

# پیش‌بینی گیر اختلاف فشاری لوله‌های حفاری با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی احتمالی در حفاری فراساحلی میادین خلیج فارس

پژوهش‌نفت

سال بیست و یکم  
شماره ۶۵  
صفحه ۴۷-۵۷، ۱۳۹۰

رضا جهانبخشی<sup>\*</sup>، سیدابوالقاسم امامزاده<sup>۱</sup>، مهدی علیاری شوره‌دلی<sup>۲</sup>، عبدالنبی هاشمی<sup>۱</sup> و رحمان میری<sup>۳</sup>

۱- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، باشگاه پژوهشگران جوان

۲- دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، گروه مکترونیک

۳- شرکت نفت فلات قاره ایران، بخش پژوهش و توسعه

R.jahan62@gmail.com

گیر اختلاف فشاری، این امکان را می‌دهد که بتوان از آن در زمان طراحی چاه و همچنین حین عملیات به صورت هم‌زمان بهره‌جست. تحلیل نتایج شبکه عصبی به همراه قضاوت مهندسی، این اجازه را می‌دهد که با بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر، از وقوع گیر اختلاف فشاری اجتناب نمود.

واژه‌های کلیدی: گیر اختلاف فشاری، شبکه عصبی احتمالی، خصوصیات گل حفاری

## مقدمه

گیر اختلاف فشاری لوله‌های حفاری یکی از مهم‌ترین مشکلات حفاری می‌باشد. این پدیده در همه جای دنیا معمول بوده و معمولاً افزایش هزینه‌ها را به دنبال دارد. پس از گیر افتادن رشته حفاری، لازم است که به سرعت هر گونه تلاشی برای آزاد سازی آن صورت گیرد. اما این

## چکیده

گیر اختلاف فشاری یکی از مسائل رایج و مخاطره‌آمیز در حفاری می‌باشد که وقوع آن منجر به افزایش هزینه تمام شده عملیات حفاری می‌گردد. تلاش برای حداقل‌سازی خطر گیر لوله حفاری، امروزه یکی از اولویت‌ها و اهداف اصلی می‌باشد. در گذشته از روش‌های آماری برای بررسی گیر اختلاف فشاری استفاده می‌شد، اما این روش‌ها نمی‌توانند به خوبی رفتار غیرخطی گیر اختلاف فشاری را پیش‌بینی نمایند. شبکه عصبی روش جدیدی برای حل مسائل مهندسی می‌باشد که توانایی در نظر گرفتن همه پارامترهای مؤثر به طور هم‌زمان را دارد و همچنین قدرت تعمیم و یادگیری مستقیم از داده‌های میدانی (با در نظر گرفتن خطاها و عدم قطعیت‌ها) را دارا می‌باشد. در این تحقیق از داده‌های مربوط به ۶۳ حلقه چاه در میادین فراساحلی خلیج فارس، با به کار گیری شبکه عصبی احتمالی برای ارائه یک مدل پیش‌بینی کننده، استفاده شده است. دقت بالای این مدل در پیش‌بینی

عنوان شده است. گفته می‌شود که شبکه RBF سریع‌تر از MLP آموزش داده می‌شود و نیز محدوده‌های تصمیم‌گیری بهتری را ایجاد می‌نماید. مزیت دیگر RBF این است که در این شبکه، تعبیر و تفسیر لایه خروجی به مراتب آسان‌تر از MLP انجام می‌شود. زمانی که بردار آموزشی بسیار بزرگ است، شبکه RBF دارای بهترین کارایی است. با این حال به‌عنوان یکی از مزایای MLP می‌توان به ایجاد یک شکل توزیع شده بهتر، اشاره نمود. در این تحقیق از نوع خاص RBF یعنی شبکه عصبی احتمالی (PNN) استفاده شده است. مزیت PNN، فرآیند آموزش سریع آن می‌باشد. PNN یک ساختار موازی دارد که همگرایی به سمت دسته‌بندی بهینه را تضمین می‌کند. مقادیر عددی وزن‌ها در واحدهای پنهان (یعنی مراکز توابع گاوسی) به خودی خود مشخص می‌گردد. هنگامی که مجموعه آموزش افزایش می‌یابد، نمونه‌های در حال آموزش می‌توانند اضافه یا حذف شوند، بدون اینکه نیازی به آموزش مجدد داشته باشد. برای مسائلی با داده‌های پراکنده، این شبکه می‌تواند راه حل خوبی باشد [۲، ۵، ۶ و ۹].

در این پژوهش، هدف عبارت است از ارائه یک مدل شبکه عصبی احتمالی با استفاده از داده‌های واقعی میدانی جهت پیش‌بینی گیر اختلاف فشاری، تا با بهبود پارامترهای مؤثر در جهت اجتناب از این پدیده گام برداشته شود.

### گیر اختلاف فشاری لوله‌های حفاری

اولین مرحله جهت ارائه یک مدل مناسب از یک پدیده، درک مکانیسم وقوع آن و شناختن عوامل مؤثر بر آن می‌باشد. برای وقوع گیر اختلاف فشاری وجود شرایط زیر الزامی است:

الف) فشار هیدرواستاتیک گل بیشتر از فشار سازند مجاور باشد [۱].

ب) سازند متخلخل و نفوذپذیر وجود داشته باشد [۱].  
علاوه بر دو شرط فوق، عدم حرکت یا حرکت آهسته رشته حفاری، باعث افزایش احتمال گیر اختلاف فشاری

تلاش‌ها ممکن است بی‌نتیجه بماند و عوارض عمده‌ای همانند از دست رفتن رشته حفاری یا از دست رفتن کامل چاه را در پی داشته باشد. درصد زیادی از گیر لوله‌ها در نهایت به حفاری کنار گذر<sup>۱</sup> در نزدیک لوله گیر کرده منجر می‌گردد [۱-۴]. هر یک از حالت‌های ذکر شده، اتلاف زمان و هزینه‌های مضاعف را در پی خواهد داشت. بنابراین، کلید واقعی موفقیت، اجتناب از عوامل منجر به وقوع گیر لوله می‌باشد. اگر این عوامل به طور دقیق مشخص شوند، می‌توان به گونه‌ای عمل کرد که احتمال گیر افتادن لوله کاهش یابد [۲، ۵ و ۶].

گیر اختلاف فشاری متأثر از پارامترهای زیادی مانند خصوصیات سیال حفاری و ویژگی‌های سازند می‌باشد. در گذشته از تکنیک‌های آنالیز آماری چندمتغیره و آزمایش گیر لوله شبیه‌سازی شده با سیالات حفاری گوناگون، برای بررسی شرایط مختلف گیر اختلاف فشاری، استفاده می‌گردید. در بیشتر روابط آماری جداسازی انواع مختلف گیر، حذف بسیاری از داده‌ها به علت پراکندگی و همچنین جستجو و انتخاب روش مناسب از ضروریات کار به‌شمار رفت. همچنین در مورد آزمایش‌های انجام شده برای شبیه‌سازی گیر لوله، هزینه و زمان زیادی مورد نیاز بود [۲، ۴ و ۵].

با توجه به مشکلات موجود، ضرورت یک روش جدید برای حل این مسائل احساس می‌شود. یک شبکه عصبی مصنوعی، سیستمی محاسباتی است که از مغز انسان الگو گرفته است. شبکه عصبی به عنوان یک روش جایگزین، در سال‌های اخیر، با موفقیت در حل بسیاری از مسائل بالا دستی مهندسی نفت استفاده شده است [۲، ۵-۹]. اگر شبکه عصبی توسط تعداد مناسبی از داده‌های آموزشی، تعلیم ببیند (به‌عنوان مثال توسط داده‌های مربوط به اطلاعات زمین‌شناسی، داده‌های مخزن و داده‌های حفاری چاه‌ها)، می‌تواند روابط موجود در مسأله مورد نظر را تشخیص داده و خروجی مناسب را ارائه نماید. برای پیش‌بینی گیر اختلاف فشاری از شبکه‌های عصبی متداول یعنی پرسپترون چند لایه (MLP)<sup>۲</sup> و شبکه عصبی پایه شعاعی (RBF)<sup>۳</sup> در تحقیقات گذشته استفاده شده است [۲، ۳ و ۶].

مزایای زیادی برای شبکه‌های RBF در مقایسه با MLP

1. Sidetracking
2. Multi-Layer Perceptron (MLP)
3. Radial Bases Function (RBF)
4. Probabilistic Neural Network (PNN)

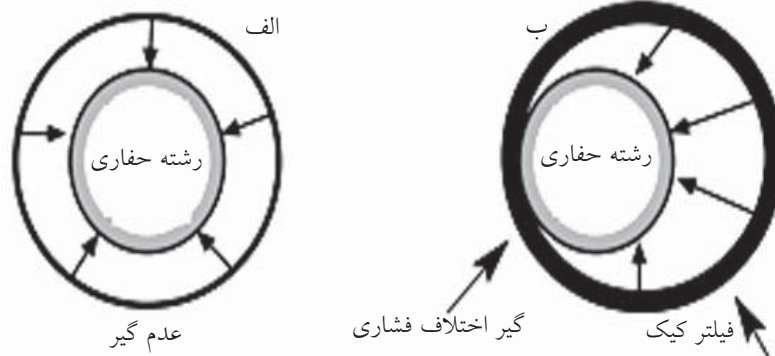
حفاری، گردش گل هم ممکن نیست [۱۰].  
 مروری بر تحقیقات گذشته [۲-۶ و ۱۱] نشان می‌دهد که خواص سیال حفاری و فشار سازند، بیشترین تأثیر را روی احتمال وقوع گیر اختلاف فشاری دارند. این خواص با ترکیبی از متغیرهای فشار بالا تعادلی گل، درصد ذرات جامد، نوع گل، هرزروی سیال حفاری و خصوصیات رئولوژیکی گل حاصل می‌گردد.

### مروری بر شبکه‌های عصبی

شبکه‌های عصبی مصنوعی، ساختاری است متشکل از تعدادی واحد (نرون‌های مصنوعی) که در داخل شبکه به هم وصل شده‌اند. هر واحد دارای یک مشخصه ورودی/خروجی (I/O) می‌باشد که محاسبه یا عملی جزئی را اجرا می‌کند. خروجی هر واحد با توجه به مشخصه (I/O)، اتصالات درونی به سایر واحدها و ورودی‌های خارجی تعیین می‌گردد [۱۲]. در واقع شبکه‌های عصبی مصنوعی از تعداد زیادی نرون‌های مصنوعی تشکیل شده‌اند که نرون مصنوعی یک مدل الکترونیکی ساده از یک نرون بیولوژیکی می‌باشد. بسته به روش ترکیب نرون‌ها، خصوصیات نرون منفرد، تاکتیک یادگیری و داده‌های آموزشی، شبکه‌های مختلفی تشکیل می‌گردد.

ساختار کلی یک شبکه عصبی مصنوعی به صورت زیر می‌باشد:

- لایه ورودی: در این لایه، ورودی‌ها به دنیای خارج متصل شده‌اند. این لایه اساساً یک لایه کشنده می‌باشد که در آن ورودی(ها) به گونه‌ای ساده به لایه بعدی شبکه متصل شده‌اند. در این لایه هیچ پردازشی صورت نمی‌گیرد.



شکل ۱- مکانیسم گیر اختلاف فشاری [۱]

می‌شود. هنگامی که این شرایط با هم ترکیب شوند، منجر به هرزروی سیال حفاری در سازند و تشکیل فیلتر کیک ضخیم می‌گردد. در نتیجه سطح تماس میان حفره چاه و لوله حفاری افزایش می‌یابد. بنابراین، کشیدن و جار زدن برای آزاد سازی لوله حفاری مشکل‌تر می‌شود [۱ و ۳].  
 در زمان چرخش رشته حفاری و قرار داشتن رشته حفاری در مرکز حفره چاه، یک لایه نازک از گل حفاری بین رشته حفاری و کیک حفاری وجود دارد و فشار هیدرواستاتیک به طور متعادل در تمام جهات اعمال می‌گردد. این عوامل اولاً موجب روان کاری رشته حفاری شده و ثانیاً باعث انتقال فشار بین لوله‌های حفاری و کیک حفاری می‌گردد. در نتیجه گیر اختلاف فشاری رخ نمی‌دهد (شکل ۱-الف). در حالتی که رشته حفاری بدون حرکت باشد، این لایه نازک گل بین فیلتر کیک و لوله‌ها وجود ندارد و تعادل فشار هیدرواستاتیک برهم می‌خورد. به همین دلیل جریان گل در این بخش قطع و کیک حفاری ضخیم‌تر می‌گردد و مرتباً تحت نیروی هیدرواستاتیک گل فشرده می‌شود. همین عامل باعث افزایش ضریب اصطکاک کیک حفاری و بیشتر شدن سطح تماس میان کیک گل و رشته حفاری می‌گردد و در نهایت گیر اختلاف فشاری رخ می‌دهد (شکل ۱-ب) [۱].

گیر اختلاف فشاری در هنگام عملیات حفاری به طور معمول زمانی مشخص می‌گردد که چرخش لوله و حرکت آن به سمت بالا و پایین امکان‌پذیر نیست، اما گردش آزاد گل به راحتی برقرار باشد. این در شرایطی است که یک طرف لوله گیر افتاده باشد [۵ و ۱۰]. اما در شرایط گیر کامل، علاوه بر عدم امکان چرخش و جابجایی لوله

می‌شود، با ماشین ارتباط برقرار کنیم. این رویه به معنای آموزش یا یادگیری می‌باشد؛ یعنی سیستم یاد می‌گیرد که الگوهای معینی را شناسایی کند و پاسخ خروجی درستی را به آنها اختصاص دهد. در حالت ایده‌آل، ماشین باید بتواند در قبال دریافت ورودی‌هایی که حتی در فاز آموزش اعمال نشده است، پاسخ صحیح ارائه کند. چنین ویژگی را تعمیم می‌نامند [۱۲]. در اینجا قوانین یادگیری یک رویه برای اصلاح وزن‌ها و بایاس‌ها تعریف می‌گردد و قاعده یادگیری در راستای آموزش شبکه برای انجام کار خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۴]. به‌طورکلی می‌توان قواعد یادگیری را به دو بخش عمده یادگیری نظارت شده، و نظارت نشده تقسیم کرد.

در یادگیری نظارت شده، قاعده یادگیری با استفاده از مجموعه آموزش شبکه، تعلیم داده می‌شود. در این روش یادگیری زوج‌های  $\{p_q, t_q\}, \{p_2, t_2\}, \dots, \{p_1, t_1\}$  به شبکه اعمال می‌گردد که در آن  $p_q$  یک ورودی شبکه و  $t_q$  هدف متناظر با ورودی است. زمانی که ورودی به شبکه اعمال می‌شود، خروجی آن با هدف مقایسه می‌گردد. سپس قواعد یادگیری برای تنظیم وزن‌ها و بایاس‌ها به کار برده می‌شود تا خروجی شبکه را به هدف نزدیک نماید. در یادگیری نظارت نشده وزن‌ها و بایاس‌ها تنها در مقابل ورودی شبکه اصلاح می‌شود و در واقع هیچ هدفی وجود ندارد [۱۴]. در این تحقیق برای آموزش شبکه عصبی مصنوعی از قاعده یادگیری نظارت شده استفاده شده است.

بهترین آزمون برای کارایی شبکه، به کار بردن داده‌هایی است که شبکه هنوز با آن مواجه نشده است. برای آزمایش شبکه، وزن‌ها بعد از فاز آموزش باید ثابت شوند و سپس داده‌هایی که قبلاً وارد شبکه نشده است، به کار رود. اگر آموزش با موفقیت انجام شده و جانمایی شبکه صحیح باشد، تجربه قبلی برای داده‌های آزمون نیز به کار گرفته می‌شود و با توجه به تعمیم شبکه از فاز آموزش، خروجی حاصل می‌گردد [۱۲ و ۱۴].

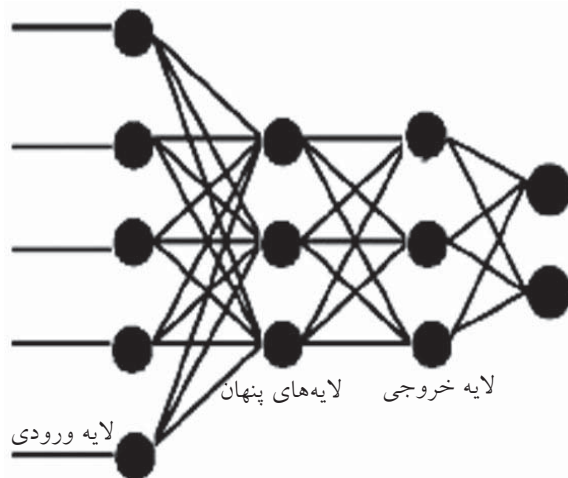
### شبکه عصبی احتمالی (PNN)

شبکه‌های عصبی احتمالی یک نوع خاص از شبکه‌های

1. Activation (Transfer) Function

- لایه‌های (پنهان (میانی): این لایه را پنهان می‌نامند زیرا از بیرون این لایه، خروجی‌ها و ورودی‌های عصب را نمی‌توان مشاهده کرد. این نخستین لایه‌ای است که در آن پردازش انجام می‌شود. در یک شبکه چهار لایه، دو لایه پنهان وجود دارد. - لایه خروجی: در این لایه، خروجی‌ها به دنیای خارج متصل می‌شوند. در این لایه نیز پردازش صورت می‌گیرد. شکل ۲ ساختاری ساده از یک شبکه عصبی مصنوعی را نشان می‌دهد. نحوه عملکرد و ساختار شبکه عصبی را می‌توان به‌طورکلی به‌صورت زیر خلاصه کرد:

الف- نرون‌های عصبی، پردازنده‌های شبکه هستند [۱۳].  
ب- اتصالات شبکه دارای وزن ویژه‌ای است که روی سیگنال‌های عبوری تأثیر می‌گذارد. این وزن‌ها میزان تعامل میان دو نرون مبدأ و مقصد را نشان می‌دهد [۱۳].  
ج- هر نرون، مجموع وزن‌دار ورودی خود را محاسبه کرده و پس از گذر از تابع فعال‌سازی (انتقال)، خروجی را محاسبه می‌کند [۱۳]. شایان ذکر است که برای متمایز کردن واحدهای پردازش مختلف، مقادیری که بایاس نامیده می‌شوند، در توابع فعال‌سازی معرفی می‌شوند.  
د- وزن‌های اتصالات شبکه طی مرحله آموزش، با توجه به قانون یادگیری تغییر کرده و پس از تحقق یادگیری، وزن‌های تثبیت شده به عنوان حافظه شبکه عمل می‌کنند [۱۳].



شکل ۲- یک ساختار ساده از شبکه عصبی با دو لایه پنهان [۲]

### قوانین یادگیری، آموزش و آزمون شبکه‌های عصبی

مهم‌ترین ویژگی شبکه‌های عصبی، توانایی آنها در یادگیری و تعمیم است. بهتر آن است که توسط ارائه تعداد کمتری از مثال‌ها که باعث ایجاد جواب درست

فعال‌سازی مربوطه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$A_j = \prod_{i=1}^n a_{ij} = \prod_{i=1}^n \psi_j \left( \frac{p_i - x_{ij}}{\sigma_{ij}} \right) \quad (2)$$

اگر تابع فعال‌سازی ( $\psi$ ) به شکل گاوسی زیر انتخاب گردد:

$$\psi = \exp\left(-\left(\frac{p_i - x_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right) \quad (3)$$

رابطه (۲) به صورت زیر در می‌آید:

$$A_j = \prod_{i=1}^n a_{ij} = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(\frac{p_i - x_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right) \quad (4)$$

اما قسمت اصلی آموزش PNN مبتنی بر تکنیک احتمال است که اساس آن بر استفاده از استراتژی بیز<sup>۵</sup> و تکنیک تخمین غیر پارامتریک پارزن<sup>۶</sup>، استوار می‌باشد. با استفاده از تئوری تصمیم‌گیری بیز، در صورت برقراری رابطه زیر، الگوی آموزشی می‌تواند به دسته  $k$  تعلق داشته باشد [۱۲ و ۱۵].

$$h_k l_k f_k(x) > h_q l_q f_q(x) \quad (5)$$

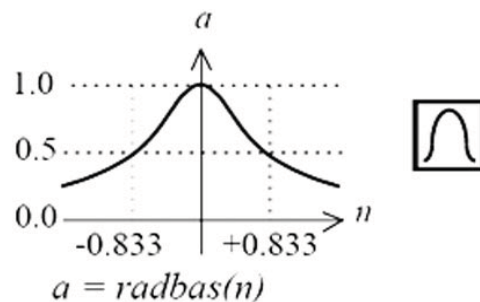
$h_k$  و  $h_q$  به ترتیب احتمال مقدم برای کلاس‌های  $k$  و  $q$  می‌باشد یعنی احتمال اینکه نمونه از کلاس  $k$  یا کلاس  $q$  انتخاب شده باشد.  $l_k$  و  $l_q$  نیز احتمال خطای دسته‌بندی است.

از طرف دیگر، پارزن نشان داد که در صورتی که یک تابع کرنل<sup>۷</sup> بر روی قسمتی از داده‌های یک کلاس از مجموعه آموزش متمرکز شده باشد، آنگاه مجموع توابع کرنل، تقریب خوبی برای چگالی احتمالی کل آن کلاس خواهد بود. در اینجا نیز از توابع گاوسی استفاده شده که یک نوع تابع کرنل می‌باشد. این توابع بر روی هر نقطه از یک کلاس متمرکز خواهد شد. تابع چگالی احتمالی برای یک کلاس توسط فرمول زیر تقریب زده می‌شود [۱۵]:

$$pdf_k(x) = \left(\frac{1.0}{2\pi^{n/2}\sigma^n}\right) \left(\frac{1.0}{P_k}\right) \sum_{j=1}^{p_k} \left(\exp\left(-\frac{(x-x_{ij})^2}{2\sigma^2}\right)\right) \quad (6)$$

مقدار  $p_k$  برابر با تعداد داده‌های موجود در کلاس  $k$  و  $n$  تعداد ورودی‌ها است. عبارت  $x_{ij}$  نشان‌دهنده مرکز تابع گاوسی می‌باشد و با داده  $j$ ام موجود در مجموعه داده‌های متعلق به کلاس  $k$  متناظر است. این فرمول به ظاهر پیچیده، بدین معنی است که مجموع توابع گاوسی محاسبه شده و میانگین آنها به دست می‌آید و سپس فاکتور وزن‌دهی اعمال می‌شود. این فاکتور وزن‌دهی (اولین جمله در سمت راست

عصبی پیش‌خور<sup>۱</sup> بر اساس توابع پایه شعاعی<sup>۲</sup> هستند. با اعمال تغییراتی اندک می‌توان از شبکه‌های RBF برای تخمین توابع چگالی احتمالی هر کدام از کلاس‌های الگو استفاده نمود. با انجام این کار، دسته‌بندی الگوها با احتمال موفقیت بالایی صورت خواهد گرفت. در واقع PNN همانند RBF نرمال شده است؛ پس تعداد سه لایه برای PNN شامل یک لایه ورودی، یک لایه پنهان و یک لایه خروجی است. لایه ورودی صرفاً یک لایه توزیع است و هیچ پردازشی در این لایه انجام نمی‌شود. لایه پنهان، لایه الگو نامیده می‌شود. تمامی نرون‌های لایه پنهان، نوعی تابع فعال‌سازی دارند که معمولاً به شکل توابع پایه شعاعی و از نوع گاوسی انتخاب می‌گردد. هر نرون لایه پنهان، محلی را برای پذیرایی از بردارهای ورودی فراهم می‌آورد که این محل دارای مرکز و بازشدگی<sup>۳</sup> خاصی است. میزان هم‌پوشانی بین هر نرون لایه پنهان با نرون مجاور، این بازشدگی را تعیین می‌کند. به طور ساده می‌توان گفت هر نرون لایه پنهان هنگامی دارای خروجی بزرگتری است که بردار ورودی به مرکز تابع غیرخطی نرون، نزدیک‌تر باشد. با افزایش فاصله بردار ورودی از مرکز توابع غیرخطی، خروجی نرون نیز کاهش می‌یابد (شکل ۳) [۱۴ و ۱۵]. لایه خروجی یک لایه رقابتی<sup>۴</sup> است. تعداد نرون‌ها در لایه رقابتی برابر با تعداد رده‌ها (در اینجا ۲) می‌باشد.



شکل ۳- تابع انتقال گاوسی [۱۴]

تابع فعال‌سازی لایه پنهان به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$a_{ij} = \psi_j \left( \frac{p_i - x_{ij}}{\sigma_{ij}} \right) \quad (1)$$

که در آن  $p_i$ ،  $i$ امین درایه بردار ورودی به نرون  $j$ ام لایه پنهان و  $x_{ij}$ ،  $\sigma_{ij}$  و  $a_{ij}$  به ترتیب بازشدگی، مرکز و خروجی  $i$ امین تابع فعال‌سازی از  $j$ امین نرون لایه پنهان می‌باشد [۱۳]. خروجی نرون  $j$ ام لایه پنهان ( $A_j$ ) از حاصل ضرب توابع

1. Feed-Forward
2. Radial Bases
3. Spread
4. Compete
5. Bayes
6. Parzen
7. Kernel

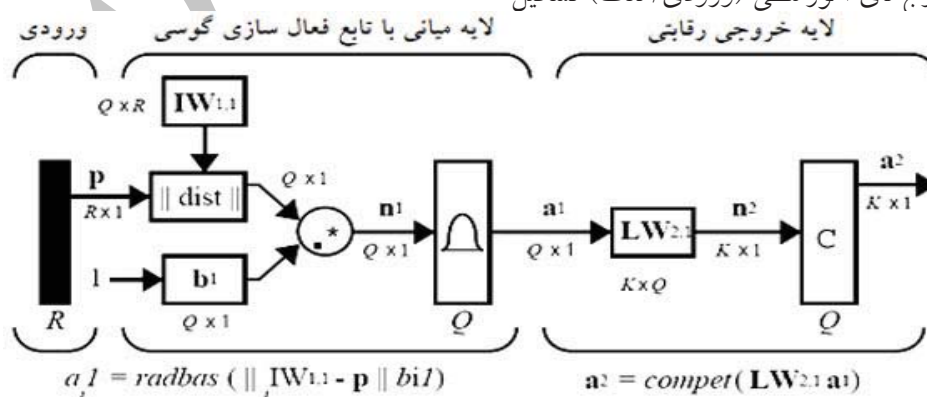
شده است. زمانی که یک بردار ورودی به جعبه  $\|dist\|$  اعمال می‌شود، فاصله آن از کلیه بردارهای آموزشی تعیین شده و مشخص می‌گردد که ورودی به کدام یک از این بردارهای آموزشی نزدیک‌تر است. حاصل کار به صورت عنصر به عنصر در بایاس ضرب شده و به تابع فعال‌سازی اعمال می‌گردد. در نتیجه به ازای بردار ورودی نزدیک به بردار آموزشی، مقدار "۱" توسط این تابع تولید می‌شود. در صورتی که ورودی دارای فاصله یکسانی با چند ورودی آموزشی باشد، خروجی  $a_1$  دارای چند مقدار "۱" خواهد بود [۱۴].

وزن‌های لایه دوم ( $LW_{1,2}$ ) برابر با ماتریس  $T$  از بردارهای هدف قرار داده می‌شود. هر بردار، تنها دارای یک مقدار "۱" متناظر با کلاس مربوط به آن می‌باشد و بقیه مقادیر صفر هستند. به هر حال، لایه دوم با استفاده از خروجی لایه اول، برداری از احتمال‌ها را به عنوان خروجی شبکه تولید می‌کند. به این ترتیب مقدار  $n_2$  در لایه دوم، از ضرب  $T$  در  $a_1$  به دست می‌آید و در نهایت  $n_2$  به تابع فعال‌سازی رقابتی لایه دوم اعمال می‌شود. این تابع به ازای بزرگ‌ترین مقدار موجود در  $n_2$  مقدار "۱" و به ازای بقیه مقادیر، عدد صفر را تولید می‌کند. بنابراین شبکه بردارهای ورودی را به یکی از  $k$  کلاس موجود که دارای حداکثر احتمال می‌باشد، نظیر می‌کند (شکل ۴) [۱۴].

### معیارهای کارایی شبکه عصبی

صحت<sup>۱</sup>، حساسیت<sup>۲</sup> و اختصاصیت<sup>۳</sup> معیارهای آماری برای

رابطه) شامل عباراتی ثابت و توان  $n$  ام بازشدگی می‌باشد. اگر مقدار عددی بازشدگی  $\sigma$ ، بیش از اندازه بزرگ انتخاب گردد، همه نرون‌های شبکه رفتار مشابهی از خود نشان داده و منجر به تعمیم مبالغه‌ای می‌گردد که اثر نامطلوبی در روند آموزش خواهد داشت. اگر مقدار پارامتر بسیار کوچک باشد، به انطباق مبالغه‌ای می‌انجامد [۱۵]. یک روش مناسب برای انتخاب این پارامتر و گریز از تعمیم مبالغه‌ای یا انطباق، استفاده از روش سعی و خطا می‌باشد. به این ترتیب که کارایی شبکه با مقادیر مختلف  $\sigma$  با استفاده از داده‌های زیرمجموعه آزمون بررسی شده و از نظر تعمیم یا انطباق مبالغه‌ای مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، تا بهترین مقدار عددی  $\sigma$  تعیین شود. در شکل ۴ معماری شبکه عصبی احتمالی نشان داده شده است. در این شکل،  $Q$  برابر با تعداد نرون‌های لایه پنهان است که در واقع معادل تعداد زوج‌های آموزشی (ورودی/هدف) می‌باشد. به عبارت دیگر در شبکه PNN هر نرون در لایه پنهان بر روی یکی از زوج‌های آموزشی زیرمجموعه داده‌های آموزش، متمرکز می‌شود تا بر روی بردار ورودی خاصی عمل نماید. از طرف دیگر، فرض می‌شود که بردارهای ورودی دارای  $k$  کلاس متفاوت است. بنابراین هر بردار هدف دارای  $k$  عنصر می‌باشد که یکی از آنها "۱" و بقیه صفر هستند (شکل ۴) [۱۴].



شکل ۴- ساختار شبکه عصبی مصنوعی احتمالی [۱۴]

1. Input Weight (IW)
2. Layer Weight (LW)
3. Accuracy
4. Sensitivity
5. Specificity

داده شده، را نشان می‌دهد (رابطه ۸). به صورت تئوری در یک پیش‌بینی ایده‌آل، میزان حساسیت ۱۰۰٪ می‌باشد. به این معنی که تمام موارد گیر اختلاف فشاری به عنوان گیر اختلاف فشاری پیش‌بینی شده است و میزان اختصاصیت ایده‌آل نیز ۱۰۰٪ می‌باشد. بدین معنا که هیچ مورد عدم وقوع گیر به عنوان وقوع گیر اختلاف فشاری پیش‌بینی نشده است. از طرف دیگر طبق تعریف، میزان صحت یک سیستم اندازه‌گیری، درجه نزدیکی اندازه‌گیری‌های یک کمیت به مقدار واقعی آن در شرایط حقیقی می‌باشد [۱۷]. این معیار بیان‌کننده پیش‌بینی درست مدل پیش‌بینی‌کننده در هر دو حالت مثبت و منفی می‌باشد (رابطه ۹).

### ساخت پایگاه داده

تهیه پایگاه داده برای آموزش شبکه عصبی یک مرحله وقت‌گیر، سخت و مهم می‌باشد. کارایی مدل شبکه عصبی بر چگونگی طرح آموزش و داده‌های ورودی استوار است. داده‌های استفاده شده در این تحقیق مربوط به ۶۳ حلقه چاه در میادین مختلف خلیج فارس (سروش، نوروز، ابوذر، فروزان، سلمان و دنا) می‌باشد که طی سال‌های ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۷ حفاری شده‌اند. در ۳۲ حلقه چاه، گیر اختلاف فشاری اتفاق افتاده بود که در بعضی چاه‌ها بیش از یکبار و در قسمت‌های متفاوت این پدیده رخ داده است. ۱۰۹ سری داده با استفاده از گزارش‌های روزانه حفاری و گل تهیه شده است. بیشتر چاه‌ها به صورت افقی یا انحرافی و با گل پایه روغنی یا سینتیکی حفاری شده‌اند و گیر اختلاف فشاری عمدتاً در لایه مخزن رخ داده است. در این تحقیق، هدف به‌دست آوردن نگاهی بین متغیرهای مؤثر و گیر اختلاف فشاری است که به وسیله آن، بتوان گیر اختلاف فشاری را پیش‌بینی نمود. بر اساس تحقیقات گذشته [۲ - ۶ و ۱۱] پارامترهای مربوط به عملیات حفاری و خصوصیات گل حفاری متغیرهای مؤثری هستند که به عنوان ورودی شبکه عصبی در نظر گرفته شده‌اند. این متغیرها عبارتند از:

اختلاف فشار گل و سازند، عمق چاه، هرزروی سیال حفاری

آزمودن کارایی طبقه‌بندی دودویی می‌باشند [۱۶]. برای درک صحیح این سه معیار، ابتدا مفاهیم مثبت حقیقی (TP)<sup>۱</sup>، مثبت کاذب (FP)<sup>۲</sup>، منفی حقیقی (TN)<sup>۳</sup> و منفی کاذب (FN)<sup>۴</sup> شرح داده می‌شود. فرض کنید در یک آزمایش، قسمت‌های مختلف یک چاه از نظر وقوع گیر اختلاف فشاری مورد بررسی قرار گیرد، جواب این آزمایش دو حالت دارد:

- مثبت (وقوع گیر اختلاف فشاری)

- منفی (عدم وقوع گیر اختلاف فشاری)

اما نتیجه این آزمایش ممکن است صحیح یا اشتباه باشد. لذا در کل ۴ حالت به وجود می‌آید:

- مثبت حقیقی: بخش‌هایی از چاه که گیر اختلاف فشاری در شرایط واقعی رخ داده و در آزمایش هم به درستی وقوع گیر تشخیص داده شده است.

- مثبت کاذب: قسمت‌هایی از چاه که گیر رخ نداده ولی به اشتباه به عنوان گیر اختلاف فشاری مشخص شده‌اند.

- منفی حقیقی: قسمت‌هایی که در شرایط واقعی گیر رخ نداده و به عنوان حالت عدم وقوع گیر مشخص شده‌اند.

- منفی کاذب: بخش‌هایی از چاه که در واقعیت گیر اختلاف فشاری اتفاق افتاده، اما به طور نادرست در آزمایش به عنوان قسمت‌های فاقد گیر مشخص شده است.

مطابق تعاریف فوق داریم:

$$\text{specificity} = \frac{\text{TN}}{\text{TN} + \text{FP}} \quad (7)$$

$$\text{sensitivity} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}} \quad (8)$$

$$\text{accuracy} = \frac{\text{TP} + \text{TN}}{\text{TP} + \text{TN} + \text{FP} + \text{FN}} \quad (9)$$

که در آن accuracy، sensitivity، specificity و به ترتیب حساسیت، اختصاصیت و صحت می‌باشد و TP تعداد مثبت حقیقی، TN تعداد منفی حقیقی، FP تعداد مثبت کاذب و FN تعداد منفی کاذب است.

بر اساس رابطه (۷) اختصاصیت، نشان دهنده بخش منفی آزمایش (مدل پیش‌بینی‌کننده) می‌باشد که به درستی مشخص شده است؛ یعنی درصد مواردی را بیان می‌کند که برای آنها عدم وقوع گیر پیش‌بینی شده و در شرایط واقعی نیز دچار گیر اختلاف فشاری نشده‌اند. از طرف دیگر حساسیت بیان‌کننده پیش‌بینی درست بخش مثبت آزمایش (مدل پیش‌بینی‌کننده) می‌باشد، بدین مفهوم که درصد موارد گیر اختلاف فشاری که به درستی تشخیص

1. True Positive (TP)  
2. False Positive (FP)  
3. True Negative (TN)  
4. False Negative (FN)

هدف،  $x_{\text{mean}}$  و  $x_{\text{std}}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار بردار ورودی‌ها یا هدف،  $y_{\text{mean}}$  و  $y_{\text{std}}$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار مورد نظر برای نرمال‌سازی و  $\lambda$  بردار نرمال شده می‌باشد. پس از مرحله آموزش، از مقادیر نرمال شده برای ایجاد تغییرات لازم در ورودی‌های آینده مدل پیش‌بینی، استفاده می‌شود. اگر بر روی مجموعه آموزش پیش پردازش بر اعمال شود لازم است که بر روی همه ورودی‌ها نیز پیش پردازش انجام گیرد.

پایگاه داده به صورت اتفاقی<sup>۶</sup> به دو زیر مجموعه آموزش و آزمون تقسیم شده‌اند. زیر مجموعه آموزش ۷۰٪ و زیر مجموعه آزمون ۳۰٪ از کل داده‌ها شامل را می‌شود.

### بحث و بررسی نتایج شبکه عصبی مصنوعی

برای تهیه مدل از جعبه ابزار شبکه عصبی نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. با توجه به نوع مسأله، یک شبکه عصبی احتمالی برای پیش‌بینی وقوع گیر اختلاف فشاری به کار رفته است. این شبکه دارای یک لایه ورودی با ۹ پارامتر ورودی، یک لایه پنهان و یک لایه خروجی است که وقوع یا عدم وقوع گیر را پیش‌بینی می‌کند. تعداد نرون لایه پنهان، ۷۷ نرون با تابع فعال‌سازی گوسی می‌باشد. این تعداد نرون برابر با تعداد دستگاه‌های داده زیر مجموعه آموزش می‌باشد تا هر نرون لایه پنهان، بر روی یک زوج آموزشی عمل نماید و قادر به واکنش نسبت به ورودی‌های زیرمجموعه آزمون و داده‌های جدید باشد. لایه خروجی نیز دارای دو نرون رقابتی است (نرون وقوع گیر و نرون عدم وقوع گیر) نرون با مقدار احتمال بالاتر به عنوان نرون برنده می‌باشد و به این ترتیب شرایط وقوع و یا عدم وقوع گیر پیش‌بینی می‌گردد. نکته مهم در مورد PNN تعیین عرض تابع پایه شعاعی می‌باشد که میزان هم‌پوشانی نرون‌های لایه پنهان را مشخص می‌کند. انتخاب نامناسب این پارامتر منجر به تعمیم مبالغه‌ای یا انطباق مبالغه‌ای می‌گردد. مقدار این پارامتر به روش سعی و خطا تعیین می‌شود.

1. API Fluid Loss
2. Mud Filtrate Viscosity
3. Yield Point
4. Preprocessing
5. Normalize
6. Random

با توجه به استاندارد API<sup>۱</sup>، درصد جامدات، گرانروی صافاب گل<sup>۲</sup>، گرانروی پلاستیک، نقطه تسلیم<sup>۳</sup>، مقاومت ژله‌ای اولیه و مقاومت ژله‌ای بعد از ۱۰ دقیقه. در این مطالعه به علت تأثیر مشابه گل پایه روغنی و گل سیستیک بر روی گیر اختلاف فشاری، نوع گل به‌عنوان پارامتر ورودی در نظر گرفته نشده است. دامنه تغییرات پارامترهای ورودی در جدول ۱ آورده شده است. خروجی شبکه به صورت "۰" و "۱" می‌باشد که "۱" نشان‌دهنده وقوع گیر اختلاف فشاری و "۰" نشان‌دهنده عدم وقوع گیر می‌باشد. در صورت اعمال یک سری پیش‌پردازش<sup>۴</sup> بر روی داده‌های ورودی و هدف، آموزش شبکه عصبی می‌تواند کارایی بالاتری داشته باشد. قبل از آموزش بهتر است مقادیر

جدول ۱- دامنه تغییرات پارامترهای ورودی شبکه عصبی

پارامترهای ورودی (واحد)	حداقل	حداکثر
اختلاف فشار (psi)	۱۰۰	۱۱۷۸
عمق چاه (m)	۸۰۰	۳۵۷۰
گرانروی صافاب گل (cp)	۳۲	۱۸۰
افت صافی (cc/min)	۰/۵	۹
درصد حجمی جامدات گل (%)	۱/۶	۲۴
گرانروی پلاستیکی (cp)	۹	۶۵
نقطه واروی (lb/100 ft <sup>2</sup> )	۶	۵۱
مقاومت ژل‌های اولیه (lb/100 ft <sup>2</sup> )	۱	۲۳
مقاومت ژل‌های بعد از ۱۰ دقیقه (lb/100 ft <sup>2</sup> )	۲	۵۱

ورودی‌ها و هدف مقیاس‌بندی شوند تا در یک محدوده خاص قرار گیرند. به این عمل نرمال‌سازی<sup>۵</sup> می‌گویند. یک راه برای مقیاس‌بندی ورودی‌ها و هدف‌ها استفاده از میانگین و انحراف معیار مجموعه داده‌های آموزش می‌باشد. در این روش، به گونه‌ای ورودی‌ها و هدف‌ها نرمال‌سازی می‌شوند که میانگین و انحراف معیار آنها به ترتیب برابر صفر و یک گردد. در شبکه PNN با تابع فعال‌سازی گوسی، از این روش نرمال‌سازی استفاده می‌گردد.

$$y = (x - x_{\text{mean}}) \times (y_{\text{std}}/x_{\text{std}}) + y_{\text{mean}} \quad (10)$$

نرمال‌سازی بر اساس میانگین و انحراف معیار با استفاده از رابطه (۱۰) انجام می‌شود، که در آن X بردار ورودی‌ها یا

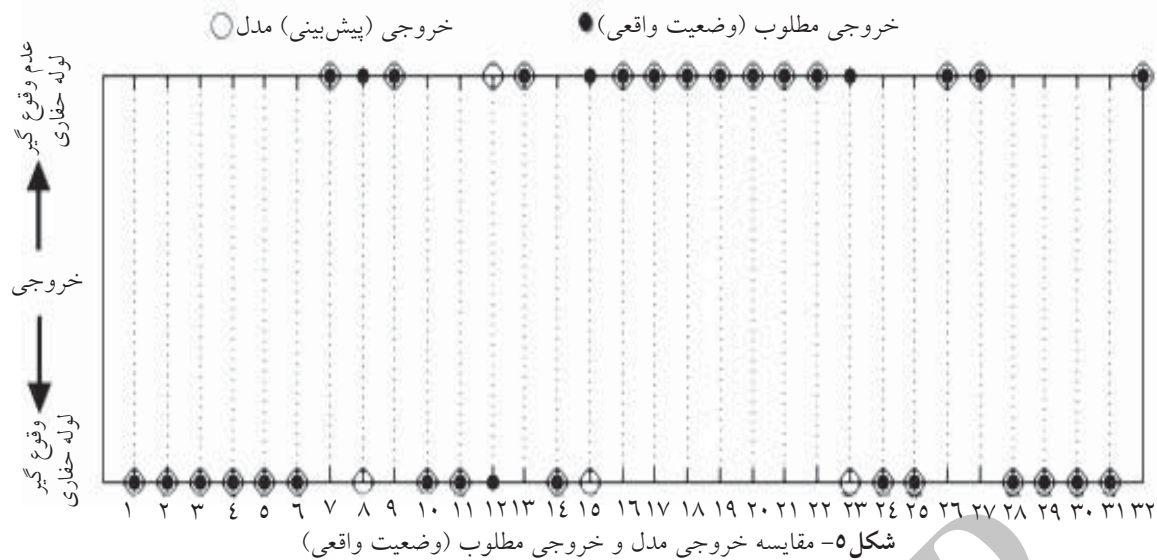


ملاحظه می‌گردد. هنگام به کارگیری مدل پیش‌بینی‌کننده، اگر موارد عدم وقوع گیر به عنوان وقوع گیر تشخیص داده شوند، مورد بررسی قرار می‌گیرند و اقدامات لازم به عمل می‌آید. اما اگر مواردی که گیر رخ می‌دهد، به عنوان عدم وقوع گیر تعیین شود، این موارد بررسی نخواهند شد و وقوع گیر اجتناب‌ناپذیر است. لذا علی‌رغم اهمیت معیارهای اختصاصیت و صحت در تعیین میزان کارایی مدل پیش‌بینی‌کننده، میزان حساسیت در پیش‌بینی وقوع گیر دارای ارزش بیشتری نسبت به دو معیار دیگر می‌باشد.

نتایج مربوط به مقادیر متفاوت عرض تابع پایه شعاعی برای زیر مجموعه آزمون در جدول ۲ آورده شده است. نتایج نشان می‌دهد عرض تابع در محدوده ۰/۷۴ تا ۰/۸۳ دارای بهترین کارایی می‌باشد. برای تعیین میزان کارایی مدل پیش‌بینی‌کننده، زیر مجموعه آزمون به شبکه عصبی اعمال گردید که نتایج به دست آمده در شکل ۵ و جدول ۳ آورده شده است. در شکل ۵ نتیجه خروجی مدل و وضعیت واقعی با هم مقایسه شده‌اند که میزان عملکرد مناسب PNN در پیش‌بینی وقوع یا عدم وقوع گیر اختلاف فشاری

جدول ۲- مقایسه کارایی شبکه عصبی احتمالی با مقادیر مختلف عرض تابع گوسی برای زیرمجموعه آزمون

موارد انتخابی	معیار کارایی		
	عرض تابع گوسی	صحت (%)	حساسیت (%)
۰/۱۵	۸۴/۳۸	۸۷/۵۰	۸۱/۲۵
۰/۴۰	۸۴/۳۸	۸۷/۵۰	۸۱/۲۵
۰/۵۰	۸۴/۳۸	۸۷/۵۰	۸۱/۲۵
۰/۵۵	۸۴/۳۸	۸۷/۵۰	۸۱/۲۵
۰/۶۰	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۶۵	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۰	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۲	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۳	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۴	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۵	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۶	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۷	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۸	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۷۹	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۸۰	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۸۱	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۸۲	۸۷/۵۰	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵
۰/۸۳	۸۴/۳۸	۹۳/۷۵	۷۵/۰۰
۰/۸۴	۸۴/۳۸	۹۳/۷۵	۷۵/۰۰
۰/۸۵	۸۴/۳۸	۹۳/۷۵	۷۵/۰۰
۰/۹۰	۸۴/۳۸	۹۳/۷۵	۷۵/۰۰
۰/۹۵	۸۴/۳۸	۹۳/۷۵	۷۵/۰۰
۱/۰۰	۸۴/۳۸	۹۳/۷۵	۷۵/۰۰



- یک شبکه عصبی را می‌توان به راحتی توسط جفت‌های ورودی - خروجی جدیدتر آموزش داد، بدون این که لازم باشد تغییر خاصی در ساختار آن اعمال نمود. یعنی می‌توان در کمترین زمان، شبکه را برای مواجهه با شرایط جدید آماده ساخت. - با تشکیل شبکه عصبی، می‌توان نه تنها در زمان طراحی بلکه در حین حفاری و برای چاه‌های توسعه‌ای نیز، احتمال گیر را پیش‌بینی کرد.

#### تشکر و قدردانی

این تحقیق با حمایت و پشتیبانی علمی - مالی شرکت نفت فلات قاره، تحت قرارداد علمی-پژوهشی صورت گرفته که بدین وسیله از ایشان قدردانی می‌گردد.

#### علائم و نشانه‌ها

- انستیتو نفت آمریکا API
- منفی کاذب FN
- مثبت کاذب FP
- وزن‌های ورودی لایه اول IW
- وزن‌های لایه دوم LW
- پرسپترون چند لایه MLP
- شبکه عصبی احتمالی PNN
- شبکه عصبی پایه شعاعی RBF
- منفی حقیقی TN
- مثبت حقیقی TP

جدول ۳- معیارهای کارایی شبکه عصبی

معیارها (%)		
صحت	حساسیت	اختصاصیت
۸۷/۵	۹۳/۷۵	۸۱/۲۵

طبق جدول ۳، این مدل پیش‌بینی کننده، دارای حساسیت بالایی نسبت به تشخیص وقوع گیر می‌باشد (حساسیت=۹۳/۷۵٪). بنابراین این مدل با توجه به بالا بودن میزان حساسیت، می‌تواند در تشخیص گیر اختلاف فشاری بسیار مؤثر باشد.

#### نتیجه‌گیری

- در این تحقیق یک روش جدید برای پیش‌بینی گیر اختلاف فشاری ارائه شد. با در نظر داشتن اینکه پارامترهای ورودی، متغیرهایی هستند که در حین عملیات حفاری ثبت می‌گردند یا اطلاعات مربوط به مطالعات زمین‌شناسی و مخزن می‌باشند که مطالعات آنها انجام شده است؛ بدون هزینه اضافی با استفاده از مدل پیشنهادی، می‌توان گیر اختلاف فشاری را با دقتی مناسب پیش‌بینی نمود. - با توجه به پراکندگی و گستردگی پارامترهای مؤثر بر گیر اختلاف فشاری لوله‌های حفاری، ابزار شبکه عصبی با توجه به خصوصیات منحصر به فردی که دارد، می‌تواند مفید باشد. - در صورت پیش‌بینی وقوع گیر اختلاف فشاری، با بهبود عوامل مؤثر می‌توان از وقوع گیر اجتناب کرد. پیش‌بینی گیر و جلوگیری از آن، باعث کاهش هزینه‌های مربوطه می‌گردد و عملیات حفاری را بهینه می‌کند.

## مراجع

- [1] M-I L.L.C. *Drilling Fluid Engineering Manual*, Version 2.0-4/01, M-I Drilling Fluids Company, 1998.
- [2] Siruvuri C., Nagarakanti S. & Samuel R., "Stuck pipe prediction and avoidance: a convolution neural network approach". IADC/SPE Drilling Conference, Miami, Florida, USA, 21-23 February. SPE. 98378, pp. 1-6, 2006.
- [3] Santos H., "Differentially stuck pipe: early diagnostic and solution", IADC/SPE Drilling Conference, New Orleans, Louisiana, USA, 23-25 February. SPE 59127, pp. 1-5, 2000.
- [4] Wisnie A.P. & Zhu Zh., "Quantifying stuck pipe risk in Gulf of Mexico oil and gas drilling", SPE 69<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, LA, U.S.A., 25-28 September. SPE 28298, pp. 69-80, 1994.
- [5] Miri R., Sampaio J., Afshar M. & Lourenco A., "Development of artificial neural networks to predict differential pipe sticking in Iranian offshore oil Fields", International oil conference and exhibition, Veracruz, Mexico, 27-30 June. Paper SPE 108500, pp. 1-15, 2007.
- [6] Murillo A., Neuman J. & Samuel R., "Pipe sticking prediction and avoidance using adaptive fuzzy logic and neural network modeling", SPE Production and Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma, U.S.A., 4-8 April, SPE 120128, pp. 1-15, 2009.
- [7] Malallah A. & Nashawi I.S., "Estimating the fracture gradient coefficient using neural networks for a field in the Middle East", Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 49, pp. 193-211, 2005.
- [8] Salehi S., Hareland G., Khademi Dehkordi K., Ganji M. & Abdollahi M., "Casing collapse risk assessment and depth prediction with a neural network system approach", J. Petroleum Science and Engineering, Vol. 69, pp. 156-162, 2009.
- [9] Ali J.K., "Neural networks: a new tool for the petroleum industry?", European Petroleum Computer Conference, Aberdeen, U.K., 15-17 March. SPE. 27561, pp. 217-231, 1994.
- [10] Rabia H., *Oilwell drilling engineering: principles and practice*, First published, Graham & Trotman, 1985.
- [11] Reid P.I., Meeten, G.H., Way, P.W., Clark, P., Chambers, B.D., Gilmour, A. & Sanders, M.W., "Differential-sticking mechanisms and a simple wellsite test for monitoring and optimizing drilling mud properties", SPE Drilling & Completion, Vol. 15, No.2, pp. 97-104, 2000.
- [۱۲] جی.شالکف ر.، ترجمه (جورابیان، م.، زارع، ط.، استوار، ا.)، شبکه‌های عصبی مصنوعی، ویرایش اول، انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۳۸۲.
- [۱۳] منتظر غ.ع.، قدسیان، م.، نصیری، ف.، جوان، م.، اقبالزاده، ا.، «پیش‌بینی هوشمند فرآیند ناشی از پایه پل با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی مبتنی بر تابع پایه شعاعی»؛ مجله فنی و مهندسی مدرس، شماره ۱۴، صفحات ۶۲-۴۹، زمستان ۸۲.
- [14] Demuth H. & Beale M., *Neural network toolbox for use with MATLAB*, Mathworks, Inc, USA. User's Guide, Fifth Printing, Version 3, 1998.
- [۱۵] پیکتن ف.، ترجمه (غضنفری، م.، ارکات، ج.)، شبکه‌های عصبی (اصول و کارکردها)، ویرایش اول، مرکز انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۳.
- [16] Fawcett T., "An introduction to ROC analysis", Pattern Recognition Letters, Vol. 27, pp. 861-874, 2006.
- [17] Taylor J.R., *An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements*, University Science Books. pp. 128-129, 1999.