

# بهینه‌سازی تولید و تزریق با استفاده از روش کاهش مرتبه مدل در شبیه‌سازی مخازن هیدروکربنی

توماج فرود<sup>۱</sup>، عباس سیفی<sup>۲\*</sup> و بابک امین شهیدی<sup>۱</sup>

۱- دانشکده مهندسی نفت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

۲- دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۹۴/۷/۶ تاریخ پذیرش: ۹۵/۳/۲۹

## چکیده

بهینه‌سازی برنامه تولید و تزریق در مخازن هیدروکربنی به دلیل پیچیدگی و حجم بالای محاسبات، زمینه تحقیقاتی بسیاری از طرح‌های پژوهشی بوده است. یکی از علل اصلی این پیچیدگی نیاز به اجراهای متعدد شبیه‌ساز عددی به منظور پیش‌بینی عملکرد مخزن است. لذا یافتن راهی برای کاهش محاسبات شبیه‌سازی مخزن کمک شایانی به تسهیل بهینه‌سازی تولید خواهد کرد. یکی از روش‌های کاهش حجم شبیه‌سازی مخزن استفاده از روش‌های کاهش مرتبه مدل است که به تازگی در حوزه شبیه‌سازی مخازن هیدروکربنی معرفی شده است. در این مقاله ما به معرفی روش کاهش مرتبه مدل براساس شبکه‌های عصبی مصنوعی و روش درون‌یابی تجربی گسسته خواهیم پرداخت. این روش با ترکیب مزایای روش‌های نفوذی روش درون‌یابی تجربی گسسته و غیر نفوذی شبکه‌های عصبی قادر است ضمن حفظ دقت شبیه‌سازی مشکل بالا بودن ابعاد فضای متغیر را حل کرده و در زمینه شبیه‌سازهای جعبه سیاه نیز به کار گرفته شود. کارایی الگوریتم پیشنهادی در کاهش حجم شبیه‌سازی و بهینه‌سازی تولید در مخزن شاخص بروز مورد ارزیابی قرار گرفته است. روش مذکور نشان داد که قادر است ضمن حفظ دقت شبیه‌سازی و رفتار دینامیکی مخزن زمان شبیه‌سازی را تا هشت برابر کاهش دهد. در قسمت بهینه‌سازی تولید نیز استفاده از این روش در کنار الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی الگو توانست ضمن کاهش زمان محاسباتی به میزان هفت برابر نسبت به شبیه‌ساز عددی اکلیپس، موجب بهبود ۱۱٪ در ارزش خالص فعلی نسبت به نقطه اولیه بهینه‌سازی شود.

**کلمات کلیدی:** بهینه‌سازی تولید، شبیه‌سازی مخزن، کاهش مرتبه مدل، شبکه‌های عصبی مصنوعی، روش درون‌یابی تجربی گسسته.

## مقدمه

زمان‌بر بودن شبیه‌ساز عددی مخزن در فرآیندهای بهینه‌سازی و ارزیابی عدم قطعیت از دلایل اصلی هستند که این محاسبات را بسیار پرهزینه و گاه غیرممکن می‌سازد. در این مقاله ما به بررسی راه‌های ممکن برای کاهش زمان و پیچیدگی محاسباتی شبیه‌ساز عددی مخزن و پیاده‌سازی آن برای کاهش حجم محاسباتی شبیه‌ساز مخزن خواهیم پرداخت.

در حال حاضر روش‌های رایج کاهش مرتبه مدل<sup>۱</sup> را می‌توان به دو دسته روش‌های نفوذی و غیر نفوذی<sup>۲</sup> تقسیم‌بندی کرد [۱]. روش‌های کاهش مرتبه غیرنفوذی نظیر چند جمله‌ای‌ها، کریجینگ و یا شبکه‌های عصبی مصنوعی نیاز به دانش کامل در مورد معادلات حاکم سیستم دینامیکی و یا ویژگی‌های فیزیکی آن ندارند [۲ و ۳] در نتیجه دقت آنها در مقایسه با روش‌های نفوذی کمتر خواهد بود. به علاوه با افزایش تعداد ورودی‌های مسئله برای ساخت مدلی با دقت مناسب تعداد نمونه‌های تعلیمی به شدت افزایش خواهد یافت.

روش‌های نفوذی، مستقیماً بر روی دستگاه معادلات حاکم سیستم دینامیکی اعمال می‌شود و برای کاهش مدل‌های خطی و غیرخطی کاربرد دارند. روش درون‌یابی تجربی گسسته<sup>۳</sup> و تجزیه متناسب متعامد<sup>۴</sup> دو روش پرکاربرد هستند. در صورت عدم دسترسی به کد منبع مدل شبیه‌سازی امکان استفاده از این روش‌ها وجود ندارد که در شبیه‌سازهای تجاری نیز شرایط همین‌گونه است. تجزیه متعامد متناسب یک روش کاهش مرتبه مدل براساس تصویرسازی است که در ابتدا توسط لوملی برای تشخیص ساختارهای پیوسته در سیستم‌های دینامیکی معرفی شد [۴]. ورمیولن و همکاران اولین کسانی بودند که از روش‌های POD در زمینه مسائل جریان آب‌های زیرزمینی استفاده کردند [۵]. کاردوسو روش‌های جدیدی برای تقویت روش ساده POD طراحی کرد

[۶]. کاربرد مستقیم روش‌های کاهش مرتبه براساس تصویرسازی در مسائل غیرخطی بلافاصله منجر به کاهش ابعاد مسئله نمی‌شود. روش‌های بسیاری برای حل این مشکل ارائه شده‌اند [۷ و ۸]. یکی از این روش‌ها روش درون‌یابی تجربی گسسته است. این روش یک تابع غیرخطی را با ترکیب تصویرسازی و میان‌یابی تخمین می‌زند [۹ و ۱۰]. این روش در حقیقت شاخه گسسته شده‌ای از روش درون‌یابی تجربی است که در [۱۱] معرفی شده است. در این مقاله ما یک روش کاهش مرتبه مدل غیرنفوذی را طراحی و پیاده‌سازی خواهیم کرد که ترکیبی از روش‌های نفوذی غیرخطی درون‌یابی تجربی گسسته و مدل جایگزین غیرنفوذی شبکه‌های عصبی است. مدل پیشنهادی در این مقاله نیازمند کد شبیه‌ساز مخزن نبوده و قادر است در کنار هر نوع شبیه‌ساز عددی مخزنی به کار رود. در خصوص الگوریتم بهینه‌سازی نیز، الگوریتم جستجوی الگو از دسته روش‌های بهینه‌سازی بدون مشتق انتخاب شده است. دلیل انتخاب الگوریتم جستجوی الگو عدم دسترسی به مشتقات تابع هدف و نیز هزینه بر بودن محاسبه عددی این مشتقات است.

## تئوری

فرض کنیم که سیستم دینامیکی یک مدل مخزن هیدروکربنی با معادلات زیر تعریف شود [۱۲]:

$$x(t_i) = f_i[x(t_{i-1}), u, \theta] \quad (1)$$

$$y(t_i) = h_i[x(t_i), u, \theta] \quad (2)$$

$$x(t_0) = x_{init} \quad (3)$$

در این معادلات  $i=1, \dots, N$  نشان‌دهنده گام‌های زمانی،  $x(t_i)$  بردار متغیرهای حالت (فشار و اشباع) و حل معادله ۱ در گام زمانی  $t_i$ ،  $x(t_0) = x_{init}$  شرایط اولیه حالت سیستم و  $y(t_i)$  خروجی سیستم (شدت جریان و فشارهای ته چاهی) در گام زمانی  $t_i$  هستند.

1. Reduce Order Modeling (ROM)
2. Intrusive & Non-Intrusive Methods
3. Discrete Empirical Interpolation Method (DEIM)
4. Proper Orthogonal Decomposition (POD)

خطای تقریب انتخاب شده باشند. در نتیجه روش درون‌یابی تجربی گسسته یک زیرمجموعه مناسب از نقاط گریدی، یک ماتریس اندیس مناسب  $P$ ، برای محاسبه  $f$  انتخاب می‌کند به شکلی که:

$$\max \left\{ \left\| \Phi(P^T \Phi)^{-1} P^T f - f \right\|_2 \right\} \quad (10)$$

کمینه شود. این هدف با استفاده از یک الگوریتم حریص که در مرجع [۹] نشان داده شده قابل دستیابی است.

### ساخت مدل جایگزین شبیه‌ساز مخزن هیدروکربنی

تعداد پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه متغیرهای حالت در یک مخزن هیدروکربنی هم مرتبه با تعداد گریدها خواهد بود که معمولاً در مرتبه ۱۰ یا صد هزار می‌باشند. به‌جای کار کردن مستقیم با این تعداد زیاد از پارامترها و متغیرها و مطالعه ارتباط آنها با میدان فشار و اشباع، می‌توان دینامیک توصیف شده در یک گرید فضایی را به‌عنوان توصیف فیزیکی مسأله در نظر گرفت که در تمام فضای مخزن این فیزیک تکرار می‌شود. یک گسسته‌سازی اختلاف محدود برای معادلات جریانی این فیزیک محلی را برای هر سیستم نشان می‌دهد. توجه شود که در هر گرید فیزیکی مسأله تنها تعداد معدودی از پارامترها را شامل می‌شود. از آنجا که گسسته‌سازی معادلات جریانی در تمام دامنه زمانی و مکانی معتبر است، این رابطه نیز میان این متغیرها در تمام نقاط دامنه مخزن معتبر هستند. بنابراین، یک مدل جایگزین برای تقریب زدن مدل فیزیک محلی در یک مدل جریان سه بعدی و دوفازی را می‌توان به این شکل تعریف کرد:

$$p_{i,j}^{n+1} = f \left( p_{i,j}^n, \bar{p}^n, S_{i,j}^n, \bar{S}^n, \theta_{i,j}, \bar{\theta}_{i,j}, q_{i,j} \right) \quad (11)$$

$$S_{i,j}^{n+1} = f \left( p_{i,j}^n, \bar{p}^n, S_{i,j}^n, \bar{S}^n, \theta_{i,j}, \bar{\theta}_{i,j}, q_{i,j} \right) \quad (12)$$

در این معادلات  $p_{i,j}^n$  و  $S_{i,j}^n$  فشار و اشباع آب در گرید

$u$  بردار متغیرهای کنترلی (قیدهای شدت جریان و فشار چاه‌ها) و  $\theta$  ویژگی‌های زمین‌شناسی مخزن است که به‌عنوان مهم‌ترین منبع عدم قطعیت در مدل مخزن شناخته می‌شود.

برای کاهش ابعاد یک جمله غیرخطی، درون‌یابی تجربی گسسته تابع  $f$  را در یک زیر فضا از  $R^n$  تقریب می‌زند. فرض کنید که ما یک دسته از تصاویر ایستا  $\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$  از تابع  $f$  داشته باشیم که از برخی شبیه‌سازی‌های تعلیمی به‌دست آمده‌اند. می‌توانیم روش تجزیه متعامد متناسب را بر روی این ماتریس تصاویر ایستا اعمال کرده و دسته‌ای از بردارهای تکین آن را به‌دست آوریم:

$$\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_m] \quad (4)$$

در حالی که  $\phi_i \in R_n$  و  $m \ll n$ . سپس یک تقریب منطقی از  $f$  بدین‌صورت خواهد بود:

$$f = \Phi c \quad (5)$$

در حالی که  $c \in R_m$ . اگر مقادیر تکین ماتریس تصاویر ایستای  $f$  با سرعت کاهش یابند خواهیم داشت:

$$c = \Phi^T f \quad (6)$$

روش درون‌یابی تجربی گسسته بردار غیرخطی  $f$  را براساس محاسبه  $f$  در یک زیر مجموعه از نقاط فضایی درون‌یابی می‌کند. به منظور فرمولاسیون ریاضی این روش یک ماتریس اندیس باید تعریف شود:

$$P = [e_{i_1}, \dots, e_{i_m}] \in R^{n \times m} \quad (7)$$

هر  $e_{i_j}$  یک بردار ستونی است که  $i_j$ -امین عضو آن ۱ و بقیه اعضای آن صفر است. با ضرب  $P^T$  در هر بردار می‌توان به راحتی  $m$  عضو مورد نظر بردار را استخراج کرد. به منظور محاسبه  $c$  از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Phi c = f \Rightarrow P^T \Phi c = P^T f \quad (8)$$

اگر  $P^T \Phi$  یک ماتریس  $m \times m$ ، خوش حالت باشد خواهیم داشت:

$$c = \underbrace{(P^T \Phi)^{-1}}_{G^{-1}} \underbrace{P^T f}_{f_p} \quad (9)$$

معادله ۹ لزوماً رابطه  $\Phi c = f$  را برآورده نمی‌سازد. مگر اینکه نقاط درون‌یابی با دقت برای کمینه‌سازی

دسته از شبکه‌های عصبی مصنوعی پیشرو چندلایه با الگوریتم آموزشی انتشار معکوس، برای تقریب زدن توابع جایگزین  $\hat{f}$  و  $\hat{h}$  ساخته و تعلیم می‌بینند. پس از ساخت مدل جایگزین  $\hat{f}$  برای تقریب زدن  $f$  یا می‌توانیم روش درون‌یابی تجربی گسسته را بر روی معادله تقریب زده اعمال کنیم.

کاربرد الگوریتم کاهش مرتبه مدل در مخزن شاخص بروژ

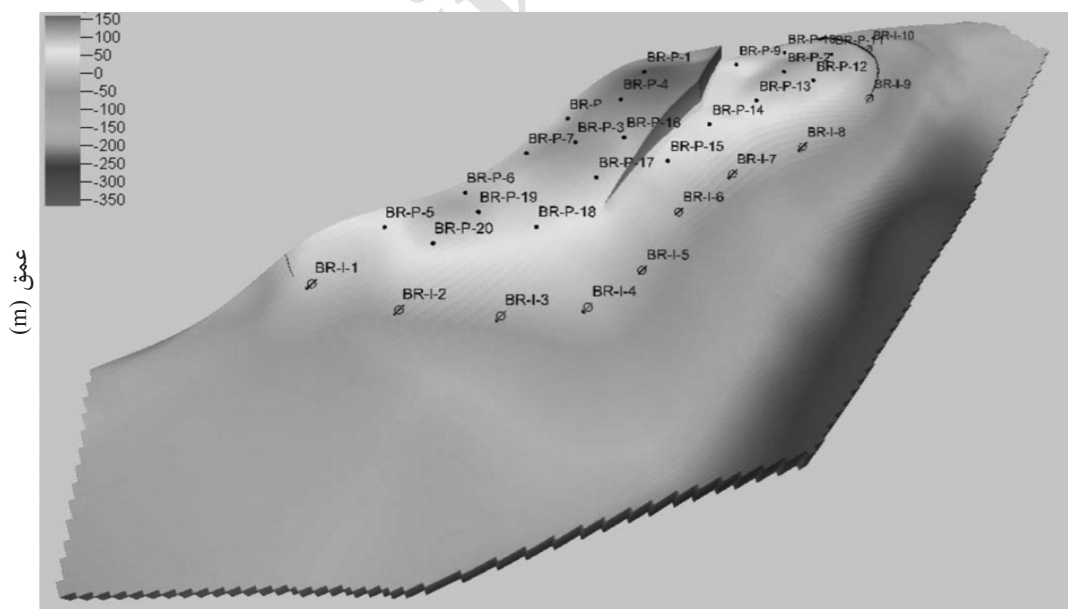
مخزن بروژ یک مدل ۳ بعدی مصنوعی، با مشخصات رایج میداین واقعی دریای شمال است. شکل مخزن و موقعیت چاه‌های تزریقی و تولیدی آن در شکل ۱ تصویر شده است. آب و نفت تنها سیالات جاری در این میدان در نظر گرفته شده‌اند. مدل میدان بروژ با جزئیات بیشتر در مقاله اصلی ارائه شده توسط TNO [۱۳] توصیف شده است. قبلا الگوریتم تطابق تاریخچه خودکار برای به‌روز رسانی مدل میدان بروژ با استفاده از ۱۰ سال تاریخچه تولید آن به‌کار گرفته شده است [۱۴].

مورد نظر در گام زمانی فعلی هستند.  $p_n^-$  و  $S_n^-$  فشار و اشباع‌گریدهای همسایه در گام زمانی فعلی هستند.  $\theta_{ij}^-$  نیز پارامترهای غیرقطعی (تخلخل، تراوایی و ...) در گام مورد نظر و نیز در همسایگی آن را توصیف می‌کنند.

شرح الگوریتم پیشنهادی برای کاهش مرتبه مدل شبیه‌ساز مخزن هیدروکربنی

تابع  $f$  یک عملگر غیرخطی است که بر روی متغیرهای حالت  $x$  عمل می‌کند و نشان‌دهنده فیزیک واقعی مسأله است. از آنجا که به‌طور کلی  $f$  مجهول است، می‌توانیم آن را با مدل پروکسی  $\hat{f}$  تقریب بزنیم. همین روند را می‌توان برای تابع مدل چاه  $\hat{h}$  نیز پیاده کرد.

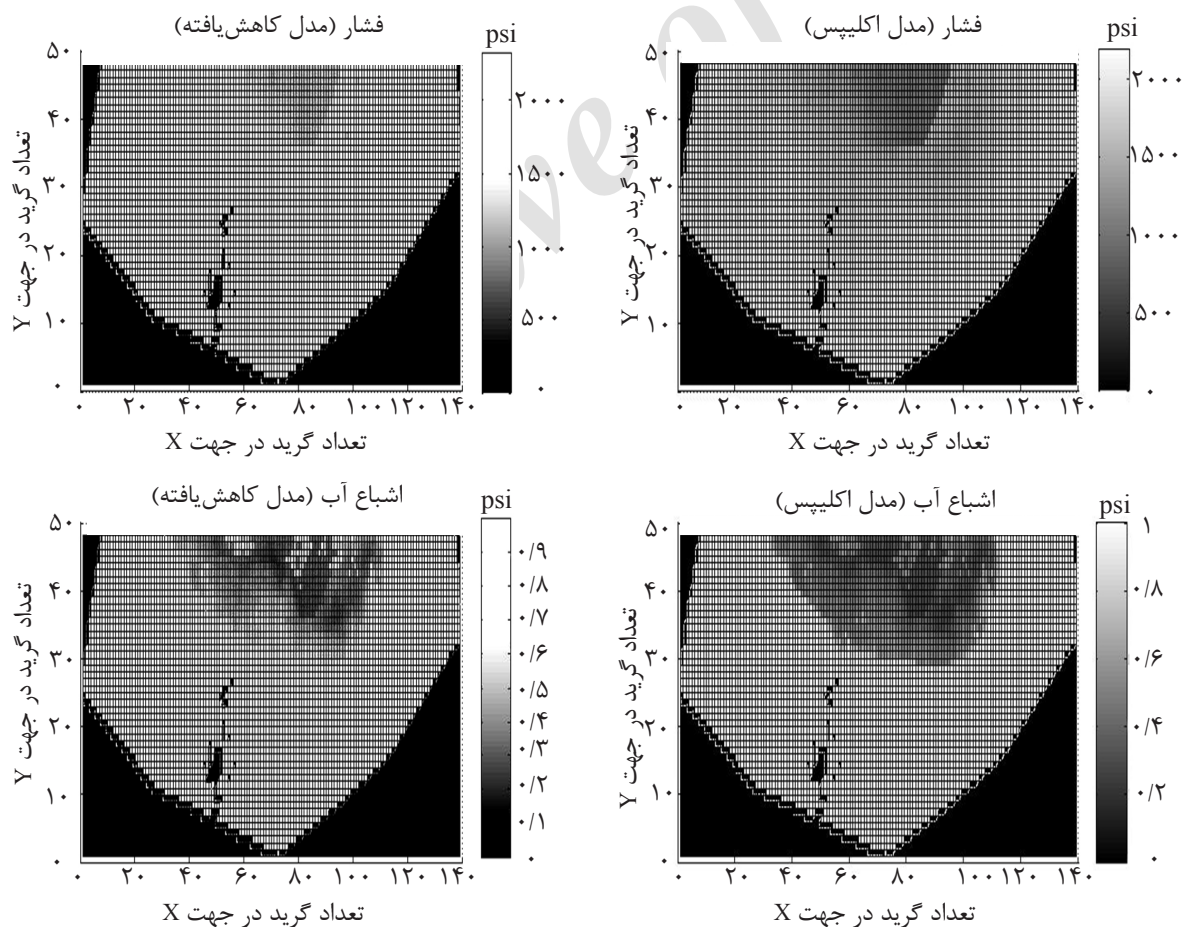
در هر گام شبیه‌سازی با استفاده از فیزیک واقعی مسأله (اینجا با شبیه‌ساز عددی محاسبه می‌شود) می‌توان دسته داده‌های ورودی-خروجی را تولید کرد. با داشتن دسته اطلاعات ورودی-خروجی، یک



شکل ۱ ساختار مخزن و موقعیت چاه‌ها در میدان بروژ (تصویر شده در اکلیپس).

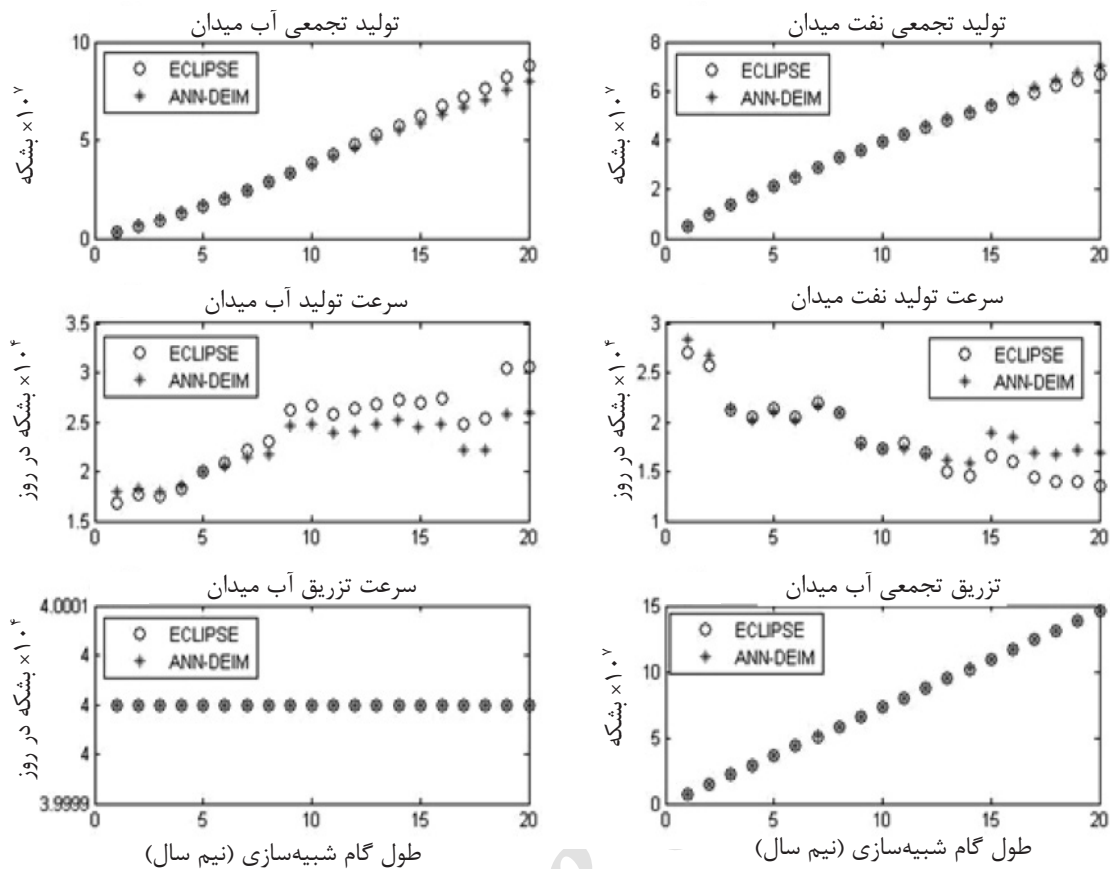
ورودی-خروجی و نیز به صورت تصاویر ایستا از نقشه توزیع فشار و اشباع در کل مخزن ذخیره سازی شدند. در مرحله بعد با استفاده از روش تجزیه متعامد متناسب، روش درون‌یابی تجربی گسسته و ساخت شبکه عصبی با استفاده از اطلاعات تعلیمی مرحله قبل ساخته و تنظیم شدند. مقایسه نتایج به دست آمده از مدل کاهش یافته و شبیه‌ساز عددی اکتیپس در شکل‌های ۲ و ۳ نمایش داده شده‌اند. قابل ذکر است در حالی که اجراهای هر سناریو در شبیه‌ساز عددی اکتیپس ۴۰ ثانیه زمان می‌برد، همین شبیه‌سازی با استفاده از شبکه عصبی ۱۰ ثانیه و یا استفاده از ترکیب ANN-DEIM تنها ۵ ثانیه به درازا می‌کشد.

در این مخزن ۲۰ چاه تولیدی و ۱۰ چاه تزریقی فعال هستند که چاه‌های تولیدی دارای تکمیل جداگانه (هوشمند) در سه ناحیه بهره ده هستند که در مجموع باعث ایجاد ۵۴ ناحیه تکمیلی تولیدی قابل کنترل می‌شود (برخی از چاه‌ها در هر سه ناحیه تکمیل نشده‌اند). چاه‌های تزریقی دارای تکمیل معمولی سراسری هستند که سبب ایجاد ۱۰ ناحیه تکمیلی تزریقی قابل کنترل می‌شود. پس مجموعاً در هر گام زمانی ۶۴ متغیر کنترلی برای چاه‌های تولیدی و تزریقی وجود خواهد داشت. در ابتدا ۴۰ سناریوی متفاوت از ۶۴۰ متغیر کنترلی (۶۴ چاه در ۱۰ بازه کنترلی) توسط روش طراحی آزمایش لاتین هاپرکیوب ایجاد و در شبیه‌ساز عددی اکتیپس اجرا شد. نتایج این شبیه‌سازی‌ها به صورت روابط



شکل ۲ مقایسه نقشه توزیع فشار و اشباع آب در لایه ۲ مخزن بروژ پس از ۱۰ سال از شروع شبیه‌سازی به دست آمده از شبیه‌ساز اکتیپس و مدل کاهش یافته براساس ANN-DEIM.





شکل ۳ مقایسه نتایج شبیه‌سازی مخزن بروژ در یک سناریوی تصادفی با استفاده از اکلیپس و مدل کاهش یافته براساس ANN-DEIM.

بهینه‌سازی با قيود خطی و ۵۴۰ متغیر کنترلی (با فرض ثابت بودن سرعت تزریق) می‌شود که مسأله‌ای دشوار و چالش برانگیز است. نتایج بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم جستجوی الگو و مدل شبیه‌سازی کامل (اکلیپس)

در ابتدا الگوریتم جستجوی الگو به مدل شبیه‌ساز کامل مخزن (شبیه‌ساز عددی اکلیپس) متصل شد. نتایج این بهینه‌سازی در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل رفتار هم‌گرایی الگوریتم بهینه‌سازی شامل تغییرات ارزش خالص فعلی در تکرارهای مختلف الگوریتم در بالا سمت چپ نشان داده شده است. در بالا سمت راست تغییرات اندازه گام‌های الگوریتم جستجوی الگو نشان داده شده. در پایین سمت چپ تعداد اجرای تابع هدف در هر تکرار و نیز مجموع کل ارزیابی‌های تابع هدف که متناظر با اجرای شبیه‌ساز مخزن است نشان داده می‌شود.

### استفاده از مدل کاهش یافته در بهینه‌سازی تولید

مسأله بهینه‌سازی تولید را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد:

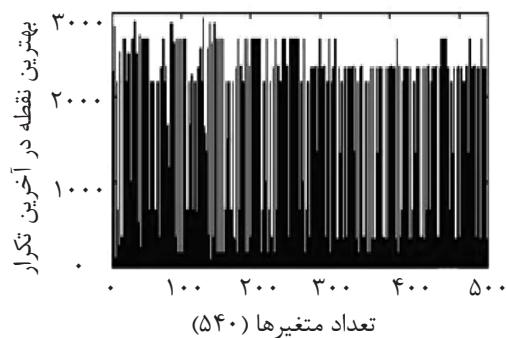
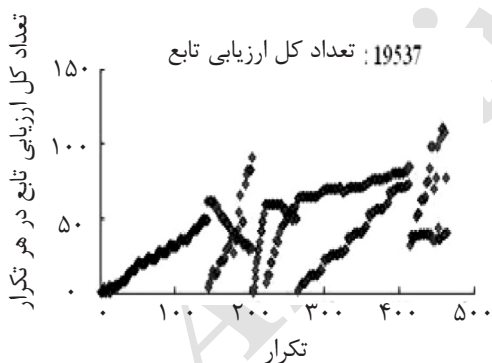
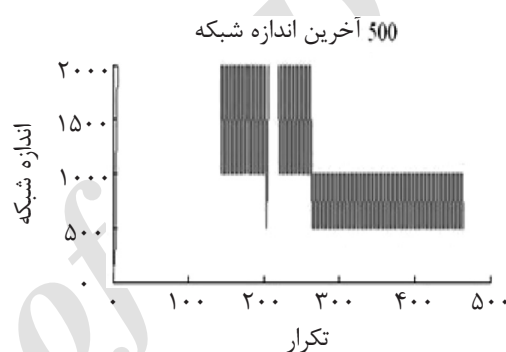
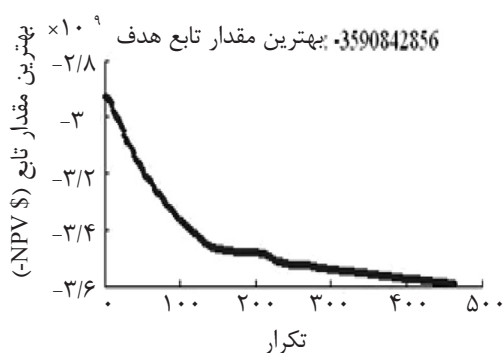
$$\max g(u^n)$$

$$g(u^n) = NPV(u^n) = \sum_{k=1}^M \Delta t \frac{r_o Q_o(u^n) - c_{wp} Q_{wp}(u^n) - c_{wi} Q_{wi}(u^n)}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^k} \quad (13)$$

در اینجا  $g$  تابع هدف است که ارزش خاص فعلی تعریف شده است. این تابع خود وابسته به قیدهای کنترل‌کننده چاه  $u^n$  هستند.  $Q_o$ ,  $Q_{wp}$  و  $Q_{wi}$  به ترتیب سرعت تولید آب، سرعت تولید نفت و سرعت تزریق آب هستند.  $r_o$  ارزش نفت،  $c_{wp}$  و  $c_{wi}$  به ترتیب هزینه‌های تولید و تزریق آب هستند. پارامترهای اقتصادی بهینه‌سازی تولید در مدل بروژ در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. این فرضیات باعث ایجاد مسأله

جدول ۱ پارامترهای اقتصادی جهت محاسبه NPV.

مقدار	پارامتر
۸۰	قیمت نفت (\$/bbl)
۵	هزینه تصفیه آب تولیدی (\$/bbl)
۵	هزینه تزریق آب (\$/bbl)
۱۰	نرخ تورم (% در سال)



شکل ۴ خروجی بهینه‌سازی جستجوی الگو با استفاده از شبیه‌ساز عددی اکلیپس.

جستجوی الگو موفق به یافتن سناریوی بهینه‌ای شده که نسبت به نقطه آغازین بهینه‌سازی ۲۳٪ در میزان ارزش خالص فعلی افزایش ایجاد می‌کند. البته تعداد زیاد ارزیابی‌های تابع هدف (۱۹۵۳۷) که خود نیازمند اجرای شبیه‌ساز عددی اکلیپس است در این روش موجب زمان‌بر شدن فرآیند بهینه‌سازی (۱۷۰ h) شده که این دلیل اصلی تلاش برای کاهش زمان محاسباتی تابع هدف با

در نهایت در پایین سمت راست نمودار میله‌ای متغیرهای کنترلی (سرعت تولید چاه‌ها) نشان داده شده که در هر گام متغیرهای کنترلی بهینه را نشان می‌دهد.

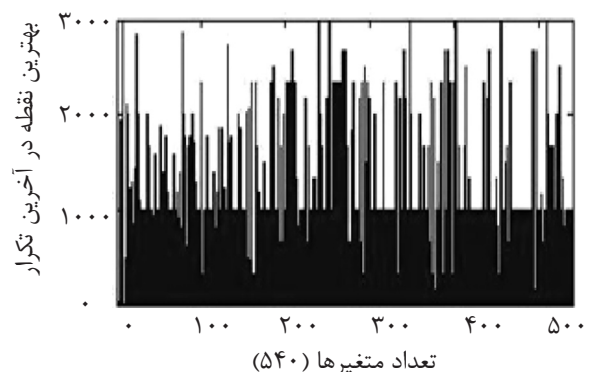
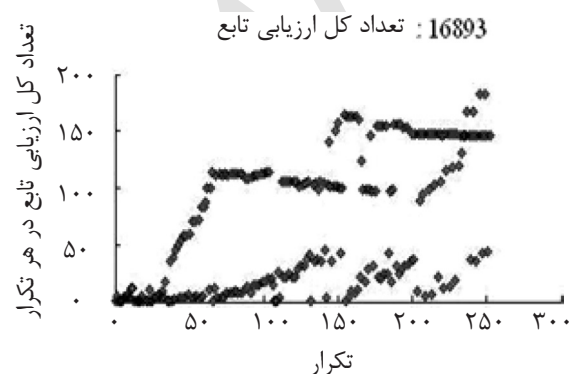
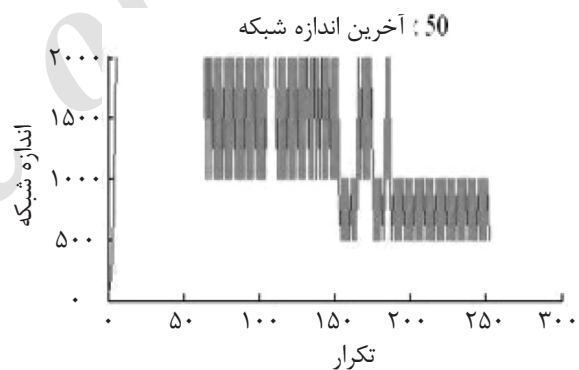
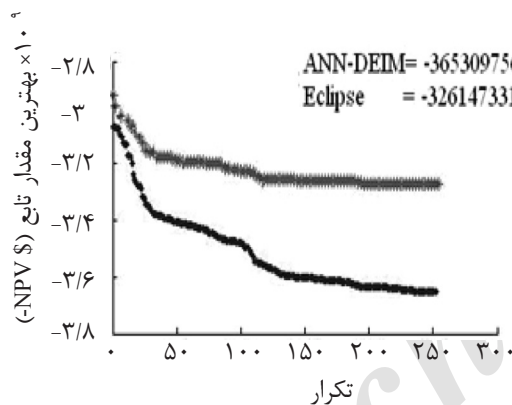
بهترین نقطه از میان نقاط تعلیمی مدل ANN-DEIM با بیشترین مقدار ارزش خالص فعلی، به‌عنوان نقطه اولیه مسائل بهینه‌سازی به‌کار رفته است. همان‌طور که از نتایج مشاهده می‌شود الگوریتم

هفتم نسبت به شبیه‌ساز اکلیپس کاهش داده است. همچنین مقدار ارزش خالص فعلی به‌دست آمده با استفاده از مدل کاهش یافته ۱۱٪ بیشتر از مقدار آن برای نقطه آغاز بهینه‌سازی ( $2.92 \times 10^9$ ) است که نشان‌دهنده موفقیت ترکیب جستجوی الگو و مدل کاهش یافته است. البته باید به این نکته نیز توجه شود که ارزش خالص فعلی نقطه بهینه محاسبه شده توسط مدل کاهش یافته برای ۱۲٪ بیشتر از خروجی شبیه‌ساز عددی برای همان نقطه است. این اختلاف به دلیل خطای ناشی از مدل جایگزین در شبکه عصبی و درون‌یابی انجام شده در درون‌یابی تجربی گسسته است.

استفاده از روش‌های با مرتبه کاهش یافته است.

### نتایج بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم جستجوی الگو و مدل با مرتبه کاهش یافته (ANN-DEIM)

در این قسمت با استفاده از مدل کاهش یافته مخزن بروژ که در بخش قبل ایجاد شد، به مسأله بهینه‌سازی تولید خواهیم پرداخت. پارامترهای به‌کار رفته در الگوریتم جستجوی الگو همانند مورد قبل تنظیم شده و نقطه اولیه و قیدها نیز به همان شکل اعمال شدند. همگرایی الگوریتم جستجوی الگو در مدل کاهش یافته مخزن بروژ در شکل ۵ نشان داده شده است. زمان اجرای این بهینه‌سازی ۲۳ h بود. روش ANN-DEIM زمان انجام بهینه‌سازی را با کاهش زمان اجرای شبیه‌سازی مخزن تا یک



شکل ۵ خروجی بهینه‌سازی جستجوی الگو با استفاده از مدل کاهش یافته مخزن (ANN-DEIM).



## نتیجه گیری

از روش درون یابی تجربی گسسته برای کاهش حجم محاسبات است.

## علائم و نشانه‌ها

- $b$ : نرخ تورم (%)  
 $c_{wp}$ : هزینه تولید آب (bbl produced water/\$)  
 $c_{wi}$ : هزینه تزریق آب (bbl injected water/\$)  
 $k$ : تراوایی (m-Darcy)  
 $p$ : فشار، psi  
 $Q_o$ : سرعت تولید نفت (bbl/day)  
 $Q_w$ : سرعت تولید آب (bbl/day)  
 $Q_{wi}$ : سرعت تزریق آب (bbl/day)  
 $r_o$ : قیمت نفت (bbl oil/\$)  
 $s$ : اشباع سیال، نسبت  
 $u$ : کنترل چاه‌ها شامل قیود سرعت تولید و تزریق (bbl/day)  
 $v_{psi}$ : خروجی چاه‌ها شامل سرعت تولید (bbl/day) و فشارهای ته چاهی  
 $x$ : متغیرهای حالت شامل فشار و اشباع سیال در هر گرید مخزن  
 $\theta$ : متغیرهای غیر قطعی نظیر تراوایی و تخلخل  
 $\Phi$ : ماتریس پایه‌ای متعامد  
 $f$ : تابع معادله حاکم جریان در محیط متخلخل مخزن  
 $t$ : گام زمانی مدل‌سازی دینامیک مخزن  
 $h$ : تابع معادله جریان درون چاه  
 $P$ : ماتریس اندیس نقاط درونیابی تجربی گسسته  
 $g$ : تابع هدف بهینه سازی  
 $NPV$ : ارزش خالص فعلی \$

در این مقاله روشی برای کاهش هزینه‌های محاسباتی شبیه‌سازی مخزن ارائه شده است. این روش ترکیبی از پروکسی شبکه‌های عصبی مصنوعی و روش درون‌یابی تجربی گسسته است که قابلیت کاربرد در کنار نرم‌افزارهای شبیه‌سازی منبع باز و جعبه سیاه را دارا می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی مخزن بروز با استفاده از شبیه‌ساز عددی اکلیپس و مدل کاهش یافته ANN-DEIM تطابق قابل قبولی نشان دادند در حالی که روش کاهش مرتبه مدل ۸ برابر سریع‌تر از شبیه‌ساز عددی اکلیپس قادر به اتمام شبیه‌سازی بود. روش کاهش مرتبه ANN-DEIM برای بهینه‌سازی برنامه تولید در مدل شاخص مخزن بروز با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی الگو به کار گرفته شد. نتایج بهینه‌سازی نشان داد که استفاده از روش کاهش مرتبه مدل ANN-DEIM قادر به کاهش زمان محاسبات به میزان یک هفتم نسبت به روش استفاده از شبیه‌سازی عددی اکلیپس است. همچنین بهینه‌سازی با استفاده از روش مدل کاهش یافته منجر به بهبود ۱۱٪ در ارزش خالص فعلی برنامه تولیدی نسبت به نقطه اولیه شبیه‌سازی شد در حالی که این بهبود در روش استفاده از شبیه‌ساز اکلیپس به میزان ۲۳٪ بود. قابل ذکر است که روش کاهش مرتبه مدل باعث ایجاد خطاهایی در محاسبات شبیه‌سازی نیز می‌شود که حداکثر مقدار آن در نقطه بهینه با حدود ۱۲٪ خطا در محاسبه ارزش خالص فعلی خود را نشان داده است. این اختلاف در محاسبات متغیرهای حالت (فشار و اشباع) و نیز خروجی چاه‌ها نیز قابل مشاهده است. به این نکته باید توجه داشت که روش کاهش مرتبه مدل رفتار دینامیکی کلی مخزن را حفظ می‌کند که این نکته در نتایج محاسبات متغیرهای حالت و خروجی چاه‌ها مشهود است. دلیل بروز خطا در محاسبات در وهله اول استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی در جایگزینی معادله جریان و در وهله دوم استفاده

## مراجع

- [1]. Frangos M., Marzouk Y. and Willcox K., "Surrogate and reduced-order modelling: a comparison of approaches for large-scale statistical inverse problems," John Wiley and Sons Ltd, 2001.
- [2]. Foroud T., seifi A. and Hassani H., "Surrogate-based optimization of horizontal well placement in a mature oil reservoir," JPST, Vol. 30, No. 11, pp. 1091-1101, 2012.
- [3]. Mohammadi H., seifi A. and Foroud T., "A Robust Kriging model for predicting accumulative outflow from a mature reservoir considering a new horizontal well," JPSE, Vol. 82-83, pp. 113-119, 2012.
- [4]. Lumley J. L., "Atmospheric turbulence and radio wave propagation", Journal of Computational Chemistry, Vol. 23, No. 13, pp. 1236-1243, 1967.
- [5]. Vermeulen P. T., Heemink A. W. and Stroet C. B., "Reduced models for linear groundwater flow models using empirical orthogonal functions", Advances in Water Resources, Vol. 27, pp. 57-69, 2004.
- [6]. Cardoso M. A., Durlofsky L. and Sarma P., "Development and application of reduced order modelling procedures for subsurface flow simulation", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 77, No. 9, pp. 1322-1350, 2009.
- [7]. Dong N. and Roychowdhury J., "Piecewise polynomial nonlinear model reduction", Design Automation Conference, IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, 2003.
- [8]. Cardoso M. A. and Durlofsky L. J., "Linearized reduced-order models for subsurface flow simulation", J. Comput. Phys., Vol. 229, pp. 681-700, 2010.
- [9]. Chaturantabut S. and Sorensen D. C., "Discrete empirical interpolation for nonlinear model reduction", Joint 48<sup>th</sup> Conference on Decision and Control, 2009.
- [10]. Chaturantabut S. and Sorensen D. C., "Nonlinear model reduction via discrete empirical interpolation", SIAM J. Sci. Comput., Vol. 32, No. 5, pp. 2737-2764, 2010.
- [11]. Barrault M., Maday Y., Nguyen N. C. and Patera A. T., "An 'empirical interpolation' method: application to efficient reduced-basis discretization of partial differential equations", Comptes Rendus Mathematique, Vol. 339, No. 9, pp. 667-672, 2004.
- [12]. Sava D., "Model-reduced gradient based production optimization", M.S.c Thesis, Delft University, The Netherlands, 2012.
- [13]. Peters E. et al., "Results of the Brugge benchmark study for flooding optimization and history matching," SPE Reservoir Evaluation & Engineering, Vol. 13, No. 3, pp. 391-405, 2010.
- [14]. Foroud T., Seifi A. and AminShahidy B., "Assisted history matching using artificial neural network based global optimization method – Applications to Brugge field and a fractured Iranian reservoir", JPSE, Vol. 123, pp. 46-61, 2014.