته و معین از قواعد (Kuhn, 1977:381). اما آیا این مناقشه آمیز بودن معیارها و دلایل خللی به امکان و اعتبار ارزیابی وارد نمی‌کند؟ پاسخ منفی است. زیرا همانطور که بسیاری از فیلسوفان علم تذکر داده‌اند، آنچه ارزیابی یک نظریهٔ علمی را ممکن و معتبر می‌کند وضوح و معقولیت (بررسی‌پذیری و قابل دفاع بودن) معیارها است نه مناقشه-ناپذیری معیارها یا برقراری اجماع کامل بر سر آنها[۳].

حال به پرسش قبلی برمی‌گردیم: چگونه یک نظریهٔ فلسفی، مثل افلاطون‌گرایی جدید ریاضیاتی، را ارزیابی کنیم؟ به نظر می‌رسد که راهبرد فوق، یعنی توسل به معیارهای واضح و معقول (و نه لزوماً مسجّل یا متفقٌ‌فیه)، هنگام ارزیابی نظریه‌های فلسفی نیز قابل توصیه است. مثلاً فیلسوفان تحلیلی، در ارزیابی نظریه‌های فلسفی، معمولاً استدلال می‌کنند که آنچه اهمیت دارد توانایی نظریه در حل مسائل مربوطه است (Sparkes, 1991: 114) و چنین معیاری واضح و معقول است. اتفاقاً خود براون نیز در دفاع از نظریهٔ افلاطون‌گرایی جدید به چنین معیاری متوسل می‌شود و ادعا می‌کند که این نظریه در حل مسائل مهم فلسفه ریاضی موفق‌تر است (Brown, 2008: 24). اما او پیش از آن به معیار دیگری نیز توجه دارد: همدلی و موافقت طیف وسیعی از ریاضیدانان. این معیار نیز واضح و معقول به نظر می‌رسد، گرچه شاید شهودگرایان یا حتی بسیاری از صورتگرایان و منطقگرایان با آن موافق نباشند. معقولیت این معیار از آن روست که می‌توان آن را به مثابهٔ شاخص بداهت یا باورپذیری در نظر گرفت. در واقع خود براون نیز به این نکته واقف است و به آن اشاره می‌کند: همدلی طبیعی ریاضیدانان به یک نظریهٔ فلسفی دربارهٔ ریاضیات مستلزم وجود ویژگی‌هایی همچون فهم‌پذیری و باورپذیری در آن نظریه است (Ibid, 15).

در کل می‌توان گفت دو معیاری که خود براون در ارزیابی افلاطون‌گرایی جدید به کار برده است، عبارتند از فراگیر بودن در جامعهٔ ریاضیدانان و کارایی در حل مسائل فلسفی مربوطه. این دو معیار را، به ترتیب، مقبولیت نهادی (institutional acceptability) و روش‌شناختی (Methodological acceptability) می‌نامم و در بخش باقی‌ماندهٔ مقاله، دفاع براون از افلاطون‌گرایی جدید بر اساس آنها را مورد واکاوی و نقادی قرار می‌دهم. روشن است که افلاطون‌گرایی جدید را می‌توان بر اساس معیارهای دیگری، مثل سازگاری و قدرت تبیینی، نیز سنجید. اما اولاً پرداختن به همهٔ معیارها در یک مقاله مقدور نیست، ثانیاً قصد ما اینجا بیشتر نقد و ارزیابی درونی است؛ یعنی بر اساس همان معیارهایی که نظریه‌پرداز خود بر آنها تأکید کرده است.

مقبولیت نهادی افلاطون‌گرایی جدید: براون و بسیاری از فیلسوفان معتقدند که هیچ نظریه‌ای به اندازهٔ افلاطون‌گرایی در بین ریاضیدانان محبوبیت ندارد. به‌طوری‌که گویا گرایش طبیعی ریاضیدانان محض و کاربردی به افلاطون‌گرایی است (Brown, 2008: 53). توسل ناخودآگاه ریاضیدانان به گفتمان واقع‌گرایانه از یک سو، و اظهارنظرهای صریح آنان دربارهٔ وجود عینی و انتزاعی هویات ریاضیاتی از سوی دیگر، گواه این محبوبیت است. براون به نقل قولهایی از هاردی، لیتلوود و گودل اشاره می‌کند. مثلاً از نظر گودل پذیرش اعیان ریاضیاتی به همان اندازه و به همان دلیل معقول است که پذیرش اعیان فیزیکی، زیرا هر دو نوع واقعیت خود را به ما تحمیل می‌کنند. به‌عبارت‌دیگر، اگر فرض اجسام مادی برای تبیین ادراکات حسی ما لازم است، فرض اعیان ریاضی هم برای تبیین ادراک ریاضی ما لازم‌اند (Ibid, 12). هاردی نیز معتقد است:

> ... هیچ فلسفه‌ای نمی‌تواند با ریاضیدانی که حاضر نیست به هیچ طریقی اعتبار ثابت و مطلق صدقهای ریاضیاتی را بپذیرد همراهی کند. قضایای ریاضی صادق یا کاذب هستند و صدق و کذب آنها مطلق و مستقل از شناخت ما درباره آنها است. به تعبیری می‌توان گفت که صدق ریاضیاتی جزئی از واقعیت عینی است(Brown,2008:11).

این تنها عقیده براون و چند ریاضیدانی که او نام می‌برد نیست. شواهد به نفع مدعای آنها بسیار است. بسیاری دیگر از صاحب‌نظران، مثل هرمان ویل (Even Herman Weyl) ریاضیدان و فیزیکدان بزرگ آلمانی، معتقدند که ریاضیدانان به موجب یک کشش طبیعی مایل‌اند با نگرش افلاطونی فکر کنند و هویات ریاضیاتی را به عنوان امور واقعی بپذیرند. به عقیدهٔ او این نگرش پیش برندهٔ فرآیند خلاقیت انسانی است و حتی اگر دیدگاه صادقی نباشد قطعاً مفیدترین و مثمر ثمرترین نگرش است (Barrow, 1992: 261). البته مراد از «مقبولیت نهادی» در اینجا گرایش و همدلی و هم‌رأیی محسوس در میان اغلب ریاضیدانان است، و این گرایش لزوماً نه به معنای مقبولیت رسمی یا صدق آن است و نه حتی به معنای هواداری آشکار از آن. این نکتهٔ اخیر را در این گزین‌گویه بهتر می‌توان فهمید: ریاضیدانان روزهای عادی افلاطون‌گرا هستند و یکشنبه‌ها صورت‌گرا. جملهٔ مذکور، که به ضرب‌المثلی معروف در فرهنگ ریاضی در آمده است، گویا از آنِ دیویس و هرش است. به باور آنها افلاطون‌گرایی رویکرد ناخواسته و متعارف ریاضیدانان است، به‌طوری‌که اگر به فعالیتهای آنها توجه کنیم خواهیم دید که نظر و عمل آنها افلاطون‌گرایانه است، اما از بیان آن ابا دارند و صادق نیستند:

> اغلب نویسندگان با این موضوع موافقند که یک ریاضیدان طوری عمل می‌کند که گویا روزهای عادی هفته افلاطون‌گرا است و یکشنبه‌ها صورت‌گرا. یعنی به هنگام فعالیت ریاضیاتی مثل کسی عمل می‌کند که یقین دارد با واقعیت عینی سر و کار دارد، مثل

> کسی که در تلاش است خواص این واقعیتها را پیدا کند. اما هر وقت که به چالش گرفته شود تا یک توجیه فلسفی برای این واقعیت ارئه دهد، او ترجیح می‌دهد که وانمود کند اصلاً به چنین واقعیتی اعتقاد ندارد. (Davis and Hersh, 1981: 321)

دیویس و هرش سپس به نقل قولهایی از چند ریاضیدان معروف استناد می کنند. مثلاً ژان دیدونه، ریاضیدان معروف فرانسوی، می‌گوید: «ما در مبانی قائل به واقعیت ریاضیات هستیم اما وقتی فیلسوفان ما را با پیش کشیدن پارادوکس‌هایشان پرسش می‌گیرند فرار می‌کنیم و پشت صورت‌گرایی پنهان می‌شویم و می‌گوییم: ریاضیات چیزی جز ترکیب نمادهای بی‌معنا نیست». پاول کوهن ریاضیدان آمریکایی هم تعبیری بسیار شبیه به این را به کار می‌گیرد. (Ibid, 321) اما، به نظر می‌رسد که سخن گفتن از گرایش غالب ریاضیدانان به یک نظریه فلسفی تنها با انجام تحقیقات آماری مناسب امکان‌پذیر است، شبیه کاری که دان مونک ریاضیدان آمریکایی و استاد دانشگاه کالورادو انجام داده است. او مدعی است که جامعه ریاضیدانان را ۶۵ درصد افلاطون‌گرا و ۳۰ درصد صورت‌گرا و ۵ درصد برساختگرا (شهودگرا) تشکیل داده‌اند. (Monk, 1970: 703)

بنابراین اگر مقبولیت نهادی را به معنای گرایش متداول و طبیعی ریاضیدانان بگیریم شواهد کافی در دست داریم که نشان می دهند افلاطون‌گرایی مقبولیّت نهادی دارد. اما آیا قرائت براون از افلاطون‌گرایی جدید نیز می‌تواند به همان میزان یا بیشتر مقبولیت نهادی داشته باشد؟ به نظر می‌رسد که از این بابت تفاوت چندانی بین نسخه جدید و اولیه افلاطون‌گرایی وجود ندارد. زیرا اولاً آنچه افلاطون‌گرایی را جذاب کرده نگرش واقع‌گرایانه آن است و نسخه‌های مختلف از این بابت مشترک‌اند. ثانیاً، با توجه به روحیه علمی و اسطوره‌زدایی شده، یا کمتر اسطوره‌ای انسان مدرن، حذف بخش نامعقول افلاطون‌گرایی، یعنی اسطورهٔ ملاقات با ایده‌ها و رابطه مرموز ایده‌ها با مصادیق، محبوبیت آن را نخواهد کاست. ثالثاً این نوع مقبولیت با تصریح به مدعای شهودمندی و توسعه‌پذیری نیز کم نخواهد شد. چرا که افلاطون‌گرایی اولیه نیز متضمن این دو مدعا هست. رابعاً با توجه به شکست پروژه‌های مبانی ریاضیات و آگاهی بیشتر ریاضیدانان از احتمال خطاهای موردی و نظام‌مند در ریاضیات، افزودن مدعای خطاپذیری نیز نمی‌تواند در مقبولیت نهادی آن تأثیر منفی بگذارد. این مدعای اخیر را می‌توان با نتایج پژوهشهای آماری نیز تقویت کرد. به عنوان نمونه می‌توان به تحقیقات آماری آیزو هینزه اشاره کرد. او نظر ۴۰ ریاضیدان آلمانی را درباره شرایط پذیرش یک اثبات یا مدعای ریاضیاتی مورد واکاوی تجربی و آماری قرار داد و به این نتیجه رسید که اغلب آنها یک اثبات را به شرطی می‌پذیرند که خودشان هم مستقلاً بررسی کنند، یا به‌وسیله همکارانی که از اعتبار بالایی برخوردارند تولید شده باشد یا از زمان انتشارشان زمان طولانی گذشته باشد و هنوز تناقضی در آنها دیده نشده باشد. (Heinze, 2010:108) این نتایج را می‌توان به معنای گرایش ریاضیدانان به پذیرش خطاپذیری در ریاضیات در نظر گرفت.

البته در استناد به بررسی‌های میدانی و آماری باید با احتیاط سخن بگوییم. زیرا جمع‌آوری و تعبیر داده‌ها نظریه بار است. مثلاً همین تحقیقات هینزه می‌تواند به معنای گرایش روانی ریاضیدانان آلمانی به برساختگرایی اجتماعی نیز تلقی شود. زیرا صدق و اعتبار مدعیات ریاضیاتی را به عوامل انسانی و اجتماعی وابسته کرده‌اند و روشن است که برساخت‌گرایی اجتماعی از نظریه‌های رقیب افلاطون‌گرایی و در تعارض با آن است. اما در هر حال بنا بر دلایلی نظری و برخی شواهد تجربی که گفته شد مدعای خطاپذیری نمی‌تواند از مقبولیت نهادی افلاطون‌گرایی جدید بکاهد.

مقبولیت نهادی یک نظریه شاید برای اصحاب جامعه‌شناسی و طرفداران برساخت‌گرایی در مطالعات علم، یک مؤلفۀ اساسی باشد؛ اما، اگر نخواهیم علم را به تصمیم و گرایش روانی و اجتماعی اعضای جامعه فروبکاهیم، چنین معیاری مطمئناً نمی‌تواند کافی باشد. بلکه انتظار می‌رود، یک نظریۀ مطلوب، شرط یا شرایط روش‌شناختی معین یا دست‌کم واضح و موجهی را نیز احراز کند.

مقبولیت روش‌شناختی افلاطون‌گرایی جدید: بنا بر آنچه دربارۀ معنای مقبولیت روش‌شناختی و نحوۀ سنجش آن گفتیم، اکنون باید مسئله یا مسئله‌هایی را تعیین و تقریر کنیم که برای فیلسوفان ریاضیات حائز اهمیت است و سپس توانایی افلاطون‌گرایی جدید در حل آنها را بسنجیم. این‌که کدام‌یک از مسائل فلسفی ناظر به ریاضیات باید در اولویت قرار گیرند خود، به جهت پاسخهای مناقشه‌آمیزی که دارد، پرسش دشواری است و مطمئناً محل بحث آن اینجا نیست. اما خوشبختانه خود براون با اذعان به اهمیت دو مسئله مهم کار ما را راحت کرده است. براون مدعی است که افلاطون‌گرایی اولیه در حل دو مسئلۀ مهم ناتوان است و در عوض افلاطون‌گرایی جدید قادر به حل هر دو آنها است. این دو مسئله عبارتند از مسئلۀ دسترسی (The problem of access) و مسئلۀ یقین (The problem of certainty). درواقع او قصد دارد با اثبات توانایی افلاطون‌گرایی جدید در حل این دو مسئله، مقبولیت روش‌شناختی آن را نشان دهد. اما به نظر می‌رسد که دلایل او مخدوش است و بنابراین افلاطون‌گرایی، دست‌کم در مقایسه با افلاطون‌گرایی اولیه و در حل این دو مسئله، توانایی لازم را ندارد و بنابراین فاقد مقبولیت روش‌شناختی است.

مسئلۀ دسترسی[۴]: طبق مؤلفۀ اول افلاطون‌گرایی جدید، یعنی واقع‌گرایی، اولاً هویات ریاضیاتی وجود دارند و ثانیاً آنها انتزاعی‌اند، یعنی زمانی مکانی نیستند و قدرت علّی ندارند، ثالثاً معرفت ریاضیاتی چیزی جز معرفت به وجود و ویژگیها و روابط حاکم بر این هویات انتزاعی نیست. اما اگر ما نظریۀ علّی معرفت را، که نظریۀ متعارف و جاافتاده‌ای در معرفت‌شناسی است، بپذیریم آنگاه این مدعای هستی‌شناختی استلزامات معرفت‌شناختی غیرقابل‌دفاعی خواهد داشت. زیرا مطابق با نظریۀ علّی معرفت: شخص S به گزارۀ P معرفت دارد اگر و تنها اگر یک رابطۀ علّی بین این واقعیت که "P" و باور S به P برقرار باشد. براون این تعارض را «مسئلۀ دسترسی» می‌نامد و در عین حال ادعا می‌کند که چنین تعارضی ظاهری و قابل‌حل است. او برای پشتیبانی از این مدعا مثال نقضی را پیش می‌کشد که در فیزیک کوانتوم با عنوان آزمایش EPR معروف است.

بررسی و نقد مثال نقض براون: فرض کنید که یک واپاشی در نقطۀ a انجام پذیرد و دو ذرۀ فوتون، مثل α_1 و α_2، به دو سوی چپ و راست a حرکت کنند، و نیز فرض کنید که در دو سوی a دستگاههای آشکارساز P_1 و P_2 به فاصلۀ b_1 و b_2 از نقطۀ a تعبیه شده‌اند، به‌طوری‌که به‌محض عبور α_1 و α_2 اسپین آنها را نشان می‌دهد. یعنی ما عملاً می‌توانیم ببینیم که هر کدام از ذره‌های α_1 و α_2 آیا اسپین بالا دارند یا پایین؟ هم نظریه و هم آزمایش به ما می‌گویند که اولاً خروجی دستگاهها همیشه هم‌بسته‌اند، یعنی یکی از فوتون‌ها اسپین بالا و دیگری اسپین پایین دارد؛ و ثانیاً هرگز از پیش نمی‌توان گفت که کدام فوتون (با اسپین بالا یا پایین) از کدام سو، چپ یا راست، وارد خواهد شد. یعنی گویا با یک بی‌نظمی کامل مواجه هستیم. اما چرا یک همبستگی کامل بین ذره‌های α_1 و α_2 برقرار است؟ یعنی چرا اگر یکی از آن دو اسپین بالا دارد دیگری لزوماً اسپین پایین خواهد داشت و برعکس؟ طبق بهترین فرضیه‌ای که تاکنون موردپذیرش قرار گرفته است: اندازه‌گیری و تعیین اسپین در یکی از دو دستگاه سبب تعین اسپین ذرۀ دوم در طرف دیگر می‌شود. و این آشکارا با نظریه نسبیت خاص در تضاد است، زیرا بر اساس این نظریه هیچ اثر علّی نمی‌تواند سریع‌تر از نور حرکت کند. در حالیکه طبق آزمایش

مذکور اگر شخص S_1 در سویهٔ راست، یعنی کنار P_1، مشاهده کند که α_1 اسپین بالا دارد، آنگاه بلافاصله می‌تواند نتیجه بگیرد که S_2 در سویهٔ چپ، یعنی در کنار P_2، مشاهده می‌کند که α_2 داری اسپین پایین است. حال از دو حالت خارج نیست: یا وضعیت α_2 به موجب یک رابطهٔ علّی بی‌واسطه و سریع‌تر از سرعت نور با تراکنش P_1 با α_1 تعین یافته و S_1 نیز بلافاصله و به موجب یک رابطهٔ مشابه سریع‌تر از سرعت نور با وضعیت تعین یافتهٔ α_2 پی به آن برده است. یا یک عامل اولیهٔ پنهان در گذشته این همبستگی کامل را رقم زده است و S_1 به‌محض آگاهی از وضعیت α_1 از وضعیت α_2 نیز آگاه شده است. اما اولی با نظریهٔ نسبیت خاص در تضاد است و دومی با نتایج یک آزمایش دیگر که بِل انجام داده است. طبق آزمایش بل وضعیت اسپین ذره‌ها تابعی از امتداد قرارگیری صفحات پولوراید، یعنی افقی یا عمودی بودن P_1 و P_2 است. اگر هر دو صفحه عمودی یا افقی باشد نتایج EPR مشاهده و تأیید می‌شود، اما در حالت ناهمگون (یکی افقی و دیگری عمودی) اسپین ذرات معلوم نمی‌شود، گویا در این حالت، ذرات از صفحات عبور نمی‌کنند. بهترین تبیین برای این مشاهدات آن است که بگوییم کل نظام آزمایش در تعیین اسپین مدخلیت دارد نه یک عامل پنهان در نقطهٔ a (هی و والترز، ۱۳۸۷، ۲۸۱)[۵]. ملاحظه می‌شود که ما به وضعیتی معرفت داریم که نمی‌توان با نظریهٔ علّی معرفت آن را تبیین کرد (Brown, 2008: 18).

اما این استدلال براون قابل دفاع نیست؛ زیرا در صورتی آزمایش EPR ناقض نظریهٔ علّی معرفت است که اولاً نظریهٔ علّی معرفت به نحو مطلق مدعی باشد که در همهٔ مصادیق معرفت، و بخصوص در همهٔ مصادیق معرفت علمی، بین مدرِک و مدرَک رابطه علّی برقرار است (مدعای اوّل) و ثانیاً آزمایش مذکور از یک سو شهوداً مصداق معرفت باشد و از سوی دیگر قابل تبیین با نظریهٔ علّی معرفت نباشد (مدعای دوّم). در حالی‌که دفاع از این دو مدعا ناممکن است. زیرا نتایج آزمایش EPR، به هیچ وجه، شهوداً قابل درک و شناخت نیست بلکه به موجب یک تبیین علمی غیرعلّی (کوانتومی) قابل توجیه و شناخت است؛ و اگر بپذیریم که بخشی از معرفت ما، از جمله معرفت علمی ما به نتایج EPR، به موجب یک رابطهٔ غیر علّی به دست آمده است، در این صورت مدعای اول نیز نادرست خواهد بود. بنابراین آزمایش EPR ناقض نظریهٔ علی معرفت نیست بلکه تنها مستلزم این نتیجه است که معرفت علمی، لزوماً با نظریهٔ علّی معرفت قابل تبیین نیست و دانشمندان برای تبیین معرفت علمیِ ناظر به پدیده‌هایی از نوع EPR باید از سایر نظریه‌های معرفت استفاده کنند؛ نظریه‌هایی که بر رابطهٔ علّی بین فاعل شناسا و مدرَک استوار نیستند. حال ببینیم توانایی افلاطون‌گرایی جدید در حل دومین مسئلهٔ مهم تا چه حد است؟

مسئلهٔ یقین: منظور از مسئلهٔ یقین، تعارضی است که بین خطاپذیری و پیشینی بودن ریاضیات وجود دارد. براون طرح این تعارض را به فیلیپ کیچر (۱۹۸۳) نسبت می‌دهد و آن را این گونه تقریر می‌کند:

> به زعم فیلیپ کیچر (۱۹۸۳) افلاطون‌گرایی بنابر دلایلی مردود است، یکی از این دلایل عدم امکان معرفت پیشینی است. استدلال او ساده است: یک اثبات بسیار طولانی را در نظر بگیرید، آن‌قدر طولانی که بررسی آن حتی برای یک ریاضیدان خبره ماه‌ها به طول انجامد. حال آیا منطقاً احتمال خطا وجود ندارد؟ البته که دارد. پس با این حساب، نمی‌توان به یقین گفت که اثبات درست است، و قضیهٔ اثبات‌شده تا حدودی مشکوک خواهد شد. بنابراین نمی‌توان مدعی شد که معرفت به این قضیه به نحو پیشینی است (Brown, 2008: 19).

براون ابتدا این نقد را به‌اختصار وارد می‌کند که از دلایل کیچر حداکثر می‌توان نتیجه گرفت که اثباتهای مطول ما را به قضایای پیشینی رهنمون نمی‌کنند، اما این نتیجه را نمی‌توان درباره قضایای مبتنی بر اثباتهای کوتاه تعمیم داد. اگر با کیچر همدل باشیم می‌توانیم این نقد براون را این‌گونه رد کنیم: بله بنابر دلایلی که گفته شد تعارض خطاپذیری و پیشینی بودن تنها درباره قضایای مبتنی بر اثباتهای مطول صادق است اما مگر همین نتیجه نیز مدعای پیشینی بودن معرفت ریاضیاتی را مخدوش نمی‌کند؟ در هر حال وقتی ما می‌گوییم «معرفت ریاضیاتی پیشینی است» مرادمان «همهٔ» معرفتهای ریاضیاتی است نه «بعضی».

نقد بعدی براون به این مقدمهٔ مضمر در استدلال کیچر است: پیشینی بودن به معنای یقینی بودن است. حال‌آنکه چنین پیش‌فرضی نادرست است. اجازه دهید استدلال کیچر را به‌گونه‌ای بازسازی بکنیم که مدعای براون آشکارتر شود:

۱. اگر افلاطون‌گرایی صادق باشد، آنگاه معرفت ریاضیاتی پیشینی است.
۲. اگر معرفت ریاضیاتی پیشینی باشد، آنگاه معرفت ریاضیاتی یقینی است.
۳. اگر معرفت ریاضیاتی یقینی است، آنگاه معرفت ریاضیاتی خطاناپذیر باشد.
۴. معرفت ریاضیاتی لزوماً خطاناپذیر نیست (چون قضایای مبتنی بر اثباتهای مطول خطاپذیرند.)
– پس افلاطون‌گرایی صادق نیست.

براون برای نقد این استدلال، مقدمهٔ دوم را رد می‌کند. او در واقع از موضع یقینی بودن و خطاناپذیری ریاضیاتی دست بر می‌دارد و خطاپذیری معرفت ریاضیاتی را به عنوان یکی از هفت مؤلفه افلاطون‌گرایی اصلاح‌شده به رسمیت می‌شناسد (Ibid, 15) و در عین حال به پیشینی بودن معرفت ریاضیاتی وفادار می‌ماند. او برای رد مقدمه دوم تلاش می‌کند خطاپذیری و پیشینی بودن معرفت ریاضیاتی را جمع کند. پاشنه آشیل او برای جمع این دو ویژگی، فرض وجود یک قوهٔ ادراکی به نام «چشم ذهن» است. از نظر او با توسل به این قوه هم می‌توان درک غیرعلّی هستی‌مندهای ریاضیاتی را تبیین کرد و هم پیشینی بودن و در عین حال خطاپذیر بودن معرفت ریاضیاتی را توضیح داد. اما به نظر می‌رسد که این ترفند او نیز قابل دفاع نیست.

بررسی و نقد ایدهٔ چشم ذهن: به عقیده براون هویات ریاضیاتی را می‌توان با «چشمِ ذهن» «دید» یا «درک کرد». او توسل به استعاره چشم ذهن را بهترین راه بیان این واقعیت شناختی – متافیزیکی می‌داند: ایده اصلی آن است که ما، همچنان که به قلمرو فیزیکی دسترسی حسی داریم، به قلمرو ریاضیاتی نیز به نوعی دسترسی داریم (Ibid, 14). او با این ایده به نوعی سعی دارد از استدلالی که در دفاع از امکان معرفت غیرعلّی ارائه کرده بود، و ما در بخش قبلی همین مقاله آن را نقد کردیم، حمایت کند:

> پس ما همچنان که دارای شهود و ادراک حسی هستیم دارای شهود و ادراک ریاضیاتی نیز هستیم. ما همچنان که می‌بینیم آسمان آبی است، یا رشتهٔ سفید در اتاقک ابر چنین و چنان شکل و شمایلی دارند، به طریق مشابه می‌بینیم که ۵=۲+۳، یا مجموعهٔ اعداد زوج زیر مجموعهٔ اعداد طبیعی است. «به زبان استعاره، ما چیزهایی را با چشم ذهن می‌بینیم» (Brown, 2008: 183).

از سوی دیگر براون مدعی است که با توسل به ایدهٔ چشم ذهن می‌توان پیشینی بودن (مدعای پنجم) و خطاپذیری (مدعای ششم) را با هم سازگار کرد. زیرا اولاً دیدن با چشم ذهن، برخلاف دیدن با چشم سر، نوعی تجربهٔ مستقل از حواس فیزیکی است، و به همان میزان، پیشینی است. ثانیاً معرفت ما از طریق چشم ذهن گرچه

پیشینی است اما لزومی ندارد یقینی باشد. زیرا چشم ذهن درست مثل حواس تجربی، دستخوش توّهم و خطا است. (Ibid, 91) ایدۀ چشم ذهن سادگی و قدرت تبیینی خوبی دارد، اما تنها زمانی به کار یک واقعگرا می‌آید که افزون بر کارایی و فایده‌مندی، مطابق با واقعیت هم باشد. یعنی دلایل قانع‌کننده‌ای بر صدق آن ارائه شده باشد. در حالیکه براون هرگز موفق به این کار نشده است. اگر بخواهیم تلاشهای براون برای دفاع از ایدۀ چشم ذهن را بازسازی و صورت‌بندی کنیم می‌توان گفت که او مجموعاً سه نوع استدلال به سود آن ارائه کرده است. یک استنتاج از بهترین تبیین و یک استدلال عملگرایانه برای دفاع از مدعای «چشم ذهن موجود است»، و یک استدلال تمثیلی برای دفاع از مدعای «چشم ذهن، امکان دسترسی به مجردات را، و نیز امکان جمع بین پیشینی بودن و یقینی بودن معرفت ریاضیاتی را، فراهم می‌سازد.» اما من به طور جداگانه نشان خواهم داد که هر سه استدلال مخدوش و غیرقابل‌دفاع هستند.

استدلال عمل‌گرایانه: براون هنگامی که درباره اهمیت تصاویر در ریاضیات بحث می‌کند در نهایت می‌گوید: «من خود نیک می‌دانم که سخن گفتن از «چشم ذهن» و «دیدن هستی‌مندهای ریاضی» بسیار استعاری است و از این بابت افسوس می‌خورم اما پشیمان نیستم. اثبات‌های تصویری به‌وضوح مؤثرتر از آن هستند که بتوان از آن‌ها صرف‌نظر کرد و بالقوه قدرتمندتر از آن هستند که نادیده گرفته شوند. (Ibid, 47) در بررسی اهمیت آزمایش‌های فکری در ریاضیات نیز دقیقاً از همین استدلال سود می‌برد (Ibid, 205). لب کلام او در اینجا آن است که ما وجود چشم ذهن را باید بپذیریم، چون با پذیرش آنها نقشهای توجیهی و الهامبخشی تصاویر و آزمایشی ذهنی راحت‌تر و بهتر خواهیم پذیرفت. اما این نوع استدلال عمل‌گرایانه در بهترین حالت، فقط معقولیت فرضیه چشم ذهن را نشان خواهد داد. در حالیکه گفتیم یک واقع‌گرا به بیش از این نیاز دارد. او باید نشان دهد که فرضیه چشم ذهن صادق است.

استدلال ربایشی (یا استنتاج بهترین تبیین): می‌توان گفت که مدعای براون از این قرار است: ما صاحب معرفت ریاضی هستیم و نیاز داریم که این معرفت را تبیین کنیم؛ حال بهترین تبیین آن است که اعیان ریاضی وجود دارند و ما می‌توانیم آن‌ها را «ببینیم». همچنان که ما در مقابله با بارکلی چنین استدلال می‌کنیم: می‌دانیم که فنجان روی میز است و نیاز داریم تبیین کنیم که این دانش چگونه پدید می‌آید؛ بهترین تبیین این است که واقعاً فنجانی وجود دارد و ما می‌توانیم آن را ببینیم، این فنجان است که دریافت حسی ما را سبب می‌شود. (Ibid, 16). اما چنین تلاشی مستلزم دور باطل است. زیرا ما باید از یک سو وجود امور انتزاعی را به موجب دسترسی از طریق چشم ذهن بپذیریم و از سوی دیگر وجود چشم ذهن را از طریق فرض وجود انتزاعیات قبول کنیم! در حالیکه در استنتاج از بهترین تبیین باید وجود مشاهدات تبیین خواه، به موجب ادراک تجربی، مسلّم باشند یا دست‌کم مناقشه آمیز نباشند.

استدلال تمثیلی: چشمِ ذهن، مانند چشمِ سر (یا، به‌طورکلی، ادراک حسّی)، دستخوش توّهم و خطا است. پس معرفت حاصل از آن نیز مانند معرفت حاصل از چشمِ سر خطاپذیر است. مقدمه این استدلال با بخش دیگری از سخن براون در تناقض است. براون تصریح می‌کند که معرفتهای حاصل از چشمِ ذهن، متأثر از تجربه نیست، یعنی پیشینی است. برای آشکار کردن این تناقض کافی است به معنای خطاپذیری توجه کنیم: اگر شخص S به گزاره P معرفت داشته باشد، به‌طوری‌که P را بر اساس باورB_1 یا شاهد E_1 موجه کرده باشد، آنگاه گوییم معرفت S به P خطاپذیر است اگر و تنها اگر باور ناقضB_1 (مثل B_2) یا شاهد ناقض E_1 (مثلE_2) منتفی نباشد. اما یک باور یا شاهد چه زمانی نقض می‌شود؟ هرگاه S در تعامل با جهان به باورها یا شواهد جدید یا متفاوتی دست یابد. به‌عبارت‌دیگر، خطاپذیری یک معرفت جز با تأثیرپذیری آن از تجربه قابل‌تصور نیست.

بنابراین از یک سو، معرفت‌های حاصل از چشمِ ذهن مثل معرفتهای حاصل از چشمِ سر خطاپذیر است، یعنی امکان شواهد یا باورهای ناقض آن منتفی نیست. از سوی دیگر، معرفت‌های حاصل از چشمِ ذهن بر خلاف معرفت‌های حاصل از چشمِ سر متأثر از تجربه نیست، یعنی امکان شواهد یا باورهای ناقض آن منتفی است. اگر هر دو کارکرد چشمِ ذهن، یعنی تولید محصولات خطاپذیر و تولید محصولات پیشینی، را بپذیریم باید لوازم آن دو را نیز بپذیریم: «امکان شواهد یا باورهای ناقض آن منتفی است» و «امکان شواهد یا باورهای ناقض آن منتفی نیست.» و این آشکارا تناقض است.

نتیجه‌گیری

افلاطون‌گرایی ریاضیاتی بسیار ساده، همه‌فهم و الهامبخش است و همین ویژگی‌ها موجب شده است که نحوهٔ اندیشه و عمل اغلب ریاضیدانان به طور طبیعی افلاطون‌گرایانه باشد. یعنی، به اصطلاح، افلاطون‌گرایی جدید دارای *مقبولیت نهادی یا اجتماعی* است. با این همه این نظریه فلسفی با دو ایراد مهم مواجه است:

۱. با نظریه کلاسیک معرفت، که متضمن رابطهٔ علّی بین مدرک و مدرک است، در تعارض است. زیرا افلاطون‌گرایی متضمن قبول هویات انتزاعی است و این نوع هویات فاقد قدرت علّی اند (مسئلهٔ دسترسی).
۲. با خطاپذیری مدعیات ریاضیاتی، که در قالب قضایا اثبات می‌شوند، در تعارض است. زیرا افلاطون‌گرایی مستلزم پیشینی بودن معرفت ریاضیاتی است و پیشینی بودن به معنای استقلال از تجربه است و بنابراین تجربه جدیدتر یا بیشتر نمی‌تواند منجر به ابطال شواهد شوند. و انتفای شواهدِ مبطل در واقع به معنای انتفای خطاپذیری است (مسئلهٔ یقین).

براون تلاش کرده است این دو ایراد را، به ترتیب، از طریق ردّ مدعای علّی بودن معرفت و طرح مدعای ادراک شهودی، برطرف سازد. او برای این کار، به ترتیب، از مثال نقض (EPR) و تمثیل «چشم ذهن»، استفاده کرده است. اما این تلاش او متضمن تعمیم‌های ناروا و دلایل ناکافی یا مخدوش است. یعنی، به اصطلاح، این نظریه فاقد مقبولیت روش‌شناختی است.

پس در کل می‌توان نتیجه گرفت که افلاطون‌گرایی جدید، گرچه واجد مقبولیت نهادی است، اما فاقد مقبولیت روش‌شناختی کافی است. یا دست‌کم مقبولیت روش‌شناختی آن نیاز به اثبات دارد، زیرا هنوز مسئلهٔ دسترسی و مسئلهٔ یقین در آن حل نشده است.

پی‌نوشت‌ها

۱. برای اطلاع بیشتر به این منابع رجوع کنید:

Balaguer, Mark, *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, 1998

Linsky, Bernard and Zalta, Edward N., *Naturalized Platonism versus Platonized naturalism*, 1995

Maddy, Penelope, *Realism in Mathematics*1990,

۲. این دو مسئله در بخش دوم همین مقاله به‌تفصیل بیان شده‌اند.

۳. برای اطلاع بیشتر رجوع کنید به پوپر در اسطورهٔ چارچوب (پوپر، ۱۳۸۹: ۱۰۱)؛ و کوهن در مقالهٔ عینیت، ارزشداوری و انتخاب نظریه (Kuhn, 1977: 380).

۴. گزارش کاملتری از این مسئله را مستقلاً در مقاله‌ای با عنوان «بررسی نقادانه راه‌حل براون برای مسئلهٔ دسترسی‌پذیری» تقریر کرده و آن را به نحو مفصل‌تری نقد کرده‌ام، و در نهایت راه‌حلهایی نیز برای برطرف کردن آن ایرادها پیشنهاد کرده‌ام (رجوع کنید به بیات، ۱۳۹۵)

۵. براون آزمایش بل را در کتابش توضیح نداده است. آنچه در اینجا بیان شد بر اساس نگارش دیوید بوم (۱۹۹۲– ۱۹۱۷) از آزمایش EPR است. گزارش دقیق‌تر و فنی‌تر این آزمایش و آزمایش بِل را می‌توانید در کتاب هی و والترز بیابید.

منابع

- بناسراف، پال (۱۳۸۲) «صدق ریاضی»، در: ضیاء موحد، *از ارسطو تا گودل: مجموعه مقاله‌های فلسفی_منطقی*، تهران: هرمس.
- بیات، حسین (۱۳۹۵) «بررسی و نقد راه‌حل براون برای مسئلهٔ دسترسی‌پذیری»، *جستارهای فلسفی*، شماره ۲۹، بهار و تابستان ۹۵، ص۵-۴۲.
- پوپر، کارل (۱۳۸۹) *اسطورهٔ چارچوب*، ترجمهٔ علی پایا، تهران: انتشارات طرح نو.
- هی، آنتونی و پاتریک والترز (۱۳۸۷) *جهان کوانتومی نوین: مهندسی کوانتومی به‌زودی از راه می‌رسد*، محمدرضا محجوب، تهران: شرکت سهامی انتشار.
- Balaguer, Mark (1998) *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*, Oxford: Oxford University Press.
- Barrow, John (1992) *Pi in the Sky*, Oxford University Press.
- Benacerraf, P. and Putnam, H. (eds.) (1983) *Philosophy of Mathematics*, 2nd edition, Cambridge: Cambridge University Press.
- Brown, J. R. (1997) “Proofs and Pictures”, *British Journals for Philosophy of Science*, 48:161-180.
- Brown, J. R. (2008) *Philosophy of Mathematics: A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures*, Rutledge.
- Brown, J. R. (2012) *Platonism, Naturalism, and Mathematical Knowledge*, New York and London: Rutledge.
- Davis, J. Phillip, and Reuben Hersh, 1981, *the Mathematical Experience*, Reprint Edition, Boston: Houghton Mifflin Company.
- Goldman, A. (1967) “A Causal Theory of Knowing,” in *The Journal of Philosophy* 64, no. 12 (Jun. 22, 1967), pp. 357–372.
- Hanna Gila & others (Eds.) (2010) *Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives*, Dordrecht Heidelberg London New: Springer US.
- Heinze, Aiso (2010) “Mathematicians' Individual Criteria for Accepting theorem and proofs: An Empirical Approach”, In *Explanation and Proof in Mathematics. Philosophical and Educational Perspectives*, G. Hanna, & others, Springer: Berlin, Heidelberg, New York. pp. 101-111.

- Kuhn, Thomas (1977) Objectivity, Value Judgment and Theory Choice, in First Philosophy: Fundamental Problems and Readings, Andrew Bailey (Edi), 2002, Broadview Press, pp. 374-386.
- Linsky, Bernard and Zalta, Edward N. (1995) “Naturalized Platonism versus Platonized Naturalism”, Journal of Philosophy, 92(10): 525–555.
- Lipton, Peter (2004) *Inference to the Best Explanation*, New York and London: Rutledge.
- Lycan, W. (2000) “Theoretical (epistemic) Virtues” in Rutledge Encyclopedia of Philosophy, Edward Craig (ed.), v. 9, pp. 340 – 343, London: Rutledge.
- Maddy, Penelope (1990) *Realism in Mathematics*, Oxford: Clarendon.
- Maddy, P. (1990) *Realism in Mathematics*, Oxford: Oxford University Press.
- Monk, J. D. (1970) “On the Foundations of Set Theory”, *American mathematical Monthly*. 77, pp. 703-71.
- Proudfoot, Michael (2010) the Rutledge Dictionary of Philosophy, Rutledge.
- Rosen, Gideon (2012) "Abstract Objects", in *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2012 Edition), Edward N. Zalta (ed.)**:** http://plato.stanford.edu/entries/abstract-objects/ #WayNeg
- Schaffer, Jonathan (2016) "The Metaphysics of Causation", in *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.): http://plato.stanford.edu/archives/sum2014 /entries/causation-metaphysics/
- Sparkes, A.W. (1991) *Talking Philosophy: a wordbook*. New York, New York: Rutledge.
- Stiner, Mark (1973) “Platonism and the Causal Theory of Knowledge”, *Journal of Philosophy*, 70/3: 57-66.