

بهینه‌سازی سبد محصولات صنایع خودروسازی با استفاده از بهینه‌سازی استوار

علی محقر^{۱*}، محمدرضا مهرگان^۲، محمدرضا نازآبادی^۳

۱. دانشیار دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، ایران

۲. دانشیار دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، ایران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی دانشگاه تهران، ایران

(تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۷/۹، تاریخ تصویب: ۱۳۸۸/۴/۱۶)

چکیده

مقاله حاضر به کاربرد بهینه‌سازی استوار در تعیین ترکیب بهینه محصول با استفاده از بهینه‌سازی استوار در صنایع خودروسازی پرداخته است. هدف تعیین تعداد و نوع محصول تولیدی با در نظر گرفتن تمامی محدودیت‌ها، برای رسیدن به بالاترین سود در شرایط عدم قطعیت است. در این مقاله، ابتدا مدل قطعی مساله ترکیب محصول در صنایع خودروسازی ارائه می‌شود. سپس مدل قطعی با استفاده از رویکرد استفاده شده توسط برتسیمس و سیم در سال ۲۰۰۴ به مدل استوار تبدیل می‌شود. از مزایای استوارسازی به روش برتسیمس و سیم، قابلیت تنظیم کردن استواری جواب بهینه و سطوح حفاظت می‌باشد. مدل استوار مساله ترکیب محصول ارائه شده در این مقاله به صورت خطی بوده و از آن برای بهینه‌سازی سبد محصول صنایع خودروسازی تحت شرایط عدم قطعیت می‌توان بهره گرفت.

واژه‌های کلیدی:

۱. مقدمه و پیشینه

تصمیم‌گیری در مورد تعیین ترکیب بهینه محصول یکی از مهمترین تصمیماتی است که می‌تواند مستقیماً بر روی سود واحدهای تولیدی تاثیرگذار باشد [۱]. این تصمیمات منجر به افزایش ارزش خالص خروجی‌ها از تسهیلات و امکانات موجود، با در نظر گرفتن محدودیت منابع می‌شود. هدف از تعیین ترکیب بهینه محصول، پیدا کردن یک برنامه تولیدی است به گونه‌ای که میزان سود به دست آمده بیشینه گردد و محدودیت‌های منابع، بازار، فروش و... در نظر گرفته شود. رویکرد سنتی برای حل مسائل ترکیب محصول استفاده از برنامه‌ریزی خطی بوده و می‌توان گفت مساله ترکیب محصول یکی از مشهورترین مسائلی است که در برنامه‌ریزی خطی مطرح است. مساله شامل تصمیم‌گیری تعداد و نوع کالای تولیدی بوده و ساختار اصلی مساله بیشینه کردن سود از بین ترکیبی از محصولات تولیدی با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود در منابع می‌باشد [۱۱]. روش‌های متعددی برای حل مساله تعیین ترکیب محصول ارائه شده است. به عنوان مثال ترکیب برنامه ریزی خطی با نظریه محدودیت (TOC) توسط Luebbe در سال ۱۹۹۲ از جمله روش‌های ترکیبی برای حل مساله ترکیب محصول می‌باشد [۱۰]. از روش‌های هیورستیک نیز برای حل مساله ترکیب محصول استفاده شده است [۱۶، ۱۲]. همچنین می‌توان به استفاده از منطق فازی [۳]، استفاده از Simulated Annealing [۶]، استفاده از الگوریتم ژنتیک [۱]، استفاده از نظریه محدودیت [۸]، استفاده ترکیبی از برنامه‌ریزی خطی و نظریه محدودیت [۱۳]، استفاده از ابزار شبیه‌سازی [۲]، استفاده از AHP فازی [۹]، استفاده از ANP [۱۸] اشاره نمود. عدم قطعیت در دنیای واقعی، مشکلی است که همواره تصمیم‌گیرندگان را در فرآیند تصمیم‌گیری دچار مشکل می‌کند. در تصمیم‌گیری مساله ترکیب محصول نیز عدم قطعیت‌هایی وجود دارد. به عنوان مثال سود هر محصول، مقدار تقاضا و ... مثال‌هایی از عدم قطعیت‌هایی است که در تعیین ترکیب بهینه محصول مواجهه با آن پیش می‌آید.

بهینه‌سازی استوار از جمله رویکردهایی است که در شرایطی که عدم قطعیت وجود دارد بسیار کارا عمل می‌کند. بهینه‌سازی استوار در سال ۱۹۷۳ توسط سویستر معرفی شد [۱۷]. مدل ارائه شده توسط سویستر به شدت محافظه کارانه عمل می‌کند و بدبینانه‌ترین رویکرد می‌باشد. در دو دهه گذشته تلاش‌های زیادی برای ارایه مدل‌های استوار مهارپذیر مناسب برای حل انواع مسائل بهینه‌سازی با داده‌های غیر قطعی بعمل آمده است. بن-تال و میروفسکی مدل‌هایی را ارائه کرده‌اند که همتای استوار برنامه‌ریزی خطی، یک مدل

برنامه‌ریزی مخروطی درجه دو شده است. این مدل‌ها از محافظه‌کاری کمتری برخوردار بوده و جواب‌های بهتری ارائه می‌کنند [۴]. ال-قاوی و همکاران نیز کارهای مشابهی انجام داده‌اند [۷]. ولی در این بین برتسیمس و سیم با ارائه مدلی که میزان محافظه‌کاری آن قابل تنظیم است و همتای استوار یک مساله خطی، خود یک مساله برنامه‌ریزی خطی است، تحولی در بهینه‌سازی استوار به وجود آوردند [۵]. این مدل قابلیت اعمال بر روی مسائل بهینه‌سازی با متغیرهای گسسته را نیز دارد.

۲. تعریف مساله

در این مقاله سعی شده با استفاده از بهینه‌سازی استوار، تعیین شود که از هر نوع خودرو به چه میزان باید تولید شود تا سود شرکت با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود بیشینه گردد. به دلیل عدم قطعی بودن برخی داده‌ها مانند سود، تقاضا و ... از برنامه‌ریزی استوار برای بهینه‌سازی مساله ترکیب محصول استفاده شده است. در مدل ارائه شده محدودیت‌های تقاضا، محدودیت‌های میزان حداقل تولید، محدودیت‌های تولید قطعات پرسی، محدودیت‌های ظرفیتی سالن‌های بدنه‌سازی، سالن‌های رنگ و سالن‌های مونتاژ در نظر گرفته شده است.

۳. الگوریتم برتسیمس و سیم برای بهینه‌سازی استوار

مدل بهینه‌سازی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } c'x \\ & \text{St} \\ & Ax \leq b \\ & l < x < u \end{aligned} \quad (3-1)$$

در فرموله‌بندی فوق، فرض می‌شود که عدم قطعیت داده‌ها فقط بر روی عناصر ماتریس A اثر می‌گذارد. یک سطر خاص i در ماتریس A را در نظر بگیرید و J_i را مجموعه ضرایب غیر قطعی در سطر i بگیرید. هر کدام از $a_{ij}, j \in J_i$ به صورت یک متغیر تصادفی مستقل، متقارن و محدود $\tilde{a}_{ij}, j \in J_i$ مدل می‌شود که در بازه $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ مقدار می‌گیرد. متغیر تصادفی $\eta_{ij} = (\tilde{a}_{ij} - a_{ij}) / \hat{a}_{ij}$ مرتبط با داده غیر قطعی \tilde{a}_{ij} تعریف می‌شود که از یک توزیع ناشناخته، اما متقارن در بازه $[-1, 1]$ پیروی می‌کند. محدودیت نام مساله اسمی، $a_i'x \leq b_i$ ، را در نظر بگیرید و J_i را مجموعه

ضرایب غیر قطعی در سطر i بگیریید یعنی هر کدام از $\tilde{a}_{ij}, j \in J_i$ از یک توزیع متقارن با میانگین a_{ij} پیروی می کنند و در بازه $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ مقدار می گیرند. برای هر سطر i ، پارامتر Γ_i را که لزوما عدد صحیح نمی باشد، معرفی می شود که در بازه $[0, |J_i|]$ مقدار می گیرد. نقش پارامتر Γ_i در محدودیت ها، تنظیم نمودن میزان استواری در مقابل سطح محافظه کاری جواب می باشد. به نظر می رسد کمتر احتمال دارد که همه ضرایب $a_{ij}, j \in J_i$ همزمان تغییر کنند. بنابراین در همه حالاتی که حداکثر $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ تا از این ضرایب مجاز به تغییر می باشند، و یک ضریب a_{it} نیز حداکثر به اندازه $(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)\hat{a}_{it}$ تغییر می کند، جواب می بایست موجه باقی بماند. بنابراین Γ_i سطح حفاظت برای محدودیت i ام نامیده شده و مدل ارائه شده توسط برتسیمس و سیم به صورت زیر ارائه می شود:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } c'x \\ & \text{subject to} \\ & \sum_j a_{ij}x_j + \max_{\{S_i \cup \{t_i\} \mid S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij}y_j + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)\hat{a}_{it_i}y_{t_i} \right\} \leq b_i \quad \forall i \quad (3-2) \\ & -y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j \\ & l \leq x \leq u \\ & y \geq 0. \end{aligned}$$

برتسیمس و سیم ثابت کردند مدل (۳-۲) یک فرموله بندی خطی به شکل زیر دارد [۱۶]:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } c'x \\ & \text{subject to} \\ & \sum_j a_{ij}x_j + z_i\Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i \quad \forall i \quad (3-3) \\ & z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij}y_j \quad \forall i, j \in J_i \\ & -y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j \\ & l_j \leq x_j \leq u_j \quad \forall j \\ & p_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in J_i \\ & y_j \geq 0 \quad \forall j \\ & z_i \geq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

لازم به ذکر است که متغیرهای اضافه شده در مدل استوار (z_i, y_j, P_{ij}, z_0) برای تنظیم استوار بودن جواب و اعمال سطوح حفاظت در مدل آورده شده‌اند و به عنوان رابط بین محدودیت‌ها مقدار می‌گیرند.

۳-۱. کاربرد الگوریتم برتسیمس و سیم در برنامه ریزی عدد صحیح
اگر Γ_i یک عدد صحیح انتخاب شود، محدودیت i ام با

مقدار $\beta_i(x, \Gamma_i) = \max_{\{S_i | S_i \subseteq J_i, |S_i| = \Gamma_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} x_j \right\}$ در برابر نقض شدن حفاظت می‌شود. نکته قابل توجه این است که اگر $\Gamma_i = 0$ باشد آنگاه $\beta_i(x, \Gamma_i) = 0$ می‌شود و در نتیجه محدودیت i ام مشابه محدودیت i ام مساله اسمی می‌شود. مشابهاً اگر $\Gamma_i = |J_i|$ باشد، مواجهه با روش سویستر خواهد بود. بنابراین با تغییر دادن Γ_i در بازه $[0, |J_i|]$ تنظیم استوار بودن در برابر سطح محافظه کاری جواب تضمین می‌شود.

۴. طراحی مدل

با توجه به توضیحاتی که در مورد مدل‌سازی استوار به روش پیشنهادی برتسیمس و سیم ارائه شد، در این قسمت به مدل‌سازی مساله ترکیب محصول در صنایع خودروسازی پرداخته می‌شود. از آنجایی که بدنه خودرو از قطعات پرسی تشکیل شده است، در این مقاله منابع اولیه برای تولید محصول، قطعات پرسی می‌باشد. سالن‌های پرس در کارخانجات خودروسازی معمولاً دارای چندین خط تولید می‌باشند و هر خط وظیفه تولید قطعاتی خاص را بر عهده دارد. همچنین برخی از قطعات ممکن است در چندین خودرو بکار برده شوند. در خطوط پرس، شاخص میزان ضربه در ساعت (HPH) مشخص می‌کند که یک خط پرسی در ساعت چند بار عملیات پرس را انجام می‌دهد. نکته قابل توجه این مطلب است که این شاخص الزاماً تعداد قطعه تولید شده را به طور مستقیم نمی‌دهد، چرا که ممکن است در هر ضربه ۴ واحد از یک محصول تولید شود. در محاسبه شاخص HPH، بحث‌های نگهداری تعمیرات، راندمان خط نیز مورد محاسبه قرار می‌گیرند. بنابراین عددی که به عنوان HPH در خطوط پرسی مطرح می‌باشد، عددی است که با در نظر گرفتن زمان نگهداری و تعمیرات و همچنین بازده خط به وجود آمده است. ولی به دلیل اینکه زمان نگهداری تعمیرات ثابت نبوده، پس مقدار HPH نیز دارای عدم قطعیت بوده و

با یک درصدی حول میانگین مقدار می گیرد. بنابراین ثابت در نظر گرفتن این شاخص، باعث بروز مشکلاتی می شود.

قالب کلی مساله ترکیب محصول به صورت زیر است:

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (۴-۱)$$

St

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$a_j \leq X_j \leq d_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

X_j is Integer

مدلی برنامه ریزی خطی که در این مقاله برای مساله تعیین ترکیب بهینه محصول در کارخانجات خودروسازی ارائه می شود، به صورت زیر است:

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^n C_j x_j \quad (۴-۲)$$

St

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad \forall i \quad (1)$$

$$L_j \leq x_j \leq D_j \quad \forall j \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m \frac{b_i \times PR_{ik}}{G_i} \leq (HPH_k \times AH) \quad \forall K \quad (3)$$

$$x_j \geq 0, b_i \geq 0,$$

که در مدل برنامه ریزی فوق داریم:

C_j : سود حاصله از تولید محصول Z (پارامتر)

X_j : تعداد محصول نوع Z تولید شده (متغیر)

a_{ij} : ضریب مصرف قطعه شماره i در ماشین j (پارامتر)

b_i : میزان قابل تولید و در دسترس قطعه i (متغیر)

L_j : حداقل سطح تولید برای محصول j (پارامتر)

D_j : تقاضای بازار برای محصول j (پارامتر)

PR_{ik} : پارامتری است که در صورت تولید قطعه i توسط خط پرس k - m مقدار 1 و در غیر اینصورت مقدار صفر به آن اختصاص داده می‌شود. (پارامتر)

G_i : تعداد قطعه به دست آمده i - m از هر بار ضربه پرس (پارامتر)

HPH_k : تعداد ضربه پرس در هر ساعت مربوط به خط k - m (پارامتر)

AH : تعداد ساعات کاری در سال (حاصل ضرب تعداد روزهای کاری در ساعات کاری روزانه) (پارامتر)

در بررسی سیستم‌های واقعی به ندرت می‌توان با سیستمی مواجه شد که در آن متغیری با ماهیت غیر قطعی وجود نداشته باشد. سیستم مورد بررسی در این مقاله نیز از این قاعده مستثنی نبوده و سه پارامتر مدل غیر قطعی می‌باشند. در صورتی که برای حل مدل برنامه‌ریزی خطی مطرح شده، از داده‌های غیر قطعی استفاده شود، ممکن است منجر به غیرموجه شدن جواب به دست آمده از مدل برنامه‌ریزی خطی بشود. همانطور که در قبل نیز اشاره شد، در تحقیقی که بن-تال و نمیروفسکی در سال ۲۰۰۰ انجام داده‌اند، مشاهده شد که در صورتی که 0.01% نوسان در داده‌های مدل به وجود بیایند با یک احتمال که قابل صرف نظر کردن نیست، مثلاً 50% ، موجه بودن جواب به مخاطره می‌افتد. در مدل ارائه شده در این مقاله، سه پارامتر مدل ارائه شده (۲-۴) دارای عدم قطعیت می‌باشند:

۱. ضرائب تابع هدف: در سیستم‌های واقعی سود را نمی‌توان به دلیل وجود نوساتی که در بازار وجود دارد و همچنین نوسان قیمت مواد اولیه، ثابت در نظر گرفت.
۲. تقاضا: تقاضایی که برای هر محصول وجود دارد کاملاً ماهیت غیر قطعی دارد. هرچند گاه نمی‌توان مقدار دقیقی از تقاضا را به دست آورد. چرا که ماهیتاً تقاضا با استفاده از روش‌های پیش‌بینی به دست می‌آید که خود روش‌های پیش‌بینی، احتمالی هستند.

۳. تعداد ضربه خط پرس در ساعت (HPH): همانطور که در مورد شاخص HPH توضیح داده شد، عواملی مانند نگهداری و تعمیرات خط و راندمان و بازده خط نیز در محاسبه آن دخیل هستند. به دلیل اینکه نگهداری و تعمیرات دارای عدم قطعیت می‌باشد، HPH نیز دارای عدم قطعیت می‌باشد و نمی‌توان از آن به صورت عدد قطعی استفاده نمود.

پس در مدل ترکیب محصول (۲-۴)، ۳ نوع پارامتر وجود دارند که دارای عدم قطعیت می‌باشند. برای در نظر گرفتن این عدم قطعیت و برای موجه ماندن جواب با در نظر گرفتن نوسانی که این پارامترها می‌کنند، از برنامه‌ریزی خطی استوار که توسط برتسمیس و سیم ارائه گردیده، استفاده شده است. داده‌های ورودی مدل در خصوص تعیین بازه عدم قطعیت و نوسان $(c_j, c_j + d_j)$ ، $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ ، نیز به صورت زیر است:

۱. داده‌های مربوط به سود هر خودرو: میزان نوسان در سود خودروها (d_j) ، ۲۰ درصد لحاظ شده است که از مصاحبه با متخصصین نتیجه شده است.
۲. میزان نوسان تقاضا ۲۰ درصد در نظر گرفته شده است که از مصاحبه با متخصصین به دست آمده است.

۳. داده‌های مربوط به سالن پرس: میزان نوسان HPH خطوط با استفاده از اطلاعات موجود مربوط به HPH روزانه خطوط استخراج شده است. به این صورت که میانگین HPH روزانه خطوط به صورت HPH اسمی وارد مدل شده است. تفاوت بازه‌ای آنها نیز به عنوان تخطی HPH وارد مدل شده‌اند. به این صورت که اختلاف بالا و پایین از میانگین محاسبه، و بازه‌ای متقارن برای انحراف آن در نظر گرفته شده است. با توجه به مباحث گفته شده، همتای استوار مدل برنامه‌ریزی خطی (۲-۴) به شکل زیر خواهد بود:

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j - z_0 \Gamma_0 - \sum_{j \in J_0} p_{0j} \quad (4-3)$$

st

- (1) $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad \forall i$
- (2) $z_0 + p_{0j} \geq d_j y_j \quad \forall j \in J_0$
- (3) $x_j \geq L_j \quad \forall j$
- (4) $x_j - D_j x_{j+n} + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_0} p_{ij} \leq 0 \quad \forall i = \{1, \dots, n\}, j$
- (5) $z_i + p_{ij} \geq \hat{D}_j y_j \quad \forall i = \{1, \dots, n\}, j \in J_i$
- (6) $x_{j+n} = 1 \quad \forall j$
- (7) $\sum_{i=1}^m \frac{b_i \times PR_{ik}}{G_i} - (HPH_k \times AH) \times x_{j+2n} + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_0} p_{ij} \leq 0 \quad \forall i = \{n+1, \dots, 2n\}, j \in J_i, k$
- (8) $z_i + p_{ij} \geq HPH_k \times y_j \quad \forall i = \{n+1, \dots, 2n\}, j \in J_i, k$
- (9) $x_{j+2n} = 1 \quad \forall j$
- (10) $-y_j \leq x_j \leq y_j \quad \forall j = \{1, \dots, 2n+1\}$
- (11) $p_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \in J_i$
- (12) $y_j \geq 0 \quad \forall j$
- (13) $z_i \geq 0 \quad \forall i$
- (14) $x_j \geq 0 \quad \forall j$

که در مدل فوق داریم:

C_j : سود حاصله از تولید محصول j (پارامتر)

x_j : تعداد محصول نوع j تولید شده (متغیر)

a_{ij} : ضریب مصرف قطعه شماره i در ماشین j (پارامتر)

b_i : میزان قابل تولید و در دسترس قطعه i (متغیر)

L_j : حداقل سطح تولید برای محصول j (پارامتر)

D_j : تقاضای بازار برای محصول j (پارامتر)

PR_{ik} : پارامتری است که در صورت تولید قطعه i توسط خط پرس k -ام مقدار 1 و در

غیر اینصورت مقدار صفر به آن اختصاص داده می‌شود. (پارامتر)

G_i : تعداد قطعه به دست آمده i -ام از هر بار ضربه پرس (پارامتر)

HPH_k : تعداد ضربه پرس در هر ساعت مربوط به خط k -ام (پارامتر)

AH: تعداد ساعات کاری در سال (حاصل ضرب تعداد روزهای کاری در ساعات کاری روزانه) (پارامتر)

Γ_0 : سطح حفاظت تابع هدف (پارامتر)

d_j : میزان عدم قطعیت تابع هدف (پارامتر)

Γ_i : سطح حفاظت محدودیت i -ام (پارامتر)

\hat{D}_j : میزان عدم قطعیت در تقاضای خودروی j -ام (پارامتر)

HPH_k : میزان عدم قطعیت شاخص HPH خط پرس k -ام (پارامتر)

سایر متغیرهای موجود در مساله مشابه مدل (۲-۴) است. متغیرهای (z_i, y_j, P_{ij}, z_0)

نیز برای تنظیم استوار بودن جواب و اعمال سطوح حفاظت در مدل آورده شده‌اند.

در مورد محدودیت‌ها نیز داریم:

محدودیت (۱): میزان قطعه مصرفی i -ام نباید از میزان کل قطعه در دسترس i -ام بیشتر

شود

محدودیت (۲): میزان عدم قطعیت در سود خودروها

محدودیت (۳): کران پایین تولید برای خودروی نوع j

محدودیت (۴) و (۵): عدم قطعیت در حد بالای تولید خودروی j -ام

محدودیت (۶): متغیرهای اضافی برای تبدیل اعداد سمت راست مربوط به کران بالای

خودروها به ضرائب تکنولوژیکی

محدودیت (۷) و (۸): تعیین میزان قطعه در دسترس i -ام با توجه به میزان HPH خطوط

تولید کننده قطعه i -ام و با در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در HPH

محدودیت (۹): متغیرهای اضافی برای تبدیل اعداد سمت راست مربوط به HPH

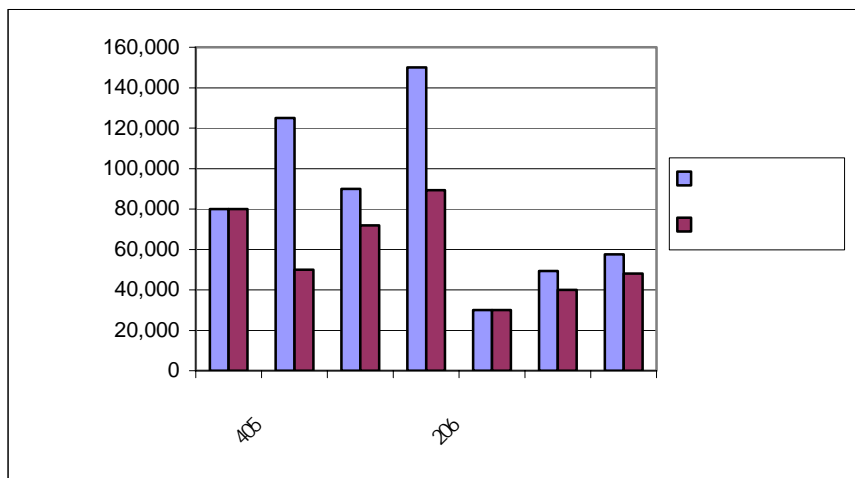
خطوط پرسی به ضرائب تکنولوژیکی

محدودیت (۱۰): برای ایجاد تبادل بین میزان عدم قطعیت‌ها و جواب مساله

محدودیت (۱۱) و (۱۲) و (۱۳) و (۱۴): بزرگ‌تر و مساوی صفر بودن متغیرهای مساله

۵. نتیجه‌گیری

مدل (۳-۴) برای تعیین ترکیب محصول بهینه شرکت ایران خودرو مورد استفاده قرار گرفته است. به ازای سطح حفاظت حداکثر و حداقل، نتایج مدل در نمودار ۱ نشان داده شده است.



نمودار ۱. مقایسه تغییرات تعداد خودرو در دو حالت سطح حفاظت صفر و حداکثر

مشاهده می شود که میزان تغییرات به ازای سطح حفاظت حداقل و حداکثر زیاد بوده و نیاز است به یک سطح حفاظتی دست یافت که در آن احتمال نقض بسیار پایین باشد. برای رسیدن به سطح حفاظت مطلوب، تبادل بین ریسک و هزینه در نظر گرفته می شود. میزان کاهش مقدار تابع هدف بر اساس افزایش سطوح حفاظت در جدول ۱-۵ نشان داده شده است.

نگاره ۱-۵. اطلاعات مربوط به حل برنامه ریزی خطی استوار

سطح حفاظت (T)	احتمال موجه بودن جواب	درصد کاهش در مقدار تابع هدف
۰	۰	۰
۱	۰.۰۴۳۵	۰.۰۵۷
۲	۰.۴۳۱۸	۰.۰۹۵۱
۳	۰.۹۰۱۳	۰.۱۳۲۱
۴	۰.۹۹۴۵	۰.۱۵۹۲
۵	۱	۰.۱۸۱۱
۶	۱	۰.۱۹۳۲
۷	۱	۰.۲۰

همانطور که مشاهده می‌شود، اگر بخواهیم به میزان ۰.۹۹۴۵ درصد تابع هدف به دست آمده از تابع هدف استوار بیشتر باشد، می‌توانیم سطح حفاظت ۴ را انتخاب کنیم. مشاهده می‌شود که این سطح حفاظت تنها ۱۵ درصد از مقدار تابع هدف کاسته می‌شود. این در صورتی است که اگر بخواهیم بدترین حالت را در نظر بگیریم، و یا به عبارت دیگر سطح حفاظت را حداکثر در نظر بگیریم، ۲۰ درصد از مقدار تابع هدف کاسته می‌شود. مشاهده می‌شود تبادل بین ریسک و هزینه، خطی نبوده و تصمیم گیرنده می‌تواند بسته به شرایط، سطح حفاظت مورد نظر خود را انتخاب کند. تعیین سبد بهینه محصول در بسیاری از کارخانجات که تولید چندمحصولی دارند، یکی از مهمترین تصمیماتی است که مستقیماً بر روی سود شرکت تاثیرگذار می‌باشد. مشکلی که در دنیای واقعی در رابطه با تصمیم‌گیری ترکیب بهینه محصول وجود دارد، غیر قطعی بودن داده‌های ورودی می‌باشد. اثر این عدم قطعیت بر روی جواب موجه به قدری است که تنها درصد کوچکی از تغییرات در داده‌های ورودی ممکن است احتمال غیرموجه شدن جواب را به شدت افزایش دهد. بنابراین می‌بایست رویکردی اتخاذ شود که عدم قطعیت در داده‌هایی مثل سود هر خودرو، تقاضای هر خودرو، توان تولید قطعات پرسی برای هر خودرو و... به صورت غیر قطعی در نظر گرفته شود. رویکرد مورد استفاده در مدل‌سازی استوار مساله ترکیب محصول، الگوریتم پیشنهادی برتسیمس و سیم در سال ۲۰۰۴ می‌باشد که دارای مزایای بسیاری از جمله خطی بودن مدل پایدار، امکان تنظیم سطوح حفاظت با توجه به میزان عدم قطعیت می‌باشد. تصمیم‌گیر قادر است با توجه به حساسیت مساله و میزان عدم قطعیت، به گونه‌ای سطوح حفاظت را تنظیم کند که به جواب موجه پایدار مناسب دست پیدا کند. مدل ارائه شده در این مقاله، قابل استفاده در تمامی صنایع خودروسازی برای ترکیب بهینه محصول در شرایط عدم قطعیت می‌باشد.

منابع

1. Sk Ahad Ali, Jay Lee, Hamid Seifoddini, (2003) "Multi-Constraints Based Scheduling Optimization for Product Mix Manufacturing Systems Using Genetic Algorithms", Journal of Automation Science, Vol. 13, No. 20, pp. 1-13.
2. Raid Al-Aomar (2000) "Product-Mix Analysis with Discrete Event Simulation", Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference, pp. 1385-1392.

3. Arijit Bhattacharya, Arijit Bhattacharya (2007) "Soft-sensing of level of satisfaction in TOC product-mix decision heuristic using robust fuzzy-LP", *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, pp. 55–70.
4. A. Ben-Tal, A. Nemirovski (1999) "Robust solutions to uncertain programs", *Operations Research Letters*, Vol. 25, pp. 1-13.
5. D. Bertsimas, M. Sym, (2004) "The Price of the Robustness", *Operations Research*, Vol. 52 , pp. 35-53.
6. S.K. Chaharsooghi and N. Jafari (2007) "A Simulated Annealing Approach for Product Mix Decisions", *Scientia Iranica*, Vol. 14, No. 3, pp. 230-235.
7. L. El-Ghaoui, F. Oustry, H.Lebret (1998) "Robust solutions to uncertain semidefinite programs", *SIAM J. Optim*, Vol. 9, pp. 33-52.
8. Goldratt, E. M. (1990) *The Haystack syndrome*. Croton-on-Hudson, New York, North River Press.
9. Hsing Hung Chen, Amy H.I. Lee, Yunhuan Tong (2006) "Analysis of new product mix selection at TFT-LCD technological conglomerate network under uncertainty" *Technovation*, Vol. 26, pp. 1210–1221.
10. Luebbe, Richard, and Byron Finch (1992) "Theory of Constraints and Linear Programming: a Comparison", *International Journal of Production Research*, Vol. 30, No. 6, pp. 1471-1478.
11. Malik Shadan A., and William G. Sullivan (1995) "Impact of ABC Information on Product Mix and Costing Decisions", *IEEE Transactions on Engineering Management*, Vol. 42, No. 2, pp. 171-176.
12. Maday, C. J. (1994) "Proper use of constraint management", *Production and Inventory Management Journal*, Vol. 35, pp. 84-99.
13. Mabin, V.J. and J. Gibson (1998) "Synergies From Spreadsheet LP Used With the Theory of Constraints-a Case Study", *Journal of Operational Research Society*, Vol. 49, pp. 918-927.
14. Nemirovski, A. and Shapiro, A. (2006) "Convex Approximations of Chance Constrained Programs", *SIAM Journal on Optimization*, Vol. 17, No. 4, pp. 969–996.
15. Nemirovski, A. and Shapiro, A. (2006) "Convex Approximations of Chance Constrained Programs", *SIAM Journal on Optimization*, Vol. 17, No. 4, pp. 969–996.

16. Posnack, A. J. (1994) "Theory of constraint: Improper application yields improper conclusions", *Production and Inventory Management Journal*, Vol. 35, pp. 85-86.
17. A.L. Soyster, (1973) "Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming", *Operation Research*, Vol. 21, pp. 1154-1157.
18. Shu-Hsing Chung, Amy H.I. Lee, W.L. Pearn (2005) "Analytic networkprocess (ANP) approach for product mix planning in semiconductor fabricator", *International Journal of Production Economics*, Vol. 96, pp. 15-36.